

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	7
Einführung	17
Über dieses Buch	17
Konventionen in diesem Buch	18
Mit diesem Buch arbeiten	18
Törrichte Annahmen über den Leser	18
Wie dieses Buch aufgebaut ist	19
Teil I: Voraussetzungen für die Analysis – ein Rückblick	19
Teil II: Grenzwerte und Stetigkeit	19
Teil III: Differenziation	20
Teil IV: Integration, Folgen und Reihen	20
Teil V: Der Top-Ten-Teil	20
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	21
Wie es weitergeht	21
Teil I	
<i>Voraussetzungen für die Analysis – ein Rückblick</i>	23
Kapitel 1	
<i>Noch einmal zu den Grundlagen: Algebra und Geometrie</i>	25
Der Frust mit den Brüchen	25
Algebraisches Allgemeinwissen: Was Ihnen bei jeder Misswahl abverlangt wird . . .	26
Geometrie: Wer soll das je brauchen?	28
Lösungen für diese einfachen Elementaraufgaben	30
Kapitel 2	
<i>Irre Funktionen und knifflige Trigonometrie</i>	37
Funktionen näherkommen	37
Trigonometrische Übungen	40
Lösungen für Funktionen und Trigonometrie	42

Teil II

Grenzwerte und Stetigkeit 47

Kapitel 3

Ein Graph sagt mehr als tausend Worte: Grenzwerte und Stetigkeit 49

Definitionen verdauen: Grenzwert und Stetigkeit	50
Genauer betrachtet: Grafische Darstellung von Grenzwert und Stetigkeit	51
Lösungen für Grenzwerte und Stetigkeit	53

Kapitel 4

Haarige Grenzwertprobleme 57

Grenzwerte mithilfe von Algebra lösen	58
Den Taschenrechner verwenden: Nützliches »Schummeln«	61
Ein Grenzwert-Sandwich	61
Hinaus in die Weite: Grenzwerte an der Unendlichkeit	63
Lösungen für Grenzwertaufgaben	65

Teil III

Differenziation 75

Kapitel 5

Das große Ganze: Grundlagen der Differenziation 77

Die Ableitung: Der Analysisausdruck für Steigung und Änderungsrate	77
Der wunderbare Differenzenquotient	79
Lösungen für die Grundlagen der Differenziation	81

Kapitel 6

Regeln, Regeln, Regeln: Das Handbuch für die Differenziation 87

Regeln für Anfänger	87
Die Produkt- und die Quotientenregel	88
Weiter mit der Kettenregel	90
Und was passiert mit den y? Implizite Differenziation	92
Wir arbeiten uns nach oben: Ableitungen höherer Ordnung	94
Lösungen für die Differenziationsaufgaben	95

Kapitel 7**Scharfe Kurven mithilfe der Ableitung analysieren** **105**

Der Test auf die erste Ableitung und lokale Extrema	105
Der Test auf die zweite Ableitung und lokale Extrema	108
Auf zum Mount Everest: Absolute Extrema	110
Smiley oder Schmolmund? Krümmung und Wendepunkte	113
Der Mittelwertsatz: Alles wird gut!	116
Lösungen für Ableitungen und Kurvenformen	118

Kapitel 8**Mithilfe der Differenziation praktische Probleme lösen** **137**

Optimierungsprobleme: Von Suppen und Nüssen	137
Problematische Beziehungen: Verkettete Änderungsraten	140
Ein Tag auf der Rennbahn: Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung	144
Auf die Linie achten: Tangenten und Normalen	147
Intelligente lineare Annäherung (Approximation)	150
Lösungen zur Problemlösung mit Differenziation	152

Teil IV**Integration, Folgen und Reihen** **177****Kapitel 9****Und jetzt zur Integration** **179**

Die Fläche von Rechtecken aufaddieren: Kinderleicht!	179
Sigma-Notation und Riemann-Summen: Streber an den Start!	181
Nah ist nicht genug: Das bestimmte Integral und die exakte Fläche	187
Fläche mit der Trapezregel und mit der Regel von Simpson bestimmen	189
Lösungen für die Einführung in die Integration	193

Kapitel 10**Integration: Umgekehrte Differenziation** **203**

Die furchtbar fade Flächenfunktion	203
Trommelwirbel! Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	206
Stammfunktionen finden: Raten und Prüfen	209
Die Substitutionsmethode: Verwandlungen	210
Lösungen für die Aufgaben zur umgekehrten Differenziation	213

Kapitel 11**Integrationsregeln für Kenner****221**

Partielle Integration: So wird's gemacht!	221
Trigonometrische Integrale transformieren	225
Trigonometrische Substitution: Ihr Glückstag!	226
Partizipieren an partiellen Brüchen	229
Lösungen für Integrationsregeln	233

Kapitel 12**Wer braucht schon Freud? – Integrale zur Problemlösung****255**

Den Durchschnittswert einer Funktion bestimmen	255
Die Fläche zwischen Kurven bestimmen	256
Volumen unregelmäßiger Körper: Nein, das werden Sie sicher nie brauchen!	258
Bogenlänge und Mantelflächen	265
Gute Heilerfolge mit der Regel von L'Hôpital	268
Uneigentliche Integrale in die Schranken weisen	270
Lösungen zur Integration für die Problemlösung	273

Kapitel 13**Folgen: Vom Kindergarten zur höheren Mathematik****287**

Testen Sie Ihren IQ!	287
Eine Neuauflage des Grenzwerts	291
Lösungen zu Folgen	295

Kapitel 14**Unendliche Reihen: Willkommen an den äußeren Grenzen!****299**

Der raffinierte Test auf den n-ten Term	299
Drei grundlegende Reihen testen	300
Äpfel und Birnen . . . und Bananen: Drei Vergleichstests	302
Und jetzt noch die beiden »R«-Tests	305
Er liebt mich, er liebt mich nicht: Alternierende Reihen	307
Lösungen für unendliche Reihen	309

Teil V

Der Top-Ten-Teil

321

Kapitel 15

Zehn Dinge, die Sie über Grenzwerte, Stetigkeit und unendliche Reihen wissen sollten

323

Die 33333-Mnemotechnik

323

Erste 3 über dem »l«: Die Definition eines Grenzwerts (Limes) besteht aus drei Teilen

323

Fünfte 3 über dem »l«: Es gibt drei Fälle, in denen es keinen Grenzwert (Limes) gibt

323

Zweite 3 über dem »i«: Die Definition der Stetigkeit besteht aus drei Teilen

324

Vierte 3 über dem »i«: Es gibt drei Fälle, in denen keine Stetigkeit vorliegt

324

Dritte 3 über dem »m«: Es gibt drei Fälle, in denen es keine Ableitung gibt

324

Die 13231-Mnemotechnik

324

Erste 1: Der Test auf den n-ten Term für Divergenz

325

Zweite 1: Der Test auf den n-ten Term für die Konvergenz alternierender Reihen

325

Erste 3: Die drei Tests mit Namen

325

Zweite 3: Die drei Vergleichstests

325

Die 2 in der Mitte: Die beiden R-Tests

325

Kapitel 16

Zehn Dinge, die Sie sich über die Differenziation merken sollten

327

Der Differenzenquotient

327

Die erste Ableitung ist eine Rate

327

Die erste Ableitung ist eine Steigung

328

Extrema, Vorzeichenwechsel und die erste Ableitung

328

Die zweite Ableitung und Konkavität

328

Wendepunkte und Vorzeichenwechsel in der zweiten Ableitung

328

Die Produktregel

328

Die Quotientenregel

329

Lineare Annäherung

329

Psst! – eine praktische Methode, sich die Ableitungen von trigonometrischen Funktionen zu merken

329

Kapitel 17

Zehn Dinge, die Sie sich über die Integration merken sollten	331
Die Trapezregel	331
Die Mittelpunktsregel	331
Simpson-Regel	331
Das unbestimmte Integral	332
Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung, I.	332
Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung, II.	332
Das bestimmte Integral	333
Die Höhe eines Rechtecks ist gleich oben minus unten	333
Fläche unter der x-Achse ist negativ	333
Stückweise integrieren	333

Stichwortverzeichnis	335
-----------------------------	------------