**RUHR-UNIVERSITÄT** BOCHUM
Bauingenieurwesen

RUB

David Sanio

# Genauigkeit monitoringbasierter Lebensdauerprognosen von Betonbrücken bei Spannstahlermüdung

Schriftenreihe des Instituts für
Konstruktiven Ingenieurbau, Heft 2017-01

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

# GENAUIGKEIT MONITORINGBASIERTER LEBENSDAUERPROGNOSEN VON BETONBRÜCKEN BEI SPANNSTAHLERMÜDUNG

vorgelegte

**Dissertation**

zur

Erlangung des Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

der

**Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Ruhr-Universität Bochum**

von

**Dipl.-Ing. David Sanio**

Bochum, im Juli 2016

Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau

Herausgeber:
Geschäftsführender Direktor des
Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum

Heft 2017-1

**David Sanio**

# Genauigkeit monitoringbasierter Lebensdauerprognosen von Betonbrücken bei Spannstahlermüdung

Shaker Verlag
Aachen 2017

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: Bochum, Univ., Diss., 2016

Copyright Shaker Verlag 2017
Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-4993-0
ISSN 1614-4384

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

# ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit analysiert und bewertet den Nutzen von Monitoringmaßnahmen für die Lebensdauerprognose von Spannbetonbrücken unter Ermüdungsbeanspruchung sowie die dabei erreichbare Genauigkeit. Dazu werden verbesserte Kenntnisse aus Messungen einzelner Parameter in die Berechnung integriert; sie steigern die Prognosegenauigkeit. In vielen Abwendungsfällen birgt dies ein großes Potential im Hinblick auf längere Restnutzungsdauern bestehender Infrastrukturbauwerke.

Zunächst wird dazu ein zeitabhängiges, nichtlineares Prognosemodell aufgestellt, das eine linear-elastische Tragwerksanalyse mittels finiter Elemente mit einer separaten, nichtlinearen Spannungsberechnung auf Querschnittsebene verbindet. Eine Beanspruchungshistorie wird aus dem nichtlinearen und interaktiven Zusammenwirken zeitabhängiger Einwirkungen und Widerstände ermittelt. Dazu kombiniert das Modell zeitabhängige Spannkraftverluste aus Kriechen und Schwinden mit lokal angepassten Lasthäufigkeiten und Verkehrszusammensetzungen, sowie einer bauwerksspezifischen Häufigkeitsverteilung der Temperaturbeanspruchung. Letztere entsteht, in Erweiterung der normativen Ansätze, durch eine numerische Berechnung mehrjähriger Temperaturfelder unter Einbeziehung lokaler Klimadaten. Stochastische Modellanalysen erfolgen mittels Monte-Carlo-Methode, für die das Modell um stochastische Basisvariablen mit entsprechenden Verteilungsfunktionen erweitert wird.

Zur Integration von Messdaten in das Prognosemodell werden potentielle Genauigkeitssteigerungen verschiedener Elemente eines Monitorings analysiert. Diese lehnen an durchgeführte Untersuchungen eines Referenzbauwerks, einer Spannbetonhochstraße mit Koppelfugen, an. Im Vergleich mit initial anzunehmenden, normbasierten Kennwerten und Verteilungen stellen die Messergebnisse höherwertige Informationen bereit und aktualisieren die Prognose durch Varianzreduzierungen oder Mittelwertverschiebungen. Einzelne verfahrens- und parameterabhängige Verbesserungen führen zu individuellen Genauigkeitssteigerungen und Verbesserungen der Zielgröße Lebensdauer.

Zur Bewertung einzelner Maßnahmen werden globale Analysemethoden bzw. Sensitivitätsanalysen angewendet. Screeningverfahren, die unabhängig von der Verteilungsform der Basisvariablen sind, dienen einer gezielten Modellvereinfachung durch Parameterreduzierung. Zudem identifizieren sie den Einfluss von Mittelwertverschiebungen. Nachfolgende varianzbasierte Sensitivitätsanalysen quantifizieren den Anteil der Varianz jedes Parameters an der Varianz der Zielgröße und geben Aufschluss über Parameterinteraktionen. Mit einer Modifikation dieses Verfahrens wird auch die Quantifizierung von Varianzreduzierungen möglich, indem reduzierte Varianzen in Relation zu den initialen Annahmen betrachtet werden. Ein Beispiel belegt, dass so Monitoringmaßnahmen vorab auf ihren potentiellen Nutzen für die Prognose geprüft werden können. Die tatsächliche Verbesserung der rechnerischen Lebensdauer durch Monitoring weist eine Fallstudie am Referenzbauwerk mit dem 14-fachen des initialen Prognoseergebnisses aus.

# VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2011 bis 2016 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Massivbau der Ruhr-Universität Bochum. Sie wurde von der dortigen Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften als Dissertation angenommen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark gilt mein besonderer Dank für seine Förderung und Begleitung der Arbeit sowie für die wissenschaftlichen Freiräume an seinem Lehrstuhl. Herrn Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx danke ich für die Übernahme des zweiten Gutachtens und die konstruktiven Gespräche während der Entstehung der Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Mark Alexander Ahrens für den fachlichen und freundschaftlichen Austausch, die vielen wertvollen Anregungen und die sorgfältige Durchsicht des Manuskriptes.

Meinen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl danke ich für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre und die gemeinsame Zeit – auch außerhalb des Universitätsalltags.

Schließlich bedanke ich mich ganz herzlich bei meiner Frau Uta, meinen Eltern Gisela und Heinz-Jürgen, meiner Familie und Freunden für ihre Unterstützung, ihr Verständnis und den Rückhalt in den letzten Jahren.

Bochum, im Dezember 2016 David Sanio

Tag der Einreichung: 4. Juli 2016

Tag der mündlichen Prüfung: 6. Dezember 2016

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark, Ruhr-Universität Bochum

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx, Leibniz Universität Hannover

3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Martin Radenberg, Ruhr-Universität Bochum

# INHALTSVERZEICHNIS

**Zusammenfassung** ..... **III**

**Vorwort** ..... **V**

**Inhaltsverzeichnis** ..... **VII**

**1. Einleitung** ..... **1**
1.1 Einführung und Motivation ..... 1
1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit ..... 3
1.3 Notation ..... 5

**2. Grundlagen der Ermüdung von Spannbetonbrücken** ..... **7**
2.1 Ermüdung ..... 7
2.1.1 Phänomenologische Grundlagen ..... 9
2.1.2 Wöhlerlinien ..... 11
2.1.3 Schädigungsberechnung ..... 15
2.2 Materialverhalten von Beton ..... 20
2.2.1 Phänomenologisches Tragverhalten ..... 20
2.2.2 Zeitunabhängiges Materialverhalten ..... 21
2.2.3 Nacherhärtung ..... 23
2.2.4 Kriechen und Schwinden ..... 23
2.2.5 Verhalten bei zyklischer Beanspruchung und Betonermüdung ..... 28
2.3 Materialverhalten von Beton- und Spannstahl ..... 29
2.3.1 Materialverhalten bei monotoner Belastung ..... 29
2.3.2 Zeitabhängiges Verhalten ..... 30
2.3.3 Einflüsse auf die Ermüdungseigenschaften ..... 30
2.3.4 Tragverhalten im Verbund ..... 34
2.4 Temperaturbeanspruchungen ..... 35
2.4.1 Temperaturbeanspruchungen von Betonbrücken ..... 36
2.4.2 Berechnung instationärer Temperaturfelder ..... 37
2.5 Einwirkungen aus Straßenverkehr ..... 41

**3. Grundlagen der stochastischen Simulation** ..... **45**
3.1 Grundlagen und Begriffe der Stochastik ..... 45
3.2 Ausgewählte Verteilungsformen ..... 54
3.3 Transformierte Verteilungen – Varianzfortpflanzung ..... 57
3.4 Zur Abgrenzung von Normal- und Log-Normalverteilung ..... 58
3.5 Simulationsverfahren: Die Monte-Carlo-Methode ..... 60
3.6 Methoden des Daten-Samplings ..... 62
3.7 Sensitivitäts- und Ungenauigkeitsanalysen ..... 68

3.7.1 Lokale Sensitivitätsanalyse ... 70
3.7.2 Methode des elementaren Einflusses (EE) ... 71
3.7.3 Varianzbasierte (globale) Sensitivitätsindizes ... 74
3.7.4 Weitere Verfahren zur Analyse von Modellen ... 78

**4. Entwicklung eines stochastischen Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer von Brücken ... 79**
4.1 Lebensdauerprognose von Spannbetonbrücken – Modell der Ermüdungsprognose ... 79
4.2 Numerische Spannungsberechnung ... 81
4.2.1 Strukturmodell ... 83
4.2.2 Spannungsberechnung auf Querschnittsebene ... 85
4.2.3 Einwirkungen ... 89
4.3 Lebensdauerermittlung durch Schädigungsberechnung ... 90
4.4 Bauwerksspezifische Temperaturhistorie ... 91
4.4.1 Numerische Berechnung instationärer Temperaturfelder ... 91
4.4.2 Wärmeübertragung aus Konvektion ... 94
4.4.3 Wärmeübertragung aus Strahlung ... 96
4.4.4 Aufbereitung diskreter Klimadaten ... 104
4.4.5 Auswertung numerisch berechneter Temperaturzeitverläufe ... 105
4.5 Nichtlineare Lebensdaueranalyse ... 107
4.5.1 Zeitabhängiges Materialverhalten ... 108
4.5.2 Kriechen und Schwinden ... 109
4.5.3 Verkehrshäufigkeiten ... 116
4.5.4 Interaktion zeitabhängiger Prozesse ... 118
4.6 Stochastische Berechnungsparameter ... 118
4.6.1 Materialverhalten von Beton ... 120
4.6.2 Materialverhalten von Beton- und Spannstahl ... 122
4.6.3 Zeitabhängige Spannkraftverluste ... 124
4.6.4 Geometrie und Längenmaße ... 125
4.6.5 Lasten und Verkehrslasten ... 127
4.6.6 Lasthäufigkeit ... 129
4.6.7 Temperatur ... 130
4.7 Stochastische Ermittlung der Ermüdungslebensdauer ... 132
4.8 Einfluss von Korrelationen ... 137

**5. Genauigkeitssteigerung der Ermüdungslebensdauerprognose durch Monitoring ... 141**
5.1 Monitoringkonzepte zur Genauigkeitssteigerung ... 142
5.2 Messung von Materialeigenschaften und der Geometrie ... 144
5.2.1 Eigenschaften des Betons ... 144
5.2.2 Spannstahl: Statische Kennwerte ... 148

5.2.3 Spannstahl: Ermüdungseigenschaften – Wöhlerlinie ... 149
5.2.4 Geometrie und ständige Einwirkungen ... 152
5.3 Modellkalibrierung ... 155
5.4 Implementierung zeitabhängiger Parameter ... 158
5.4.1 Verkehrsentwicklung ... 158
5.4.2 Zeitabhängiges Materialverhalten aus Kriechen und Schwinden ... 160
5.5 Temperaturmessung ... 162
5.6 Dehnungsmessung ... 164
5.7 Monitoringbasierte, stochastische Ermüdungslebensdauerprognose ... 168

**6. Probabilistische Genauigkeitsanalyse ... 171**
6.1 Konzept zur Genauigkeitsanalyse monitoringgestützter Lebensdauerprognosen ... 171
6.2 Erfordernis globaler Modellanalysen ... 173
6.3 Parameterreduzierung mittels EE-Methode ... 177
6.4 Quantitative Parameterbewertung mit varianzbasierten Sensitivitätsindizes ... 180
6.5 Modifizierte Sensitivitätsindizes zur Bewertung von Monitoringmaßnahmen ... 189

**7. Lebensdauerprognose am Referenzbauwerk ... 201**
7.1 Hochstraße „Pariser Straße“ ... 201
7.2 Messtechnische Ausrüstung ... 203
7.3 Messprogramm ... 205
7.4 Analyse der Messergebnisse und Laborprüfungen ... 206
7.5 Lebensdauerprognose ... 216

**8. Schlussfolgerungen und Ausblick ... 221**

**Anhang A Ergänzung zum Prognosemodell ... 225**

**Anhang B Stochastische Parameter – Ergänzungen ... 227**

**Anhang C Versuchsergebnisse am Referenzbauwerk ... 235**

**Anhang D Sensitivitätsindizes ... 239**

**Literaturverzeichnis ... 249**

# 1. EINLEITUNG

## 1.1 EINFÜHRUNG UND MOTIVATION

Der Erhalt und die Instandsetzung der bestehenden Infrastruktur stellt aktuell und zukünftig eine bedeutende ingenieurtechnische und volkswirtschaftliche Aufgabe dar. So findet die Degradation der Brückenbauwerke in der öffentlichen Diskussion vermehrt Beachtung. Dies befeuern Schlagzeilen, wie etwa „*Der Klang von Rost – Deutschlands Brücken bröckeln*“ (Der Spiegel, 4/2014), „*Hier zerbröseln Deutschlands Brücken*“ (spiegel.de, 7.3.2016), „*Marode Brücken – Befahren verboten*“ (sz.de, 12.2.2015).

Tatsächlich führen stetig steigende Beanspruchungen und die fortschreitende Degradation der Tragwerke zu einer zunehmenden Verschlechterung der Bausubstanz. Kein Tragwerk besitzt nach vielen Jahren der Standzeit und Verkehrsbelastung noch dieselben Eigenschaften und Widerstände, wie zum Zeitpunkt seiner Inbetriebnahme. Korrosion und Umlagerungsvorgänge sind nur zwei solcher zeitabhängigen Prozesse. Hinzu kommt eine erhebliche Zunahme der Verkehrslasten und –mengen in den letzten Jahrzehnten. Künftig geht die „Verkehrsprognose 2030“ des Bundesministeriums für Verkehr und digitale Infrastruktur (BMVI) von einer Zunahme des Güterverkehrs auf deutschen Straßen um etwa 39 % zwischen 2010 und 2030 aus [49].

Zudem trägt die konzeptionelle Alterung, also die mit jeder Generation der Regelwerke wachsenden Anforderungen an Bauwerke, zu einer schlechteren Bewertung dieser nach heutigen Maßstäben bei. Dies spiegelt die Entwicklung der Zustandsnoten deutscher Brücken nach [48] in Bild 1.1 (rechts) wider, wobei die Note nicht allein die Tragsicherheit reflektiert. Es zeigen sich u. a. ein stetiger Rückgang solcher Bauwerke in „sehr gutem“ Zustand und ein Anstieg mittlerer bis schlechter Bewertungen in den letzten 15 Jahren.

Umfangreiche Nachrechnungen von Brücken offenbaren diverse Defizite, vgl. Bild 1.1 (links). Unter den häufigsten drei findet sich die Ermüdung von Spannstählen in Koppelfugen feldweise erstellter Spannbetonbrücken. Auf diese wird der Fokus der Arbeit gelegt. Gerade für viele gealterte Bauwerke mittlerer und geringer Spannweite stellt die Ermüdung in den Koppelfugen den

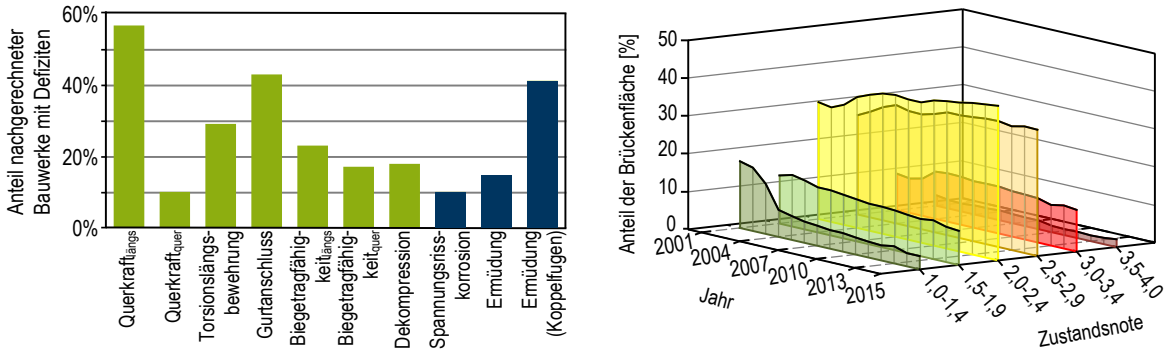



Bild 1.1: Rechnerische Defizite an Brücken auf Nachweisstufe 2 der Nachrechnungsrichtlinie (links) [95]; Zustandsnoten an Brücken der Bundesfernstraßen [48]

relevanten Schadensfall dar [95]. Wesentliche Gründe dafür sind [274]:

- schlechte Ermüdungseigenschaften (lokal reduzierte Widerstände) aufgrund einer Vorschädigung bzw. Einschnürung durch Gewinde [188, 209],
- Reibung zwischen Spannstahl und Beton bzw. Verpressmörtel im Bereich des Risses,
- lokal erhöhte Spannkraftverluste durch Kriechen und Schwinden [138] an der Kopplung,
- reduzierte Betonzugfestigkeit aufgrund der Betonierfuge und damit verbunden eine nichtlineare Spannungsverteilung [169],
- veränderliche und nur ungenau bekannte Lage des Momentennullpunkts aufgrund von Zwang [139].

Der erste und bis heute einzige, beobachtete Schadensfall an einer Brücke infolge der Spannstahlermüdung trat an der Hochstraße Prinzenallee im Heerdter Dreieck in Düsseldorf auf. Dort wurden 1976 bis zu 10 mm breite Risse einer Koppelfuge und ermüdungsbedingte Spanngliedbrüche festgestellt. Es folgten umfängliche Verstärkungs- und Überprüfungsmaßnahmen an Spannbetonbrücken in ganz Deutschland und die sofortige Anpassung der Bemessungsregeln an den neuen Kenntnisstand [177].

Seit damals wird dem lokal geringen Ermüdungswiderstand durch angepasste Bemessungskonzepte und konstruktive Lösungen begegnet, wie etwa durch die Begrenzung des Anteils gekoppelter Spannglieder in einem Querschnitt. Dies ist jedoch für ältere Bauwerke nicht gegeben und dementsprechend in den Berechnungen, etwa durch lokal erhöhte Spannkraftverluste und reduzierte Ermüdungswiderstände, zu berücksichtigen. Dazu werden üblicherweise konservative Annahmen getroffen, die in vereinfachte Berechnungsmethoden einfließen. Allerdings führen diese in Kombination mit den zuvor beschriebenen steigenden Anforderungen, Verkehrsbelastungen und –häufigkeiten, im Rahmen eines rein deterministischen Ermüdungsnachweises, oftmals zu stark reduzierten rechnerischen Nutzungsdauern der Bauwerke. Vereinfachte Ansätze können das komplexe Zusammenwirken vieler verschiedener Effekte auf Widerstands- und Einwirkungsseite nicht erfassen. Sie reduzieren das nichtlineare und interaktive Zusammenwirken verschiedener Tragmechanismen und Belastungszustände auf einfache, stationäre Zusammenhänge. Die integrale, realitätsnahe Betrachtung über die gesamte Standzeit bleibt außen vor.

Demgegenüber bieten detaillierte nichtlineare Tragwerks- und Lebensdaueranalysen die Möglichkeit, sogenannte stille Reserven der Bauwerke zu aktivieren, die frühere Berechnungsansätze zur Planungszeit nicht erfasst haben. Messungen können zu einer wesentlichen Genauigkeitssteigerung solcher Analysen beitragen. Indem konservative Abschätzungen der Modellparameter durch messdatenbasierte Kenntnisse ersetzt werden, wird eine höherwertige Prognose möglich.

Im Rahmen der Arbeit wird die Prognose der Ermüdungslebensdauer von Spannstählen in Koppelfugen analysiert und unter Einbezug von Monitoring und Messungen hinsichtlich ihrer Genauigkeit bewertet. Mit zunehmendem Abstand vom Untersuchungszeitpunkt nimmt stets auch die Unsicherheit bzw. Unschärfe der Lebensdaueranalyse zu. Diese ist für Spannbetonstraßenbrücken mit mehreren Jahrzehnten Standzeit und regellosen Beanspruchungen besonders groß. Exakte Materialparameter und bisher aufgetretene Belastungen sind zumeist nicht genau be-

kannt. Für eine hochwertige Lebensdauerprognose sind sie jedoch ebenso essentiell wie die Abschätzung zukünftiger Beanspruchungen und damit verbundener Ermüdungsschädigungen. Allein die aleatorische Unsicherheit (d. h. diejenige aus natürlichen Streuungen), erzeugt, in Verbindung mit dem nahezu horizontalen Verlauf der Wöhlerlinie im Bereich straßenverkehrstypischer Lasthäufigkeiten, große Streuungen der Ermüdungslebensdauer von mehreren Jahrzehnten. Hinzu kommt die (epistemische) Streuung infolge ungenauer Kenntnisse einzelner Parameter.

Hier können Monitoringkonzepte und Bauwerksmessungen zu einer wesentlichen Genauigkeitssteigerung der Prognose beitragen. Der Nutzen von Messdaten, ob aus Einzelmessungen wie etwa zur Bestimmung von aktuellen Materialkennwerten oder dauerhafte bzw. wiederholte Messungen (Bauwerksmonitoring), wird im Rahmen dieser Arbeit untersucht. Diese ermöglichen es, den Anteil epistemischer Unsicherheit zu reduzieren oder den Mittelwert der Verteilung durch verbesserte Annahmen zu verschieben. Allerdings erfolgen die Planungen von Messungen und die Auswahl einzelner Komponenten zur Verbesserung zumeist nach intuitivem Maßstab. Somit ist auch die Bewertung einzelner Monitoringmaßnahmen meist nur qualitativ und mit ingenieurtechnischem Sachverstand möglich.

Um Potentiale verschiedener Messungen vorab zu untersuchen, wird ein stochastisches Modell zur Lebensdauerprognose erstellt. Es erweitert die gängigen Ansätze und konservativen Annahmen der Regelwerke durch detailliertere Betrachtungen verschiedener Teilaspekte. Dies umfasst eine Analyse der gesamten Bauwerkslebensdauer und dient zur Bewertung des Nutzens spezifischer Bauwerksmessungen. Hierbei stellt sich grundsätzlich die Frage, welchen Nutzen einzelne Messungen haben könnten. *Welche Messung ist für die speziellen Randbedingungen und individuellen Eigenschaften des Bauwerks sinnvoll?* Durch eine varianzbasierte Analyse des (realitätsnahen) stochastischen Modells wird diese Frage beantwortet, indem die potentielle Varianzreduzierung jedes Parameters quantitativ bewertet wird. Ein Konzept zur Analyse dieser Genauigkeitssteigerung ist der Kern dieser Arbeit.

## 1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Die zentralen Ziele und Schritte der Arbeit sind:

- Erstellen eines zeitabhängigen und nichtlinearen Modells zur Prognose der Lebensdauer, das alle wesentlichen Elemente auf Widerstands- und Einwirkungsseite erfasst, sowie seine Genauigkeitsanalyse,
- Probabilistische Betrachtung des Ermüdungsvorgangs bei epistemischer und aleatorischer Unsicherheit und Analyse daraus bedingter Unsicherheiten in Form von Varianzen,
- Implementierung von Messergebnissen als Teil der Genauigkeitssteigerung zur Reduzierung epistemischer Streuungen und Ableitung erreichbarer Genauigkeiten bei der Lebensdauerprognose,
- Probabilistische Bewertung des Nutzens von Monitoring und Messungen im Rahmen der Lebensdauerprognose.

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Konzept, zur Integration von Mess- und Monitoringergebnissen in eine stochastische Betrachtung der Ermüdungslebensdauer einer Brücke lassen sich solche Parameter des Prognosemodells identifizieren, die einen wesentlichen Beitrag zur genaueren Ermittlung der Ermüdungslebensdauer leisten können. Eine verbesserte Nutzungsdauer leitet sich aus deren Quantilwert, infolge einer Reduktion der Varianz der Prognose, ab. Dazu werden repräsentative Verbesserungen der Modellparameter angesetzt und untersucht.

Kapitel 2 fasst zunächst die vielschichtigen Grundlagen im Zusammenhang mit der Prognose der Lebensdauer von Spannbetonstraßenbrücken bei Ermüdung zusammen. Diese umfassen generelle Ermüdungseigenschaften und -berechnungsansätze, wesentliche Materialeigenschaften und das Tragverhalten von Beton, Betonstahl und Spannstahl sowie die zwei zentralen veränderlichen Einwirkungen infolge temperaturbedingter Zwangsspannungen und der Verkehrslasten.

Die mathematischen Grundlagen der stochastischen Simulation enthält Kapitel 3. Dazu werden ausgewählte, grundlegende Zusammenhänge der Wahrscheinlichkeitsrechnung dargestellt und diese um relevante Hilfsmittel für die numerische Umsetzung der stochastischen Untersuchungen ergänzt. Verteilungsfunktionen beschreiben die Eigenschaften der Basisvariablen; ihre wesentlichen Merkmale und Unterschiede werden herausgestellt. Die stochastischen Simulationen erfolgen mit der Monte-Carlo-Methode, die durch Methoden des Datensamplings ergänzt wird. Sensitivitäts- und Ungenauigkeitsanalysen dienen der Modelluntersuchung, sowie der Quantifizierung des Einflusses der Modellparameter.

Das im Rahmen der Arbeit entwickelte Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer wird in Kapitel 4 beschrieben. Es wird zunächst als deterministisches Modell aufgebaut und durch die Implementierung stochastischer Variablen für probabilistische Analysen erweitert. Das Modell basiert auf einer linear-elastischen Schnittgrößenberechnung, die mit einer nichtlinearen Spannungsberechnung auf Querschnittsebene gekoppelt ist. Im Rahmen der Genauigkeitssteigerung werden bauwerksspezifische Temperaturbeanspruchungen durch numerisch berechnete Temperaturfelder integriert; diese ersetzen die vereinfachenden Annahmen gängiger Regelwerke. Gemeinsam mit zeitvariablen Verkehrslasten und -häufigkeiten, sowie dem kriech- und schwindbedingten Materialverhalten, fließen die Temperaturverteilungen in eine instationäre, nichtlineare Lebensdauerberechnung ein. Das Kapitel schließt mit Analysen der stochastischen Lebensdauerprognose und Parameterstudien.

Den Nutzen eines Monitorings und spezifischer Bauwerksmessungen zeigt Kapitel 5. Dazu werden ausgewählte Monitoringkonzepte, Messverfahren und Kalibrierungsmethoden vorgestellt. Die verbesserte Kenntnis dient der Genauigkeitssteigerung des Modells und kann die Varianz des Modells um den Anteil epistemischer Streuungen reduzieren. Durch in der Literatur dokumentierte oder in eigenen Messungen ermittelte, verbesserte Varianzen werden Potentiale der Varianzreduzierung deutlich. Die dadurch verbesserte, stochastische Lebensdauerprognose wird exemplarisch untersucht, um Potentiale der Genauigkeitssteigerung des Gesamtmodells abzuleiten.

Kapitel 6 stellt ein Konzept zur probabilistischen Genauigkeitsanalyse von monitoringbasierten Lebensdauerprognosen vor. Ausgehend von Verfahren zur Modellvereinfachung (EE-Methode), werden zunächst solche Modellparameter mittels varianzbasierter Sensitivitätsindizes identifiziert, die den maßgebenden Anteil der Unsicherheit der Prognose ausmachen. Da das Maß der potentiellen Varianzreduzierung durch Monitoring und Messungen für jeden Parameter individuell ist, wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem der Einfluss einer Varianzreduzierung quantifiziert werden kann. Dieses wird an ausgewählten Beispielen gezeigt.

Untersuchungsergebnisse hinsichtlich der Grenzen und Potentiale von Lebensdauerprognosen werden in Kapitel 7 an einem realen Referenzbauwerk vorgestellt. Dort wurden umfangreiche Messungen und ein mehrwöchiges Monitoring durchgeführt. Die Auswertung und Aufbereitung der Messergebnisse weist ein erhebliches Verbesserungspotential aus, das sukzessive in die Lebensdauerprognose einfließt. Dadurch kann der Nutzen eines Monitorings exemplarisch gezeigt werden. Es verlängert im vorliegenden Fall die initial prognostizierte Lebensdauer um ein Vielfaches.

Abschließend fasst Kapitel 8 die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf, der sich aus den Untersuchungen und Ergebnissen der Arbeit ableitet.

## 1.3 NOTATION

Die allgemein übliche Notation der unterschiedlichen, im Rahmen der Arbeit behandelten, Themengebiete weist in Teilen Überschneidungen auf. Dadurch sind einzelne Symbole über die gesamte Arbeit nicht einheitlich definiert. Sie werden stets im Kontext ihrer Verwendung erläutert.

Im Zusammenhang mit der stochastischen Analyse der Prognosegenauigkeit sei die hier verwendete Begriffsdefinition der „Lebensdauer“ herausgestellt. SPAETHE unterscheidet [244]:

- die *Lebensdauer*, als Zeitraum von Beginn der Nutzung bis zum Versagen und
- die *Nutzungsdauer*, als „Zeitraum der vorgesehenen zukünftigen Nutzung“ [244], für den durch ein Sicherheitskonzept eine schadensfreie Verwendung gewährleistet wird; die Nutzungsdauer ist ein Quantilwert der Lebensdauer.

Im Rahmen der Arbeit werden primär Lebensdauern als Ergebnisse der stochastischen Simulationen betrachtet. Die Nutzungsdauer als daraus deduzierte Größe kann etwa für die Ableitung eines Sicherheitskonzepts verwendet werden.

# 2. GRUNDLAGEN DER ERMÜDUNG VON SPANNBETONBRÜCKEN

*Das Kapitel stellt wesentliche Grundlagen zusammen, die zur Prognose der Lebensdauer ermüdungsgefährdeter Spannbetonbrücken sowie zu ihrer Genauigkeitsermittlung und -steigerung benötigt werden. Hier soll ein zusammenfassender Überblick über die Themen gegeben werden.*

*Die Grundlagen der Ermüdung werden in Abs. 2.1 mit dem Fokus auf Stahl bzw. Spannstahl erläutert. Die allgemeinen Materialeigenschaften von Beton, Beton- und Spannstahl und deren Verbund werden zur numerischen System- und Spannungsberechnung benötigt und in Abschnitt 2.2 und 2.3 dargelegt. Wesentliche Einwirkungen auf Straßenbrücken entstehen neben ständigen Lasten aus Verkehr und Temperaturbeanspruchungen. Die Berücksichtigung von Temperaturbeanspruchungen in Betonbrücken gemäß gängiger Regelwerke enthält Abs. 2.4. Zur Erweiterung dieser allgemeingültigen Ansätze, sind die Grundlagen der numerischen Simulation von klimatisch bedingten, instationären Temperaturfeldern und daraus ableitbaren Beanspruchungszuständen ergänzt. Die Hintergründe der heutigen, allgemeinen europäischen Lastmodelle für Ermüdung und deren Anwendungsregeln folgen schließlich in Abs. 2.5.*

## 2.1 ERMÜDUNG

Bei nahezu allen Baustoffen führt eine wiederholte Belastung unterhalb ihrer statischen Festigkeit nach entsprechend vielen Lastzyklen zum Versagen bzw. Bruch – man spricht von Materialermüdung. Die ertragbare Anzahl der Be- und Entlastungen bis zum Probenbruch hängt dabei vorrangig von der Höhe der Belastung ab und kann dabei nur wenige (tausend) oder viele (Millionen) Zyklen betragen.

Über die geschichtliche Entwicklung wissenschaftlicher Untersuchungen auf dem Gebiet der Ermüdung gibt SCHÜTZ in [228, 232] einen umfassenden Überblick, weshalb an dieser Stelle darauf verzichtet wird. Eine ausführliche Darstellung sämtlicher Neben- und Teilgebiete der Ermüdung, auf die hier ebenfalls nicht im Detail eingegangen wird, geben RADAJ & VORMWALD [206].

Die ertragbaren Lasthäufigkeiten lassen sich in drei Bereiche einteilen: Tritt das Versagen nach wenigen (ca. $< 10^4$) Lastwechseln mit hoher Amplitude – nahe der statischen Festigkeit – auf, spricht man von der *Kurzzeitfestigkeit* (*engl.: low-cycle fatigue*). Dabei werden oftmals plastische Verformungsreserven aktiviert, wie es etwa bei Erdbeben oder dem anschaulichen Beispiel der hin und her gebogenen Büroklammer der Fall ist. Im Bereich der *Zeitfestigkeit* (*engl.: high-cycle fatigue*) versagt die Probe erst nach vielen Lastzyklen (zwischen $10^4$ und etwa $10^6$ bis $10^7$, je nach Material). Dieser Bereich ist für viele Baustoffe hinreichend untersucht worden und lässt sich mit vertretbarem Aufwand im Labor für einen speziellen Probentyp gut abbilden. Der Be-

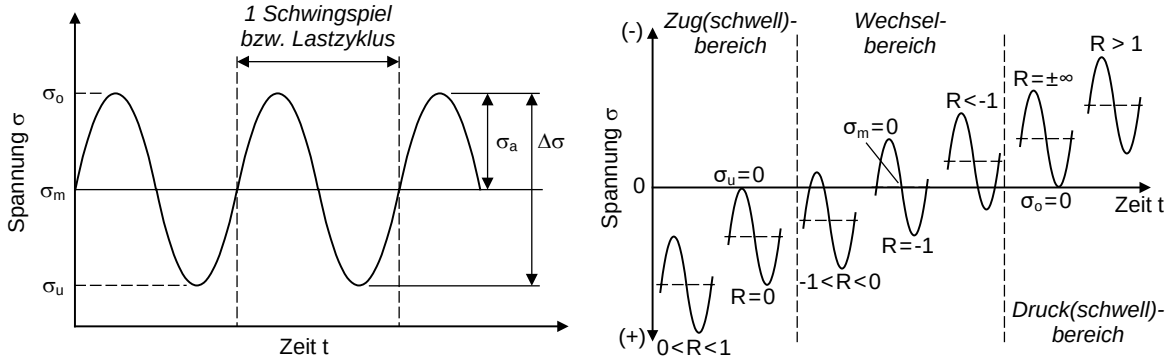



Bild 2.1: Kenngrößen bei schwingender Belastung (links); Beanspruchungsbereiche (rechts)

reich jenseits der $10^6$ oder $10^7$ Lastzyklen ist dagegen bisher (aufgrund des großen Aufwands[1]) bisher nur wenig untersucht worden. Im deutschen Sprachraum wird dieser oftmals als Dauerfestigkeitsbereich bezeichnet, wobei der englische Begriff *ultra-high-cycle fatigue* (bzw. für $n \geq 10^9$ *giga-cycle fatigue*) neueren Untersuchungen von BATHIAS, SONSINO und anderen [18, 132, 181, 242, 243, 249] gerechter wird. Diese stellen fest, dass auch, selbst bei Belastungen unterhalb der vermeintlichen Dauerfestigkeitsgrenze, im Bereich von $10^8$ oder $10^9$ Lastwechseln für Stahl und Aluminium ein Versagen eintritt.

Bei Schwingfestigkeitsuntersuchungen ist es sinnvoll, zunächst häufig verwendete Begriffe und Bezeichnungen zu definieren, da diese in verschiedenen Quellen leicht zu verwechseln sind. Hier werden die Definitionen nach DIN 50100 [63] mit geringen Modifikationen verwendet, um sich den heute üblichen Begrifflichkeiten anzupassen.

Bei einer schwingenden Beanspruchung erfährt die Probe eine über die Zeit veränderliche Belastung, die zumeist über die Spannung $\sigma$ beschrieben wird. Da die Spannung bei wachsendem Ermüdungsriss nicht mehr konstant über den Querschnitt verteilt ist, wird hier auch der Begriff der Nennspannung $S$ als Spannung bezogen auf den ungerissenen (gesamten) Nennquerschnitt $A$ verwendet. Der Wert der Nennspannung bleibt damit bei gleicher äußerer Belastung F über die gesamte Dauer der Belastung konstant. Die Spannung $\sigma$ wird oftmals als Synonym für die Nennspannung $S$ verwendet, einzig bei bruchmechanischen Untersuchungen betrachtet man eine reale Spannungsverteilung, die sich mit der Zeit ändert. Gleiches gilt auch für hier nicht weiter betrachtete Nennbiege-, Nennschub- und Nenntorsionsspannungen, die stets auf den ungerissenen Querschnitt bezogen werden. Ein „gemischter" Ansatz beruht auf einer Steifigkeits- und Widerstandsreduktion, um real wachsende Beanspruchungszustände im Riss vereinfachend mit der Schädigungsvariablen $D$ zu erfassen (vgl. auch Abs. 2.1.3).

Ob ein Lastzyklus Sekunden oder Monate dauert, hat einen untergeordneten Einfluss, deshalb wird im Rahmen von Schwingfestigkeitsuntersuchungen der Parameter Zeit zumeist vernachlässigt. Damit lässt sich die Beanspruchung einer Probe durch zwei Parameter eindeutig beschreiben und alle weiteren Kenngrößen mit diesen bestimmen. Dies können die Ober- $\sigma_o$ und die Un-

[1] Beispiel: Die Untersuchung von $10^8$ Lastzyklen mit einer Frequenz von 10 Hz entspräche einer Versuchsdauer von über 100 Tagen.

terspannung $\sigma_u$, die (Spannungs-) Schwingbreite $\Delta\sigma$ als deren Differenz und die Mittelspannung $\sigma_m$ oder die Spannungsamplitude $\sigma_a$ als halbe Schwingbreite sein.

$$\Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_o - \sigma_u \tag{2-1}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} = \sigma_u + \sigma_a \tag{2-2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} \tag{2-3}$$

Über das Spannungsverhältnis $R$, das das Verhältnis von Unter- zu Oberspannung beschreibt, können viele Schwingungsformen voneinander abgrenzt und auch die Begriffe der Druck-, Zug-, Wechsel- und Schwellbeanspruchung definiert werden (Bild 2.1). Dabei charakterisiert eine Schwellbeanspruchung, dass die Ober- bzw. Unterspannung der Schwingung null ist. Für die Untersuchung von Spanngliedern und vorgespannten Tragwerken ist vorrangig der Bereich der reinen Zugbeanspruchung ($0 < R < 1$) relevant, da sämtliche Spannungen im Spannglied positiv (Zug) sind.

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} \tag{2-4}$$

Da im Rahmen der Arbeit das Ermüdungsverhalten des Spannstahls in vorgespannten Brücken untersucht wird, beschränken sich die folgenden Ausführungen und Berechnungen auf runde ungekerbte Stahlproben unter reiner Zugbelastung.

### 2.1.1 Phänomenologische Grundlagen

Der Ermüdungsvorgang teilt sich in drei wesentliche Phasen: Er beginnt mit der Rissinitiierungsphase, während der sich in der Probe ein mikroskopischer Anriss $a_0$ an Fehlstellen, Einschlüssen oder ähnlichen inhomogenen Stellen lokalisiert (Anrissphase in Bild 2.2). Sie ist, je nach Belastungshöhe, ein wesentlicher Teil der ertragbaren Lastwechselzahl und auch ein Grund für große Streuungen bei Ermüdungsuntersuchungen. In der anschließenden Phase wächst der Riss in der Probe weiter (stabiles Risswachstum mit nahezu linearem Verlauf bei doppeltlogarithmischer Darstellung, Bild 2.2), bis er in der dritten Phase eine Größe erreicht hat, die ein instabiles Risswachstum bedingt und schließlich zum sogenannten Restbruch – dem Versagen der Probe bei der kritischen Risslänge $a_c$ – führt. Dabei ist die dritte Phase des instabilen Risswachstums, im Vergleich zu den ersten beiden, vernachlässigbar kurz [205].

Der Verlauf der Risslänge impliziert die Reduzierung des Probenquerschnitts und damit verbunden eine faktisch nicht-konstante Spannungsverteilung über die Querschnittsfläche. In der Regel steigen die Spannungen im Bereich der Rissspitze mit zunehmender Zyklenzahl stark an, was einzig in bruchmechanischen Untersuchungen berücksichtigt wird. Bild 2.2 (rechts) zeigt die Risswachstumsrate $da/dn$ (Zunahme der Rissweite $a$ mit steigender Lastwechselzahl $n$) über den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor $\Delta K$. Dieser beschreibt den Spannungszustand in der Rissspitze in Abhängigkeit von der Nennspannungsschwingbreite $\Delta S$, eines Formfaktors $F$ und der Risslänge $a$.

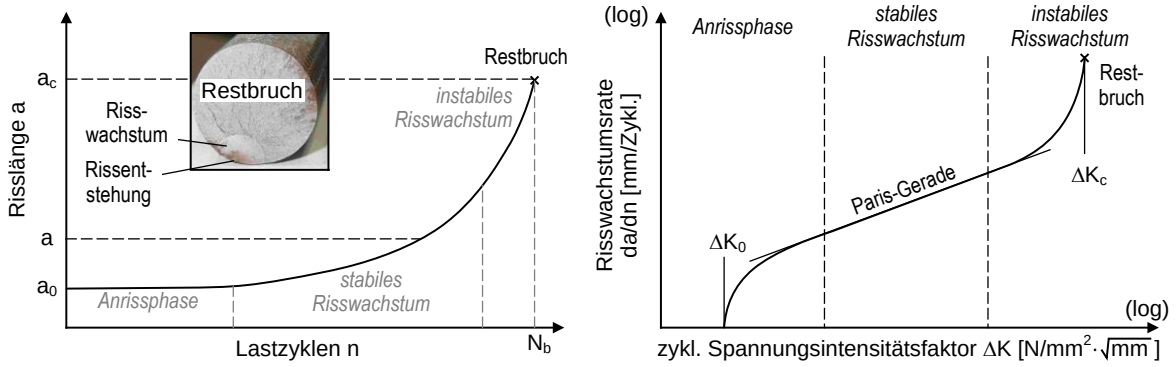



Bild 2.2: Entwicklung der Risslänge über die Lastzyklen (links); Rissphasen anhand der Risswachstumsrate über den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor (rechts), nach [107]

$$\Delta K = F\,\Delta S\,\sqrt{\pi\,a} \tag{2-5}$$

Der Bereich des stabilen Rissfortschritts wird mit der sogenannten PARIS-Geraden [194] beschrieben, die diesen Bereich mit den Materialparametern *m* und *C* als einen linearen Verlauf im doppeltlogarithmischen Maßstab darstellt.

$$\frac{da}{dn} = C \cdot \Delta K^m \tag{2-6}$$

Der Vollständigkeit halber seien auch Formeln zur Erweiterung der PARIS-Geraden für die Bereiche des Anrisses und des instabilen Risswachstums ergänzt. Für die Anrissphase wird zumeist der Ansatz von KLESNIL & LUKÁŠ [134] in Abhängigkeit eines unteren Schwellwerts $\Delta K_0$ verwendet.

$$\frac{da}{dn} = C_1\,(\Delta K^{m_1} - \Delta {K_0}^{m_1}) \tag{2-7}$$

Für die Bereiche des stabilen und instabilen Risswachstums stellt die FORMAN-Gleichung [96], als Erweiterung der PARIS-Geraden, einen gängigen Ansatz dar.

$$\frac{da}{dn} = C_2\,\frac{\Delta K^{m_2}}{(1-R)\,K_c - \Delta K} \tag{2-8}$$

Da jedoch für beide Ansätze nicht dieselben Materialkonstanten *C* und *m* wie für die PARIS-Gerade anwendbar sind, ist dies auch ein wesentlicher Kritikpunkt hinsichtlich ihrer Gültigkeit [107].

Allerdings lassen sich bei genauer Kenntnis der Materialparameter auch variable Lastfolgen realitätsnah nachrechnen. Dazu ist insbesondere die genaue Kenntnis der Anfangsrisslänge $a_0$ wesentlich [78]. Weiterführende Erläuterungen zur Berechnung und spezifischen Randbedingungen, wie der Probengeometrie, der Größe, Anzahl, Lage und Form von Kerben, Reihenfolgeeinflüssen und weiteren, finden sich in [7, 8, 78, 107]. Unter diesen Einflüssen hat die bruchmechanische Berechnung ihre Vorzüge, da insbesondere Kerben detailliert erfasst werden können. Da im Rahmen dieser Arbeit nur runde Querschnitte von ungekerbten Spannstählen betrachtet werden, deren maximale Spannung an der Rissspitze $\sigma_{max}$ im Verhältnis zur Nennspannung *S* nur unwesentlich größer ist [107], wird das im Bauwesen gängige Wöhlerlinienkonzept (s. Abs. 2.1.2) verwendet. Dieses zeichnet sich durch einen im Vergleich deutlich geringeren Berechnungsaufwand aus.

Neben der Form der Belastung und den Materialeigenschaften der Probe, die in den Schädigungsberechnungen (vereinfacht) erfasst werden, haben auch andere Parameter einen Einfluss auf das Ermüdungsverhalten. Für Beton- und Spannstahl sind dies etwa die Probengeometrie, die Temperatur, unterschiedliche Korrosionsstadien und -fortschritte, Reibungen und Kontaktstellen (detailliert in Abs. 2.3.3).

### 2.1.2 Wöhlerlinien

Erste Untersuchungen zur Ermüdungsfestigkeit in Form von Schwingversuchen gehen auf den deutschen Eisenbahningenieur AUGUST WÖHLER zurück [266], der zwischen 1858 und 1870 Untersuchungen zur Schwingfestigkeit von Eisenbahnachsen durchführte, da solche zuvor gebrochen waren und zu Unfällen geführt hatten. Er erkannte den Zusammenhang zwischen der Höhe der Belastung und der ertragbaren Lastwechselzahl bis zum Bruch. Die heute gängige Form der Darstellung als sogenannte Wöhlerlinie wurde erst später entwickelt [245].

Die Wöhlerlinie stellt werkstoff- und bauteilspezifisch die Grenzlinie möglicher Lastzyklen dar, bis zu der eine Probe mit konstanter Spannungsamplitude belastet werden kann, ohne zu versagen. Alternative Darstellungen der Ermüdungsfestigkeit, wie etwa das GOODMAN-Diagramm, Dauerfestigkeitsschaubilder nach SMITH [237], HAIGH, LAUNHARDT-WEYRAUCH, KOMMERELL, ROŠ, POHL, MOORE-KOMMERS-JASPER oder die Lebensdauerlinien nach GAßNER [101] seien hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt. Sie unterscheiden sich zum Teil dadurch von den Wöhlerlinien, dass sie zusätzliche Informationen beinhalten, oder wie etwa die Lebensdauerlinien von GAßNER speziell für Betriebsfestigkeitsuntersuchungen mit spezifischen Belastungsspektren entwickelt wurden. Allerdings bietet keine im Zusammenhang mit den hier durchgeführten Untersuchungen einen entscheidenden Vorteil, der die Einfachheit der Wöhlerlinien aufwiegt. Gleiches gilt für Dehnungswöhlerlinien, die vorrangig im Maschinenbau Anwendung finden und die Gesamtdehnungsamplitude, als Summe aus elastischer und plastischer Dehnung, der sogenannten Anrissschwingspielzahl gegenüberstellen.

In allgemeiner Darstellung wird die im Versuch gewonnene Anzahl der Lastzyklen bis zum Bruch $N$ auf der Abszisse und die zugehörige Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$ auf der Ordinate aufgetragen. Verbunden ergibt eine Vielzahl von Versuchen die sogenannte Wöhlerlinie, deren Verlauf im Zeitfestigkeitsbereich im doppeltlogarithmischen Maßstab in guter Näherung als Gerade mit der Steigung $k$ beschrieben werden kann (vgl. Bild 2.3, links). Diese Darstellung geht auf BASQUIN [17] zurück und lässt sich durch die empirische BASQUIN-Gleichung ausdrücken:

$$\Delta\sigma^k \cdot N = C \tag{2-9}$$

Der Zeitfestigkeitsbereich stellt auch den Teil der Wöhlerlinie dar, der bisher im Wesentlichen untersucht wurde (vgl. Bild 2.3 rechts mit Daten aus [196]). Der daran anschließende Dauerfestigkeitsbereich ($N > 10^7$) geringerer Beanspruchung wurde bereits in Abs. 2.1 einleitend diskutiert. Da dieser bisher wenig untersucht wurde, wird er im Rahmen Berechnung von Ermüdungsvorgängen und der Normung meist abgeschätzt. Wenn eine Probe im Dauerschwingversuch die

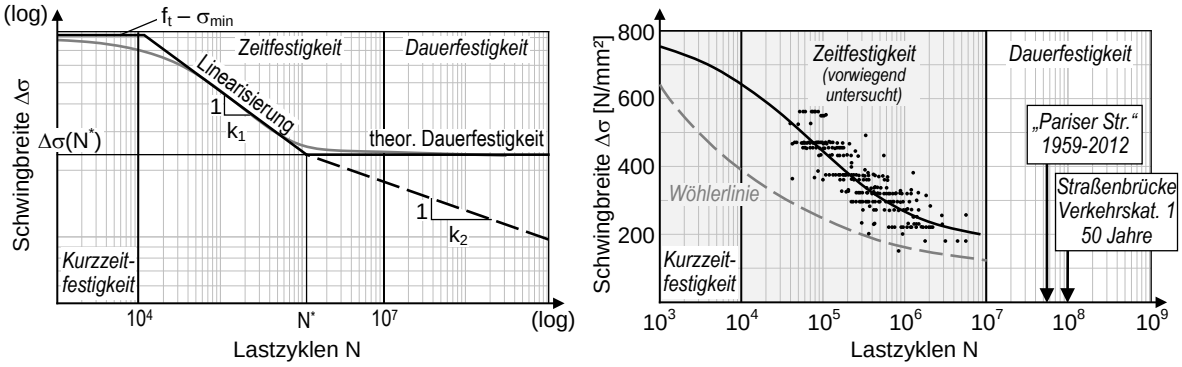



Bild 2.3: Bereiche der Wöhlerlinie (links); Wöhlerlinie aus eigener Auswertung verschiedener Versuchsdaten und typische Lasthäufigkeiten des Schwerverkehrs für Brücken (rechts)

Grenze von $10^7$ – oder oftmals auch schon $2 \cdot 10^6$ [63] – Lastwechseln erreicht, wird der Versuch i. d. R. abgebrochen und die Probe als sogenannter Durchläufer gewertet. Je nach Verfahren wird dies durch Durchläufertests belegt, vgl. etwa [165, 182]. Der tatsächliche Verlauf der Wöhlerlinie, insbesondere für Belastungsspektren variabler Amplitude, ist in diesem für den Brückenbau wesentlichen Bereich bisher nur wenig untersucht worden. Erste Untersuchungen zeigen, dass die Lebensdauer in diesem Bereich wesentlich von der ersten Rissphase – der Rissinitiierung – abhängt und minimale Fehlstellen (etwa nicht-metallische Einschlüsse) über die Dauer dieser Phase entscheiden. PEREZ-MORA et al. [199] konnten an korrodierten und blanken Proben im Bereich bis etwa $10^8$ Lastwechsel zeigen, dass sich die Ermüdungslebensdauer durch korrosionsbedingte Stellen (sogenannte „pits") um etwa 75 % im Vergleich zu nicht-korrodierten (blanken) Proben reduziert. Auch eine einmalige Vorbelastung mit höherer Schwingbreite reduziert die ertragbare Lastwechselanzahl durch die erzeugte Vorschädigung erheblich. Hier haben verschiedene Studien [132, 242] einen Abfall der Dauerfestigkeit von bis zu 15 % ab $10^8$ bis $10^9$ Lastzyklen festgestellt.

Grundsätzlich ist zwischen Wöhlerlinien des Materials (unmittelbar aus den Versuchsergebnissen, z.B. Mittelwerte, Quantilwerte oder mit Regressionsverfahren ermittelt) und solchen für die Berechnung und Bemessung (vereinfacht und linearisiert) zu unterscheiden. Dazu wird in den gängigen Regelwerken die BASQUIN-Gleichung so modifiziert, dass nicht der Lageparameter $C$ als Bezugspunkt dient, sondern der Knickpunkt $(N^*|\Delta\sigma(N^*))$ der Wöhlerlinie, der meist bei $N^* = 10^6$ definiert ist. Die Steigung im Zeitfestigkeitsbereich wird durch $k = k_1$ ausgedrückt.

Im Dauerfestigkeitsbereich wird der Verlauf der Wöhlerlinie meist durch eine zweite Gerade mit der Steigung $k_2$ beschrieben, wobei dies (wie gezeigt) bisher weniger auf Versuchen als auf Expertenmeinungen beruht. SONSINO [243] schlägt hier für Stähle $k_2 = 45$ vor, wobei dieser Wert stark von spezifischen Randbedingungen, wie dem Werkstoff, der Probenart und -form, der Temperatur, der Prüffrequenz etc. abhängt und nur für die reine Wöhlerlinie bei konstanter Spannungsamplitude und ohne weitere Schädigungsmechanismen gültig ist. Auf die Berücksichtigung variabler Spannungsamplituden wird im Rahmen der Schädigungsberechnung in Abschnitt 2.1.3 eingegangen.

Für die folgenden Untersuchungen wird die ertragbare Zyklenzahl $N$ durch folgende Gleichung ermittelt:

$$\log N = \log N^* - k_{1/2}[\log \Delta\sigma - \log \Delta\sigma(N^*)] \tag{2-10}$$

mit:

$$k_{1/2} = \begin{cases} k_1 & \text{für } \Delta\sigma \geq \Delta\sigma(N^*) \\ k_2 & \text{für } \Delta\sigma < \Delta\sigma(N^*) \end{cases} \tag{2-11}$$

PFANNER schlägt eine Modifikation der gängigen Formeln vor, um die Wöhlerlinien durch nur einen Parameter $\kappa_s$ an eigene (Versuchs-) Daten anpassen zu können [201]:

$$\log \Delta\sigma_s = \log \Delta\sigma(N^*) + \frac{2}{k_1}\left[1 + \frac{2\kappa_s}{k_1} - \frac{\kappa_s}{2k_1}\log N\right] \quad \text{für } N \leq N^* \tag{2-12}$$

$$\begin{aligned} \log \Delta\sigma_s = {} & \left[1 - \frac{\kappa_s}{k_1}\right]\log \Delta\sigma(N^*) + \frac{\kappa_s}{k_1}\log \Delta\sigma(10^8) \\ & + \frac{2}{k_1}\left[1 - \frac{\kappa_s}{k_1} + \frac{4\kappa_s}{k_2}\right] - \frac{\kappa_s}{k_1 k_2}\log \mathrm{N} \quad \text{für } N > N^* \end{aligned} \tag{2-13}$$

Für den Fall $\kappa_s = k_1$ entspricht dies wiederum dem Ansatz des MODEL CODE [89].

Zur Charakterisierung der Wöhlerlinie sind in gängigen Regelwerken [73, 89] Werte für $N^*$, $\Delta\sigma(N^*)$, $k_1$ und $k_2$ in Abhängigkeit verschiedener Einflussfaktoren angegeben. Eine wesentliche Unterscheidung erfolgt zwischen Beton- und Spannstahl; weitere sind etwa Durchmesser und Biegerollendurchmesser, die Verarbeitungsart (geschweißte Verbindung, Matte, Kopplung), die Exposition (Meerwasser) oder das Spannverfahren. Die Werte stellen eine zum Teil sehr konservative Abschätzung dar, da sie für möglichst viele unterschiedliche Stahlsorten und Randbedingungen gültig sein sollen und auf einer verhältnismäßig geringen Versuchsanzahl beruhen.

### Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit

Bestimmte Einflussfaktoren, die auf die Ermüdungsfestigkeit einen Einfluss haben, werden im gängigen Ansatz der Wöhlerlinien meist außer Acht gelassen. So beeinflussen beispielsweise Eigenspannungen oder die Mittelspannung $\sigma_m$ die ertragbare Lastspielzahl [148].

Letzteres wird an einem elementaren Beispiel deutlich: Wird die Mittelspannung kontinuierlich gesteigert, erreicht die Oberspannung $\sigma_{max}$ ($\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$) irgendwann die Zugfestigkeit und es tritt ein Versagen ein.

Der Abfall der Ermüdungsfestigkeit ist jedoch auch unterhalb der Zugfestigkeit zu verzeichnen und kann in Näherung etwa mit der Gerberparabel im Dauerfestigkeitsschaubild nach HAIGH als eine Beziehung zwischen Mittelspannung und Spannungsamplitude beschrieben werden.

$$\frac{\sigma_{\mathrm{Bruch}}}{\sigma_{\mathrm{Bruch},(\sigma_m=0)}} + \left(\frac{\sigma_m}{f_{yt}}\right)^2 = 1 \tag{2-14}$$

Sie stellt nach [222] eine gute Näherung für viele Stähle dar, wobei sie nur für Zugspannungen gültig ist ($0 \leq R < 1$) [78].

Alternativen zur Beschreibung des Einflusses der Mittelspannung stellen etwa die modifizierte GOODMAN-Beziehung als linearer Zusammenhang oder die WALKER-Gleichung dar, die genaue

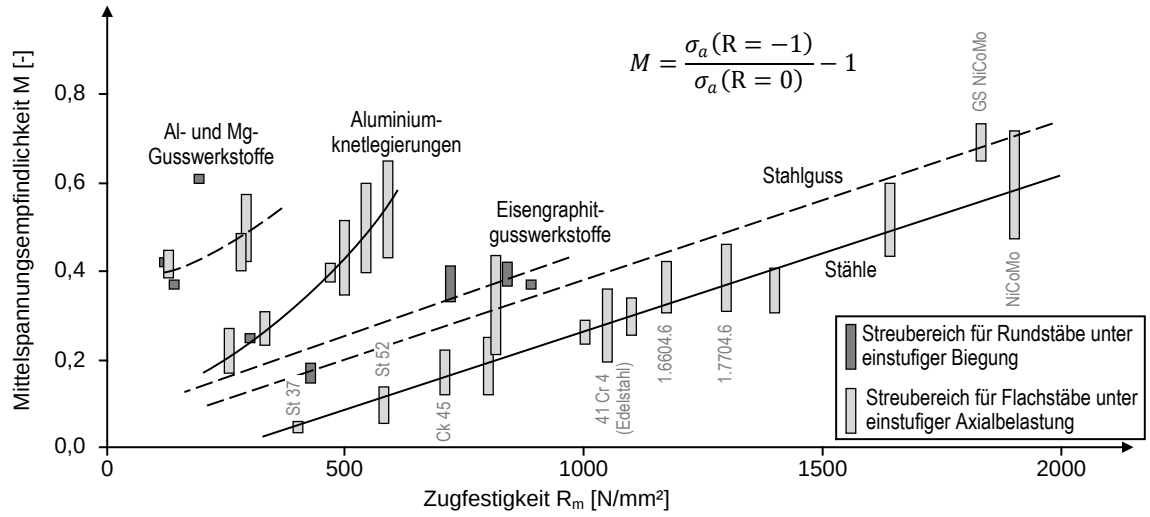



Bild 2.4: Mittelspannungsempfindlichkeit verschiedener Metalle, nach [229]

Anpassungen an Versuchsergebnisse ermöglichen [78]. Mit dem Parameter der Mittelspannungsempfindlichkeit $M$ nach SCHÜTZ [229] kann ihr Einfluss quantitativ in den Grenzen von 0 (kein Einfluss) und 1 (großer Einfluss) durch das Verhältnis ertragbarer Spannungsamplituden bei Mittelspannung $\sigma_m = 0$ ($R = -1$) und unter Zugschwellbeanspruchung ($R = 0$) beschrieben werden [107].

$$M = \frac{\sigma_a(R=-1)}{\sigma_a(R=0)} - 1 \tag{2-15}$$

Verschiedene Untersuchungen zeigen, dass die Mittelspannungsempfindlichkeit mit steigender Zugfestigkeit nahezu linear zunimmt: Für einen Stahl St37 ist $M < 0{,}1$, für einen hochfesten Stahl mit $R_m > 1800$ N/mm² steigt die Mittelspannungsempfindlichkeit auf $M \approx 0{,}6$. Für ältere Spannstähle, wie etwa einen St80/105 mit einer Zugfestigkeit $R_m = 1080$ N/mm² ist nach Bild 2.4 von einer Mittelspannungsempfindlichkeit $M \approx 0{,}3$ auszugehen, was vergleichsweise gering ist. Nach [137] kann der Einfluss der Mittelspannung bei der Untersuchung von Bewehrungsstahl als untergeordnet angesehen werden. Da weiterhin die übliche Vorspannung nahe der Mittelspannung von Wöhlerversuchen liegt, wird der Mittelspannungseinfluss im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Grundsätzlich gilt für die Wöhlerlinie, dass sie für Beanspruchungen, die den Versuchsrandbedingungen exakt entsprechen, uneingeschränkt (im Rahmen ihrer zufallsbedingten Streuung) gültig sind. Ist dies jedoch nicht der Fall und es treten variable Beanspruchungsschwingbreiten im Zeitfestigkeitsbereich auf, können die ermittelten Schwingspielzahlen erheblich abweichen. Daher werden beispielsweise im Maschinenbau Betriebsfestigkeits- oder Blockprogrammversuche durchgeführt, die erwartete Beanspruchungen nachfahren und so eine versuchsbasierte Bauteilauslegung zulassen. Für zufällige Beanspruchungen, wie sie insbesondere bei Straßenbrücken gegeben sind, ist es jedoch nur bedingt möglich, solche Beanspruchungskollektive realitätsnah und zutreffend zu definieren.

### 2.1.3 Schädigungsberechnung

In mechanischen Betrachtungen und im Bauwesen ist der Begriff der Schädigung vielfältig definiert: Direkte mechanische Einwirkungen oder die Korrosion des Stahls werden etwa als Schädigungen bezeichnet. Im Rahmen der Arbeit wird, wie im Zusammenhang mit Ermüdungsvorgängen üblich, das Fortschreiten eines Ermüdungsrisses infolge wechselnder Beanspruchung als Schädigung bzw. Ermüdungsschädigung bezeichnet.

Für zeitvariable Beanspruchungsamplituden können die Lastzyklen bis zum Bruch nicht direkt aus der Wöhlerlinie bestimmt werden. Deshalb wurden Modelle entwickelt, die eine Berechnung der Ermüdungslebensdauer bei variabler Beanspruchung ermöglichen. Dazu wird der dimensionslose Schädigungsparameter $D$ eingeführt, der für ein ungeschädigtes Bauteil den Wert 0 und für den Bruchzustand den Wert 1 annimmt. Ist bei einstufiger Belastung die aufgebrachte Schwingspielzahl $n$ gleich der ertragbaren $N$, so ist $D = 1$.

#### Lineare Schadensakkumulationshypothese

Basierend auf der Akkumulationshypothese (Gl.(2-16)) nach PÅLMGREN (1924) [193] und MINER (1945) [173] werden mehrstufige Einwirkungen mit den Widerständen bei einstufiger Belastung vermischt. Physikalisch ist dies nicht begründbar. Diese Vereinfachung ermöglicht jedoch die schnelle Berechnung der ertragbaren Lastzyklen bei variabler Beanspruchung unter Verwendung der vergleichsweise großen Datenbasis für (einstufige) Wöhlerlinien. Ihre ursprüngliche und einfachste Form, die lineare Schadensakkumulationshypothese (*engl.: Miner's rule*), bildet die Summe über die Teilschädigungen $n_i/N_i$ je Belastungsstufe $i$. Hierbei wird die Reihenfolge der Belastungen nicht berücksichtigt.

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n(\Delta\sigma_i)}{N(\Delta\sigma_i)} \quad \leq 1 \tag{2-16}$$

MINER formuliert Voraussetzungen zur Gültigkeit der Schadensakkumulation (nach [118]):

- sinusförmige Schwingungen der Belastung,
- keine Druckmittelspannung ($-1 \leq R < 1$),
- alle Beanspruchungen oberhalb der Dauerfestigkeit,
- gültig bis technischer Anriss (Ende der Anrissphase) entsteht und
- kein ent- oder verfestigendes Werkstoffverhalten.

Allerdings schränken diese Randbedingungen die Berechnungsmöglichkeiten sehr ein, sodass durch verschiedene Ansätze und Erweiterungen versucht wurde, eine erweiterte Gültigkeit zu erreichen. Weiterhin beinhaltet die Schadensakkumulation einige Vereinfachungen, die von realen Schädigungsvorgängen abweichen. Die zeitliche Unabhängigkeit der Lastspiele und deren Reihenfolge spiegeln nicht das reale Verhalten wider. Durch den horizontalen Ast der Wöhlerlinie unterhalb der Dauerfestigkeit haben geringe Schwingbreiten auch in einem fortgeschrittenen Stadium der Schädigung keinen Anteil an der Gesamtschädigung und am Rissfortschritt. Dies ist insbesondere in der Phase des instabilen Rissfortschritts unzutreffend.

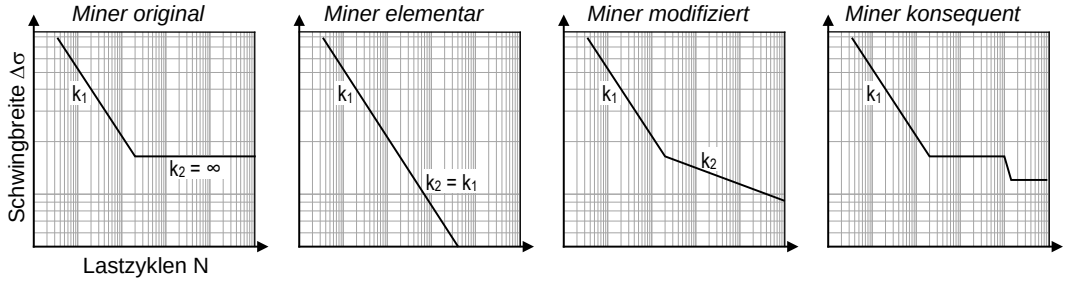



Bild 2.5: Vier Ansätze zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsbereichs bei der Schadensakkumulation

Da bei Straßenbrücken Schwingbreiten im sogenannten Dauerfestigkeitsbereich den größten Anteil darstellen, seien hier vier gängige Ansätze (Bild 2.5) vorgestellt, um den zweiten Ast der Wöhlerlinie in die Berechnung einzubinden:

- Die originale Form der Miner-Regel (*„Miner original“*): Unter der Dauerfestigkeitsgrenze $\Delta\sigma_D$ erzeugen die Schwingbreiten keine Schädigung, damit sind sie unendlich oft ertragbar ($k_2 = \infty$) und werden nicht akkumuliert. Dies stellt die unsicherste Form bei mehrstufigen Beanspruchungen dar.
- Die elementare Form der Miner-Regel (*„Miner elementar“*): Die Zeitfestigkeitsgerade wird im Dauerfestigkeitsbereich linear, mit gleicher Steigung, fortgeführt. Der Neigungsexponent $k_1 = k_2$ gilt solange $\Delta\sigma > 0$ ist [57]. So erfolgt eine sichere und einfache, aber unwirtschaftliche Abschätzung.
- Die modifizierte Form der Miner-Regel (*„Miner modifiziert“*): Nach HAIBACH [107] wird der Neigungsexponent nach Gl. (2-17) im Dauerfestigkeitsbereich angepasst ($k_2 \geq k_1$). Sie kann als Kompromiss zwischen der elementaren und der originalen Form gesehen werden und ist insbesondere für variable Spannungsamplituden zu bevorzugen.
  Der wesentlich steilere Verlauf nach HAIBACH (oftmals: $5 \leq k_2 \leq 11$) im Vergleich zu der Beschreibung nach SONSINO ($k_2 = 45$, vgl. Abschn. 2.1.2) trägt als konservative Abschätzung den variablen Beanspruchungen Rechnung. Die experimentelle Datengrundlage für den Bereich zwischen $10^7$ und $10^9$ ist bisher nicht für eine genauere Abschätzung ausreichend. Pauschal werden somit verschiedene Effekte berücksichtigt, wie etwa die Tatsache, dass Vorbelastungen auf höherem Niveau die Lebensdauer reduzieren (Linearisierung des nichtlinearen Verhaltens).
  $$k_2 = 2 \cdot k_1 - 1 \tag{2-17}$$
- Die konsequente Form der Miner-Regel (*„Miner konsequent“*): Die Modifikation der originalen Form sieht ein stufenweises Abfallen des horizontalen zweiten Astes vor. Die Dauerfestigkeit wird mit zunehmender Schädigungssumme $D$ – die im Zeitfestigkeitsbereich akkumuliert wird – sukzessive reduziert. Dabei ist $\gamma_e$ der Abminderungsfaktor der Dauerfestigkeitsgrenze $\Delta\sigma_D$. Dies hat zur Folge, dass die Schädigungsakkumulation nichtlinear wird.
  $$\gamma_e = \frac{\Delta\sigma_D(D)}{\Delta\sigma_{D,0}} = (1-D)^{1/q} = (1-D)^{1/(k_1-1)} \tag{2-18}$$

Die reduzierte Dauerfestigkeitsgrenze ergibt sich zu:

$$\Delta\sigma_D(D) = \gamma_e \cdot \Delta\sigma_{D,0} = (1 - D)^{1/(k_1 - 1)} \cdot \Delta\sigma_{D,0} \tag{2-19}$$

Für $D = 1$ ist die Dauerfestigkeit somit null, was die minimale aber vorhandene Tragfähigkeit des Querschnitts im Moment des Restbruchs vernachlässigt. Es existieren verschiedene Ansätze, um auch dieses physikalische Defizit zu kompensieren [102].

### Weiterentwicklungen und alternative Berechnungsansätze

Einen umfassenden Überblick über Weiterentwicklungen und Alternativen zur linearen Schadensakkumulationshypothese geben SCHÜTZ & ZENNER [230, 231] und FATEMI & YANG [87]. Ausgewählte alternative Ansätze seien hier kurz vorgestellt:

Grundgedanke der „relativen Miner-Regel“ [230, 231] ist es, aufgrund der hohen Streubreite der Schädigungsermittlung bei linearer Schadensakkumulation und mangels besserer Alternativen, die Unsicherheit durch das Absenken des Grenzwerts $D = 1$ zu reduzieren. Dieser wird durch $q < 1$ ersetzt, welcher aus Versuchen mit realitätsnahen Belastungsfolgen bestimmt wird. MINER selbst stellte bereits in Versuchen fest, dass $D$ im Bruch zwischen 0,61 und 1,45 schwanken kann, sich im Mittel jedoch 1,0 annähert [222].

Das Schädigungsmodell von PEERLINGS [198] bildet den nichtlinearen Schädigungsfortschritt ab, ist dabei jedoch reihenfolgeunabhängig und damit linear. Es erzeugt einen realistischeren (nichtlinearen) Verlauf zwischen den Punkten $D = 0$ und $D = 1$, führt aber zum gleichen Endergebnis wie die lineare Schadensakkumulationshypothese. Dieser Ansatz findet beispielsweise Anwendung in Materialmodellen [201, 202] zur Berücksichtigung des Tragverhaltens unter Teilschädigung. Dabei werden wesentliche Materialparameter wie die Fließgrenze oder der Elastizitätsmodul mit einem Schädigungsparameter reduziert.

$$D = -\frac{1}{\vartheta_s} \ln\left[1 - \left(1 - e^{-\vartheta_s}\right) \sum_{i=1}^{n} \frac{n(\Delta\sigma_i)}{N(\Delta\sigma_i)}\right] \tag{2-20}$$

Der Parameter $\vartheta_s$ beschreibt die Krümmung des Schädigungsverlaufs. Mit steigendem $\vartheta_s$ beginnt der ansteigende Verlauf „später“ und die Gesamtschädigung wird wesentlich von den letzten Lastzyklen beeinflusst. Mit $\vartheta_s \approx 10$ kann eine gute Näherung zu Versuchen an Stahlproben erreicht werden [197].

Für einen grafischen und anschaulichen Lösungsansatz der linearen Schadensakkumulation stellen Belastungsspektren die Grundlage dar. Die Gesamtbelastung setzt sich aus Anteilen verschiedener Belastungshöhen zusammen. Durch eine Summenlinie wird die Intensität der Belastung (auf der Ordinate) über die Anzahl der Lastzyklen (auf der Abszisse) abgebildet. Mit fallender Belastung werden für alle Spannungsamplitudenintervalle die zugehörigen durchlaufenen Lastzyklen aufgetragen. Ein flaches Belastungsspektrum (eine nach oben gekrümmte Kurve) enthält viele Lastanteile mit hoher Amplitude und umgekehrt ein steiles Spektrum nur wenige Anteile hoher, jedoch viele mit geringer Amplitude. Zur Schädigungsermittlung wird das Belastungsspektrum im Wöhlerdiagramm dargestellt. Schneidet das Beanspruchungsspektrum die

Wöhlerlinie, so ist $D = 1$ erreicht. Bleibt das Spektrum unterhalb der Wöhlerlinie, tritt kein rechnerisches Versagen ein.

Verschiedene Untersuchungen konnten zeigen, dass die Treffsicherheit der linearen Akkumulationshypothese mit zunehmender Abweichung von der einstufigen Belastung (Übergang vom rechteckigen in ein steiles Beanspruchungskollektiv) abnimmt. Wie GAßNER [101] in Versuchen an Schweißverbindungen zeigt, ist die Form des Beanspruchungskollektivs wesentlich für die Anzahl ertragbarer Lastwechsel, weshalb er die Verwendung von Lebensdauerlinien in Abhängigkeit des Belastungskollektivs anstelle von Wöhlerlinien vorschlägt (Bild 2.6, links). Diese werden im Versuch ähnlich wie die Wöhlerlinien ermittelt, jedoch nicht mit konstanter Spannungsamplitude, sondern mit einer variablen und zufälligen Beanspruchungsfolge in der Form des Kollektivs. Dies geschieht auf verschiedenen Stufen, wobei das Kollektiv durch seinen Höchstwert $\Delta\sigma_{s,max}$ charakterisiert ist. Alternativ können sie auch rechnerisch mittels Schadensakkumulation ermittelt werden (vgl. etwa [5]).

Eine Versagenswahrscheinlichkeit für Belastungen variabler Amplitude kann auch mit probabilistischen Verfahren anhand der stochastischen Eigenschaften der einzelnen Eingangsparameter ermittelt werden. Ein Konzept zur probabilistischen Lösung stellt [210] vor, das allerdings ebenfalls auf der Schadensakkumulation basiert und in einer modifizierten Form dieses Ansatzes mündet.

Bei der bruchmechanischen Berechnung des langzeitigen Rissfortschritts, nach Erreichen des technischen Anrisses, wird die reale Spannungsverteilung (anstelle der Nennspannung) – insbesondere an der Rissspitze – durch einen zyklischen Spannungsintensitätsfaktor $\Delta K$ (Gl. (2-5)) berücksichtigt. Mit den Gln. (2-6) bis (2-8) wird der Rissfortschritt in allen drei Phasen berechnet, bis die kritische Risslänge und damit der Bruch der Probe erreicht ist. Dieses Verfahren findet vorwiegend im Maschinen- und vermehrt auch im Stahlbau Anwendung [274], da es insbesondere für gekerbte Proben oder solche mit bekannter Anrisslänge $a_0$ geeignet ist. Für die numerische Lösung des nichtlinearen Rissfortschritts an komplexen Geometrien sind mittlerweile auch Finite-Elemente-Berechnungen üblich, vgl. [206].

Mittels Bruchmechanik ist die probabilistische Betrachtung des Ermüdungsvorganges möglich, indem die zeitlich bzw. zyklenabhängig veränderlichen Parameter, wie die Rissgeometrie oder Materialkenngrößen als stochastische Prozesse berücksichtigt werden [268].

### Nichtlineare Schadensakkumulation

Nichtlineare Ansätze berücksichtigen, dass die „späten“ Lastzyklen den wesentlichen Beitrag zur Schädigung liefern; sie beschreiben den Schädigungsfortschritt realistischer. Einen der ersten nichtlinearen Ansätze stellten MARCO & STARKEY 1954 vor [158], Bild 2.6 (rechts).

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_{bi}}\right)^{c_i} \tag{2-21}$$

$c_i$ ist ein Materialparameter, der für verschiedene Belastungsstufen $i$ ermittelt wird (Ansätze dafür in [112, 253]). Somit wird zusätzlich zum nichtlinearen Verlauf berücksichtigt, dass dessen

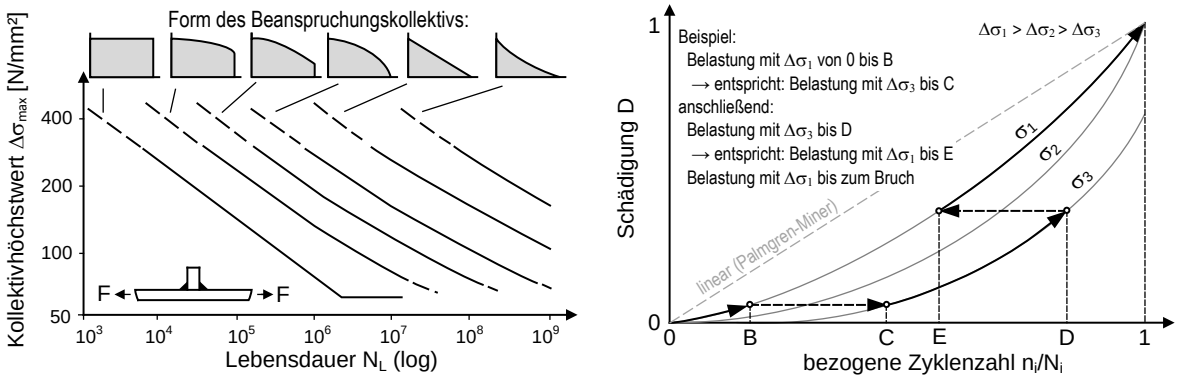



Bild 2.6: Lebensdauerlinien nach GAßNER, nach [107] (links); nichtlineare Schadensakkumulation bei mehrstufiger Belastung, nach [87] (rechts)

Form auch von der Höhe der Belastung abhängt – hohe Lastamplituden führen schneller zu Teilschädigungen, als kleine. Für $c_i = 1$ ergibt sich die lineare Schadensakkumulation. Mit einer nichtlinearen Kurvenschar für verschiedene Belastungsstufen *i* lassen sich Reihenfolge-Einflüsse erfassen, indem Schädigungen am Ende der Belastungsstufe $D_{i,E}$ beibehalten und als „Startwert" $D_{i+1,A}$ an die folgende Schädigungskurve übergeben werden. Lastfolgen im Wechsel von „hoch" nach „niedrig" verkürzen die Lebensdauer, umgekehrt verlängert sie sich (Bild 2.6, rechts).

$$D_{i,E} = \left(\frac{n_i}{N_i}\right)^{c_i} = \left(\frac{n_{i+1}}{N_{i+1}}\right)^{c_{i+1}} = D_{i+1,A} \tag{2-22}$$

Für die neue Belastungsstufe ergibt sich aus Gl. (2-22) eine äquivalente bezogene Anzahl von Lastwechseln $n_{i+1,äq}$; hier beispielhaft für den Übergang von $i = 1$ nach 2:

$$\frac{n_{2,äq}}{N_2} = {D_{1,E}}^{1/c_2} = \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{c_1/c_2} \tag{2-23}$$

Auch nichtlineare Ansätze können aufgrund ihrer Formulierung in Abhängigkeit des Verhältnisses *n*/*N* die Schädigungsberechnung nicht wesentlich verbessern, so dass allgemein zuverlässige Ergebnisse erzielt werden könnten [222, 230, 231]. SCHIJVE stellt fest, dass kein Ansatz allgemeingültig oder physikalisch vollständig begründet wäre, sodass sie meist nur unter den speziellen Randbedingungen ihrer Entwicklung (Lastabfolge, Bauteil, Mittelspannung etc.) treffsicherer sind [222]. Zudem sind Ermüdungsparameter oft großen Unsicherheiten unterworfen und die Berechnungsansätze reagieren mit zunehmender Komplexität sensibler auf fehlerhafte Eingangswerte [104]. Deshalb gilt die lineare Schadensakkumulation weiterhin als das Standardverfahren; vgl. [73, 89].

### Ermüdungsnachweis für Straßenbrücken nach gängigen Regelwerken

In den gängigen Regelwerken, wie etwa dem EUROCODE 2 (+NAD) [72–74] stellt die lineare Schadensakkumulation in Form eines Betriebsfestigkeitsnachweises für Stahl- und Spannbetonstraßenbrücken die dritte und detaillierteste Stufe des Ermüdungsnachweises dar. Dabei werden Lasten mit Ermüdungslastmodellen (ELM) generiert und Lasthäufigkeiten in Abhängigkeit des Straßentyps abgeschätzt oder aus Zählungen gewonnen. Die Stufen 1 und 2 basieren hingegen vereinfachend auf der Begrenzung der maximalen Spannungsschwingbreite auf einen Wert im

Dauerfestigkeitsbereich, wobei für Stufe 1 die Berechnung weniger aufwendig, dafür die Grenze konservativer ist. Pauschal wird die Spannungsschwingbreite unter der häufigen Einwirkungskombination auf den Wert von 70 N/mm² begrenzt [73]. Stufe 2 ermittelt schädigungsäquivalente Spannungsschwingbreiten durch bauwerks- und belastungsspezifische Anpassungsfaktoren $\lambda_{s,i}$ und unter Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten für Ermüdung. Die so angepasste einwirkende Schwingbreite des Stahls $\Delta\sigma_{s,equ}$ des erhöhten ELM 3 (vgl. Abs. 2.5) ist auf den reduzierten Knickpunkt der Wöhlerlinie (Dauerfestigkeitsgrenze) $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ begrenzt.

$$\gamma_{F,fat} \cdot \gamma_{Ed,fat} \cdot \Delta\sigma_{s,equ} \leq \frac{\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)}{\gamma_{S,fat}} \tag{2-24}$$

## 2.2 Materialverhalten von Beton

### 2.2.1 Phänomenologisches Tragverhalten

Beton weist unter Druckbelastung ein stark nichtlineares Materialverhalten auf, das von vielen Parametern, wie dem Zuschlag, der Zementmatrix, dem Wassergehalt und Zusatzmitteln und -stoffen abhängig ist. Dies ist bei einachsiger Belastung auf die querdehnungsbedingte axiale Rissbildung zurückzuführen, die sich in drei Phasen einteilen lässt: In der ersten Phase bis etwa 30 - 40 % der Druckfestigkeit, stellt sich ein nahezu linear-elastisches Materialverhalten ein. Danach führt die zunehmende Rissbildung in der Zementmatrix zu einer Steifigkeitsabnahme, die in einer horizontalen Tangente der Spannungs-Dehnungsbeziehung bei Erreichen der Druckfestigkeit führt. Danach vereinen sich die Makrorisse zu Bruchflächen und die aufnehmbare Druckkraft nimmt mit steigender Verformung ab.

Bei zyklischer Druckbelastung werden plastische Verformungsanteile mit einhergehendem Steifigkeitsrückgang verzeichnet. Verschiedene Versuchsserien zeigen, dass die Lastverformungskurven von Proben unter zyklischer Belastung mit großer Amplitude dem Verlauf bei einmaliger Belastung folgen. Auch nach Erreichen der Druckfestigkeit kehren sie bei Belastung mit der Oberspannung (max. Druck) auf den Verlauf der quasi-statischen Arbeitslinie zurück. Die Einhüllende der zyklischen Be- und Entlastungshysteresen entspricht somit in guter Näherung dem Verlauf unter monotoner Belastung [9, 131, 248].

Unter zwei- und dreiachsiger Druckbeanspruchung werden wesentlich höhere Festigkeiten erzielt, da Querdehnungen überdrückt werden, wobei das grundsätzliche Tragverhalten in der höchstbeanspruchten Richtung gleich bleibt. Dies findet in verschiedenen Materialmodellen Anwendung, die etwa in [105, 113, 146, 147, 211, 247] vorgestellt werden.

Unter einachsiger Zugbelastung stellen sich Risse ein, die orthogonal zur Belastungsrichtung verlaufen und zum Versagen bei etwa einem Zehntel des Betrags der Druckfestigkeit führen. Dem nahezu linearen Verlauf der Arbeitslinie bis etwa 60 - 70 % der Zugfestigkeit schließt sich der Bereich der Risslokalisierung mit stetig abnehmender Steigung bis zum Erreichen der Zugfestigkeit an [208, 274]. Im Anschluss fällt die Spannungs-Dehnungsbeziehung in verformungs-

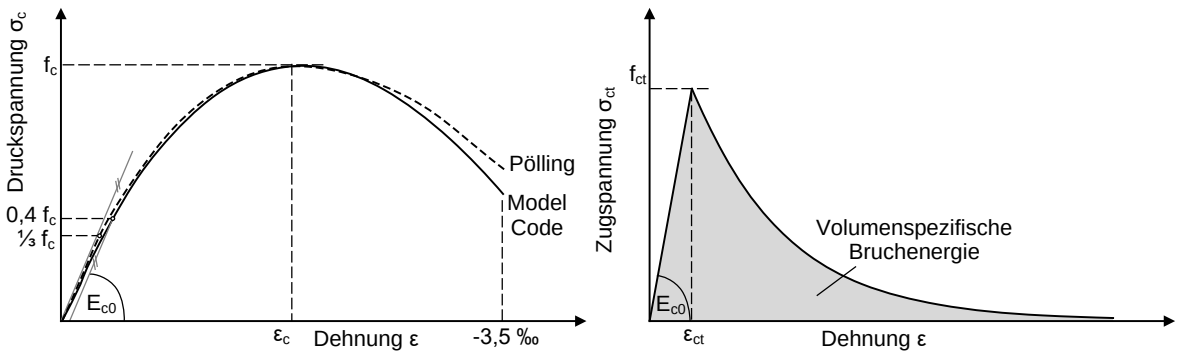



Bild 2.7: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton bei Druck- (links) und Zugbeanspruchung (rechts)

gesteuerten Versuchen rasch ab, wobei sich in der direkten Rissprozesszone eine starke Dehnungszunahme und außerhalb dieser ein Dehnungsrückgang einstellt bzw. messen lässt.
Unter zyklischer Zuglast zeigt sich – ähnlich zur Druckbelastung – eine Annäherung der umhüllenden Spannungs-Dehnungsbeziehung an diejenige unter monotoner Belastung [208].

### 2.2.2 Zeitunabhängiges Materialverhalten

Basierend auf der gängigen Formulierung des MODEL CODE [89] und des EUROCODE [72] wird im Rahmen dieser Arbeit zur Abbildung des Betontragverhaltens unter einachsiger Druckbelastung die modifizierte Form der Arbeitslinie als Erweiterung der stark vereinfachten bilinearen Beziehung und des Parabel-Rechteck-Diagramms verwendet (Bild 2.7, links).

$$\sigma_c(\varepsilon) = \frac{E_{c0} \cdot \frac{\varepsilon}{f_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2}{1 + \left(E_{c0} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_c} - 2\right)\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}} \, f_c \tag{2-25}$$

Dabei ist $\varepsilon_c$ die zur Druckfestigkeit $f_c$ zugehörige Stauchung des Betons und $E_{c0}$ der Tangentenmodul im Ursprung der Spannungs-Dehnungsbeziehung.

In Erweiterung dieser Formulierung schlägt PÖLLING [203] vor, bis zu etwa einem Drittel der Druckfestigkeit einen linear-elastischen Zusammenhang nach dem HOOKEschen Gesetz anzunehmen, der in die nichtlineare Formulierung kontinuierlich übergeht.

$$\sigma_c(\varepsilon) = E_{c0} \cdot \varepsilon \tag{2-26}$$

Der knickfreie Übergang wird durch die Anpassung des Elastizitätsmoduls erreicht, wodurch jedoch der Entfestigungsbereich weniger stark abfällt (Bild 2.7, links).

$$E_{ci} = \frac{1}{2\,E_{c0}}\left(\frac{f_c}{\varepsilon_c}\right)^2 - \frac{f_c}{\varepsilon_c} + \frac{3}{2}E_{c0} \tag{2-27}$$

In der ursprünglichen Formulierung nach SARGIN & HANDA steuert der Parameter *D* die Form des abfallenden Astes nach Erreichen der Druckfestigkeit. Da dieser Bereich bei Betonbrücken – insbesondere unter Ermüdungslasten – planmäßig nicht erreicht wird, wird *D* analog zum Vorgehen der Regelwerke zu null gesetzt, wodurch Gleichung (2-28) in (2-25) übergeht. Eine Zusammenstellung anderer Ansätze unter Einbezug der Schädigung enthält etwa [160].

$$\sigma_c = \frac{E_{c0} \cdot \frac{\varepsilon}{f_c} - (1 - D)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2}{1 + \left(E_{c0} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_c} - 2\right)\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} + D\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2} f_c \tag{2-28}$$

Zur Beschreibung des Zugtragverhaltens bei einachsiger Belastung existieren viele verschiedene Ansätze. Hier wird eine bis zum Erreichen der Zugfestigkeit $f_{ct}$ bzw. der zugehörigen Dehnung $\varepsilon_{ct}$ vereinfacht lineare und dann exponentiell abfallende Arbeitslinie verwendet [203].

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = E_{c0} \cdot \varepsilon \quad \text{für } \varepsilon \leq \varepsilon_{ct} \tag{2-29}$$

Die Form und Länge des abfallenden Bereichs hängt dabei wesentlich vom Abstand der Risse untereinander, der Bruchenergie $G_F$ und bei zentrischen Zugversuchen von der Probenlänge ab. Dies wird in der numerischen Berechnung durch den Parameter $\gamma_t$ gesteuert (Details in [203]).

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = f_{ct} \cdot e^{1/\gamma_t\,(\varepsilon_{ct} - \varepsilon)} \quad \text{für } \varepsilon > \varepsilon_{ct} \tag{2-30}$$

An Koppelfugen von Spannbetonbrücken ist von einer reduzierten Zugfestigkeit auszugehen [125], weshalb sie als sichere Abschätzung dort meist zu null gesetzt wird.

Da die Betondruckfestigkeit einen zentralen und auch oft untersuchten Materialparameter im Bauwesen darstellt, werden weitere Kennwerte oftmals in Abhängigkeit von ihr formuliert. Allgemein ist sie über das 5 %-Quantil $f_{ck}$ definiert, dessen Differenz zur mittleren Druckfestigkeit $f_{cm}$ standardisiert mit 8 N/mm² definiert ist und sich aus der üblichen Standardabweichung ($1{,}645 \cdot \sigma = 1{,}645 \cdot 5$ N/mm² ≈ 8 N/mm²) ergibt. Für die mittlere Zugfestigkeit $f_{ctm}$ und den Elastizitätsmodul als Sekantenmodul $E_{cm}$ werden folgende Zusammenhänge des MODEL CODE für Normalbeton ($f_{ck} \leq 50$ N/mm²) übernommen. Der Faktor $\alpha_Z$ beschreibt nach [89] den Einfluss des Zuschlagstoffes und ist im Regelfall 1,0.

$$f_{ctm} = 0{,}3\, {f_{ck}}^{2/3} \tag{2-31}$$

$$E_{cm} = 21500 \cdot \alpha_Z \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{cm}}{10}} \tag{2-32}$$

Die Umrechnung des Sekantenmoduls, der die Arbeitslinie im Ursprung und bei $|\sigma_c| = 0{,}4\, f_{cm}$ schneidet und so bereits einen plastischen Verformungsanteil beinhaltet, in den Tangentenmodul im Ursprung $E_{c0}$, erfolgt nach MODEL CODE in Abhängigkeit der Druckfestigkeit vereinfacht mit dem Faktor $\alpha_i$.

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2\,\frac{f_{cm}}{88} \quad \leq 1{,}0 \tag{2-33}$$

$$E_{c0} = {\alpha_i}^{-1}\, E_{cm} \tag{2-34}$$

Der Tangentenmodul bildet den Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung nach einer Belastung auf 0,4 $f_{cm}$ besser ab.

Der tatsächliche Elastizitätsmodul kann aufgrund der Belastungsgeschwindigkeit, einer Vorbelastung oder der Art der Gesteinskörnung deutlich von dem in Abhängigkeit der Druckfestigkeit (-sklasse) ermittelten Wert abweichen. Dies kann in Teilen durch den Korrekturfaktor $\alpha_E$ (nach [89]) kompensiert werden, der für quarzitische Zuschläge 1 ist, aber etwa für Sandsteine

($\alpha_E$ = 0,55 bis 0,85) oder Basalt ($\alpha_E$ = 1,05 bis 0,45) erheblich abweicht und streut. Der streuende Charakter der Betondruckfestigkeit wird meist durch eine logarithmische Normalverteilung oder eine Normalverteilung beschrieben (vgl. auch Kap. 4.6).

### 2.2.3 Nacherhärtung

Durch die fortschreitende Hydratation der Klinkerphasen und die damit verbundene Zementsteinbildung nimmt die Druckfestigkeit des Betons ebenso wie seine Steifigkeit, auch nach 28 Tagen weiter zu. Randbedingungen wie die Temperatur und die Zementsorte beeinflussen hierbei den Verlauf und den Endwert der Festigkeitsentwicklung.

Zur Beschreibung dieses Verlaufs wird der verbreitete Ansatz des MODEL CODE verwendet, der sich auch im EUROCODE 2 [72] wiederfindet. Dabei wird ein Beiwert $\beta_{cc}$ der Druckfestigkeit in Abhängigkeit des Betonalters $t$ und des Zementtyps $s$ (Werte vgl. [72]) ermittelt.

$$f_c(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_c(28d) \tag{2-35}$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s\left(1-\sqrt{28/t}\right)} \tag{2-36}$$

Die zeitliche Entwicklung der Zugfestigkeit hängt wesentlich von der Nachbehandlung ab und kann deshalb nur abgeschätzt werden. Gemäß MODEL CODE kann ihr Verlauf für $t \geq 28$ d auch mit dem Skalierungsfaktor nach Gleichung (2-36) beschrieben werden, wobei für genauere Daten Versuche empfohlen werden [89]. Hier unterscheidet sich der Ansatz von dem des EUROCODE 2, der eine reduzierte Festigkeitsentwicklung ab 28 Tagen ansetzt.

Die Steifigkeitserhöhung durch Nacherhärtung erfolgt nicht in gleichem Maße, wie die Festigkeitsentwicklung. In Näherung folgt die Zunahme des E-Moduls dem $\beta_{cc}$-Verlauf mit der Potenz 0,3 [72].

$$E_c(t) = \beta_{cc}(t)^{0,3} \cdot E_c(28d) \tag{2-37}$$

### 2.2.4 Kriechen und Schwinden

Wenn Beton dauerhafter Belastung ausgesetzt ist, weist er der Belastungshöhe entsprechend ein ausgeprägtes zeitabhängiges Materialverhalten auf. Die Austrocknung des Zementsteins, Dehnungsbehinderungen und dauerhafte äußere Spannungen führen zu Kriech- und Schwindprozessen, die eine Dehnungsänderung bewirken. Die zeitabhängige Dehnungszunahme des Betons wird durch das Zusammenwirken dreier wesentlicher Mechanismen erzeugt. Hier unterscheidet man zwischen:

- Kriechen: Dehnungszuwachs bei vorgegebener konstanter Spannung
- Relaxation: Spannungsabnahme bei vorgegebener konstanter Dehnung
- Schwinden: lastunabhängige Volumenreduzierung durch Austrocknung und Hydratation

Die komplementären Prozesse des Kriechens und der Relaxation beschreiben das viskose Verhalten des Betons und sind an realen Tragwerken nicht eindeutig zu separieren; sie werden des-

halb zumeist wie auch im Folgenden gemeinsam behandelt [235, 274]. Kriecheffekte bei Zugbelastung sind meist von untergeordneter Bedeutung und werden deshalb hier vernachlässigt.

Der obigen Definition folgend, kann die Gesamtdehnung des Betons unter konstanter Spannung $\sigma_c$ zum Zeitpunkt $t$ nach Bild 2.8 in drei Komponenten zerlegt werden [274], wobei Temperaturdehnungen hier nicht betrachtet werden:

- die lastbedingte und zeitunabhängige, elastische (und ggf. plastische) Dehnung $\varepsilon_{ci}$, die mit Belastungsbeginn $t_0$ voll wirkt und sich bei vollständiger Entlastung zurückbildet;
- die zeitabhängige aber lastunabhängige Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}$, die zum Austrocknungsbeginn $t_s$ einsetzt und mit der Zeit anwächst;
- die zeit- und lastabhängige Kriechdehnung $\varepsilon_{cc}$, die ab Belastungsbeginn $t_0$ wirkt, mit der Belastungsdauer $(t - t_0)$ zunimmt und bei Entlastung zum Teil als verzögerte elastische Dehnung zurückgeht [274].

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) \tag{2-38}$$

### Kriechen

Der gängigen Modellvorstellung folgend, steigt die Kriechdehnung zunächst stark an, flacht dann ab und strebt für $t \to \infty$ bei konstantem äußerem Spannungszustand gegen einen Grenzwert (Primärkriechen). In [274] wird die starke Streuung dieses mittleren Grenzwerts durch einen Variationskoeffizienten um 0,3 charakterisiert, wobei sich dies auf das Kriechmodell der DIN 4227 von 1988 bezieht [183]. BAŽANT et al. stellen durch Verformungsmessungen an Großbrücken fest, dass die Annahme eines Endwerts für die Kriechdehnung $\varepsilon_{cc}$ nicht zutreffend sei. Da die aktuellen Modelle auf der kurzen Dauer (wenige Jahre) verschiedener Versuchsreihen und der gängigen linearen Zeitskala basieren, suggeriere dies fälschlich ein asymptotisches Verhalten [24, 30].

Verschiedene Parameter beeinflussen Verlauf und Größe der Kriechdehnung: etwa das Belastungsalter $t_0$, die lastbedingte Betonspannung $\sigma_c$, Umgebungsbedingungen (z.B. die Luftfeuchte *RH*), die Bauteilgeometrie, der Wassergehalt oder die Betonzusammensetzung, wobei letztere in vereinfachenden Modellen über die Betondruckfestigkeit erfasst werden, etwa in [72]. Oftmals unterscheidet man weiterhin zwischen dem lastbedingten Grund- (*engl.: basic creep*) und dem umgebungsabhängigen Trocknungskriechen (*engl.: drying creep*), das durch die Volumenreduktion bei der Verdunstung des ungebundenen Wassers entsteht [19]. Der Anteil des Trocknungskriechens kann dabei auch den des Grundkriechens überschreiten [274].

Der Verlauf der Kriechdehnung zeigt eine große Abhängigkeit von der langzeitig aufgebrachten Spannung, weshalb hier drei Bereiche unterschieden werden: Bis etwa 40 % der Kurzzeitdruckfestigkeit $f_{cm}$ gilt, dass ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen lastabhängiger elastischer Dehnung und der Kriechdehnung besteht (*lineares Kriechen*). Danach steigt das Verhältnis der Kriechdehnung zur nichtlinearen lastabhängigen Dehnung aufgrund der Mikrorissbildung überproportional an (*nichtlineares Kriechen*). Die Dauerstandfestigkeit bei etwa 60 - 80 % der

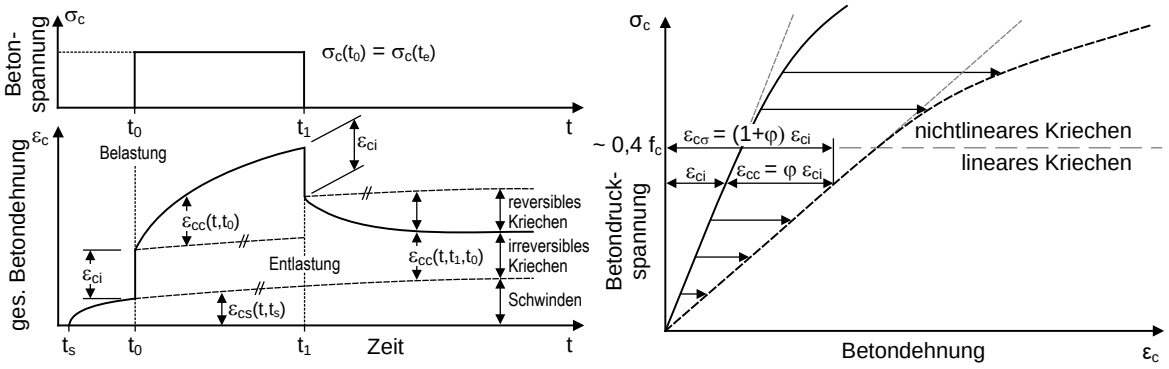



Bild 2.8: Zeit-Dehnungsverlauf für Beton aufgeteilt in elastische, Kriech- und Schwindanteile (links); Zeitverlauf des Grund- und Trocknungskriechens (rechts), nach [274]

Druckfestigkeit stellt die Spannung dar, ab der eine dauerhafte Belastung – mit Durchlaufen des Sekundär- und Tertiärkriechens – zum Versagen führt [274].

Kriechvorgänge im linearen Kriechbereich ($\sigma_c < 0{,}4\, f_{cm}$) lassen sich vereinfacht mit der Kriechzahl $\varphi$ beschreiben, die das Verhältnis der Kriechdehnung $\varepsilon_{cc}$ unter Dauerlast zur elastischen Dehnung $\varepsilon_{ci}$ und damit auch zur elastischen Spannung $\sigma_c$ beschreibt (Bild 2.8, rechts). Dabei werden die elastische Dehnung und Spannung über den anfänglichen 28-Tage-Tangenten-Elastizitätsmodul im Ursprung $E_{c0}$ verknüpft.

$$\varepsilon_{cc} = \varphi\, \varepsilon_{ci} \tag{2-39}$$

$$\varepsilon_{c\sigma} = \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{ci}(1 + \varphi) \tag{2-40}$$

Es wird die sogenannte Kriech- oder Konformitätsfunktion $J(t,t_0)$ (*engl.: creep compliance*) eingeführt, die den zeitlichen Verlauf der lastbedingten Dehnung als Summe von elastischer und Kriechdehnung beschreibt.

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c0}}\,(1 + \varphi) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \tag{2-41}$$

Die mathematische Abbildung dieser Kriechfunktion ist eines der zentralen Elemente vergangener und aktueller Forschung [28]. Da eine aufwendige Beschreibung des tatsächlichen Kriechprozesses unter Berücksichtigung sämtlicher chemisch-physikalischer Einflüsse erforderlich wäre, werden stattdessen allgemeinere Ansätze gesucht. An dieser Stelle seien einige grundlegende Entwicklungen vorgestellt; einen zusammenfassenden und chronologischen Überblick geben [4, 28, 38].

Mechanisch lässt sich das Verformungsverhalten von Beton unter zeitabhängiger Belastung durch rheologische Modelle beschreiben. Diese kombinieren Feder- (Hooke-), Dämpfer- (Newton-) und Reibelemente (St. Vernant-Element) in unterschiedlicher Weise, um das elastische, viskose und plastische Verhalten abzubilden; vgl. [4]. Sie stellen das zeitabhängige Materialverhalten implizit (auf Basis einer Differentialgleichung) oder explizit (etwa als spezielle Lösung einer Differentialgleichung oder empirisch) dar.

Für die mathematische Formulierung des Kriechvorgangs wurden zunächst empirische Ansätze verwendet, die zwar nicht auf der Basis der Rheologie entwickelt wurden, sich aber oftmals auf

rheologische Modelle zurückführen lassen [38, 235]. Erste Formulierungen gehen dabei auf DISCHINGER [77] zurück. Allerdings zeigen sie aufgrund des Zusammenwirkens unterschiedlicher Prozesse und der Vielzahl von Einflussparametern oftmals eine große Abhängigkeit von der – konstanten – Versuchskonfiguration und sind bei abweichenden Randbedingungen entsprechend ungenau – etwa bei variabler Last [235].

Zur Beschreibung des Kriechverlaufs wurden im Laufe der Zeit Exponential-, Potenz-, Logarithmus- oder Hyperbelfunktionen verwendet, die durch Summen- oder mittlerweile meist durch Produktansätze kombiniert werden, um den zeitinvarianten viskoelastischen mit dem zeitvarianten viskoplastischen Anteil im Kriechverlauf zu verknüpfen [183, 235].

Die Weiterentwicklung rheologischer Modelle zur mechanisch begründeten Beschreibung des Verformungsverhaltens von Beton basiert auf einer Kombination der zuvor beschriebenen Feder- und Dämpferelemente. Den elementaren Kriechprozess bildet ein KELVIN-Körper (Parallelschaltung von Feder und Dämpfer) und die komplementäre Relaxation ein MAXWELL-Körper (Reihenschaltung beider) nach Bild 2.9 (rechts) ab. Kombinationen beider Elemente in unterschiedlicher Schaltung ermöglichen eine gute Abbildung des viskoelastischen Materialverhaltens von Beton und stellen die Grundlage der *linearen Viskoelastizitätstheorie* dar [257, 258, 270]. Mit ihr wird der Kriechvorgang als eine überkritisch gedämpfte Schwingung interpretiert und durch eine Differentialgleichung beschrieben. Diese kann – sofern möglich – analytisch oder etwa durch numerische Verfahren schrittweise gelöst werden [235]. Aufgrund der vorausgesetzten Linearität lassen sich variable Belastungen durch Superposition erfassen [257].

Rheologische Modelle erfordern zeitlich unveränderliche Materialeigenschaften, die für den Werkstoff Beton jedoch nicht gegeben sind und somit eine wesentliche Vereinfachung darstellen. Um dieses Defizit zu beheben, wurde die Verfestigungstheorie (*engl.: solidification theory*) [26, 27] entwickelt, die etwa die Nacherhärtung des Betons durch eine Volumenzunahme des Zementsteins beschreibt. Dessen zeitunabhängiges Fließverhalten bilden erneut rheologische Modelle ab, die dazu das reversible Kurzzeitkriechen (viskoelastischer Anteil) vom irreversiblen Langzeitkriechen (viskoser Anteil) separieren.

Aus der Verfestigungstheorie entwickelt BAŽANT das Kriech- und Schwindmodell B3 [20–22], dessen Vorteil insbesondere die Kalibrierbarkeit anhand von Messdaten ist. Die Kriechfunktion mit fünf freien Parametern wird durch lineare Regression an die Messungen angepasst und unscharfe Einflüsse werden so erfasst [22, 30]; vgl. Bild 2.9 links sowie Abs. 4.5.2 und 5.4.2.
Zur verbesserten Berücksichtigung der Langzeiteffekte, die auf die Relaxation der Mikrovorspannung im Zementstein zurückgehen, wurde die Verfestigungstheorie zur Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie (*engl.: microprestress-solidification theory*) [23] erweitert. Diese beschreibt das Entstehen und Nachlassen von Mikrozugvorspannungen im Zementgel und erfasst so auch das Trocknungskriechen im Langzeitverlauf („*Pickett-Effekt*“). Für beide Ansätze gilt allerdings, dass die Ergebnisse ebenfalls stark von den Versuchsdaten zur Kalibrierung abhängen. Wird das Modell um einen künstlichen Nichtlinearitätsfaktor erweitert, kann Kriechen auch bis zum Versagen abgebildet werden.

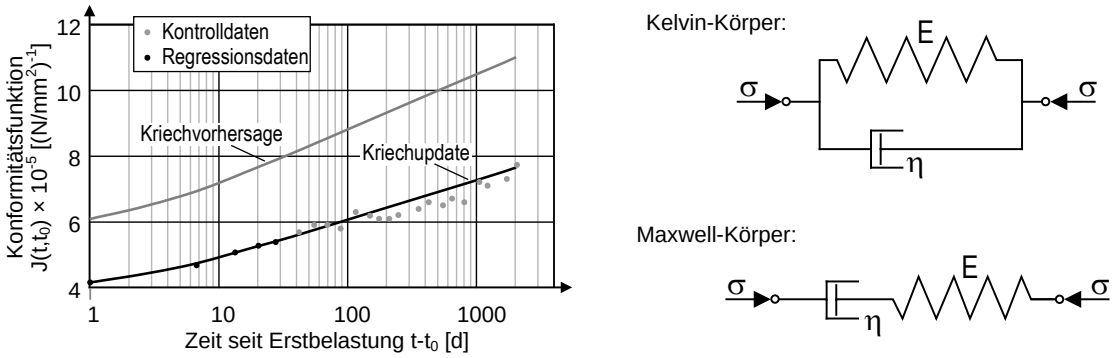



Bild 2.9: Verbesserter Kriechansatz mittels Regression von Messdaten, nach [22] (links); KELVIN- und MAXWELL-Körper (rechts)

Kriechmodelle auf Basis der linear-viskoelastischen Modellvorstellung sind wie beschrieben nur für lineares Kriechen ($\sigma_c < 0{,}4\, f_{cm}$) gültig, wobei selbst dieses Axiom angezweifelt wird [38, 235]. Überschreiten die Druckspannungen die mit dem Mikrorisswachstum verbundene Linearitätsgrenze, so sind nichtlineare Verfahren zur Ermittlung der Kriechdehnung zu verwenden. Zur groben Abschätzung kann dazu die Endkriechzahl $\varphi(\infty,t_0)$ gemäß MODEL CODE bis zur Grenze von 0,6 $f_c$ durch einen vereinfachten Ansatz angepasst werden; vgl. [89]. Für genauere Prognosen ist bei variabler Belastung die Lastgeschichte zu berücksichtigen, was mittels Superpositionsprinzip nicht zulässig ist und somit „echte" Nichtlinearität erfordert. Einen Ansatz bietet etwa das nichtlineare Kriechmodell auf Basis der viskoelastischen elastoplastischen Kontinuumsschädigungstheorie von BOCKHOLD [38]. Einen speziell für Langzeitkriechen entwickelten numerischen Ansatz stellt YU vor, der unter anderem Einflüsse der Rissbildung erfasst [269].

### Schwinden

Der dritte wesentliche zeitabhängige Prozess (vgl. Aufzählung auf S. 23) ist das Schwinden, das eine hydratationsbedingte Volumenänderung beschreibt, die bei Dehnungsbehinderung zu Schwindrissen führen kann. Ebenso wie das Kriechen beschreibt es ein Zusammenspiel vieler verschiedener Prozesse: Chemisches Schwinden beschreibt die Tatsache, dass das Volumen des hydratisierten Zementgels geringer ist als das der Einzelanteile Zement und Wasser, aus denen es entsteht. Die innere Austrocknung des Betons bei einem, zur vollständigen Hydratation des Zements nicht ausreichendem Wasseranteil ($w/z < 0{,}4$), wird als autogenes Schwinden (früher: Schrumpfen) bezeichnet. Beide werden als Grundschwinden $\varepsilon_{cas}$ (*engl.: autogenous shrinkage*) zusammengefasst, das für Normalbetone ebenso wie das plastische Schwinden des jungen Betons während der Erstarrungsphase und der Volumenreduzierung bei Karbonatisierung (Karbonatisierungsschwinden) nur einen geringen Anteil ausmacht und ggf. sogar vernachlässigbar ist; für hochfeste Betone kann es jedoch maßgebend werden [184]. Bedeutender ist zumeist das Trocknungsschwinden $\varepsilon_{cds}$ (*engl.: drying shrinkage*), das aufgrund eines stark verzögerten Diffusionsprozesses innere Zwangsspannungen erzeugt. Bis sich ein Feuchtegleichgewicht mit der Umgebung einstellt, können in Abhängigkeit der Bauteilabmessungen mehrere Jahrzehnte vergehen [184].

In der mathematischen Betrachtung wird die gesamte Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}$ als Summe aus Grund- und Trocknungsschwinden bestimmt (Gln. (2-42) bis (2-44)). Beide Anteile werden in gängigen Regelwerken zumeist durch betonabhängige Grundmaße ($\varepsilon_{cas0}$ und $\varepsilon_{cds0}$), skalierende Zeitfunktionen ($\beta_{as}$ und $\beta_{ds}$) und weitere empirische Beiwerte (etwa $\beta_{RH}$ für die Luftfeuchte oder $h_0$ als wirksame Bauteildicke) beschrieben. Wie auch beim Kriechen werden Einflüsse betontechnologischer Parameter oft vereinfachend nur mithilfe der Betondruckfestigkeit erfasst. Plastisches Schwinden und Karbonatisierungsschwinden werden zumeist vernachlässigt [183].

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \tag{2-42}$$

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_c) \cdot \beta_{as}(t) \tag{2-43}$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_c) \cdot \beta_{RH} \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \tag{2-44}$$

Gültig sind die Zusammenhänge nach Gln. (2-42) bis (2-44) in dieser Form prinzipiell nur bei konstanten Umgebungsbedingungen der Luftfeuchte und Temperatur.

### 2.2.5 Verhalten bei zyklischer Beanspruchung und Betonermüdung

Das Tragverhalten von Beton zeigt im Gegensatz zu den meisten metallischen Werkstoffen eine starke Mittelspannungsabhängigkeit. Bekanntermaßen variiert die Druckfestigkeit gängiger Betonsorten als ihr charakterisierender Parameter um ein Vielfaches. Aus diesen beiden Gründen hat sich die Definition der Ermüdungswiderstände über die, auf die Druckfestigkeit bzw. den Referenzwert $f_{ck,fat}$ normierte, Ober- und Unterspannung etabliert. Der Referenzwert $f_{ck,fat}$ berücksichtigt, dass die Ermüdungsempfindlichkeit mit der Druckfestigkeit des Betons ansteigt, indem beide über Nacherhärtung und Festigkeitsabnahme bei dauerhafter Last gekoppelt sind [89]. In Abhängigkeit der Zeit, der Druckfestigkeit und der Zementart gilt überschlägig: $f_{ck,fat} \approx 0{,}82\, f_{ck}$ [184].

Obwohl sich eine Dauerfestigkeit auch für Beton bisher nicht nachweisen ließ, wurden, wie auch beim Stahl, nur wenige Versuche mit mehr als $10^7$ Lastwechseln durchgeführt. Nach [133] liegt eine Quasi-Dauerfestigkeit für Druckschwellbelastungen ($R = \pm\infty$) bei einer Oberspannung von etwa 0,4 $f_{cm}$ und etwa $10^{10}$ bis $10^{11}$ Lastzyklen vor, wobei dies erheblichen Streuungen unterworfen ist [184].

Unter zyklischer Druckbelastung im Zeitfestigkeitsbereich verändert sich die Krümmung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von einer konkaven in eine konvexe Form. Sie gleicht sich kontinuierlich dem stets konvexen Verlauf der Entlastungsphase (Schließen der Hysterese) an und durchläuft dabei folglich eine quasi-lineare Phase. Bei geringerer Oberspannung ist diese Phase deutlich stärker ausgeprägt [90].

Verschiedene Versuche (VAN ORNUM, MEHMEL & KERN, in [90]) zeigen, dass die zyklische Hysterese sich insbesondere in den ersten Lastwechseln nicht schließt und plastische Verformungsanteile verbleiben. Diese weisen eine Analogie zur Kriechevolution mit den drei Phasen (Primär-, Sekundär- und Tertiärkriechen) auf, wobei SPARKS & MENZIES [246] eine große Ähn-

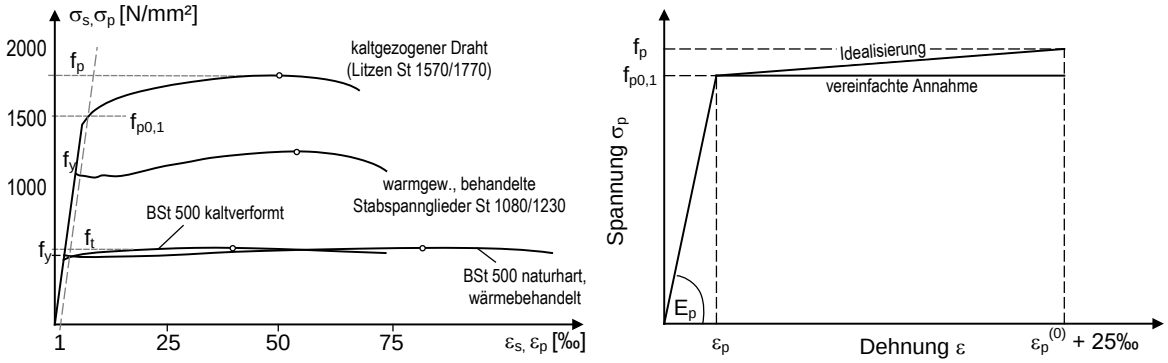



Bild 2.10: Arbeitslinien verschiedener Stähle, nach [274] (links); idealisierte Spannungs-Dehnungsbeziehung für die Berechnung (rechts)

lichkeit der zyklischen Verzerrungsrate zu der des Sekundärkriechens feststellen. Die Degradation des Betons verläuft analog und kann bspw. unter niederzyklischer Belastung durch eine Steifigkeitsreduktion infolge einer Energiedissipation beschrieben werden; vgl. etwa [201].

## 2.3 MATERIALVERHALTEN VON BETON- UND SPANNSTAHL

### 2.3.1 Materialverhalten bei monotoner Belastung

Betonstahl (Index *s* bzw. *y*) weist eine Spannungs-Dehnungsbeziehung auf, die in guter Näherung für den Druck- und Zugbereich identisch ist. Dem linear-elastischen Verlauf mit dem Elastizitätsmodul $E_s$ bis zum Erreichen der Fließ- $f_y$ bzw. Quetschgrenze (Gl. (2-45)) schließt sich zunächst ein Fließplateau mit gleichbleibender Spannung bei anwachsender Dehnung an (Bild 2.10). Danach folgt ein plastischer Verfestigungsbereich mit geringerer Steigung bis zur Zugfestigkeit $f_t$, ab der keine Laststeigerung mehr möglich ist. Im weggesteuerten Versuch stellt sich im Folgenden ein Spannungsabfall mit einhergehender Einschnürung des Probenquerschnitts bis zum Bruch ein. Der charakterisierende Parameter der Bruchdehnung $\varepsilon_u$ ist dagegen über das Erreichen der Zugfestigkeit definiert [274].

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \cdot \varepsilon \qquad \text{für } \varepsilon \le \varepsilon_y = f_y/E_s \\ \sigma_p &= E_p \cdot \varepsilon \qquad \text{für } \varepsilon \le \varepsilon_p = f_{p0,1}/E_p \end{aligned} \tag{2-45}$$

Spannstähle (Index *p*) werden durch entsprechende Vergütungsverfahren i. d. R. mit höheren Festigkeiten als Betonstahl hergestellt und weisen einen erhöhten Kohlenstoffgehalt auf. Von zentraler Bedeutung ist dabei die Unterscheidung zwischen warm- und kaltverformten Stählen, da letztere keine ausgeprägte Streckgrenze aufweisen (Bild 2.10, links). Hier wird in der gängigen Bezeichnung die Spannung, bei der 0,2 % plastische Dehnung verbleiben, als Referenz für die Streckgrenze $f_{p0,2}$ definiert. Aus dieser wird die Spannung bei 0,1 % plastischer Dehnung als technische Streckgrenze $f_p$ abgeleitet. Aufgrund der Duktilität des Spannstahls, wird die Grenzdehnung von 25 ‰ (für Betonstahl), als rechnerische Bruchdehnung $\varepsilon_u$, in der allgemeinen Regelung erhöht. Für die Bemessung darf diese in Abhängigkeit der Vordehnung im Spannbettzustand mit $\varepsilon_p^{(0)}$ + 25 ‰ bestimmt werden [274].

Der Wert des Elastizitätsmoduls gilt gemeinhin als wenig streuungsbehaftet und wird etwa in [274] generell für Bewehrungs- und Spannstahl als Stäbe als Mittelwert zu $E_s = E_p = 200000$ N/mm² angenommen. Für Drähte und Litzen gelten geringfügig andere Werte.

MODEL CODE und EUROCODE 2 verzichten auf die detaillierte Abbildung des Fließplateaus und des nichtlinearen Verfestigungsbereichs und setzen eine bilineare Spannungs-Dehnungsbeziehung an. Diese setzt sich aus dem linear-elastischen Bereich und einem horizontalen oder linear bis zur Zugfestigkeit ansteigenden Verlauf zusammen (Bild 2.10, rechts).

$$\sigma_s = f_y + \left(\varepsilon - \varepsilon_y\right) \cdot \frac{f_t - f_y}{\varepsilon_u - \varepsilon_y} \quad \text{für } \varepsilon > \varepsilon_y$$
$$\sigma_p = f_{p0,1} + \left(\varepsilon - \varepsilon_p\right) \cdot \frac{f_p - f_{p0,1}}{\varepsilon_p{}^{(0)} + 0{,}025 - \varepsilon_p} \quad \text{für } \varepsilon > \varepsilon_p \tag{2-46}$$

Bestehen Anforderungen an die detailliertere und realitätsnähere Beschreibung des plastischen Bereichs, können Ansätze wie der nach PÖLLING verwendet werden; vgl. [203].

### 2.3.2 Zeitabhängiges Verhalten

Bei dauerhafter konstant hoher Dehnung, nimmt die Spannung im Stahl ab – dieses Phänomen wird als Relaxation bezeichnet (vgl. auch Kap. 2.2.4). Anders als bei Beton, dessen Tragverhalten maßgeblich durch Kriechen und Schwinden beeinflusst wird, hat für Beton- und Spannstahl die Relaxation den maßgebenden zeitabhängigen Einfluss. Insbesondere beim Spannstahl wird das Tragverhalten aufgrund seiner dauerhaften und nennenswert hohen Vordehnung wesentlich beeinflusst.

Bei hoher Initialdehnung nähern sich die Relaxationsverluste rasch und mit überproportionalem Verlauf ihrem Endwert an. Das Relaxationsverhalten ist von der Temperatur, der Zusammensetzung des Stahls und den Randbedingungen der Herstellung abhängig. Im Allgemeinen wird $\rho_{1000}$, das den prozentualen Spannungsrückgang nach 1000 Stunden beschreibt, als Referenzwert verwendet. Dieser ermittelt sich aus Versuchen und ist in der entsprechenden Zulassung angegeben. I. d. R. liegen die Werte zwischen 2,5 % und 8,0 %, für warmgewalzte vergütete Stabstähle etwa bei 4,0 % [274]. Diese Werte entsprechen zugleich den Relaxationsmaßen der drei vorgegebenen Klassen des EUROCODE 2.

### 2.3.3 Einflüsse auf die Ermüdungseigenschaften

Da grundlegende Zusammenhänge der Ermüdung bereits in Abs. 2.1 erläutert wurden, seien an dieser Stelle nur die besonderen Eigenschaften von Beton- und Spannstahl sowie deren Verhalten im Verbund mit Beton auf Basis von Versuchsergebnissen zusammenfassend erläutert.

Die Ermüdung von Beton- und Spannstahl ist großen Streuungen unterworfen – zusätzlich hängt sie von vielen Parametern ab, die mitunter auch in Interaktion wirken und hier nicht vollständig erläutert werden können, da sie in Teilen noch nicht ausreichend erforscht sind. Wesentliche Einflussparameter, die neben der Beanspruchungshöhe und den Materialeigenschaften (vgl.

Kap. 2.1) die Ermüdungslebensdauer von Beton- und Spannstahlproben bestimmen, sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Tabelle 2.1: Einflussparameter auf das Ermüdungsverhalten von Beton- und Spannstahl

| **Einflussparameter** | **Auswirkung auf die Ermüdungsfestigkeit** | **Wertung des Einflusses** + groß – gering |
|---|---|---|
| **Korrosion**<br>- **Lochfraß** | senkt die Ermüdungsfestigkeit durch Querschnittsreduzierung und Spannungskonzentration an der Narbe [189] | + + |
| - **Flächenkorrosion** | reduziert die Querschnittsfläche und die Ermüdungsfestigkeit in gleichem Maße | i. d. R. – |
| **Reibung**<br>- **Reibermüdung (*fretting fatigue*)** | mechanische Scheuerbeanspruchung durch Relativbewegung des Stahls zum Reibpartner (etwa Hüllrohr) bei Querpressung [83] | + |
| - **Reibkorrosion (*fretting corrosion*)** | Reibermüdung bei gleichzeitiger Korrosion;<br>Ermüdungsfestigkeit um 40 - 70 % reduziert [137] | + + |
| **Kopplungen** | Gewinde oder Keilverankerungen bedeuten eine Kerbung bzw. erzeugen Reibermüdung | je nach Konstruktion: + |
| **Verbund** | einbetoniert erhöht sich die Ermüdungsfestigkeit von Betonstahl um 13 % [166] bis 20 % [137];<br>für glatten Spannstahl ist der Einfluss gering | Betonstahl: –<br>Spannstahl: – – |
| **Probendurchmesser** | mit zunehmendem Durchmesser sinkt die Ermüdungsfestigkeit (erhöhte Wahrscheinlichkeit für oberfl. Fehlstellen);<br>Einfluss bei glatten Spannstählen geringer als bei gerippten Betonstahl [137] | – |
| **Krümmung** | für Betonstahl sinkt die Ermüdungsfestigkeit mit sinkendem Biegerollendurchmesser erheblich [191];<br>für übliche Spannstahlkrümmungen kein Einfluss | Betonstahl: +<br>Spannstahl: – – |
| **Temperatur** | steigende Temperatur beschleunigt das Risswachstum [78];<br>Einfluss im klimatischen Bereich sehr gering | i. d. R. – – |
| **Belastungsfrequenz** | Ermüdungsfestigkeit steigt mit der Belastungsfrequenz [54] | für Laborversuche relevant |
| **Vergütung** | die Kerbempfindlichkeit steigt in der Reihenfolge vergüteter Draht, warmgewalzter Stabstahl, gezogener Draht [137] | + |

Umfängliche Untersuchungen und vergleichende Auswertungen von Versuchsergebnissen zum Ermüdungsverhalten von Betonstahl und Stahlbetonstrukturen unter speziellen Randbedingungen wurden von TILLY, HARRE, MAURER und anderen durchgeführt [54, 111, 166, 207, 255, 256, 274]. NÜRNBERGER untersuchte Einflüsse auf blanke Spannstähle [190]. Einen Überblick über Versuchsserien an Spanngliedern im Verbund gibt etwa [83], der durch neuere Untersuchungen zum Einfluss der Reibermüdung in [209] ergänzt wird. Wesentliche Parameter und Zusammenhänge mit Relevanz für Spannbetonbrücken seien hier zusammenfassend dargestellt.

### Korrosion

Lochfraßkorrosion reduziert die Ermüdungsfestigkeit durch Spannungsspitzen an Korrosionsnarben überproportional zum zusätzlichen Querschnittsverlust [137, 189]. Dies kann bei Betonstahl durch modifizierte Wöhlerlinien berücksichtigt werden. Am Spannstahl tritt Lochfraßkorrosion etwa dann auf, wenn Chloride lokal in den Beton eindringen – Risse beschleunigen diesen Prozess. Vorspannung erhöht die Korrosionsanfälligkeit des Spannstahls. Bei einer mechanischen Beanspruchung von kritischen Stahltypen in einer angreifenden Umgebung (Elektrolyt) kann Spannungsrisskorrosion auftreten. Bei Spannstählen wird sie durch Wasserstoff ausgelöst; es entsteht kein Korrosionsprodukt. Flächige Korrosion entsteht etwa bei Karbonatisierung des Betons und zu geringer Betondeckung. Sie kann als Querschnittsreduzierung interpretiert werden und so in numerische Simulationen einfließen; vgl. [2]. Sie spielt jedoch für übliche Korrosionsraten eine untergeordnete Rolle [137, 255].

### Reibung

Relativbewegungen zwischen dem Stahl und einem anderen Werkstoff (etwa dem Hüllrohr oder bei Litzen zwischen den Drähten), verbunden mit Querpressungen, reduzieren den Ermüdungswiderstand – man spricht von Reibermüdung (*engl.: fretting fatigue*). Bei zusätzlicher Korrosion wird der Vorgang als Reibkorrosion (*engl.: fretting corrosion*) bezeichnet [274]. Eine umfangreiche Zusammenstellung von Versuchsserien an Spannbetonträgern in [83] zeigt, dass insbesondere die Größe der Querpressung und die Materialien der Reibpartner maßgebende Parameter sind.

Für Spannbetonbauwerke im nachträglichen Verbund ist die Reibermüdung von Bedeutung, da verfahrensbedingt i. d. R. eine Kontaktfläche zum Hüllrohr besteht und im ggf. vorhandenen Riss Relativverschiebungen entstehen. Als Reibpartner sind metallische Hüllrohre insbesondere im Dauerfestigkeitsbereich ungünstiger als solche aus Kunststoff.

Die Übertragbarkeit von frei schwingend ermittelten Ermüdungskennwerten auf Spannglieder im Verbund wird deshalb von verschiedenen Autoren als nicht gegeben angesehen. Unterschiedliche Versuche zeigen, dass die Ermüdungsfestigkeit bei $2 \cdot 10^6$ Lastspielen um 40 bis 70 % reduziert sein kann [137].

### Kopplungen, Verbindungen und Verankerungen

Durch die Art der Verbindung stellen Kopplungen mit Gewinde oder Keilverankerungen eine Schwächung bzw. Kerbung dar. Zusätzlich tritt an der Verbindung zum Ankerelement Reibermüdung auf, die durch eine optimierte Konstruktion und Elemente zur Reibungsminderung reduziert werden kann [137]. Versuche an einbetonierten Kopplungen in [141] zeigen, dass der Spannstahl dabei zumeist am Anfang des Kopplungselements versagt. Dies wird durch angepasste Widerstände (Wöhlerlinien) kompensiert, wobei die zugrunde liegenden Versuchsdaten statistisch nur schwach abgesichert sind [137].

### Verbund

Aufgrund der zumeist unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheit von Beton- und Spannstahl, zeigen beide im einbetonierten Zustand mitunter divergierende Eigenschaften im Ermüdungsverhalten. So erhöht der Verbund die Ermüdungsfestigkeit des Betonstahls, da die Wahrscheinlichkeit gering ist, dass die potentielle (schwächste) Anrissstelle des Stahls auch im Riss liegt, wo die größten Spannungsschwingbreiten entstehen. MAURER et al. [166] stellen eine um etwa 13 % erhöhte Ermüdungsfestigkeit an zentrisch gezogenen einbetonierten Bewehrungsstäben fest, andere Quellen sogar bis 20 % [137]. Aufgrund des geringeren Verbunds tritt bei glattem Spannstahl Reibermüdung auf, weshalb Untersuchungen zum Verbundeinfluss vorrangig in Interaktion mit anderen Faktoren (wie der Reibermüdung, Kopplungen etc.) durchgeführt wurden.

### Probendurchmesser

Mit zunehmendem Probendurchmesser steigt für Betonstahl die Wahrscheinlichkeit für Oberflächenfehlstellen (insbesondere an Rippen), jedoch ist der Einfluss bei einbetonierten Stäben geringer als beim blanken Stab. Versuche an freien Stäben in [255] zeigten eine um 25 % reduzierte Ermüdungsfestigkeit im Dauerfestigkeitsbereich zwischen den Durchmessern 16 und 40 mm, wobei andere Untersuchungen diesbezüglich sehr stark streuen [54]. Der Einfluss ist beim Spannstahl aufgrund der zumeist glatten Oberfläche geringer [137].

### Weitere Einflüsse

Weitere Einflussfaktoren wie die **Krümmung** und die **Temperatur** sind für Spannstahl unter üblichen Randbedingungen der praktischen Nutzung im Bauwerk und die dann zumeist elastische Biegung ohne wesentliche Bedeutung. Für Betonstahl sinkt die Ermüdungsfestigkeit etwa bis auf 32 % bei einbetonierten Stählen mit Biegerollendurchmessern $5Ø_s$ [191]. Steigt die Temperatur signifikant an, beschleunigt sie den Rissfortschritt [78], niedrige Temperaturen erhöhen die Ermüdungsfestigkeit [190].

Der Einfluss der **Belastungsfrequenz** ist für Vergleichbarkeit von Laborversuchen mit realen Belastungen von Bedeutung, da die Ermüdungsfestigkeit mit zunehmender Frequenz – auch unter Reibkorrosion – ansteigt [54]. So kann ein hochfrequenter Versuch die ertragbaren Lastspielzahlen überschätzen.

Spannstahl weist je nach Herstellungsverfahren eine entsprechende **Kerbempfindlichkeit** auf, die in der Reihenfolge vergüteter Draht, warmgewalzter Stabstahl, gezogener Draht zunimmt [137].

Der **Mittelspannungseinfluss** hängt neben der Festigkeit auch von der Stahlsorte und dem Herstellungsverfahren ab. So ist er für glatte Stäbe größer als für gerippte und bei Litzen sehr gering (vgl. Kap. 2.1.2).

Vereinfacht und verschiedene Parameter zusammenfassend werden die Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit in den gängigen Regelwerken durch angepasste Wöhlerlinien für Beton- und

Spannstähle in Abhängigkeit von Krümmungen, Verbindungen, Verbund- und Stahlart sowie des Hüllrohrmaterials berücksichtigt [72, 89].

#### Niederzyklische Belastung

Unter niederzyklischer Belastung zeigen Versuche, dass sich für Bewehrungsstahl – analog zum Beton – die Umhüllende der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen in guter Näherung durch die Arbeitslinie der monotonen Belastung darstellen lässt (vgl. [201]). Die reduzierte Fließgrenze bei Umkehrung der Belastung nach vorheriger Plastifizierung beschreibt der BAUSCHINGER-Effekt – entsprechend gilt dies auch für monoton belastete kaltverformte Stähle.

### 2.3.4 Tragverhalten im Verbund

Das Verbundverhalten von Beton und Stahl wird zumeist vereinfacht durch eine Kraftübertragung mittels Schubspannungen $\tau_b$ beschrieben. Diese entsteht aus den Differenzen zwischen Beton- und Stahldehnungen, die sich aus der rissbedingten Relativverschiebung ergeben. Tatsächlich erfolgt die Kraftübertragung durch ein Zusammenwirken von Haftung bzw. Reibung und bei gerippten Betonstählen im Wesentlichen durch die mechanische Verzahnung der Rippen mit dem Beton [274]. All dies wird in einer integralen Beziehung zusammengefasst.

Insbesondere unter zyklischer Belastung sind signifikante Unterschiede zwischen Beton- und Spannstahl festzustellen, da sich Stabspannstahl ($\Delta\varepsilon_p$) aufgrund der zumeist glatten Oberfläche, im gerissenen Querschnitt der Belastung in größerem Maße entzieht als der gerippte Betonstahl ($\varepsilon_s$), vgl. Bild 2.11. Dies ist auf geringere Verbundspannungen zwischen Spannstahl und Beton zurückzuführen. Versuche an teilvorgespannten Platten in [127] zeigten, dass die Betonstahlspannungen den rechnerischen Wert bis zu 23 % überstiegen. Gängige Regelwerke erhöhen deshalb die Betonspannungen mit dem Faktor $\eta_s$ nach Gleichung (2-47) in Abhängigkeit der Spannstahl- und Verbundart sowie der jeweiligen Bewehrungsmengen und -durchmesser. Dabei berücksichtigt $\xi$ den Spannstahl- und Verbundtyp und liegt nach MODEL CODE zwischen 0,20 und 1,0 (für gerippte Stabspannstähle) [89].

$$\eta = \frac{A_s + A_p}{A_s + A_p \cdot \sqrt{\xi \cdot \emptyset_s / \emptyset_p}} \tag{2-47}$$

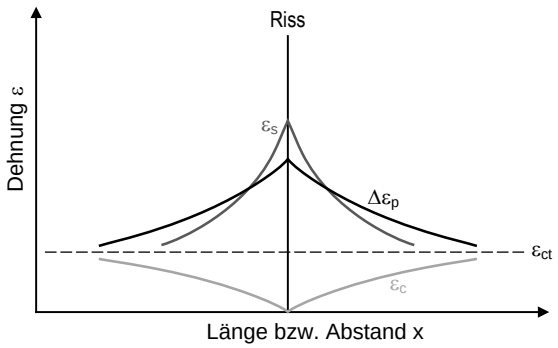



Bild 2.11: Prinzipielle Verläufe von Dehnungen von Beton ($\varepsilon_c$), Betonstahl ($\varepsilon_s$) und Spannstahl ($\Delta\varepsilon_p$) am Einzelriss

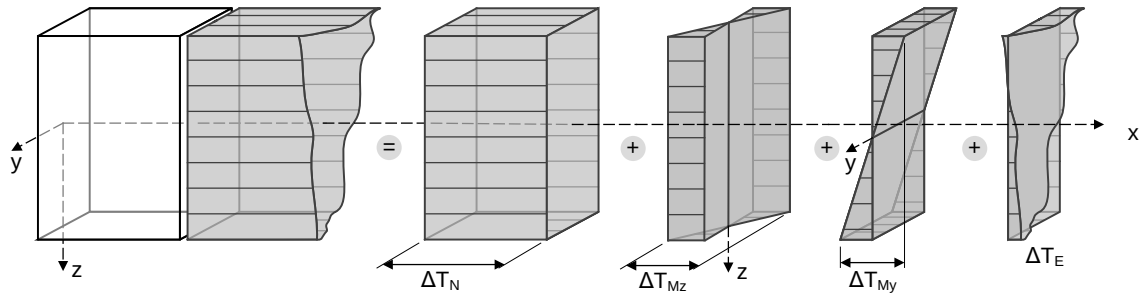



Bild 2.12: Zerlegung des Temperaturprofils in vier Anteile, nach EUROCODE 1-1-5

Diese vereinfachte Abschätzung erfasst viele weitere Einflussgrößen wie das Lastniveau, den Zustand der Rissbildung, die Festigkeiten von Beton und Einpressmörtel nicht und ist nach [82] mitunter sehr ungenau, weshalb dort beispielsweise Federmodelle zur Abbildung des Verbundverhaltens vorgeschlagen werden. Bei Spanngliedern im nachträglichen Verbund, die in Hüllrohren liegen, ist die Verbundsteifigkeit aufgrund der zweiten Verbundfuge zwischen Hüllrohr und Beton zusätzlich reduziert [274].

## 2.4 TEMPERATURBEANSPRUCHUNGEN

Wie der Schadensfall an der Hochstraße Prinzenallee in Düsseldorf 1976 gezeigt hat, haben Zwangsspannungen durch ungleiche Erwärmung einen wesentlichen Einfluss auf die Ermüdungsgefährdung von Spannbetonbrücken [140, 177].

Die Verteilung der Temperatur in einem Bauteil stellt sich unter üblichen Bedingungen stetig aber nichtlinear ein. Sie wird bei Brückenquerschnitten von klimatischen und geometrischen Randbedingungen bestimmt: neben direkter und diffuser Sonnenstrahlung wirken sich Wind, die Lufttemperatur und Reflexionsstrahlungen auf die Temperaturverteilung aus. Zusätzlich beeinflussen die Querschnittsgeometrie, die Lage und Ausrichtung des Bauwerks sowie wärmetechnische Materialeigenschaften diese. Weitere Faktoren werden in Abschnitt 2.4.2 beschrieben.

Durch die Wärmeausdehnung der Baustoffe entstehen bei statisch unbestimmten Systemen Zwängungen, deren Verteilung über den Querschnitt nichtlinear ist. Die bemessungsrelevanten Anteile werden durch Biegemomente und somit eine lineare Temperaturverteilung repräsentiert. Der allgemeinen Definition folgend wird ein beliebiges Temperaturfeld eines Querschnitts in vier wesentliche, idealisierte Anteile aufgeteilt (vgl. Bild 2.12):

- konstanter Anteil ($\Delta T_N$): die Differenz der mittleren Querschnittstemperatur zur Aufstelltemperatur ($T_0$)
- linearer vertikaler Anteil ($\Delta T_{My}$): der Temperaturunterschied zwischen oberem und unterem Querschnittsrand um die y-Achse aus unterschiedlicher Erwärmung; wird linearisiert
- linearer horizontaler Anteil ($\Delta T_{Mz}$): analog zum vertikalen Temperaturgradienten, jedoch in horizontaler Richtung um die z-Achse und meist geringer; hat aufgrund der hohen Steifigkeit ($EI_z >> EI_y$) auf das Tragverhalten des Brückenüberbaus nur einen geringen und vernachlässigbaren Einfluss; ist ggf. für Übergänge relevant

- nichtlinearer Anteil ($\Delta T_E$): Ergänzung der Summe der linearen und konstanten Komponenten zum realen Temperaturprofil; ist i. d. R. durch die Mindestbewehrung abgedeckt.

In der Bemessung wird meist nur der lineare vertikale Anteil $\Delta T_{My}$ berücksichtigt, der zudem zu zwei konstanten charakteristischen Werten vereinfacht wird. Genauere Werte des Temperaturgradienten können durch eine (numerische) Berechnung des instationären Temperaturfelds des Querschnitts oder durch Messungen ermittelt werden.

### 2.4.1 Temperaturbeanspruchungen von Betonbrücken

Während der konstante Temperaturanteil $\Delta T_N$ etwa für integrale Bauwerke von größerer Bedeutung ist, bewirkt er in zwängungsfrei gelagerten Konstruktionen einzig Längenänderungen. Zur Berücksichtigung bei der Berechnung gibt etwa der EUROCODE 1, Teil 1-5 (+NA) [68, 69] die minimale und maximale Außenlufttemperatur (für Deutschland: $T_{min}$ = -24 °C und $T_{max}$ = +37 °C) vor, aus der die minimalen und maximalen Werte des konstanten Anteils der Bauteiltemperatur durch einen vereinfachend linearen Zusammenhang ermittelt werden können. Die Außenlufttemperaturen als charakteristische Werte entsprechen den Werten für offenes Gelände und mittlere Höhen mit einer Wiederkehrperiode von etwa 50 Jahren [68, 187]. Durch die Differenz zur Aufstelltemperatur $T_0$ ergibt sich der konstante Temperaturanteil $\Delta T_N$, der für Ermüdungsberechnungen mit Kombinationsbeiwerten weiter abgemindert wird, vgl. [272].

Für übliche Durchlaufträgersysteme ist der lineare vertikale Temperaturgradient $\Delta T_{My}$ wesentlich, wobei etwa der EUROCODE 1 diesen ebenfalls auf zwei Werte reduziert:

- wärmere Oberseite ($\Delta T_{My} > 0$)
- wärmere Unterseite ($\Delta T_{My} < 0$)

Die Werte werden etwa in [68] für Betonbrücken in Abhängigkeit der Querschnittsform für den Fall einer Fahrbahnbelagsdicke von 50 mm ebenfalls mit einer Wiederkehrperiode von 50 Jahren angegeben, vgl. Tabelle 2.2, und für den Ermüdungsnachweis auf den „häufigen“ Wert (Wiederkehrperiode: 2 Wochen) abgemindert, vgl. [272].

Tabelle 2.2: Lineare Temperaturgradienten für Betonbrücken nach EUROCODE 1, Teil 1-5 [68]

| **Querschnittstyp** | **Oberseite wärmer** $\Delta T_{M,heat}$ [K] | **Unterseite wärmer** $\Delta T_{M,cool}$ [K] |
|---|---|---|
| Hohlkasten | 10 | -5 |
| Plattenbalken | 15 | -8 |
| Platte | 15 | -8 |

Der nichtlineare Einfluss anderer Belagsdicken auf den linearen Temperaturgradienten wird im EUROCODE 1-1-5 vereinfachend durch Anpassungsfaktoren berücksichtigt.

Ein detaillierterer Ansatz zur Erfassung des linearen Temperaturgradienten in Ermüdungsuntersuchungen, der in [272] vorgestellt wird, setzt im Rahmen des Ermüdungsnachweises eine dis-

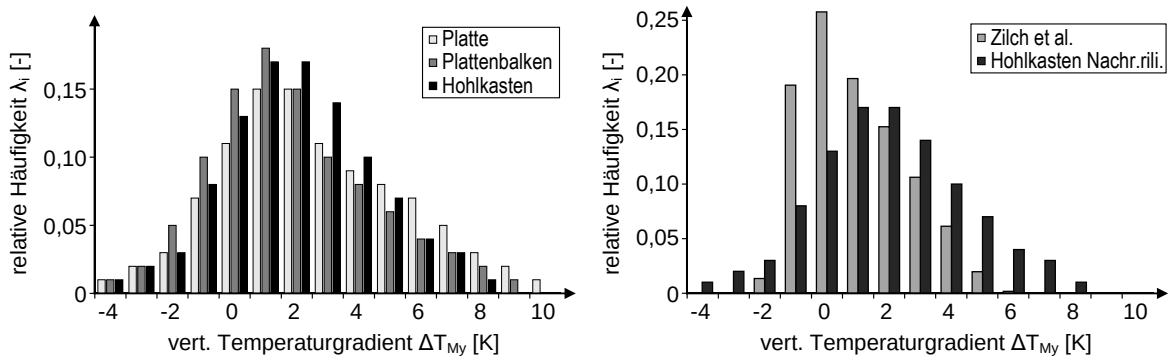



Bild 2.13: Diskrete Verteilungen der Temperaturgradienten gemäß Nachrechnungsrichtlinie (links) und im Vergleich mit Auswertungen nach ZILCH et al. (rechts)

krete Verteilung des linearen Temperaturgradienten (Bild 2.13, rechts) in Abhängigkeit des Querschnittstyps anstelle des „häufigen" Werts an. Durch Überlagerung der Häufigkeiten der Fahrzeuge des ELM 4 und der Temperaturgradienten wird die Ermüdungsschädigung durch Akkumulation (Gl. (2-16)) ermittelt. ZILCH et al. stellen dazu fest, dass sich die mittels Temperatursimulationen ermittelten Histogramme durch keine bekannte Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung zufriedenstellend beschreiben lassen [272]. Diskrete Histogramme anderer Form (Bild 2.13, links) sind in die Nachrechnungsrichtlinie [47] eingeflossen und werden dort für den Ermüdungsnachweis auf höherer (Genauigkeits-) Stufe empfohlen.

Der nichtlineare Temperaturanteil $\Delta T_E$ wird i. d. R. vernachlässigt, da dieser eine nichtlineare Dehnungsverteilung im Querschnitt und keine äußeren Reaktionen erzeugt [98, 272]. In Ausnahmefällen wird dieser Anteil – etwa im Anhang des EUROCODE 1-1-5 – durch vereinfachte Ansätze berücksichtigt.

### 2.4.2 Berechnung instationärer Temperaturfelder

Neben der mechanischen Energie (potentielle und kinetische) besitzt jeder Körper auch eine thermische Energie, die proportional zur (absoluten) Temperatur $T$ [K] ist: die Wärmeenergie oder Wärmemenge $Q$ [J]. Diese ist über die spezifische Wärmekapazität[2] $c$ [J/(kg K)] nach Gl. (2-48) mit der Temperatur $T$ und der Masse $m$ [kg] verknüpft.

$$Q = c \cdot m \cdot T \tag{2-48}$$

Im Gegensatz zur mechanischen Energieübertragung (Arbeit) ist die Zeit bei thermischen Vorgängen wesentlich. Das Temperaturfeld $\vartheta$ hängt somit neben den räumlichen Koordinaten von der zeitlichen Komponente $t$ ab. Dabei ist gemäß der gängigen Bezeichnung $\vartheta$ als die Temperatur in [°C] und $T$ als die absolute Temperatur in [K] definiert.

$$\vartheta = f(x, y, z, t) \tag{2-49}$$

Die partielle Ableitung der Temperaturfunktion entspricht dem Vektor des Temperaturgradienten in die drei Raumrichtungen.

[2] Entspricht der Wärmemenge $\Delta Q$, die erforderlich ist, um einen Körper mit 1 kg Masse um 1 K zu erwärmen.

$$\nabla\vartheta = \frac{\partial\vartheta}{\partial n} = \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x} \quad \frac{\partial\vartheta}{\partial y} \quad \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)^T \tag{2-50}$$

Stehen Körper nicht im thermischen Gleichgewicht, wird dieses durch Wärmeübertragung erreicht. Eine ausführliche Darstellung der Wärmeübertragung mit Erläuterung der physikalischen Hintergründe findet sich etwa in [37]. Hier werden nur die grundlegenden Zusammenhänge beschrieben, die zur späteren numerischen Berechnung instationärer Temperaturfelder erforderlich sind. Ausführungen dazu finden sich in verschiedenen Veröffentlichungen [97, 149, 157, 271], die sich schwerpunktmäßig mit diesem Thema beschäftigt haben.

### Wärmeübertragung

Wärmeübertragung erfolgt in oder zwischen Körpern, die kein Temperaturgleichgewicht aufweisen. Systeme – ein Gas, eine Flüssigkeit, ein Feststoff oder deren Kombination – sind stets bestrebt, dieses Gleichgewicht durch den (zeitlich verzögerten) Energietransport herzustellen. Die Wärmeübertragung ist im Regelfall ein Zusammenwirken verschiedener Vorgänge, wobei drei wesentliche Vorgänge unterschieden werden: Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung, wobei die Konvektion nach [37] auch als Teil der Wärmeleitung in Fluiden aufgefasst werden kann.

- *Wärmeleitung* entsteht, wenn in einem Stoff ein Temperaturgradient vorherrscht. Durch Schwingungsenergie zwischen benachbarten Molekülen und die kinetische Energie, die bei Stoßvorgängen von Leitungselektronen auftritt, wird Wärme übertragen. Bei Feststoffen (ruhende Stoffe) wird die Wärmeleitung durch den Temperaturgradienten und die Stoffeigenschaften bestimmt (Beispiel: Metall leitet Wärme besser als organische Stoffe).
- *Konvektion* beschreibt die Wärmeübertragung in strömenden Fluiden und zwischen Fluid und Feststoff. Entsprechend der Art der Strömung wird weiter differenziert:
    - *freie Konvektion*, die eine selbsterzeugte Strömung ohne äußere Einwirkungen beschreibt und durch Dichteänderung infolge der Erwärmung entsteht (Beispiel: Wind, der die Folge der unterschiedlichen Dichten in Hoch- und Tiefdruckgebieten ist);
    - *erzwungene Konvektion*, bei der die Strömung durch einen äußeren Einfluss ausgelöst wird (Beispiel: Pumpen oder Turbinen, die ein Gas oder eine Flüssigkeit umwälzen).
- *Wärmestrahlung* ist die Wärmeübertragung in Form von elektromagnetischen Wellen, die kein Transportmedium erfordern, und auch im Vakuum stattfindet. Trifft die Welle auf eine Oberfläche wird in Abhängigkeit ihrer Immissionseigenschaften Wärme übertragen (Beispiel: Die Sonnenstrahlung verläuft durch das Vakuum des Weltalls und erwärmt eine dunkle Oberfläche stärker als eine helle).

Im Fall der klimatischen Wärmeübertragung an Betonbrücken treten alle Formen auf. Die Wärmeübertragung im Querschnitt erfolgt über Wärmeleitung. Äußere Einflüsse (in Bild 2.14, links zusammengefasst) werden über entsprechende Randbedingungen erfasst (vgl. Kap. 4.4).

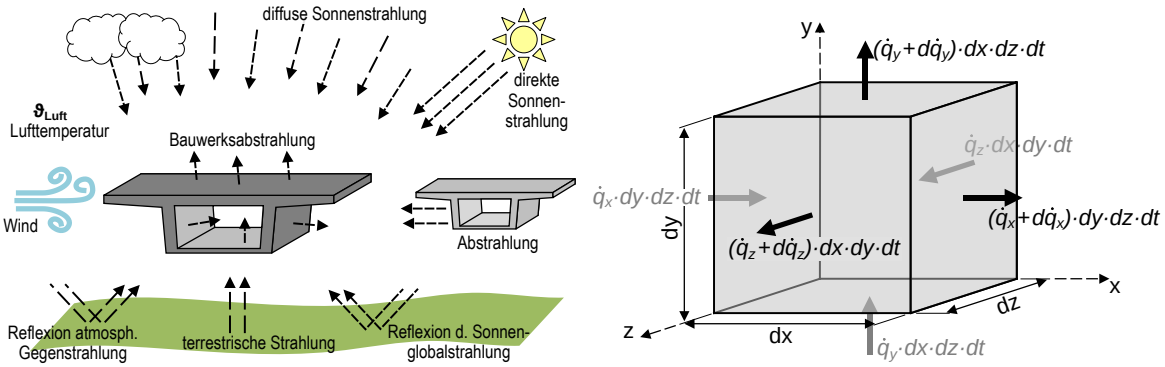



Bild 2.14: Klimatische Einflussparameter auf die Wärmeübertragung, nach [97] (links); Wärmebilanz am Volumenelement mit Wärmeströmen (rechts)

## Berechnung der Wärmeleitung mittels FOURIERscher Differentialgleichung

Die Berechnung der Wärmeleitung in homogenen, isotropen Körpern basiert auf dem FOURIERschen Grundgesetz des molekularen Wärmetransports. Dieses stellt den Zusammenhang zwischen dem räumlichen Temperaturgradienten $\partial\vartheta/\partial n$ (Gl. (2-50)) – in Raumrichtung $n$ und normal zur Grenzfläche $A$ – und der Wärmestromdichte $\dot{q}$ her:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla\vartheta = -\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial n} \tag{2-51}$$

Der Vektor lässt sich in Richtung der Hauptachsen in seine drei Komponenten zerlegen:

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial x}\ ;\quad \dot{q}_y = -\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial y}\ ;\quad \dot{q}_z = -\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial z} \tag{2-52}$$

Darin ist $\lambda$ [W/(m K)] die Wärmeleitfähigkeit des Körpers und ein material-, druck- und feuchteabhängiger Proportionalitätsfaktor, der für Gase oder Stoffe niedriger Dichte (etwa Dämmstoffe) gering ist – dagegen etwa für Stahl hoch. Die Wärmeleitfähigkeit bestimmt die Geschwindigkeit des Wärmestroms im Körper. Die Wärmestromdichte $\dot{q}$ beschreibt die übertragene Wärmemenge $\Delta Q$ im Zeitraum $\Delta t$ durch die Grenzfläche $A$.

$$\dot{q} = \frac{dQ}{A \cdot dt} \tag{2-53}$$

Zur Ermittlung der instationären räumlichen Wärmeleitung wird am Volumenelement $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ eines homogenen und isotropen Körpers die Wärmebilanz infolge der Wärmeströmung aufgestellt (Bild 2.14, rechts). Diese ergibt die Änderung der Wärmeenergie unter Vernachlässigung interner Wärmequellen (vgl. dazu etwa [37, 271]) zu:

$$dQ = -\left[\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z}\right] dx\, dy\, dz\, dt \tag{2-54}$$

oder mit Gleichung (2-52) zu:

$$dQ = \lambda \cdot \left[\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial z^2}\right] dx\, dy\, dz\, dt \tag{2-55}$$

Analog zu Gleichung (2-48) ergibt sich die in dem Volumenelement im Zeitintervall *dt* gespeicherte Wärmemenge *dQ* aus der Temperaturänderung $d\vartheta$. Dabei kann die Masse *m* als Produkt aus Dichte $\rho$ und Volumen *dV* ausgedrückt werden.

$$dQ = c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \cdot dt \tag{2-56}$$

Die zugeführte Wärmemenge (Gl. (2-55)) steht mit der umgesetzten Wärmemenge (Gl.(2-56)) im Gleichgewicht (Wärmebilanz). Daraus ergibt sich die FOURIERsche Differentialgleichung der Wärmeleitung ohne Wärmequellen. Sie beschreibt den instationären Wärmeleitungsprozess in Festkörpern.

$$\lambda \cdot \left[\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\right] - c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \tag{2-57}$$

Im Fall einer zusätzlichen internen Wärmequelle, die die bezogene Wärme *W* [W/m³] erzeugt, erweitert sich Gleichung (2-57) zu:

$$W + \lambda \cdot \left[\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\right] = c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \tag{2-58}$$

oder zusammengefasst zu:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\,\rho} \nabla^2 \vartheta + \frac{W}{c\,\rho} \tag{2-59}$$

Die zur Lösung der linearen, partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung erforderlichen Randbedingungen lassen sich nach [157, 271] in drei Arten räumlicher Randbedingungen unterscheiden:

- Die Temperatur an der Oberfläche $\vartheta_{\text{Rand}}$ ist als Funktion von Ort und Zeit vorgegeben (rein theoretisch, praktisch nicht realisierbar).
- Die Wärmestromdichte durch die Oberfläche des Körpers $\dot{q}_{\text{Rand}}$ ist als Funktion von Ort und Zeit vorgegeben.
- Die Lufttemperatur außerhalb des Querschnitts ist vorgegeben. Die physikalischen Phänomene können durch Wärmefluss (Konvektion oder Strahlung) von der Luft zur Oberfläche des festen Körpers beschrieben und ermittelt werden.

Die Lösung der FOURIERschen Differentialgleichung erfolgt im Rahmen der Ermittlung von Temperaturfeldern in Kap. 4.4 durch numerische Zeitintegration, da eine analytische Lösung (mittels TAYLOR-Reihenentwicklung, LAPLACE-Transformationen o. ä.) sehr aufwendig und hier nicht erforderlich ist. Zusätzlich fließen durch Messungen ermittelte klimatische Randbedingungen wie die Lufttemperatur als diskrete Werte ein; dies begünstigt das numerische Verfahren. Im Einzelnen wird dazu:

- ein Lösungsansatz zur numerischen Zeitintegration eines in Volumen- bzw. Flächenelemente diskretisierten Körpers bei Wärmetransport vorgestellt (Abs. 4.4.1),
- Randbedingungen durch spezifische Ansätze für
    - Konvektions- (Abs. 4.4.2) und

- Strahlungsanteile (Abs. 4.4.3)

eines klimatisch beanspruchten Bauwerks ermittelt, die sich aus klimatischen Randbedingungen ergeben.

- Die Randbedingungen leiten sich aus meteorologischen Messdaten sowie geographischen und astrometrischen Eigenschaften ab (Abs. 4.4.4).

## 2.5 EINWIRKUNGEN AUS STRAßENVERKEHR

Für die Ermüdungsbelastung von Straßenbrücken aus Verkehr ist der Schwerverkehr das zentrale Element. PKW-Verkehr hat aufgrund der geringen Gewichte keinen relevanten Einfluss. In den späten 1970er und -80er Jahren wurden Untersuchungen und Verkehrsmessungen an europäischen Straßen durchgeführt, mit dem Ziel, ein einheitliches Lastmodell zu entwickeln; vgl. [171, 234]. Daraus leiten sich u. a. auch die heute gültigen Ermüdungslastmodelle (ELM) ab.

Der 1986 in Auxerre an einer zweispurigen Autobahn gemessene Verkehr entspricht aufgrund seines hohen Schwerverkehrsanteils (32 % auf der ersten Fahrspur, 10 % auf der zweiten) und etwa 66 % der LKW als beladene Fahrzeuge nach [171] dem (seinerzeit) zukünftig erwarteten, europäischen Fernverkehr am besten. Zur Auswertung werden die LKW entsprechend der Achsanzahl, -verteilung und -abstände in Fahrzeugtypen kategorisiert. Aus (heute) über 100 verschiedenen Fahrzeugarten des Schwerverkehrs wurden zunächst vier wesentliche Fahrzeugtypen [171] zur Auswertung der Messdaten ausgewählt; vgl. Bild 2.15 und Tabelle 2.3.

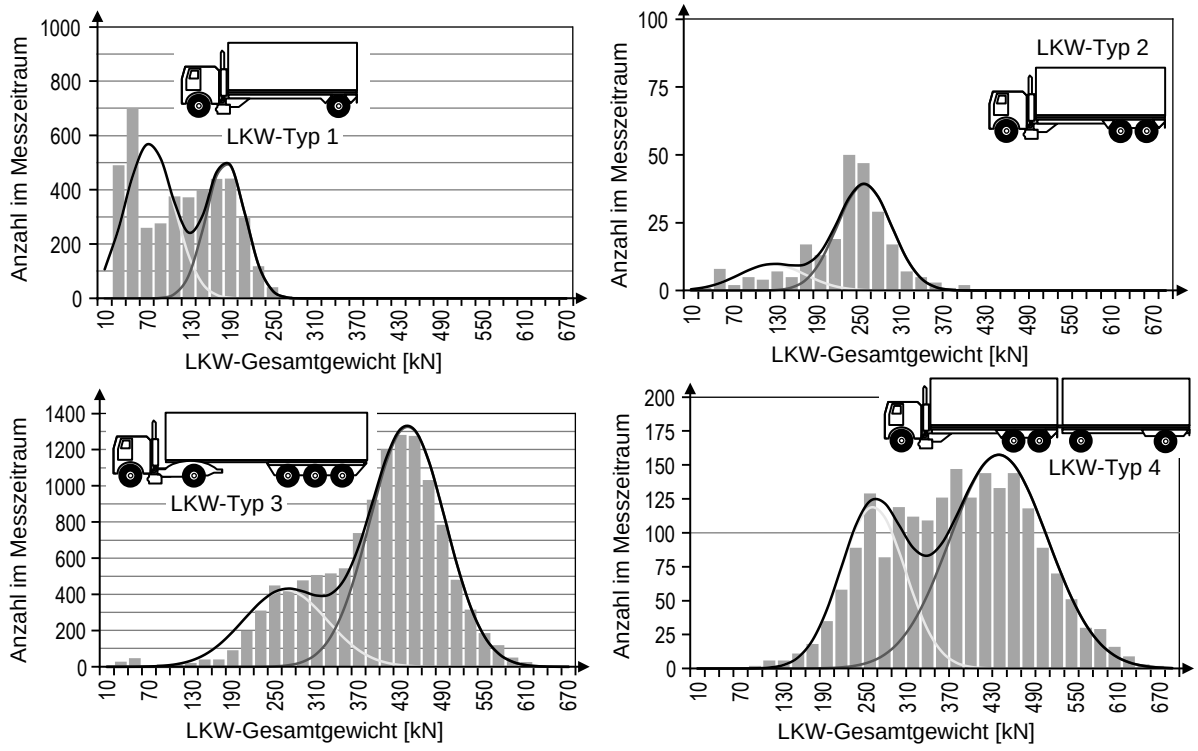
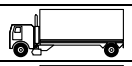
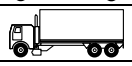
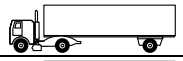
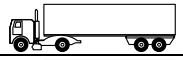
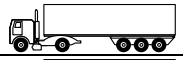
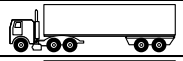
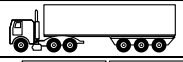
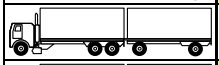
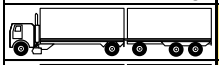
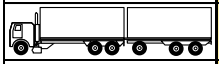



Bild 2.15: Histogramme der Gesamtgewichte vier wesentlicher LKW-Typen des Auxerre-Verkehrs und zug. Dichtefunktionen (unbeladen, beladen und Summe), aus [171]

Die gemessenen Fahrzeugdaten (Fahrzeuggeschwindigkeit und -abstand sowie Achs- und Gesamtlast) wurden für die vier Fahrzeugklassen statistisch untersucht. Es ergibt sich für das Gesamtgewicht eine bimodale Verteilung, die nach [171] durch die Summe zweier Normalverteilungen gut approximiert werden kann (Bild 2.15), wobei je eine Verteilung unbeladene und beladene LKW repräsentiert. Die weiteren Fahrzeugdaten spielen für den Ermüdungsnachweis eine untergeordnete Rolle. Allerdings zeigt die Gesamtheit der seinerzeit durchgeführten und in [171, 234] zusammengetragenen Verkehrsmessungen in Tabelle 2.3 auch, dass andere Messstellen in Europa deutlich abweichende Verkehrszusammensetzungen aufwiesen. Mitunter dominieren auch auf Autobahnen kleinere Fahrzeugtypen (wie etwa bei den Messungen in Großbritannien).

Tabelle 2.3: Zusammensetzung des Schwerverkehrs nach Fahrzeugtypen (schematisch dargestellt) für Messungen an verschiedenen Stellen in Europa, nach [234], Anteile in [%]

| **Fahrzeugtyp** (schematisch) | **Caronte (F)** | **Montlhery (F)** | **Autreville (F)** | **Haagsche Schouw (NL)** | **Rheden (NL)** | **Limburger Bahn (D)** | **Forth (GB)** | **Manchester (GB)** | **Rio Verde (I)** | **Auxerre (F)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1997** | **1977** | **1977** | **1980** | **1980** | **1980** | **1980** | **1980** | **1980** | **1986** |
| | | | | **Autobahn** | **Autobahn** | **Autobahn** | **Autobahn** | | **Sonderverk.** | **Autobahn** |
| | **nur LKW** | **nur LKW** | **nur LKW** | **nur LKW** | **nur LKW** | **nur LKW** | **ges. Verkehr** | **ges. Verkehr** | **ges. Verkehr** | **nur LKW** |
|  | 49.2 | 57.2 | 39.2 | 80.3 | 52.1 | 41.3 | 89.1 | 94.1 | 58.1 | **22.7** |
|  | 4.8 | 4.3 | 3.5 | 4.4 | 6.1 | 3.1 | 1.9 | 1.1 | 2.0 | **1.3** |
|  | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 | |
|  | 17.8 | 8.4 | 12.5 | 3.1 | 4.1 | 4.1 | 2.3 | 0.6 | 3.6 | |
|  | 22.6 | 18.1 | 28.5 | 4.6 | 11.8 | 5.5 | 5.6 | 3.7 | 3.3 | **65.2** |
|  | | 0.8 | 8.2 | 1.1 | 6.9 | 5.4 | 0.0 | 0.0 | 10.8 | |
|  | | 5.0 | 0.0 | 0.3 | 1.2 | 2.7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | |
|  | | 0.0 | 0.0 | 0.5 | 1.2 | 0.0 | | | | |
|  | 3.4 | 5.7 | 3.7 | 3.6 | 7.6 | 13.8 | 0.0 | 0.0 | 1.9 | |
|  | | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 1.4 | 6.9 | | | | **10.8** |
|  | 1.1 | 0.0 | 2.3 | 0.7 | 3.8 | 16.2 | 0.0 | 0.0 | 2.6 | |
|  | 0.4 | | | | | | | | 4.2 | |
| **andere** | 0.6 | 0.5 | 2.1 | 1.4 | 5.2 | 1.0 | 0.1 | 0.5 | 16.8 | |

Die in den europäischen Regelwerken eingeführten Lastmodelle für den Ermüdungs- und Betriebsfestigkeitsnachweis basieren als konservative Schätzung auf den Messungen des Auxerre-Verkehrs. Dazu wurden in Simulationsrechnungen Belastungskollektive aus den Messdaten erzeugt und diese in äquivalente, einzelne Schwingbreiten überführt, sodass die gleiche Schädigungssumme entsteht, vgl. [43, 234]. I. d. R. erfolgen diese Berechnungen mit einem konstanten Wert des Steigungsparameters *k* der Wöhlerlinie, der eine konservative Vereinfachung darstellt (*Miner elementar*, vgl. Abs. 2.1.3). So wurden die beiden wesentlichen Lastmodelle ELM 3 und 4 abgeleitet und Anwendungsregeln definiert [44].

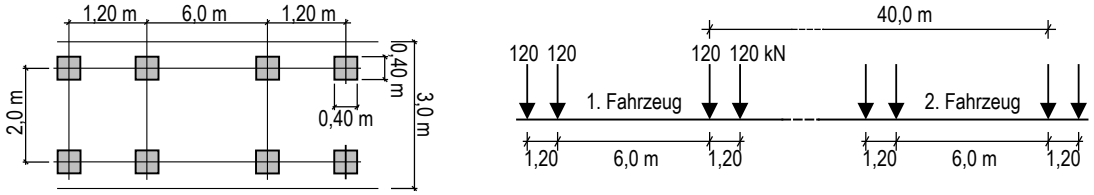


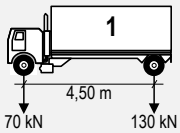
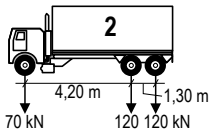
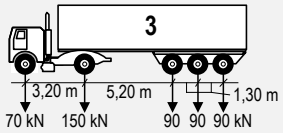
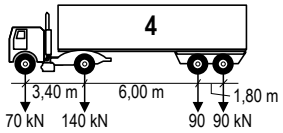
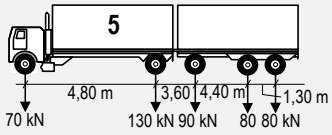

Bild 2.16: Ermüdungslastmodell 3 und Anordnung eines zweiten Fahrzeugs bei Brückenlängen ≥ 40 m

Das ebenfalls im EUROCODE 1-2 enthaltene ELM 1 basiert auf dem Lastmodell 1 (LM 1, für Grenzzustände der Tragfähigkeit); ELM 2 repräsentiert eine konservative Abschätzung fünf charakteristischer LKW. Beide werden in Deutschland gemäß EUROCODE 1-2 (NAD) [71] nicht angewendet.

ELM 3 beschreibt ein vereinfachtes, einzelnes Schwerverkehrsfahrzeug mit 48 t Gesamtgewicht, die sich auf vier symmetrische Achsen à 120 kN verteilen (Bild 2.16). Dieser Fahrzeugtyp wurde so festgelegt, dass die erzeugte Schwingbreite dem Spektrum des Auxerre-Belastungskollektivs entspricht. Lokale Untersuchungen erfolgen mit einer Aufstandsfläche je Rad von 40 × 40 cm.
Für Ermüdungsnachweise an Betonbrücken gemäß Nachrechnungsrichtlinie [47] ist ELM 3 nur im Rahmen der vereinfachten Spannungsbegrenzung mit schädigungsäquivalenten Spannungsschwingbreiten – zusammen mit Anpassungsfaktoren $\lambda_i$ – anzuwenden. Dynamische Erhöhungsfaktoren für Ermüdung ($\varphi_{fat} \approx 1{,}2$) sind für gute Belagsqualitäten in den Lasten enthalten – der Regelfall für deutsche Fernstraßen bei „normaler Unterhaltung“ ist *gut* oder *sehr gut* [171, 187]. Der Erhöhungsfaktor beschreibt das Verhältnis der Ermüdungsschädigungen unter dynamischer und statischer Last und wurde durch Vergleichsrechnungen abgeleitet [44]; er wird etwa an Fahrbahnübergängen zusätzlich erhöht ($\Delta\varphi_{fat}$). Bei langen Brücken hat eine Kalibrierung am Auxerre-Verkehr ergeben, dass ein zweites Fahrzeug im Abstand von 40 m anzusetzen ist [44] (Bild 2.16).

ELM 4 setzt sich aus fünf unterschiedlichen LKW-Typen zusammen, die das breite Spektrum von Achs- und Lastverteilungen möglicher Schwerverkehrsfahrzeuge repräsentieren (Tabelle 2.4, linke Spalte) und ebenfalls mit Simulationsrechnungen aus zum Auxerre-Verkehr äquivalenten Schädigungen abgeleitet wurden [43, 171]. Die prozentuale Zusammensetzung wird entsprechend der Verkehrsart nach EUROCODE 1-2 [70] angepasst, um für verschiedene Straßenkategorien den Gesamtverkehr zutreffender abzubilden. Der Anteil schwerer Fahrzeuge wird mit sinkender Fahrtstrecke weniger. Dies spiegelt den höheren Anteil kleiner LKW im Nah- gegenüber dem Fernverkehr wider. In Ergänzung enthält die Nachrechnungsrichtlinie [47] auch eine schrittweise zeitliche Entwicklung der Zusammensetzung, um zusätzlich dem geringeren Anteil schwerer LKW in der Vergangenheit gerecht zu werden. Wie auch ELM 3 enthält ELM 4 dynamische Erhöhungsfaktoren [171]. Es wird allerdings insbesondere im Rahmen eines expliziten Betriebsfestigkeitsnachweises angewendet. Nach [171] erzeugt ELM 4 im Vergleich zum Auxerre-Verkehr für größere Spannweiten unsichere Ergebnisse.

Tabelle 2.4: Fahrzeuge des ELM 4 mit Auftretenshäufigkeiten gem. Straßenkategorie und Zeit [47, 70]

| **Zeitraum** | | **bis 1950** | **1950 - 70** | **1970 - 90** | **1990 - 10** | **ab 2010** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_{obs}$ | „große Entf." | 250 000 | 500 000 | $1{,}0 \cdot 10^6$ | $2{,}0 \cdot 10^6$ | $2{,}5 \cdot 10^6$ |
| [LKW/Jahr] | „mittlere Entf." | 50 000 | 100 000 | 250 000 | 500 000 | 600 000 |
| für Fahrstr. 1 | „Ortsverkehr" | 50 000 | 100 000 | 250 000 | 500 000 | 600 000 |
| **Lastfahrzeug nach [70]** | | **Verkehrszusammensetzung** [%] | | | | |
|  | | 45 | 30 | 20 | 20 | 10 |
| | | 60 | 60 | 50 | 40 | 40 |
| | | 90 | 90 | 90 | 80 | 80 |
|  | | 45 | 20 | 10 | 5 | 5 |
| | | 40 | 30 | 20 | 10 | 10 |
| | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
|  | | - | - | 20 | 50 | 60 |
| | | - | - | 10 | 30 | 30 |
| | | - | - | - | 5 | 5 |
|  | | 5 | 25 | 30 | 15 | 15 |
| | | - | - | 15 | 15 | 15 |
| | | - | - | - | 5 | 5 |
|  | | 5 | 25 | 20 | 10 | 10 |
| | | - | 10 | 5 | 5 | 5 |
| | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

ELM 5 ist kein konkretes Lastmodell, es ermöglicht die Messung, Aufbereitung und Extrapolation realer Verkehrsdaten oder Belastungsspektren. Ein Ermüdungsnachweis auf Basis dieses Modells ist nur mittels direkter oder indirekter Verkehrslastmessungen am Bauwerk möglich.

In den Betriebsfestigkeitsnachweis fließt zusätzlich zum Belastungsmodell dessen Häufigkeit bzw. die Verkehrsmenge in die Ermüdungsberechnung ein. Für die jährliche Lastkraftwagenanzahl je Hauptspur $N_{obs}$ gibt der EUROCODE 1-2 [70] Richtwerte vor. Diese können auch aus Verkehrszählungen abgeleitet werden, dürfen aber bei fehlenden Informationen entsprechend einer Verkehrskategorie angenommen werden. Die in Auxerre gemessene Verkehrsbelastung entspricht dem „Fernverkehr" bzw. „großen Entfernungen" und beinhaltet zu einem großen Teil schwere Fahrzeuge. Daneben sind „mittlere Entfernungen" mit ausgeglichenen Anteilen der Fahrzeugtypen und „Ortsverkehr", der im Wesentlichen aus leichten LKW besteht, in den Regelwerken enthalten. Die zugehörigen Schwerverkehrsmengen ($N_{obs}$) sind ebenfalls in Tabelle 2.4 aufgeführt. Für weitere Fahrstreifen wird nach [70] pauschal eine zusätzliche Verkehrsmenge von 10 % je zusätzlichem Fahrstreifen angesetzt.

# 3. GRUNDLAGEN DER STOCHASTISCHEN SIMULATION

*Im diesem Kapitel werden zunächst die hier relevanten mathematischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen zur stochastischen Lebensdauerprognose und Bewertung von Monitoringmaßnahmen zusammenfassend wiedergegeben. Für ausführliche Darstellungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, insbesondere im ingenieurtechnischen Kontext, sei auf die entsprechende Fachliteratur [85, 86, 224, 226, 244, 261] verwiesen.*

*Nach ausgewählten Grundlagen der Stochastik in Abs. 3.1, die für die weiteren Untersuchungen von Bedeutung sind, fasst Abs. 3.2 hier genutzte Verteilungen zusammen und stellt ihre Charakteristika heraus (Abs. 3.3). Da insbesondere die Normalverteilung und die logarithmische Normalverteilung im Bauwesen häufige Anwendung finden, sollen ihre Unterschiede im Bereich kleiner Variationskoeffizienten in Abs. 3.4 quantitativ untersucht werden. Abschnitt 3.5 beschreibt die Monte-Carlo-Methode – das im Rahmen der Arbeit verwendete Simulationsverfahren – und gibt Hinweise zur Anwendung. Die dazu erforderlichen Realisationen werden mit Methoden des Daten-Samplings erzeugt, deren wesentliche Verfahren in Abs. 3.6 beschrieben werden. Abschließend legt Abschnitt 3.7 die mathematischen Grundlagen für die Sensitivitäts- und Genauigkeitsanalysen in Kap. 6 und endet mit Verfahren zur numerischen Umsetzung.*

Zur Begriffsdefinition im Kontext stochastischer Untersuchungen seien folgende Zusammenhänge erläutert: Nach SCHNEIDER [224] ist Sicherheit bzw. Unsicherheit als eine qualitative und nicht messbare Größe definiert. Sie leitet sich indirekt aus dem Risiko und der Zuverlässigkeit ab. Trotzdem wird im Folgenden der englische Begriff der *uncertainty analysis* mit Unsicherheitsanalyse übersetzt. Er entspricht der gängigen Formulierung der Fachliteratur im Zusammenhang mit den hier verwendeten Verfahren, wobei er eine quantitative Untersuchung der Genauigkeit beschreibt. Deren Ergebnis ist etwa eine Versagenswahrscheinlichkeit oder die stochastische Verteilung der Zielgröße – hier zumeist der Ermüdungsschädigung.

## 3.1 GRUNDLAGEN UND BEGRIFFE DER STOCHASTIK

Die Stochastik ist ein Teilgebiet der Mathematik und setzt sich aus der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie zusammen, deren Übergang mitunter fließend ist [94]. Ihr Ziel ist die mathematische Beschreibung eines zufälligen Ereignisses (Zufallsexperiment) und Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit.

Zur Beschreibung des Zufalls werden folgende Begriffe unterschieden: Eine Zufallsvariable $X$ stellt die Abbildung der Ergebnisse eines Zufallsexperiments in die reellen Zahlen dar. Die Menge aller möglichen Ergebnisse des Zufallsexperiments ist die Grundgesamtheit; ein einzelnes Ergebnis (etwa die Augenzahl bei einem Würfelwurf) wird als Realisation $x$ bezeichnet. Wird ein Zufallsexperiment $n$-mal durchgeführt, nennt man dessen $n$ Realisationen Stichprobe.

Eine stetige Zufallsvariable kann unendlich viele Werte annehmen, eine diskrete (unendlich) abzählbar viele (etwa ganzzahlige) Werte.

Zur Definition des Begriffs der Wahrscheinlichkeit existieren verschiedene Ansätze (vgl. [94]). In gebräuchlicher Formulierung wird die absolute Häufigkeit des Ereignisses *A* – mit *n(A)* bezeichnet – durch die Anzahl aller Ereignisse *n* geteilt. Für eine große Zahl von Wiederholungen gilt dann für die Wahrscheinlichkeit von *A*:

$$P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{n(A)}{n} \tag{3-1}$$

Der im Bauwesen gängige Begriff der Zuverlässigkeit *Z* leitet sich aus einer speziellen Wahrscheinlichkeit, der Versagenswahrscheinlichkeit P*(f)*, ab und ist damit eine quantifizierbare, objektive Größe:

$$Z = 1 - P(f) \tag{3-2}$$

Mittels deskriptiver oder beurteilender Statistik erfolgen die Analysen von Daten und die Überprüfung der gewonnenen Informationen. Hier steht die Untersuchung und Beschreibung von Stichproben sowie die Schlussfolgerung von diesen auf die Grundgesamtheit im Vordergrund.

### Wahrscheinlichkeitstheorie

Die Axiome von KOLMOGOROV stellen die Grundlage der Wahrscheinlichkeitstheorie dar. Aus ihnen leiten sich alle Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten ab, sie lauten:

- Die Wahrscheinlichkeit nimmt stets Werte zwischen null und eins an: $0 \leq P(A) \leq 1$
- Die Wahrscheinlichkeit für ein sicheres Ereignis *S* ist eins: $P(S) = 1$
- Die Wahrscheinlichkeit der Vereinigung ∪ von *A* und *B* ist gleich der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten, falls die Schnittmenge ∩ von *A* und *B* der leeren Menge Ø entspricht (sie also keine gemeinsamen Elemente besitzen):

$$A \cap B = \emptyset \;\Rightarrow\; P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Daraus leiten sich weitere Zusammenhänge ab:

Die Wahrscheinlichkeit für das zu *A* komplementäre Ereignis $\bar{A}$ ist (vgl. auch Gl. (3-2)):

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \tag{3-3}$$

Die Wahrscheinlichkeit für die leere Menge ist null:

$$P(\emptyset) = 0 \tag{3-4}$$

Falls die Schnittmenge ∩ von *A* und *B* nicht der leeren Menge entspricht, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit der Vereinigung ∪ von *A* und *B* zu der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten abzüglich der Wahrscheinlichkeit ihrer Schnittmenge ∩:

$$A \cap B = \emptyset \;\Rightarrow\; P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \tag{3-5}$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit beschreibt die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von *A*, wenn ein anderes Ereignis *B* bereits eingetreten ist. Dies wird als die Wahrscheinlichkeit von *A* unter der Voraussetzung von *B* bezeichnet: P(*A*|*B*).

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{3-6}$$

Falls $A$ und $B$ unabhängig sind, ist die Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge ∩ von $A$ und $B$ das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \tag{3-7}$$

Sind hingegen $A$ und $B$ abhängig, so ist die Wahrscheinlichkeit ihrer Schnittmenge mit der bedingten Wahrscheinlichkeit zu ermitteln:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) \tag{3-8}$$

### Satz von BAYES

Wenn zusätzliche Informationen verwendet werden um die Wahrscheinlichkeit neu abzuschätzen, so findet der Satz von BAYES Anwendung. Initiale (a priori) Wahrscheinlichkeiten werden dabei durch weitere Informationen ergänzt. So ergibt sich eine neue verbesserte Wahrscheinlichkeit. Die BAYES'sche Formel beschreibt die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis $B_i$ eintritt bzw. zutrifft, wenn die zusätzliche Information $I$ vorliegt:

$$P(B_i|I) = \frac{P(I|B_i) \cdot P(B_i)}{\sum_i^n [P(I|B_i) \cdot P(B_i)]} \tag{3-9}$$

Dabei sind die $P(I|B_i)$ die sogenannten Prädikatoren, die die Wahrscheinlichkeit wiedergeben, dass ein Ereignis $B_i$ auch korrekt als solches identifiziert wird (und nicht als $B_{i+1}$). Damit wird die anfängliche (geschätzte) Wahrscheinlichkeit $P(B_i)$ durch die zusätzliche Information $I$ zu einer neuen (verbesserten) Wahrscheinlichkeit $P(B_i|I)$.

Der Satz von BAYES ist quasi das Bindeglied zwischen der subjektiven Wahrscheinlichkeit (Einschätzungen, die ständig und von jedem vorgenommen werden) und der frequentistischen Wahrscheinlichkeit, also der, die auf der deskriptiven Statistik basiert [224].

Eine Problematik der BAYES'schen Formel ist nach SCHNEIDER die Wichtung der ersten (Experten-) Einschätzung der apriorischen Wahrscheinlichkeit [224]. Diese beeinflusst das Ergebnis maßgeblich. Dies ist auch ein Grund, weshalb dieser Ansatz im Rahmen der Genauigkeitssteigerung sowie ihrer Untersuchung in Kap. 5 und 6 nicht verwendet wird. Stattdessen werden die im Folgenden beschriebenen simulationsbasierten stochastischen Ansätze gewählt.

### Varianz und Streuung

Die Begriffe Unsicherheit, Varianz oder Streuung beschreiben die Tatsache, dass ein Parameter nicht exakt (deterministisch) vorliegt, sondern in einem bestimmten Bereich eine Vielzahl von Werten annehmen kann. Dazu unterscheidet man:

- aleatorische Streuung: eine durch Zufall bedingte, durch Maßnahmen oder wiederholte Messungen nicht reduzierbare Streuung und
- epistemische Streuung: durch mangelnde Kenntnis bedingte bzw. reduzierbare Streuung.

Zur Beschreibung streuend vorliegender Daten sind Häufigkeitsdiagramme (Histogramme) eine gängige Form. Nach Klassen eingeteilt wird die absolute Häufigkeit der Daten etwa durch Balkendiagramme dargestellt. Für mögliche Ansätze zur Wahl der Klassenanzahl *k* (*engl.: bins*) sei auf die Zusammenstellung in [2] verwiesen. Im Rahmen der Arbeit wird die von STURGES [252], in Abhängigkeit der Anzahl der vorliegenden Daten, vorgeschlagene Formel als Richtwert verwendet:

$$k = 1 + 3{,}322 \cdot \log_{10} N \tag{3-10}$$

### Kenngrößen der deskriptiven Statistik

Die deskriptive Statistik bezeichnet die Beschreibung metrischer Daten durch Kenngrößen oder mit grafischen Hilfsmitteln. Die induktive (oder schließende) Statistik hingegen hat das Ziel aus einem begrenzten Datenumfang mit stochastischen Verfahren Schlussfolgerung auf die Grundgesamtheit zu ziehen.

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung wird meist durch Lage- und Streumaße beschrieben. Das gängigste Lagemaß ist das arithmetische Mittel $\bar{x}$, das aus der Summe aller Realisationen $x_i$ der Grundgesamtheit und deren Anzahl *n* gebildet wird.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3-11}$$

Weitere Lagemaße sind der Median, als mittlerer Wert der geordneten Urliste, der die Stichprobe in zwei gleichgroße Teile teilt und ein gegenüber Ausreißern robusteres Maß darstellt, sowie der Modus als häufigster Wert einer im Histogramm aufbereiteten Verteilung. Insbesondere bei asymmetrischen Verteilungen oder geringen Stichprobenumfängen stellen sich diese Parameter als deutlich unempfindlicher dar.

Neben dem Lageparameter muss eine Verteilung metrischer Daten auch hinsichtlich ihrer Streuung um das Zentrum beschrieben werden. Dazu ist die Standardabweichung *s* bzw. die Varianz $s^2$ ein gängiges Maß. Die Varianz beschreibt die Summe der quadrierten Abweichungen der einzelnen Werte zum arithmetischen Mittel. Dabei wird oftmals zwischen der Varianz der Grundgesamtheit und der Varianz aus einer Stichprobe unterschieden, indem für erstere die Summe der Fehlerquadrate durch die Anzahl der Realisationen *n* geteilt wird, für die Varianz der Stichprobe durch *n* - 1, als Anzahl der Freiheitsgrade; vgl. etwa [86].

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \tag{3-12}$$

Als relatives und dimensionsloses Streumaß, das Standardabweichung *s* und Mittelwert $\bar{x}$ (> 0) ins Verhältnis setzt, dient der Variationskoeffizient $V_x$ nach PEARSON [114].

$$V_x = \frac{s}{\bar{x}} \tag{3-13}$$

Eine weitere Maßzahl zur Beschreibung der Streuung sind die Quantile (im Bauwesen oftmals auch Fraktilwerte genannt), die die Verteilung in zwei Teile zerlegen, sodass $p \cdot 100$ % der Daten

unter und (1 - $p$) · 100 % über dem $p$-Quantil liegen. Einen Sonderfall stellt das 0,5-Quantil (oder 50 %-Quantil) dar, das dem Median entspricht und somit ein Lagemaß ist. In gängiger Schreibweise wird das $p$-Quantil $x_p$ genannt; etwa das 95 %-Quantil damit $x_{0,95}$.

Aus der Analogie zum Median ergibt sich, dass Quantile auf gleiche Weise, also durch Sortieren der Urliste und Zerlegung der Daten, ermittelt werden können. Für stetige Verteilungen (etwa für eine Normalverteilung in Bild 3.1) lassen sich Quantile durch Abstandsmaße (Vielfache der Standardabweichung) bestimmen. Übliche Quantile im Bauwesen sind $x_{0,05}$ und $x_{0,95}$, die im Rahmen des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts (vgl. [94]) meist als charakteristische Werte bezeichnet werden. Für ein normalverteiltes Merkmal liegen ca. 68 % der Werte im Intervall $\bar{x} \pm s$ und etwa 90 % aller Werte in $\bar{x} \pm 1{,}645 \cdot s$.

Zur weiteren Beschreibung von Verteilungen, namentlich der Schiefe und der Wölbung (*Exzess* oder *Kurtosion*) wurden die zentralen Momente von PEARSON eingeführt. In Abhängigkeit der Ordnungszahl $r$ lassen sich so

- arithmetisches Mittel ($r$ = 1),
- Varianz ($r$ = 2),
- Schiefe ($r$ = 3), wobei $g_1 > 0$ eine linksschiefe, $g_1 = 0$ eine symmetrische und $g_1 < 0$ eine rechtsschiefe Verteilung darstellt,

$$g_1 = \frac{\bar{x}^3}{s^3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3 \tag{3-14}$$

- Wölbungsmaß ($r$ = 4) von FISHER mit flacher Wölbung der Verteilung (*platykurtisch*), wenn $g_2 < 0$, mittlerer Wölbung (*mesokurtisch*), wenn $g_2 = 0$ und starker Wölbung (*leptokurtisch*), wenn $g_2 > 0$,

$$g_2 = \frac{\bar{x}^4}{s^4} - 3 = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right] - 3 \tag{3-15}$$

berechnen. Die Wölbung dient der Beschreibung, wie stark die Enden (*engl.: tails*) der Verteilung besetzt sind; sie ist bei einer Normalverteilung null.

Zur robusten Ermittlung der höheren Momente ist eine größere Anzahl von Daten erforderlich. Dazu kann auf die „Fünferregel“ von TUKEY zurückgegriffen werden. Dieser Regel folgend soll das $r$-te Moment nur berechnet werden, wenn mindestens $5^r$ Realisationen vorliegen. Für die Standardabweichung sind dementsprechend $5^2 = 25$ Werte $x_i$ erforderlich [114].

### Verteilungsfunktion und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Die stetige Darstellung einer Verteilung bietet gegenüber der diskreten Form (etwa ein Histogramm) eine höhere Informationsdichte. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn die Form der Verteilung bekannt ist und diese einzig anhand ihrer Lage- und Streumaße beschrieben werden soll.

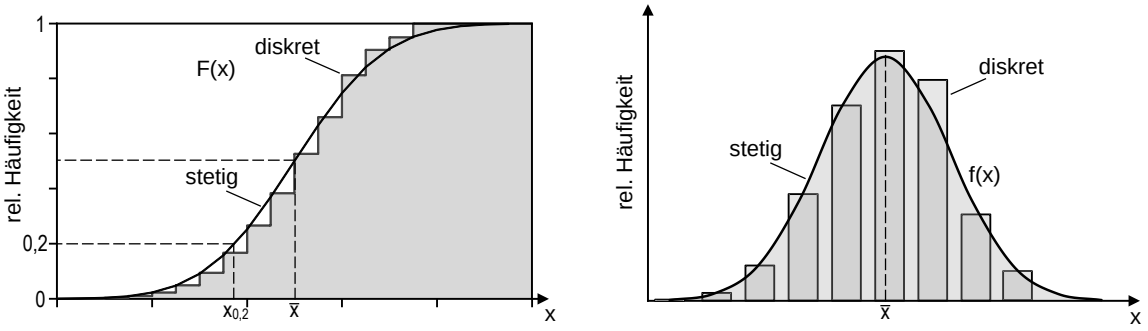



Bild 3.1: Diskrete und stetige Verteilungsfunktion (links) und Dichtefunktion (rechts)

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (kurz: Dichtefunktion, *engl.: probability density function, pdf*) $f(x)$ ergibt sich gedanklich aus einer sukzessiven Verfeinerung des diskreten Histogramms zu einer stetigen Funktion. Sie gibt die relative Häufigkeit der Verteilung wieder (Bild 3.1, rechts).

Die Summe relativer Häufigkeiten der sortierten Urliste einer diskreten Verteilung nennt man Summen- oder Verteilungsfunktion $F(x)$ (*engl.: cumulative density function, cdf*). Mit dieser lassen sich Verteilungen grafisch beschreiben und Mittelwert oder Quantile unmittelbar bestimmen (Bild 3.1, links).

$$F(x) = \sum_{i=1}^{x} f(x_i) \tag{3-16}$$

Für stetige Verteilungen ergibt sich die Verteilungsfunktion $F(x)$ aus dem Integral der Dichtefunktion und strebt für große Abstände vom Mittelwert gegen null ($F(-\infty) \rightarrow 0$) bzw. eins ($F(+\infty) \rightarrow 1$).

$$F(x) = \int f(x)dx \tag{3-17}$$

Wird die Verteilungsfunktion nicht aus einer Stichprobe gewonnen, sondern ist bekannt, werden ihre Lage- und Streumaße nicht mehr durch sog. Schätzwerte, sondern durch Verteilungsparameter beschrieben. Dazu werden die Bezeichnungen $\mu$ für den Mittelwert (anstatt $\bar{x}$) und $\sigma$ für die Standardabweichung (anstatt $s$) eingeführt.

Die Varianz einer stetigen Zufallsvariablen $X$ wird durch $V(X)$ oder $\sigma^2$ beschrieben und ergibt sich analog Gl. (3-12) zu

$$V(X) = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 \cdot f(x)dx \tag{3-18}$$

und drückt damit den Erwartungswert ($E$) der quadrierten Abweichungen aus

$$\begin{aligned} V(X) &= E[(X-\mu)^2] \\ &= E(X^2) - \mu^2 = E(X^2) - E(X)^2 \end{aligned} \tag{3-19}$$

### Korrelation

Den Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen beschreibt deren Korrelation. Zur Untersuchung, ob zwei oder mehr Parameter bzw. Merkmale einen statistischen Zusammenhang aufweisen oder ob sie voneinander unabhängig sind, werden Tests verwendet. Dabei will man beispielsweise eine Aussage darüber treffen, ob die Größe von Parameter *x* einen Einfluss auf die Größe von Parameter *y* hat. Meist sind solche Zusammenhänge anhand der Zahlenwerte selbst oder bei grafischer Aufbereitung der Ergebnisse in Streudiagrammen (*engl.: scatterplots*) sichtbar, sie ermöglichen aber keine objektive Quantifizierung mittels Maßzahl.

Ein Maß für die Stärke des linearen Zusammenhangs zweier Merkmale, wie etwa den Parametern einer Stichprobe (*x* und *y*), stellt der Korrelationskoeffizient $\rho$ mit $-1 \leq \rho \leq 1$ dar. Je nach Verfahren wird in der Literatur oftmals auch *r* für den Korrelationskoeffizienten verwendet.
Für $\rho = 0$ ist kein linearer Zusammenhang der Parameter erkennbar – sie sind unabhängig. Für stärkere Zusammenhänge strebt $\rho \rightarrow 1$ bzw. $\rho \rightarrow -1$. Dabei bedeutet negative Korrelation, dass ein hoher Wert von *x* einen niedrigen Wert von *y* erzeugt, für $\rho \rightarrow 1$ entsprechend einen ebenso hohen. Für die Grenzfälle $\rho = 1$ und $\rho = -1$ liegen alle Punkte in einem Streudiagramm auf einer Geraden. Nach [86] kann folgende grobe Einteilung der Korrelation für positive wie negative Koeffizienten erfolgen:

- $|\rho| < 0{,}5$ „schwache“ Korrelation
- $0{,}5 \leq |\rho| < 0{,}8$ „mittlere“ Korrelation
- $0{,}8 \leq |\rho|$ „starke“ Korrelation

Die zwei gängigen Korrelationskoeffizienten sind der Korrelationskoeffizient nach PEARSON (auch empirischer oder BRAVAIS-PEARSON-Korrelationskoeffizient) und der Rangkorrelationskoeffizient nach SPEARMAN. Voraussetzung ist, dass für jede Realisation *i* der untersuchten Parameter ein metrisches (und damit sortierbares) Wertepaar ($x_i$, $y_i$) vorliegt.

Der Korrelationskoeffizient nach PEARSON basiert auf der Kovarianz $s_{xy}$, der zweidimensionalen Varianz zweier Merkmale:

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y}) \tag{3-20}$$

Für unabhängige Merkmale ergibt sich die Kovarianz zu null. Für gleichgerichtete Zusammenhänge ergeben sich positive Werte für $s_{xy}$, bzw. negative für entgegen gerichtete Zusammenhänge. Allerdings ist $s_{xy}$ nicht auf einen Grenzwert für volle Korrelation beschränkt und macht eine Bewertung der Stärke des Zusammenhangs schwierig. Durch eine Normierung auf die Standardabweichungen $s_x$ und $s_y$ der Merkmale wird dies erreicht. Der lineare Korrelationskoeffizient nach PEARSON ergibt sich dann aus den sortierten Daten ($x_i$, $y_i$) zu:

$$\rho = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\ \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \tag{3-21}$$

So gelten erneut die zuvor beschriebenen Interpretationsmöglichkeiten. Allerdings ist der Korrelationskoeffizient sehr empfindlich gegenüber Ausreißern und einzelnen Extremwerten und zu-

dem nur für lineare (und schwach nichtlineare, dann näherungsweise) Zusammenhänge anwendbar.

Die Rangkorrelation nach SPEARMAN ist dem Korrelationskoeffizienten nach Pearson in der Berechnung ähnlich, allerdings werden die Werte der Urliste in eine Rangliste überführt, also entsprechend ihrem Rang transformiert. Dazu werden sie aufsteigend sortiert und nummeriert. Ihre Nummerierung entspricht dem Wert des Rangs, also ist für den kleinsten Wert der Rang $rg = 1$ usw. bis für den größten Wert der Rang $rg = n$ ist. Wenn die Rangfolge nicht eindeutig geordnet werden kann, liegen Bindungen vor. Dies ist der Fall, wenn zwei gleiche Werte für einen Parameter auftreten. Dann ist der Rangkorrelationskoeffizient mit Bindungen zu berechnen, vgl. [80]. Hier wird die Möglichkeit gewählt, bei gleichen Werten den mittleren Rang zu verwenden (also etwa $rg = 7{,}5$ wenn $x_7 = x_8$ gleichgroß sind).

$$r_{Sp} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{rg}(x_i) - \bar{\mathrm{rg}}(x)\right)\left(\mathrm{rg}(y_i) - \bar{\mathrm{rg}}(y)\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{rg}(x_i) - \bar{\mathrm{rg}}(x)\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{rg}(y_i) - \bar{\mathrm{rg}}(y)\right)^2}} \tag{3-22}$$

Der Mittelwert der Ränge berechnet sich mit: $\bar{rg}(x) = \bar{rg}(y) = (n + 1)/2$.

Die tatsächlichen Werte $x_i$ spielen somit nach dem Sortieren keine Rolle mehr und machen den Korrelationskoeffizienten nach SPEARMAN unempfindlicher für Ausreißer und nichtlineare Zusammenhänge.

Für andere Korrelationskoeffizienten wie die nach KENDALL, BLOMQVIST und GINI oder den Kontingenzkoeffizienten sei auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen [80, 86]. Bei mehr als zwei Merkmalen oder starken Nichtlinearitäten sind Korrelationskoeffizienten nicht mehr nutzbar. Dann sind andere Verfahren wie etwa Distanzmatrizen oder Copulas zu verwenden (vgl. etwa [128, 186]).

Zusätzlich sei darauf hingewiesen, dass Korrelationsanalysen und alle damit zusammenhängenden mathematischen Verfahren nur den statistischen Zusammenhang zweier Merkmale erfassen, nicht ob dieser ein kausaler Zusammenhang ist. Scheinkorrelationen bezeichnen statistische Korrelationen, für die es keinen objektiven Grund gibt. Umgekehrt bezeichnen verdeckte Korrelationen offensichtliche Zusammenhänge, die durch die statistische Korrelation nicht erfasst werden.

Zur Ermittlung, ob ein Zusammenhang zwischen Merkmalen besteht, stehen Test-Statistiken zur Verfügung wie etwa der Chi-Quadrat- oder der Fisher-Test für dichotome Merkmale (vgl. [80]).

Im Rahmen der Zeitreihenanalyse des Verkehrs in Abs. 5.4.1 werden zudem Autokorrelationen verwendet. Diese beschreiben die Korrelation zwischen aufeinanderfolgenden Elementen einer Reihe und geben die Abhängigkeit einer Realisation von den vorherigen Werten der Reihe wieder. Für Details zu deren Berechnung sei auf die Literatur verwiesen [2, 10].

### Distanzmatrizen

Werden drei Merkmale analysiert, so ist eine visuelle räumliche Darstellung noch möglich, bei mehr als drei Merkmalen jedoch nicht mehr. Jedoch stellen die Merkmalsvektoren ($\boldsymbol{a}_i^T$) Punkte

im *m*-dimensionalen Raum dar, deren Abstände über Distanzmaße erfasst werden. Die folgende Darstellung zur Ermittlung der Distanzmatrizen basiert auf den Beschreibungen in [11].

Basis ist die Datenmatrix $\boldsymbol{A}$, in der die Spalten *k* die Parameter und die Zeilen *i* deren Realisationen darstellen. Es ergibt sich eine $n \times m$ Matrix mit *n* Objekten und *m* Merkmalen.

$$\boldsymbol{A} = (a_{ik}) = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \tag{3-23}$$

Die Matrix $\boldsymbol{A}$ setzt sich aus den Merkmalsvektoren $\boldsymbol{a}_k$ zusammen, die der Menge der Realisationen des Parameters *k* entsprechen:

$$\boldsymbol{a}_k = \begin{pmatrix} a_{1k} \\ \vdots \\ a_{nk} \end{pmatrix} \tag{3-24}$$

Im hier vorliegenden Fall sind alle Merkmale metrisch und somit quantifizierbar.

Der Distanzindex *d* zwischen den Objekten *i* wird als Maß eingeführt. Damit ist eine Quantifizierung des Unterschiedes möglich; für gleiche Werte ist $d = 0$. Die paarweisen Distanzen zwischen zwei Objekten *i* und *j* fasst die Distanzmatrix $\boldsymbol{D}$ ($n \times n$) zusammen. Diese ist symmetrisch und mit Nullen auf der Hauptdiagonalen besetzt.

$$\boldsymbol{D} = d(i,j) = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \dots & d_{nn} \end{pmatrix} \tag{3-25}$$

Die Berechnung der Distanzen erfolgt dem Merkmalstyp entsprechend. Für metrische Merkmale sind drei Skalentypen üblich [11]:

- die Intervallskala ($f(a_{ik}) = \alpha \cdot a_{ik} + \beta$) für Ausprägungen mit keinem definierten einheitlichen Nullpunkt (etwa Temperatur in °C und F),
- die Verhältnisskala ($f(a_{ik}) = \alpha \cdot a_{ik}$), wenn ebendies gegeben ist, jedoch die Maßeinheit nicht fest ist (Längen, Massen) und
- die Absolutskala ($f(a_{ik}) = a_{ik}$) bei natürlichen Maßeinheiten (Anzahlen).

Der Distanzindex *d* ergibt sich mit einem Wichtungsfaktor der Merkmale $\gamma_k$ und dem Parameter *p* zur Wichtung der Differenzen der Ausprägungen.

$$d_k(i,j) = \gamma_k \left| f(a_{ik}) - f\left(a_{jk}\right) \right|^p \tag{3-26}$$

In allgemeiner Form für den *m*-dimensionalen Raum ergibt sich die „gewichtete $L_p$-Distanz“:

$$d(i,j) = \left[ \sum_{k=1}^{m} \left( \gamma_k \left| f(a_{ik}) - f\left(a_{jk}\right) \right| \right)^p \right]^{\frac{1}{p}} \tag{3-27}$$

Es zeigt sich, dass *d* von der Nullpunktverschiebung $\beta$ unabhängig ist, da sich diese für jedes Merkmal herauskürzt. Der Einfluss der Maßeinheit, die durch den Faktor $\alpha$ beschrieben wird, kann durch $\gamma_k$ eliminiert werden.

## 3.2 AUSGEWÄHLTE VERTEILUNGSFORMEN

Stetige Verteilungen sind durch die Anzahl ihrer beschreibenden Parameter gekennzeichnet. Dabei sind der Mittelwert $\mu$ und die Standardabweichung $\sigma$ die gängigen Größen der zweiparametrischen Verteilungen. Wesentliche Verteilungstypen sind nachfolgend mit ihren spezifischen Eigenschaften aufgeführt.

### Gleichverteilung

Die Rechteck- oder Gleichverteilung R($\mu$,$\sigma$) ist eine zweiparametrische Verteilung. Alle Ereignisse im Intervall [$a$,$b$] treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Ihre Dichtefunktion ermittelt sich nach Gl. (3-28) und ist in Bild 3.2 zusammen mit der Verteilungsfunktion dargestellt; Mittelwert und Standardabweichung ergeben sich nach Gln. (3-29) und (3-30).

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{für } a < x < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3-28}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \tag{3-29}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} \tag{3-30}$$

### Dreiecksverteilung

Die Dreiecksverteilung D($a$,$b$,$c$) ist dreiparametrisch und nicht zwingend symmetrisch (oder im symmetrischen Fall zweiparametrisch D($a$,$b$)). Sie wird oft bei mangelnder Kenntnis der genauen Verteilungsform als einfache Näherung verwendet [224]. Ihre Dichtefunktion ist in Gl. (3-31) und in Bild 3.2 gemeinsam mit der Verteilungsfunktion wiedergegeben, ihr Erwartungswert in Gl. (3-32).

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{für} \quad a \le x \le c \\ \dfrac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{für} \quad c < x \le b \end{cases} \tag{3-31}$$

$$\mu = \frac{a+b+c}{3} \tag{3-32}$$

### Normalverteilung

Die GAUß'sche Normalverteilung N($\mu$,$\sigma$) stellt die gängige zweiparametrische Verteilungsform dar, wenn natürliche Streuungen um einen Mittelwert beschrieben werden sollen. Der Erwartungs- bzw. Mittelwert $\mu$ und die Standardabweichung $\sigma$ werden nach Gln. (3-11) und (3-12) berechnet. Dichte- und Verteilungsfunktion sind in Bild 3.2 dargestellt. Sie werden mit Gln. (3-33) und (3-34) ermittelt. Für $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ entsteht der Sonderfall der Standardnormalverteilung.

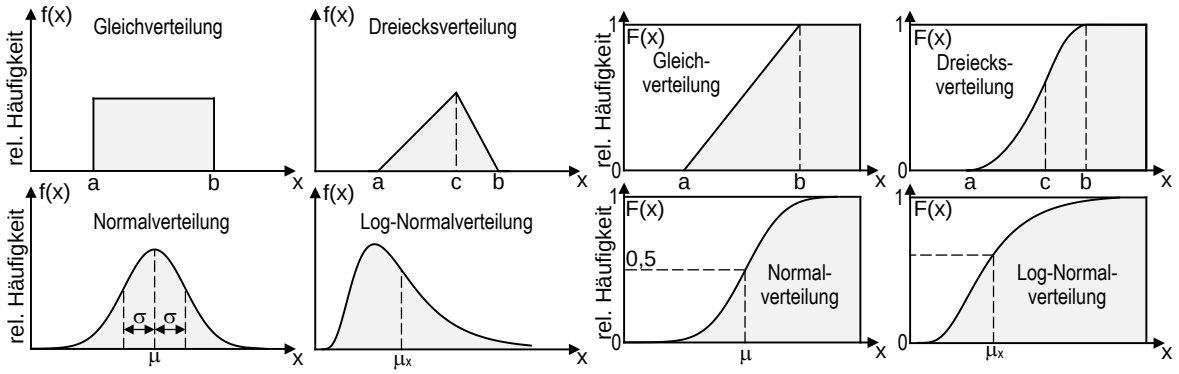



Bild 3.2: Dichte- (links) und Verteilungsfunktionen (rechts) vier wesentlicher Verteilungen

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \, e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\,{\sigma_x}^2}} \tag{3-33}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \tag{3-34}$$

### Logarithmische Normalverteilung

Die Logarithmische Normalverteilung (auch Log-Normalverteilung, Bild 3.2) weist eine natürliche linkssteile Schiefe auf und kann keine negativen Werte annehmen. Sie stellt insbesondere bei Ermüdungsvorgängen und Materialwiderständen eine häufig verwendete Verteilungsform dar. Da ihre Form im logarithmischen Raum der Form der Normalverteilung entspricht, werden der Erwartungswert $\mu_y$ und die Standardabweichung $\sigma_y$ aus den logarithmierten Daten $y = \ln(x)$ analog zur Normalverteilung ermittelt; vgl. Gln. (3-36) u. (3-37). Die Dichtefunktion folgt damit zu:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_y \, x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\ln x - \mu_y\right)^2}{2\,\sigma_y^2}} \tag{3-35}$$

Für manche Anwendungen ist eine Umrechnung in den nicht-logarithmischen Raum erforderlich: die logarithmische Standardabweichung $\zeta$ (oder $\sigma_y$) wird in $\sigma_x$ nach Gleichung (3-36) transformiert. Dazu wird der Variationskoeffizient der nicht-logarithmierten Daten $V_x$ verwendet. Analog wird der logarithmische Erwartungswert $\lambda$ bzw. $\mu_y$ nach Gl. (3-37) berechnet. Die Basis des Logarithmus hat keinen Einfluss auf die Verteilungsform.

$$\sigma_y = \zeta = \sqrt{\ln\left(1 + {V_x}^2\right)} \qquad \sigma_x = \mu_x \sqrt{e^{\zeta^2} - 1} \qquad \mu_x = e^{\lambda + \frac{\zeta^2}{2}} \tag{3-36}$$

$$\lambda = \mu_y = \ln(\mu_x) - \frac{\zeta^2}{2} \quad = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i) \tag{3-37}$$

Häufig tritt die Log-Normalverteilung bei multiplikativen Modellen auf. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass sich das Produkt von *n* Verteilungsfunktionen der Log-Normalverteilung annähert, genauso wie sich deren Summe einer Normalverteilung annähert; vgl. [86].

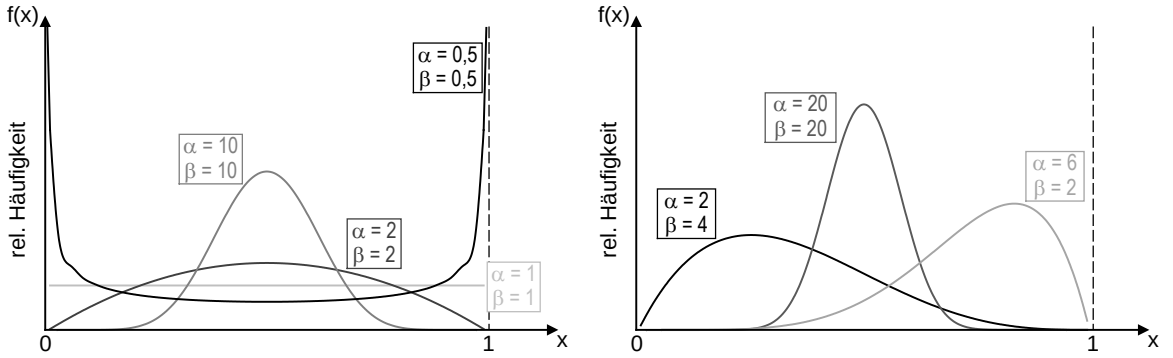



Bild 3.3: Dichtefunktionen der Standard-Betaverteilung bei Variation ihrer Parameter

### Weitere Verteilungsformen bei Lebensdaueranalysen

Die **Standard-Betaverteilung** B($\alpha$,$\beta$) ist eine begrenzte, zweiparametrische Verteilung, die auf der Gammaverteilung $\Gamma(x)$ basiert und sehr variable Formen annehmen kann [114]. Ihre Vorteile sind die Begrenzung auf ein Intervall [0; 1] und insbesondere, dass sie durch entsprechende Wahl ihrer Parameter $\alpha$ und $\beta$ von der Gleichverteilung mit B(1,1), über die Dreiecksverteilung (etwa B(1,2)), auch schiefe (etwa B(2,4)) und symmetrische Formen B(2,2) – ähnlich der Normalverteilung B(20,20) – annehmen kann; vgl. Bild 3.3. Ihre Dichtefunktion ist in Gl. (3-38) wiedergegeben.

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\, x^{\alpha-1}\,(1-x)^{\beta-1} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}\, x^{\alpha-1}\,(1-x)^{\beta-1} \tag{3-38}$$

Die **Weibullverteilung** (auch Extremwertverteilung Typ III) nach dem schwedischen Physiker Waloddi WEIBULL ist eine weitere stetige, zweiparametrische und schiefe Verteilung. Sie findet in vielen technischen Bereichen Anwendung – auch bei Ermüdungsvorgängen. Die Form der Dichtefunktion wird von den beiden positiven Parametern $\alpha$ als Lage- und $\beta$ als Formparameter gesteuert (vgl. Bild 3.4, links). Ein weiterer Vorteil ist die geschlossene Form ihrer Verteilungsfunktion (Gl. (3-40)), da sich ihre Umkehrfunktion unmittelbar bilden lässt [261].

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\,\beta\,x^{\beta-1}\,e^{-\alpha\,x^{\beta}} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3-39}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha\,x^{\beta}} \quad \text{für } x \geq 0 \tag{3-40}$$

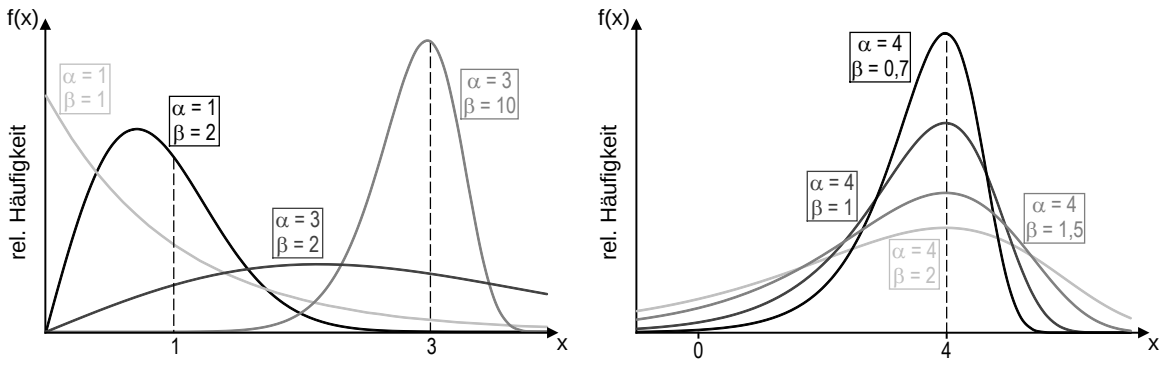



Bild 3.4: Dichtefunktionen der Weibull- (links) und der Gumbelverteilung (rechts)

Die **Gumbelverteilung** (Bild 3.4, rechts) gehört wie die Weibullverteilung zu den Extremwertverteilungen (Typ I) und besitzt ähnliche Eigenschaften, wie die Umkehrbarkeit ihrer Verteilungsfunktion. Zusammen mit der Extremwertverteilung Typ II (Fréchetverteilung) wird sie etwa für die Beschreibung von Naturereignissen wie Hochwasser oder Schnee verwendet [224]. Im Gegensatz zur Weibullverteilung kann sie auch negative Werte annehmen.

## 3.3 TRANSFORMIERTE VERTEILUNGEN – VARIANZFORTPFLANZUNG

Stehen eine oder mehrere Zufallsvariablen $\boldsymbol{X} = (X_1,\dots X_n)$ in einem funktionalen Zusammenhang ($y$ ist eine Transformation $Y = f(\boldsymbol{X})$), kann deren (gemeinsame) Wirkung auf die Ergebnisgröße $Y$ von Interesse sein. $Y$ stellt demnach eine abhängige Zufallsvariable dar. Deren Eigenschaften können etwa durch die Varianz bzw. Standardabweichung beschrieben werden, die mittels GAUß'schen Varianzfortpflanzungsgesetzes oder der Delta-Methode (vgl. [52]) ermittelt wird.
Dazu wird eine Taylorreihe der Funktion (Gl. (3-41)) um die Entwicklungsstelle, die hier den Mittelwerten $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1,\dots \mu_n)$ der Zufallsvariablen entspricht, entwickelt. Oftmals sind die Terme erster Ordnung als Näherung ausreichend; für lineare Funktionen ist dies zugleich die exakte Lösung.

$$f(x) \approx f(\mu) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right|_{x_i=\mu_i} \cdot (x_i - \mu_i) = f(\mu) + \sum_{i=1}^{n} f_i'(\mu_i) \cdot (x_i - \mu_i) \qquad (3\text{-}41)$$

Die partielle Ableitung der Funktion $f(\boldsymbol{x})$ nach dem Parameter $x_i$, an der Stelle $\mu_i$ wird zur verbesserten Übersicht im Folgenden durch $f_i'(\mu_i)$ ausgedrückt (vgl. Gl. (3-41)).

Da der Mittelwert der Abweichungen $E(x_i - \mu_i)$ definitionsgemäß gleich null ist, ergibt sich der Erwartungswert von $f(\boldsymbol{x})$ nach Gl. (3-41) allein aus dem ersten Term zu $E(f(\boldsymbol{x})) = f(\boldsymbol{\mu})$. Die Varianz folgt daraus zu:

$$\begin{aligned} \sigma\big(f(\boldsymbol{x})\big)^2 &\approx E([f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{\mu})]^2) \\ &\approx E\left(\left[\sum_{i=1}^{n} f_i'(\mu_i) \cdot (x_i - \mu_i)\right]^2\right) \end{aligned} \qquad (3\text{-}42)$$

Bezeichnet man die Varianz der Zufallsvariablen mit $\sigma(X_i)^2$ und im Falle von korrelierten Variablen die Kovarianz zweier Variablen $X_i$ und $X_j$ mit $\sigma(X_i, X_j)$, ergibt sich die Varianz von $f(\boldsymbol{x})$ zu:

$$\sigma\big(f(\boldsymbol{x})\big)^2 \approx \sum_{i=1}^{n} [f_i'(\mu_i) \cdot \sigma(X_i)]^2 + 2 \cdot \sum_{i>j} f_i'(\mu_i) \cdot f_j'\big(\mu_j\big) \cdot \sigma\big(X_i, X_j\big) \qquad (3\text{-}43)$$

Für unkorrelierte Variablen vereinfacht sich Gl. (3-43), da der zweite Term (mit $\sigma(X_i, X_j) = 0$) wegfällt. Gl. (3-41) bezeichnet man dann zumeist als totales Differential. Die Standardabweichung $\sigma(f(\boldsymbol{x}))$ kann folglich aus der Quadratwurzel der Varianz ermittelt werden.

Weiterführende Informationen zu den Eigenschaften korrelierter Zufallsvariablen finden sich in [2]. Hintergründe zur Delta-Methode und zur Varianzfortpflanzung enthält [52]; eine Zusammenstellung für häufige Transformationen unkorrelierter Variablen gibt etwa [114].

## 3.4 Zur Abgrenzung von Normal- und Log-Normalverteilung

Für kleine Variationskoeffizienten $V_x$ nähert sich die Log-Normalverteilung der Normalverteilung an (vgl. Bild 3.6, rechts), bis sie nahezu gleich sind. Da die Definition einer oberen Grenze von „kleinen“ Variationskoeffizienten in der Literatur mit Werten zwischen 0,10 [92] und 0,20 [93, 221] stark variiert, oder wie in [152, 244] keine genauen Angaben gemacht werden, soll dieser Einfluss hier mit eigenen Untersuchungen analysiert und bewertet werden.

Dazu soll eine große Anzahl normalverteilter und logarithmisch-normalverteilter Daten erzeugt und diese mittels sogenannter statistischer Anpassungstests (detailliert in [59, 80, 81]) untersucht werden. Dabei wird durch Annehmen oder Verwerfen der Nullhypothese (etwa „Daten sind normalverteilt“) entschieden, ob eine Stichprobe (hier: die erzeugten Daten) einer gewissen Grundgesamtheit (hier: Normal- bzw. Log-Normalverteilung) zugehört. Das generelle Vorgehen von Anpassungstests ist [81]:

- Formulieren der Null- und Alternativhypothese
- Festlegen eines Signifikanzniveaus $\alpha$
- Entscheidung für eine der Hypothesen anhand des Testausgangs
- Interpretation der Entscheidung

Unterschiedliche Testverfahren weisen spezifische Voraussetzungen und Stärken bzw. Schwächen auf. Dies ist in Tabelle 3.1 zusammenfassend mit Bewertungen, in Abhängigkeit der untersuchten Verteilungen nach [59, 80, 81], dargestellt.

Tabelle 3.1: Eigenschaften und Bewertung möglicher Anpassungstests

| **Test** | **Eignung / Bewertung** | | | **Besonderheiten / Anmerkungen** |
|---|---|---|---|---|
| | NV | LNV | Andere | |
| Kolmogorov-Smirnov-Test | – | ○ | ○ | geeignet für kleine Stichproben, geringe Stärke |
| Lilliefors-Test | + | + | ○ | Erweiterung des Kolmogorov-Smirnov-Tests |
| Chi-Quadrat-Test | – | ○ | – | auch für diskrete Merkmale geeignet |
| Anderson-Darling-Test | ++ | ++ | + | mindestens 8 Realisationen, nur stetige Merkmale |
| Shapiro-Wilks-Test | +++ | × | × | in ursprünglicher Form nur für NV; rechenintensiv |

Erläuterung: NV = Normalverteilung; LNV = Log-Normalverteilung; × = nicht anwendbar; – = nicht geeignet; + = gut geeignet; ○ = keine Angaben bzw. weder gut noch schlecht

Aufgrund der Eigenschaften nach Tabelle 3.1 wird der Anderson-Darling-Test verwendet. Dieser basiert wie viele Anpassungstests auf dem Kolmogorov-Smirnov-Test, wichtet die Ränder aber stärker und ist demnach für die Untersuchung der schiefen Log-Normalverteilung gut geeignet. Wesentliche Voraussetzung sind metrische, stetige und aufsteigend sortierte Daten und $n \geq 8$ Realisationen.

Die Nullhypothese („Daten sind (log-) normalverteilt“) wird verworfen, wenn gilt:

$$A^2 \geq {A^*_{n,1-\alpha}}^2 \tag{3-44}$$

Dabei ist $A^2$ die Teststatistik, mit:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)\left[\ln\left(F_0(x_i)\right) + \ln\left(1 - F_0(x_{n+1-i})\right)\right] \tag{3-45}$$

Die kritischen Werte für $A^*$ werden in Abhängigkeit des Signifikanzniveaus $\alpha$ (üblich sind 0,01, 0,05 oder 0,10) bei spezifizierten Lageparametern $\mu$, $\sigma$ aus Tabellenwerten und bei aus der Stichprobe geschätzten Lageparametern $\bar{x}$ und $s$ mittels Formeln bestimmt, vgl. [80].
Geringe Signifikanzniveaus (etwa $\alpha = 0{,}01 \leftrightarrow p = 1 - \alpha = 0{,}99$) erhöhen für die meisten Testverfahren den kritischen Wert, wodurch die Wahrscheinlichkeit $\alpha$ einer fälschlichen Falsifizierung der tatsächlich richtigen Nullhypothese („$\alpha$-Fehler“) sinkt.

Aus der inversen Verteilungsfunktion $F^{-1}(x)$ wurde eine sehr große Zahl ($n = 10000$) normalverteilter und log-normalverteilter Daten mittels Latin-Hypercube Sampling generiert (vgl. Abs. 3.6) und jeweils auf Normalverteilung und Log-Normalverteilung getestet. Die Ergebnisse mit den Grenzen zur Ablehnung der Nullhypothese ($A^2 = {A^*}_{n,1-\alpha}^2$) für unterschiedliche Signifikanzniveaus ($1 - \alpha$) sind in Bild 3.5 dargestellt. Für Variationskoeffizienten $V_x \leq 0{,}06$ kann selbst für Daten der jeweils anderen Verteilung mit einem Signifikanzniveau $1 - \alpha = 0{,}99$ von einer Normal- bzw. Log-Normalverteilung ausgegangen werden. Wie erwartet, erfüllen Daten beim Test auf die Verteilung, aus der sie erzeugt wurden, uneingeschränkt die Nullhypothese.

Eine zusätzlich untersuchte „Mischverteilung“, die sich jeweils zur Hälfte aus beiden Datensätzen zusammensetzt, zeigt beim Test auf beide Verteilungsformen ähnliche Ergebnisse (Bild 3.6, links). Für Variationskoeffizienten $V_x \leq 0{,}12$ kann bei einem Signifikanzniveau $1 - \alpha = 0{,}99$ mit dem Anpassungstest kein Unterschied zwischen Normal- und Log-Normalverteilung ausgemacht werden. Für ein Signifikanzniveau von $1 - \alpha = 0{,}95$ kann die Abgrenzung von FISCHER [92] $V_x \leq 0{,}10$ bestätigt werden. Es sei darauf hingewiesen, dass ein Anpassungstest keine quantitative Aussage trifft, also der Abstand der Teststatistik zum kritischen Wert keine Aussage über die Güte zulässt.

Schließlich dient die Kurvenschar in Bild 3.6 (rechts) dem qualitativen Vergleich der Dichte-

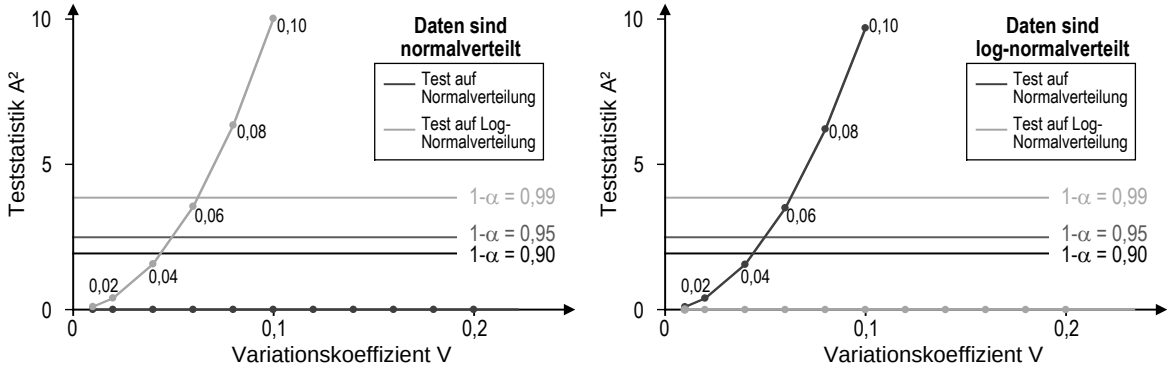



Bild 3.5: Test normal- (links) und log-normalverteilter (rechts) Daten auf Normal- bzw. Log-Normalverteilung bei variablem Signifikanzniveau

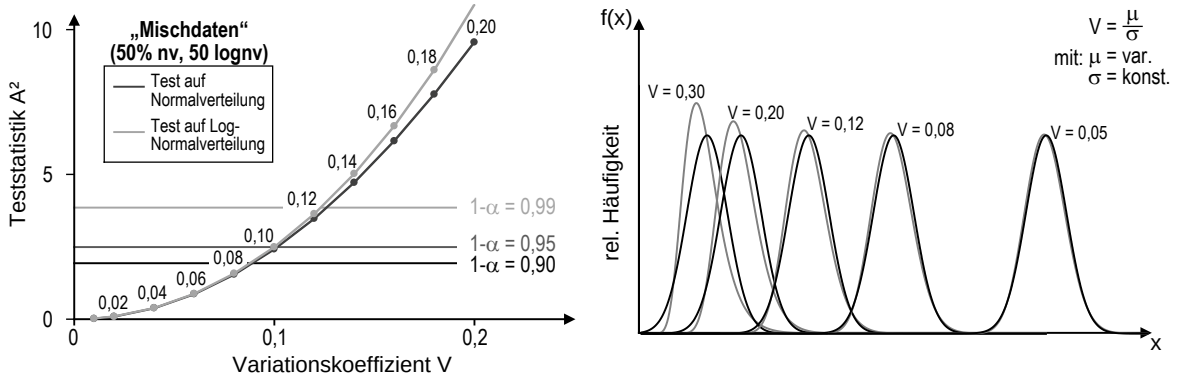



Bild 3.6: Anpassungstest einer „Mischverteilung“ aus Normal- und Log-Normalverteilung (links), Dichtefunktion für Normal- und Log-Normalverteilung bei steigendem Variationskoeffizienten (rechts)

funktionen von Normalverteilung und Log-Normalverteilung bei steigendem Variationskoeffizienten und dementsprechend zunehmender Schiefe letzterer. Ab einem Variationskoeffizienten $V_x = 0{,}12$ ist bereits ein Unterschied und die Schiefe zu erkennen, die sich immer weiter ausbilden.

## 3.5 Simulationsverfahren: Die Monte-Carlo-Methode

Zur Analyse von Unsicherheiten, Ungenauigkeiten und Unschärfen (*engl.: uncertainty analysis*), sowie zur Untersuchung der Sensitivitäten von Berechnungsmodellen (*engl.: sensitivity analysis*), sind im Laufe der Zeit verschiedene Verfahren entwickelt worden, wobei für komplexe Systeme und numerische Berechnungen die Monte-Carlo-Methode oftmals die Basis darstellt. Sie wurde erstmals 1949 von METROPOLIS & ULAM wissenschaftlich beschrieben und als solche unter ihrem heutigen Namen publiziert [172].

Sie basiert auf der Idee, dass eine stochastische Untersuchung eines (numerischen) Modells oder nichtlinearen funktionalen Zusammenhangs nicht analytisch erfolgen kann, und stattdessen durch eine Vielzahl von wiederholten, diskreten Einzelberechnungen angenähert wird. Diese Simulationen erfolgen dazu mit streuenden Eingangsparametern, die mit Samplingverfahren (vgl. Abs. 3.6) erzeugt werden. Die folgenden Beschreibungen des Vorgehens basieren auf den Beschreibungen in [115, 213].

Ein zu untersuchendes Modell kann als funktionaler Zusammenhang zwischen Eingangsvariablen $\boldsymbol{x}$ und dem Ergebnis $y$ aufgefasst werden.

$$y = f(\boldsymbol{x}) \tag{3-46}$$

Dabei ist $\boldsymbol{x}$ der Vektor der Eingangsvariablen:

$$\boldsymbol{x} = \left(x_1, x_2, \ldots\, x_i, \ldots\, x_q\right) \tag{3-47}$$

Da die Eingangsparameter (*input*) in $\boldsymbol{x}$ tatsächlich als streuende Größen auftreten, also nicht exakt bekannt sind, streut auch das Ergebnis $y$ (*output*). Die Streuung der Eingangsvariablen kann durch Verteilungen beschrieben werden (vgl. Abs. 3.2). Im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation werden $n$ Realisationen der $q$ Eingangsparameter durch Datensampling erzeugt. So

entsteht eine $n \times q$-Matrix $\boldsymbol{X}$ der Eingangsparameter, deren Einträge die $j$-te Realisation des $i$-ten Eingangsparameters sind.

$$\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots\ \boldsymbol{x_i}, \ldots\ \boldsymbol{x_q}\right) \tag{3-48}$$

Hier ist $\boldsymbol{x}_\mathrm{i}$ der Vektor des $i$-ten Eingangsparameters, der sich aus den $n$ Realisationen zusammensetzt.

$$\boldsymbol{x}_i = \left(x_{i1}, x_{i2}, \ldots\ x_{ij}, \ldots x_{in}\right) \tag{3-49}$$

Mit dem Vektor $\boldsymbol{x}_\mathrm{j}$ wird der $j$-te Satz gesampelter Eingangsparameter beschrieben, mit dem die Berechnung des Modells $\boldsymbol{y}_\mathrm{j} = f(\boldsymbol{x}_\mathrm{j})$ durchgeführt wird.

Aus $n$ wiederholten Berechnungen des Modells ergeben sich $n$ Einzelergebnisse, die im Ergebnisvektor $\boldsymbol{y}$ zusammengefasst werden.

$$\boldsymbol{y} = \left(y_1, y_2, \ldots\ \mathrm{y_j}, \ldots y_n\right) \tag{3-50}$$

Durch anschließende statistische Auswertung des Ergebnisvektors können etwa dessen Erwartungswert E($\boldsymbol{y}$)

$$E(\boldsymbol{y}) = \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j \tag{3-51}$$

und Varianz V($\boldsymbol{y}$) bestimmt werden.

$$V(\boldsymbol{y}) = {s_y}^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\bar{y} - y_j\right)^2 \tag{3-52}$$

Führt man die dichotome Funktion $\delta_{\mathrm{y,gr}}$ ein, die anhand eines Versagensgrenzwertes $y_{\mathrm{gr}}$ entscheidet, ob für die $j$-te Simulation Versagen eingetreten ist ($\delta_{\mathrm{y,gr}} = 1$) oder nicht ($\delta_{\mathrm{y,gr}} = 0$),

$$\delta_{y,gr}(y_i) = \begin{cases} 1 \text{ für } y_i > y_{gr} \\ 0 \text{ für } y_i \leq y_{gr} \end{cases} \tag{3-53}$$

so kann damit auch die Versagenswahrscheinlichkeit P*(f)* ermittelt werden [115].

$$P(f) = P\left(y > y_{gr}\right) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\delta_{y,gr}\left(y_j\right) \tag{3-54}$$

Die Varianz der Versagenswahrscheinlichkeit P*(f)* ergibt sich zu

$$\begin{aligned} {\sigma_{P(y>y_{gr})}}^2 &= E\left[P\left(y > y_{gr}\right) - E\left[P\left(y > y_{gr}\right)\right]^2\right] \\ &= \frac{P\left(y > y_{gr}\right) - P\left(y > y_{gr}\right)^2}{n} \end{aligned} \tag{3-55}$$

Für kleine Versagenswahrscheinlichkeiten ($P(f)^2 \rightarrow 0$) gilt nach [212] in Näherung:

$$\sigma_{P(y>y_{gr})} \approx \frac{P\left(y > y_{gr}\right)}{n} \tag{3-56}$$

Daraus ergibt sich die erforderliche Anzahl von Simulationen $n$ mit dem statistischen Fehler $\epsilon$:

$$\epsilon = \frac{\sigma_{P(y>y_{gr})}}{E\left[P\left(y > y_{gr}\right)\right]} \tag{3-57}$$

Damit folgt *n* zu:

$$n = \frac{1}{\epsilon^2 \, P\left(y > y_{gr}\right)} \tag{3-58}$$

Für kleine Versagenswahrscheinlichkeiten P*(f)* ergibt sich dadurch schnell eine große Anzahl erforderlicher Simulationen.

Aus dem Gesetz der großen Zahlen leitet sich ab, dass die Unsicherheit bei der Monte-Carlo-Methode etwa mit der Wurzel aus *n* abnimmt und dementsprechend die erforderliche Anzahl von Simulationen mit dem Quadrat zunimmt. Es sind Konvergenzstudien erforderlich, um die erforderliche Anzahl der Simulationen zu ermitteln, da die Anzahl von den Anforderungen an das Ergebnis hinsichtlich Genauigkeit und Zielgröße abhängt (s. o.). Anhand eines Beispiels sind solche Konvergenzstudien in Anhang D dargestellt.

Da jedoch die erforderliche Anzahl der Simulationen wesentlich vom verwendeten Samplingverfahren (vgl. Abs. 3.6) abhängt, wurden aus den Untersuchungen verschiedener Verfahren Richtwerte für die Simulationsanzahl *n* abgeleitet. Feste Regeln gibt es jedoch nicht. Die Anzahl steigt demnach mit der Anzahl der Modellparameter *q*. Mit dem Random-Sampling sind nach [122] mindestens $n = 2^q$ Simulationen erforderlich, mit dem Latin-Hypercube-Sampling werden etwa $n = 5 \cdot q$ empfohlen. Nach [212, 213] ist bei Anwendung des Latin-Hypercube-Samplings etwa ein Zehntel der Simulationen des Random-Samplings erforderlich.

Abschließend kann das generelle Vorgehen der Monte-Carlo-Methode in fünf wesentliche Schritte zusammengefasst werden:

1. Aufstellen des funktionalen Zusammenhangs (Modell) $f(\boldsymbol{x})$ zwischen Eingangsparametern $\boldsymbol{x}$ und Ergebnis $y$
2. Festlegung von Verteilungsfunktionen und deren Parametern (etwa Mittelwert und Standardabweichung)
3. Sampling von Realisationen der Eingangsparameter und Erzeugen von Kombinationen
4. Auswertung der Modellergebnisse (Simulationsdurchläufe) für die Parameterkombinationen
5. Unsicherheits- oder Sensitivitätsanalyse.

## 3.6 METHODEN DES DATEN-SAMPLINGS

Das Daten-Sampling entspricht der Entnahme einer Stichprobe aus der Grundgesamtheit für Simulationen. Der Wertebereich eines Eingangsparameters wird von seiner Verteilungsfunktion beschrieben. Da die Simulation mit einer Vielzahl fester Werte erfolgt, werden einzelne Realisationen benötigt. Dementsprechend wird die stetige Verteilungsfunktion durch eine diskrete Verteilungsfunktion aus einer festgelegten Anzahl an Realisationen abgebildet. Zur Generierung dieser Realisationen werden Samplingverfahren angewendet. Gängige Sampling-Methoden sind das *Random-Sampling* und das *Latin-Hypercube-Sampling* als eine Variante des *Stratified-Samplings*. Weitere, wie etwa das *Group-Sampling*, finden sich etwa in [215].

Der Grundgedanke der Samplingverfahren ist unabhängig von der Verteilungsform stets derselbe: Ausgehend von der inversen Verteilungsfunktion $F^{-1}(y)$ werden die Realisationen $x_i$ erzeugt.

$$\begin{aligned} & F(x) = y \\ \Leftrightarrow\ & x = F^{-1}(y) \end{aligned} \tag{3-59}$$

Dazu werden aus dem Wertebereich der Verteilungsfunktion ($0 \leq y \leq 1$), der als gleichverteilte Größe angenommen wird, $n_{sim}$ Werte $y_j$ ausgewählt und mit der inversen Verteilungsfunktion Realisationen der Zufallsvariablen $X_i$ (Eingangsparameter) erzeugt. Die Verfahren unterscheiden sich in der Werteauswahl im gleichverteilten Intervall [0; 1] und im Umgang mit Kombinationen der Realisationen bei $q$ Variablen.

$$\boldsymbol{x}_j = \left[x_{j1}, x_{j2}, , \ldots x_{jq}\right],\ \ j = 1, 2, \ldots n \tag{3-60}$$

### Random-Sampling

Beim *Random-Sampling* (auch *Monte-Carlo-Sampling* genannt) werden $n_{sim}$ Werte im Intervall [0; 1] durch Zufallszahlen bestimmt und mit der inversen Verteilungsfunktion die jeweilige Realisation der Zufallsvariable erzeugt (Bild 3.7, rechts). Jede Realisation entsteht aus einer neuen unabhängigen Zufallszahl; dies gilt auch für das Sampling weiterer Variablen $X_i$.

Das Random-Sampling stellt das elementare Herangehen dar, jedoch können einzelne Bereiche aufgrund der zufälligen Generierung von Eingangswerten schwach abgedeckt sein. Dies macht eine große Anzahl von Realisationen erforderlich. Nach MELCHING sind etwa für Modelle mit vielen Variablen $q$ mehrere Zehntausend Realisationen ($n \cdot q$) erforderlich, wenn das 90%-Quantil ermittelt werden soll, was dieser an hydrologischen Modellen zeigt [170].

Eine verbesserte Abdeckung des Wertebereichs ergibt sich durch die Verwendung von Quasi-Zufallszahlen. Hierzu sei kurz die wesentliche Unterscheidung von Pseudo- und Quasi-Zufallszahlen herausgestellt: Pseudo-Zufallszahlen werden durch einen Algorithmus erzeugt, durch den sie ein zufälliges Verhalten aufweisen (sollen), vgl. [136]. Dadurch sind sie reproduzierbar und haben eine feste Periode in der sich die Realisationen wiederholen. Quasi-Zufallszahlen entstammen dagegen deterministischen Folgen, die stets eine gleichverteilte und gleichmäßige Abdeckung des Wertebereichs gewährleisten. Trotzdem erfüllen sie die Anforderungen und Eigenschaften von Zufallszahlen. Ein häufiger Typ solcher Folgen ist etwa die SOBOL'-Folge; vgl. etwa [129, 238].
Echte Zufallszahlen sind mit Computern nur schwer zu erstellen, da diese Befehle und immer gleiche Systematiken erfordern. Deshalb werden echte Zufallszahlen nur selten verwendet.

### Stratified-Sampling

Beim *Stratified-Sampling* (auch *Importance-Sampling*) werden Unterbereiche definiert, aus denen die zufällige Probe gezogen wird. Diese Unterbereiche können gleich- oder ungleichmäßig groß (bzw. wahrscheinlich) sein. Aus jedem Unterbereich wird eine Probe genommen, was bei hohen Dimensionen (vielen Variablen) entsprechend aufwendiger ist.

### Latin-Hypercube-Sampling

Das *Latin-Hypercube-Sampling* stellt eine Variante des Stratified-Samplings dar und führt bei Monte-Carlo-Simulationen im Vergleich zum Random-Sampling zu deutlich schnellerer Konvergenz [115]. Es wurde von MCKAY, CONOVER & BECKMAN für Reaktor-Sicherheitsuntersuchungen entwickelt und 1979 veröffentlicht [167]. Es stellt quasi einen Kompromiss aus Random-Sampling und Stratified Sampling dar, wobei es eine deutlich größere Stabilität als das Random-Sampling erreicht. Der Wertebereich ($0 \leq y \leq 1$) der Verteilungsfunktion jeder Variable $X_\mathrm{i}$ wird in $n_\mathrm{sim}$ gleichgroße, disjunkte Intervalle geteilt (Bild 3.7, links). Jeweils an einem zufälligen Ort innerhalb des Intervalls (oder vereinfacht in der Intervallmitte) wird der Wert $y_\mathrm{ji}$ erzeugt, für den ein Funktionswert $x_\mathrm{ji}$ der inversen Verteilungsfunktion bestimmt wird (Bereich durch den Doppelpfeil im Intervall in Bild 3.7 gekennzeichnet). Der Vektor der $j$-ten Realisationen der $q$ Variablen ist $\boldsymbol{x}_\mathrm{j.}$

$$\boldsymbol{x}_j = \left(x_{j1}, x_{j2}, \ldots\ x_{ji}, \ldots x_{jq}\right),\ \ j = 1, 2, \ldots\ n \tag{3-61}$$

Für das Sampling unkorrelierter Zufallsvariablen werden die $n$ Realisationen der Variablen zufällig (ohne Ersetzen) kombiniert. Etwa für zwei Variablen $X_1$ und $X_2$

$$\left[x_{j1}, x_{k2}\right], \qquad j, k = 1, 2, \ldots n \tag{3-62}$$

wobei $j$ und $k$ gleich sein können, es im Regelfall aber nicht sind.

Anschließend werden den $n$ Paaren von $x_1$ und $x_2$ zufällig Realisationen $l$ der dritten Variable $X_3$ zugeordnet. Dieser Vorgang wird für die folgenden Variablen $X_\mathrm{i}$ bis $X_\mathrm{q}$ wiederholt. Schließlich ergeben sich $n$ Kombinationen. Diese Parameterkombinationen dienen als Basis für die Simulation und Auswertung mittels Monte-Carlo-Verfahren.

Ein Verfahren zur Erweiterung bestehender Samples unter Beibehalten der Struktur des Verfahrens enthält [223].

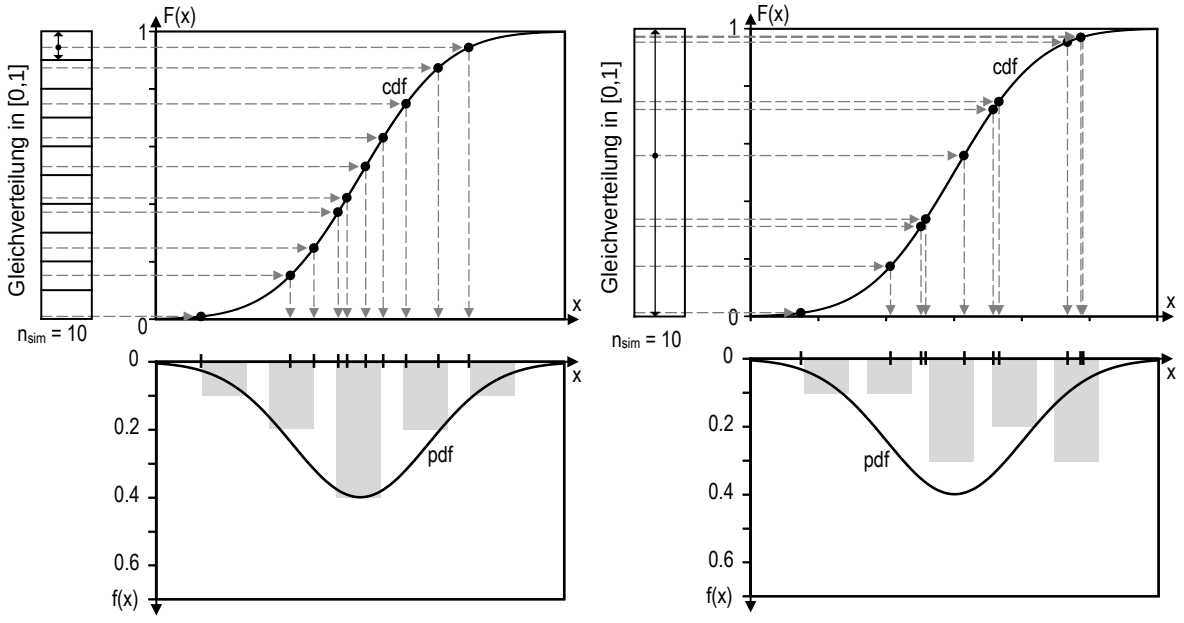



Bild 3.7: Latin-Hypercube-Sampling (links) und Random-Sampling (rechts) im schematischen Ablauf

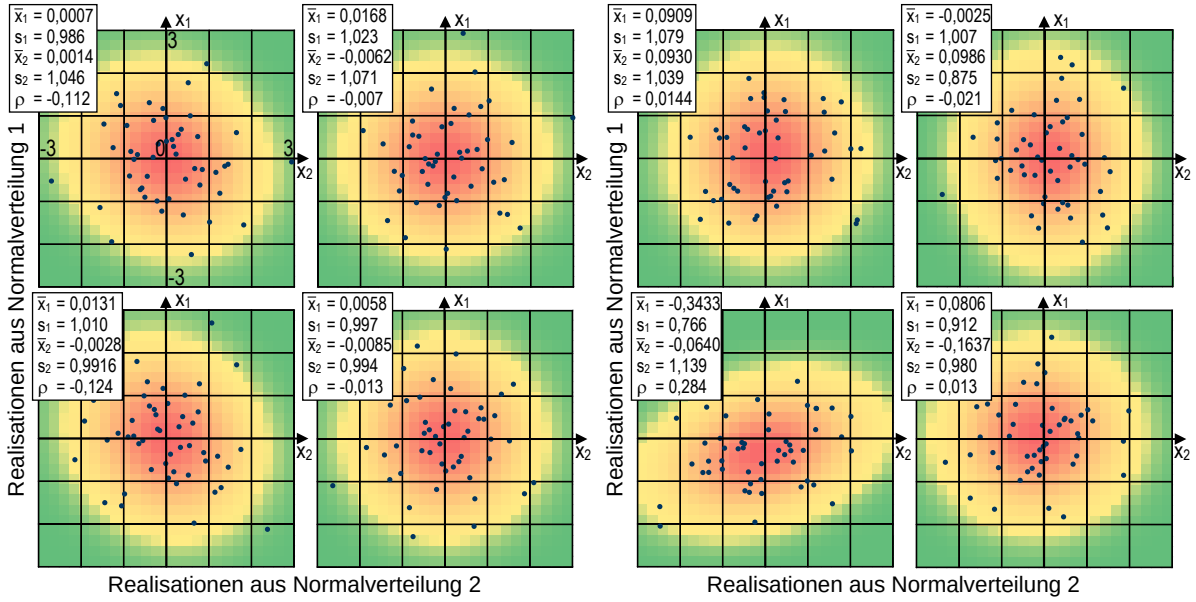



Bild 3.8: Vier Beispiele des Samplings zweier unabhängiger Variablen mit je 50 Realisationen und deren Kombination: nach dem Latin-Hypercube-Sampling (links) und Random-Sampling (rechts)

### Vergleich der Sampling-Methoden

Den Vergleich von Random- und Latin-Hypercube-Sampling bei zwei unkorrelierten Variablen zeigt Bild 3.8. Dort sind je vier beispielhafte Sets von 50 Kombinationen (Punkte) mit beiden Verfahren aus der Standard-Normalverteilung erzeugt worden und dargestellt. Aus den Daten wurden Mittelwert $\bar{x}$ und Standardabweichung $s$ sowie der Korrelationskoeffizient $r$ zwischen den beiden Verteilungen $f(x_1)$ und $f(x_2)$ ermittelt. Erwartungswerte beider Standard-Normalverteilungen sind: für den Mittelwert $E(\bar{x}) = 0$, für die Standardabweichung $E(s) = 1$ und für den Korrelationskoeffizienten $\rho = 0$. Für das Random-Sampling entstehen mitunter deutlich höhere Abweichungen, während das Latin-Hypercube-Sampling stabilere Verteilungen erzeugt. Zusätzlich wird der Unterschied anhand der zweidimensionalen Dichtefunktion der Verteilungen $f(x_1,x_2)$ dargestellt (als Farbverlauf in Bild 3.8). Für das Latin-Hypercube-Sampling bleibt diese deutlich formtreuer.

Das Theorem von McKAY et al. [167] besagt, dass für monotone Verteilungsfunktionen die Streuung des Mittelwerts aus den Sampling-Werten des Latin-Hypercube-Samplings (LHS) geringer oder gleich derjenigen nach dem Random-Sampling (RS) ist:

$$Var(\bar{x}_{LHS}) \leq Var(\bar{x}_{RS}) \tag{3-63}$$

Dieser Effekt stellt sich nach HELTON et al. [115] auch für nicht-monotone Funktionen ein.

Eine Studie zur Qualität der Abbildung der stochastischen Kennwerte nach Abs. 3.1 durch das Latin-Hypercube-Sampling und das Random-Sampling zeigt [2]. Mit steigender Ordnungszahl der zentralen Momente wird mit dem Random-Sampling eine wesentliche höhere Anzahl von Simulationen benötigt, um sich dem Erwartungswert anzunähern. Das Latin-Hypercube-Sampling nähert sich insbesondere für die ersten drei zentralen Momente (Mittelwert, Standardabweichung und Schiefe) wesentlich schneller dem Erwartungswert an.

### Sampling korrelierter Parameter

Um korrelierte Parameter im Sampling zu berücksichtigen, sind die Kombinationen entsprechend anzupassen. Dies kann beim Latin-Hypercube-Sampling etwa mit einem von IMAN & CONOVER [121] vorgestellten Verfahren erfolgen. Dieses nutzt die Tatsache, dass beim Latin-Hypercube-Sampling die Parameter anhand von Zufallszahlen in festen Intervallen bestimmt werden. Für gleiche Verteilungsformen würden sich zunächst Korrelationskoeffizienten nahe 1 ergeben. Erst durch das zufällige Vertauschen der Reihenfolge wird ihre Unabhängigkeit erzeugt (s. o.). Im Umkehrschluss kann allerdings durch das Steuern der Reihenfolge die Korrelation zwischen den Variablen beeinflusst werden. Das generelle Vorgehen, basierend auf der Rangkorrelation, sei hier in kurzer Form dargestellt (vgl. [115]).

Zunächst werden die beiden Matrizen $\boldsymbol{X}$ und $\boldsymbol{C}$ eingeführt: Die Matrix $\mathbf{X}$ $[n \times q]$ setzt sich aus den $n$ *Samplingrealisationen* der $q$ *Variablen* zusammen. Dabei ist $x_{ij}$ die $i$-te Realisation der Variable $j$. Die „Ziel"-Korrelationsmatrix ist die symmetrische Matrix $\boldsymbol{C}$ $[q \times q]$. Sie beschreibt die gewünschten Abhängigkeiten zwischen den $q$ Variablen. Der Eintrag $c_{kl}$ stellt den Korrelationskoeffizienten zwischen den Variablen $\boldsymbol{x}_k$ und $\boldsymbol{x}_l$ dar.

Das Vorgehen basiert auf der Idee, dass die Werte innerhalb der Spalten von $\boldsymbol{X}$ vertauscht werden, bis sich die gewünschte Korrelation nach $\boldsymbol{C}$ einstellt. Eine neue (umsortierte) Matrix wird mit $\boldsymbol{X}^*$ bezeichnet. Sie erfüllt die Korrelationseigenschaften von $\boldsymbol{C}$ in guter Näherung. Dazu ist die Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}$ erforderlich, die dieselbe Dimension $[n \times q]$ wie die Samplematrix $\boldsymbol{X}$ hat. Die Einträge von $\boldsymbol{S}$ sind die sogenannten „VAN-DER-WAERDEN-*Scores*" $s_{ij}$, die sich aus der inversen Standardnormalverteilung $\Phi^{-1}$ ergeben.

$$s_{ij} = \Phi^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right), \quad i = 1, 2, \ldots n \tag{3-64}$$

Durch zufälliges Vertauschen der Einträge innerhalb jeder Spalte von $\boldsymbol{S}$ wird ein unkorreliertes Set erzeugt ($\rho \approx 0$).

Nun werden die Einträge $s_{ij}$ in den Spalten so umgeordnet, dass ihre Korrelationen der „Ziel"-Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}$ entsprechen. Die Matrix, die das erfüllt, sei $\boldsymbol{S}^*$. Dazu wird die untere Dreiecksmatrix von $\boldsymbol{C}$ benötigt, die sich für symmetrische, positiv definite Matrizen mittels CHOLESKY-Zerlegung ermitteln lässt (vgl. S. 67).

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^T \tag{3-65}$$

Wenn die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}$ die Einheitsmatrix $[q \times q]$ ist (Einträge auf der Diagonalen sind 1, der Rest 0), was bei Unkorreliertheit der Variablen in $\boldsymbol{S}$ gegeben ist, dann gilt:

$$\boldsymbol{S}^* = \boldsymbol{S}\,\boldsymbol{P}^T \tag{3-66}$$

Dabei ist $\boldsymbol{S}^*$ die „vertauschte" Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}$, deren Korrelationseigenschaften nahezu der „Ziel"-Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}$ entsprechen. $\boldsymbol{X}^*$ wird erzeugt, indem die Realisationen innerhalb der Spalten entsprechend der Ränge der Einträge von $\boldsymbol{S}^*$ sortiert werden. Die Rangkorrelationsmatrix von $\boldsymbol{X}^*$ muss dann derjenigen von $\boldsymbol{S}^*$ entsprechen und sich demzufolge in gleichem Maße der „Ziel"-Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}$ annähern.

Gemäß HELTON & DAVIS [115] hängt die Güte der Ergebnisse in diesem letzten Schritt von zwei Faktoren ab:

1. Die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}$ nähert sich tatsächlich der Einheitsmatrix an.
2. Die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}^*$ entspricht nahezu der Rangkorrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}^*$.

Durch Verbesserung dieser Voraussetzungen, kann die Annäherung an die „Ziel"-Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}$ schrittweise verbessert werden:

Da die Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}_S$ der Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}$ i. d. R. nicht exakt der Einheitsmatrix entspricht, kann diese genutzt werden, um die Annäherung zu verbessern. Dazu wird zunächst $\boldsymbol{C}_S$ $[q \times q]$ (ist symmetrisch und positiv definit) ermittelt und mittels CHOLESKY-Zerlegung in obere und untere Dreiecksmatrizen zerlegt.

$$\boldsymbol{C_S} = \boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{Q}^T \tag{3-67}$$

Durch die Multiplikation $\boldsymbol{S}\cdot(\boldsymbol{Q}^{-1})^T$ entsteht eine „modifizierte" Matrix von $\boldsymbol{S}$, die die Einheitsmatrix als Korrelationsmatrix hat. Dementsprechend kann $\boldsymbol{S}^*$ analog auch modifiziert werden, sodass ihre Korrelationsmatrix der „Ziel"-Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C}$ entspricht.

$$\boldsymbol{S}^* = \boldsymbol{S}\,(\boldsymbol{Q}^{-1})^T\,\boldsymbol{P}^T \tag{3-68}$$

Um den zweiten Faktor derart zu verbessern, dass die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}^*$ nahezu der Rangkorrelationsmatrix entspricht, wurden von IMAN & CONOVER verschiedene empirische Untersuchungen gemacht. Dabei zeigte sich, dass mit den „VAN-DER-WAERDEN-Scores" im Mittel die effektivsten Ergebnisse erzielt werden [121]. Zusammenfassend ergibt sich das schematische Vorgehen:

1. Matrix $\boldsymbol{X}$ $[n \times q]$ mit n (sortierten) Samplingrealisationen der $q$ Variablen aufstellen.
2. Matrix $\boldsymbol{C}$ $[q \times q]$ als „Ziel-Korrelationsmatrix" vorgeben.
3. Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}$ $[n \times q]$ mit zufällig vertauschten „VAN-DER-WAERDEN-Scores" in jeder Spalte generieren.

   *Kontrolle:* Die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}$ sollte nahezu der Einheitsmatrix entsprechen.

4. CHOLESKY-Zerlegung der Korrelationsmatrix $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^T$.
5. Die Multiplikation der Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}$ mit der unteren Dreiecksmatrix $\boldsymbol{P}^T$ ergibt die „vertauschte" Hilfsmatrix $\boldsymbol{S}^*$.

   *Kontrolle:* Die Korrelationsmatrix von $\boldsymbol{S}^*$ sollte sich $\boldsymbol{C}$ annähern.

6. Einträge von $\boldsymbol{X}$ so anordnen, dass die Einträge jeder Spalte $q$ der Rangfolge (= Einträge) der Spalten von $\boldsymbol{S}^*$ entsprechen. Dies erzeugt die Matrix $\boldsymbol{X}^*$, die die vorgegebenen Korrelationseigenschaften von $\boldsymbol{C}$ in guter Näherung erfüllt.

Da für die durchgeführten Untersuchungen eine programmierbare Berechnung gesucht wurde, wird im Folgenden die numerische Umsetzung der CHOLESKY-Zerlegung ergänzend beschrieben.

Die Zerlegung einer symmetrischen, positiv definiten Matrix $\boldsymbol{M}$ in eine untere Dreiecksmatrix $\boldsymbol{L}$ (deren Einträge auf der Diagonalen alle 1 sind), deren Transponierte $\boldsymbol{L}^T$ und eine Diagonalmatrix $\boldsymbol{D}$ ist stets möglich.

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{L}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{L}^{T} \tag{3-69}$$

Mit $\boldsymbol{D}$ als Produkt zweier Wurzeln aus $\boldsymbol{D}$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}^{1/2}\,\boldsymbol{D}^{1/2} \tag{3-70}$$

kann die Zerlegung in zwei Anteile zusammengefasst werden. Dazu wird Matrix $\boldsymbol{P}$ eingeführt:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{L}\,\boldsymbol{D}^{1/2} \tag{3-71}$$

Damit kann die CHOLESKY-Zerlegung neu formuliert werden:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^{T} \tag{3-72}$$

Die Komponentendarstellung verdeutlicht den Zusammenhang der Einträge von $\boldsymbol{M}$:

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^{j} p_{ik} p_{jk} \quad i \geq j \tag{3-73}$$

Daraus ergibt sich für die Einträge der Matrix $\boldsymbol{P}$:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < j \\ \sqrt{m_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} {p_{ik}}^2} & \text{für } i = j \\ \frac{1}{p_{jj}} \left( m_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ik}\, p_{jk} \right) & \text{für } i > j \end{cases} \tag{3-74}$$

So lässt sich die CHOLESKY-Zerlegung einer symmetrischen und positiv definiten Matrix in eine numerische Berechnung integrieren.

## 3.7 SENSITIVITÄTS- UND UNGENAUIGKEITSANALYSEN

Ein elementares Vorgehen zur Ermittlung und Darstellung des Einflusses von streuenden Parametern auf das (Berechnungs-) Ergebnis stellen Streudiagramme (*engl.: scatterplots*) dar. Die Simulationsergebnisse als Realisationen des Modells werden als Punktwolke über den Wertebereich der Eingangsparameter dargestellt. So können etwa Korrelationen (Konzentration der Punkte) identifiziert und ihr Einfluss qualitativ bewertet werden. Jedoch wird die Darstellung und visuelle Bewertung für mehr als zwei Parameter bereits schwierig. Die visuelle Begutachtung von komplexen Modellen kann aufgrund der beschränkten Darstellbarkeit zu Fehlinterpretationen führen. Dann empfiehlt es sich, andere Verfahren, wie etwa Sensitivitäts- und Ungenauigkeitsanalysen zu verwenden. Diese ermöglichen es, das Verständnis des Modells zu verbessern, Zusammenhänge der Modellparameter zu identifizieren und ggf. daraus ein reduziertes bzw. weniger rechenintensives Modell abzuleiten. Ziele von Sensitivitäts- und Ungenauigkeitsanalysen sind im Wesentlichen [215]:

- Überprüfung und Validierung des Modellverhaltens und seiner Ergebnisse bei Parametervariation auf Robustheit oder übermäßiger Empfindlichkeit gegenüber weniger relevanten Eingangsparametern;
- Identifikation kritischer Modellparameter oder -regionen und kritischer Interaktionen;
- Besseres Verständnis der Zusammenhänge (additive, lineare, nichtlineare oder keine) zwischen Ein- und Ausgangsgrößen;
- Prüfung des Informationsgehalts der Datengrundlage (ausreichend für probabilistische Untersuchungen?);
- Aufwandsreduzierung durch Ermittlung maßgebender Parameter und Reduzierung der Modellvariablen.

Sensitivitätsanalysen (SA) bewerten etwa den Einfluss der Variation oder Streuung einzelner Eingangsparameter auf die Streuung des Gesamtergebnisses bzw. der Systemantwort (*output*) und damit auch die Robustheit des Modells. So können ergebnisrelevante oder kritische Parameter identifiziert und – je nach Verfahren – auch die Art der Zusammenhänge (additiv, linear, nichtlinear etc.), Interaktionseffekte zwischen den Parametern und Nichtlinearitäten ermittelt werden. Dabei werden unterschiedliche Größen untersucht, die unter dem englischen Begriff der *uncertainty* (Unsicherheit bzw. Ungenauigkeit) zusammengefasst werden und diese charakterisieren. Üblicherweise sind dies Quantile, die Form der gesamten Verteilung oder andere Kennwerte. SALTELLI et al. [215] empfehlen, sofern möglich, die Varianz als generelle Kenngröße der Unsicherheit zu nutzen.

Die Ungenauigkeitsanalyse (*engl.: uncertainty analysis*) dient der Ermittlung, also Quantifizierung, der Streuung des Berechnungsergebnisses und erfolgt meist gemeinsam mit bzw. vor der Sensitivitätsanalyse. Da der relative Einfluss des einzelnen Parameters auf die Systemantwort eines Modells mit zunehmender Parameteranzahl sinkt – der Parameter mit dem geringsten Einfluss kann bei einem linearen Modell aus 20 Parametern maximal 5 % der Streuung bestimmen – empfiehlt es sich, die Anzahl der variablen Eingangsparameter zunächst zu reduzieren. Dies gilt insbesondere für rechenintensive Modelle, bei denen das Festsetzen einiger variabler Parameter die Berechnungszeit wesentlich verkürzt [215].

Im Rahmen von Sensitivitätsanalysen werden Modellparameter bzw. deren Eingangsgrößen auch als Faktoren (*engl.: factor*) bezeichnet. Zusammenfassend ergeben sich die folgenden (zusätzlichen) Veranlassungen für eine Sensitivitätsanalyse, die das Vorgehen und die Wahl der Methode beeinflussen [215]:

- Faktorenpriorisierung (*engl.: factor priorization*): Identifikation relevanter Parameter und qualitative Einstufung entsprechend ihrem Einfluss auf die Streuung des Ergebnisses.
- Festhalten von Faktoren (*engl.: factor fixing*): Durch Identifikation solcher Parameter, die innerhalb ihres Wertebereichs keinen (nennenswerten) Einfluss auf die Varianz des Ergebnisses haben, können diese (auch ganze Gruppen) auf einen Wert fixiert werden und entfallen für weitere Untersuchungen als stochastische Größe.

- Varianzreduktion (*engl.: variance cutting*): Die Varianz des Ergebnisses soll auf ein bestimmtes Maß reduziert werden. Evtl. soll dazu nur die kleinstmögliche Anzahl von Parametern verwendet werden.
- Faktorenabbildung (*engl.: factor mapping*): Die Wertebereiche der Eingangsparameter werden ermittelt, die einen bestimmten Bereich des Ergebnisses beeinflussen. Etwa ob große Werte von Parameter $X_1$ den Bereich des 95%-Quantils des Ergebnisses maßgeblich beeinflussen, bzw. umgekehrt, welche Werte von $X_1$ dort relevant sind.

Für eine detaillierte Sensitivitätsanalyse bietet sich die Kombination verschiedener hier dargestellter Methoden an, mit der gleichzeitig eine Kombination der Veranlassungen verknüpft ist. Dazu wird bspw. zunächst die weniger rechenintensive Methode des elementaren Einflusses (*engl. elementary effects method*, kurz: EE, vgl. Abs. 3.7.2) zur Parameterreduktion (*factor priorization* und *factor fixing*) genutzt, anschließend können varianzbasierte Sensitivitätsindizes (vgl. Abs. 3.7.3), zur detaillierten Untersuchung des Einflusses mit reduzierter Parameterzahl ermittelt werden [215].

Anfänglich wurden Sensitivitätsuntersuchungen lokal und basierend auf den partiellen Ableitungen (*engl.: derivative-based local sensitivity method*) durchgeführt, jedoch werden mittlerweile globale Sensitivitätsanalysen empfohlen [215, 239, 260]. Lokale Sensitivitätsanalysen basieren auf einer festen „Ausgangskonfiguration“ und variieren die Parameter um diesen Punkt. Die globalen Ansätze variieren die Parameter dagegen in ihrem gesamten Wertebereich. So können robustere Ergebnisse unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und Parameterinteraktionen erzielt werden. Einen umfangreichen Überblick über die Methoden der Sensitivitätsanalyse geben IOOSS & LEMAÎTRE [124].

### 3.7.1 Lokale Sensitivitätsanalyse

Bei der lokalen Betrachtung wird, ausgehend von einem Set von Referenzwerten ($\boldsymbol{x}_i^*$), der Parameter $X_i$ die Ableitung des Simulationsergebnisses (*output*) $y = f(x_1, \dots x_i, \dots x_q)$ nach dem jeweiligen Parameter $i$ (an der Stelle $\boldsymbol{x}_i^*$) gebildet.

$$S_i^{lokal} = \frac{\tau_{x,i}}{\tau_y}\frac{\partial y}{\partial x_i}\bigg|_{x_i^*} = \frac{\tau_{x,i}}{\tau_y}\,\frac{f\left(x_1^*, \dots\, x_i^* + \Delta x_i, \dots x_q^*\right) - f\left(x_1^*, \dots\, x_i^*, \dots x_q^*\right)}{\Delta x_i} \qquad (3\text{-}75)$$

Die Skalierung der Ableitungen mit $\tau_{x,i}$ und $\tau_y$ gewährleistet eine Vergleichbarkeit der Sensitivitätsindizes $S_i$. Diese Skalierungsgrößen repräsentieren die Variabilität und können bspw. durch die Standardabweichung [215] oder anhand des möglichen Wertebereichs ausgedrückt werden. In diesem Fall wird bei dieser Methode auch von „$\sigma$-normierten Ableitungen“ (*engl.: sigma-normalized derivates*) gesprochen.

Jedoch sind die Ergebnisse des differenzenbasierten Verfahrens für nichtlineare Modelle mit möglichen Abhängigkeiten der Parameter in bestimmten Regionen des Wertebereichs ggf. nicht ausreichend aussagekräftig. Hier sind globale Untersuchungen erforderlich. Zwei solcher Ansätze werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

### 3.7.2 Methode des elementaren Einflusses (EE)

Das Verfahren des elementaren Einflusses (*EE, engl.: elementary effects method*) ist eine Methode der globalen Sensitivitätsanalyse, die nicht den quantitativen Einfluss ermittelt, sondern qualitativ die Parameter entsprechend ihres Einflusses auf das Modell sortiert. Aus vergleichsweise wenigen Simulationen, mit diametral über den Wertebereich verteilten Parameterrealisationen, können maßgebende und weniger relevante Parameter identifiziert werden [260]. Solche Verfahren werden auch als *Screening*-Verfahren bezeichnet.

Die EE-Methode nach MORRIS [179] verändert je Simulation nur einen einzelnen Parameter und bestimmt die daraus entstehende Differenz im Simulationsergebnis. Da nicht der quantitative Einfluss untersucht wird, ist ein Daten-Sampling anhand der Verteilungsfunktion nicht erforderlich. Stattdessen erzeugt die Veränderung der Eingangsparameter um das Inkrement Δ Werte in gegenüberliegenden „Ecken" des Wertebereichs. Die Generierung von Eingangsparametern erfolgt dazu mit einer, dem Verfahren eigenen, Methode von MORRIS. Der elementare Einfluss jedes Parameters $X_i$ ergibt sich aus der Differenz des Simulationsergebnisses bei Änderung des entsprechenden Parameters [179].

$$EE_i = \frac{f\left(x_1{}^*, \dots\ x_i{}^* + \Delta, \dots x_q{}^*\right) - f\left(x_1{}^*, \dots\ x_i{}^*, \dots x_q{}^*\right)}{\Delta} \tag{3-76}$$

Durch das Erzeugen von $r$ Ergebnissen für $EE_i$ können diese statistisch ausgewertet werden. Aus $r\,(q + 1)$ Simulationen ergeben sich für alle $q$ Parameter jeweils $r$ Werte für $EE_i$. Der Mittelwert der $EE_i$ bzw. der Mittelwert ihrer Absolutwerte $|EE_i|$, der nach [50] vorzeichenbedingte Fehlinterpretationen vermeidet, entspricht dem mittleren Einfluss des jeweiligen Parameters $X_i$ im gesamten Parameterraum. Die Standardabweichung $s_i = s(EE_i)$ deutet auf Nichtlinearitäten und Interaktionen zwischen Parametern hin [215].

$$\overline{EE_i} = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} EE_{i,j} \tag{3-77}$$

$$\overline{EE_i}^{\,*} = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} \left|EE_{i,j}\right| \tag{3-78}$$

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{r-1}\sum_{j=1}^{r}\left(EE_{i,j} - \mu_i\right)^2} \tag{3-79}$$

#### Daten-Sampling der EE-Methode

Analog zum Grundgedanken des Daten-Samplings (vgl. Abs. 3.6) wird der Wertebereich jedes Parameters zunächst auf ein [0; 1]-Intervall skaliert. Für $q$ Parameter entsteht ein $q$-dimensionaler Parameterraum Ω, in dem jede Dimension sich durch $p$ Werte in $p$ - 1 Subintervalle unterteilt (Bild 3.9). Der Referenzwert $x_i^*$ jedes Parameters $i$ wird zufällig aus [0; 1/($p$-1); 2/($p$-1); … 1-Δ] gewählt. Dabei ist Δ (> 0,5) ein festes Inkrement, um das jeder Parameter im

Rahmen der Untersuchung in zufälliger Reihenfolge verändert wird. Δ ist frei wählbar, SALTELLI et al. [215] empfehlen, es nach folgender Formel zu bestimmen:

$$\Delta = \frac{p}{2(p-1)} > 0{,}5 \tag{3-80}$$

Das so erzeugte Daten-Set beschreibt *r* „Wege“ (*engl.: trajectories*) durch den Parameterraum, die in $q + 1$ Schritten bzw. Simulationen durchlaufen werden (Bild 3.9). Diese Wege erzeugen eine gedachte Diagonale durch den Parameterraum vom gewählten Startpunkt zum gegenüberliegenden Endpunkt des Raums. Daraus ergeben sich $r \cdot (q + 1)$ durchzuführende Simulationen. Im Gegensatz zur lokalen SA wird damit der gesamte Wertebereich des Modells besser abgedeckt und mögliche Nichtlinearitäten werden besser identifiziert. Ein Weg kann nach folgendem Schema generiert werden:

- Es wird ein (zufälliger) Basisvektor $\boldsymbol{x}^*$ der Eingangsparameter erzeugt.
- Der erste Punkt des Weges $\boldsymbol{x}^{(1)}$ ergibt sich, indem ein oder mehrere Parameter um Δ erhöht werden; $\boldsymbol{x}^{(1)}$ muss im Parameterraum liegen.
- Folgende Punkte $\boldsymbol{x}^{(i+1)}$ werden aus dem vorherigen Punkt $\boldsymbol{x}^{(i)}$ erzeugt, indem ein zufälliger Parameter *j* um Δ erhöht oder reduziert wird (mit $\boldsymbol{e}_j$ als Einheitsvektor der entsprechenden Dimension), je nachdem in welchem Bereich des Parameterraums der Wert $x_j^{(i)}$ liegt.

$$\boldsymbol{x}^{(i+1)} = \boldsymbol{x}^{(i)} \pm \boldsymbol{e}_j \cdot \Delta \tag{3-81}$$

- Der letzte Punkt liegt am gegenüberliegenden „Ende“ des Parameterraumes und schließt quasi die Diagonale durch den *q*-dimensionalen Raum.

Ein formales Verfahren zur Generierung der Wege wird etwa in [215] beschrieben. Dazu wird die Samplematrix $\boldsymbol{B}^*$ generiert, deren Reihen die Punkte $\boldsymbol{x}^{(j)}$ sind:

$$\boldsymbol{B}^* = \left(\boldsymbol{J}_{q+1,1} \cdot (\boldsymbol{x}^*)^T + \frac{\Delta}{2}\left[\left(2\boldsymbol{B} - \boldsymbol{J}_{q+1,q}\right)\boldsymbol{D}^* + \boldsymbol{J}_{q+1,q}\right]\right)\boldsymbol{P}^* \tag{3-82}$$

Dabei ist $\boldsymbol{J}_{q+1,1}$ eine Matrix ($(q + 1) \times 1$), deren Einträge alle 1 sind; analog ist $\boldsymbol{J}_{q+1,q}$ eine 1-Matrix ($(q + 1) \times q$). $\boldsymbol{D}^*$ ist eine Diagonalmatrix ($q \times q$), deren Einträge zufällig -1 oder +1 sind, wobei beide mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Sie entscheidet, ob der jeweilige

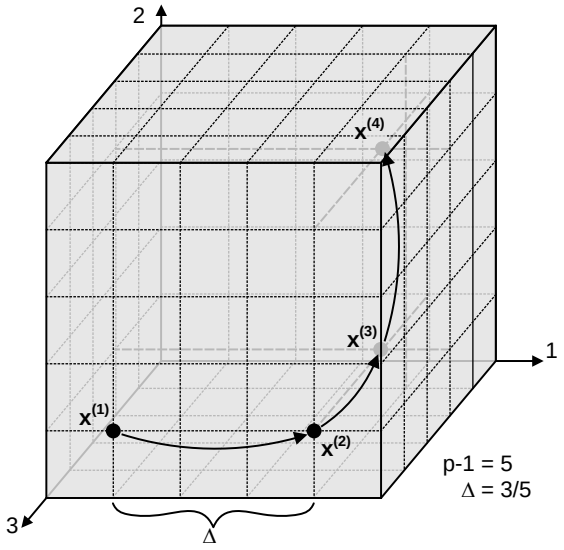



Bild 3.9: Generierung von Punkten für die EE-Methode; beispielhaft für drei Parameter

Schritt des Weges an- oder absteigt. Die Matrix $\boldsymbol{P}^*$ ($q \times q$) vertauscht zufällig die Reihenfolge in der die Parameter um $\Delta$ erhöht werden. Je Zeile und Spalte enthält sie eine 1, sonst 0. Sie ist quasi eine vertauschte Einheitsmatrix. $\boldsymbol{x}^*$ ($q \times 1$) ist der Basisvektor, dessen Einträge zufällig aus [0, 1/($p$-1), 2/($p$-1), … 1-$\Delta$] gewählt werden. Die Matrix $\boldsymbol{B}$ (($q$ + 1) × $q$) besteht aus 0 und 1, wobei sich jede Reihe nur um einen Eintrag unterscheiden. Die einfachste Wahl ist eine strikte untere Dreiecksmatrix der Form:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Mit der Matrix $\boldsymbol{B}^*$ kann ein Wert für *EE* je Eingangsparameter *i* ermittelt werden. Es werden also Simulationen für zwei Realisationen je Parameter durchgeführt, wobei jede Simulation *i* (außer $i = 1$ und $i = q + 1$) für die Auswertung zweier unterschiedlicher Parameter genutzt wird.

### Generierung mehrerer Wege mit Distanzmatrizen

Da mehr als ein Weg durchlaufen werden sollte, sind die gleichmäßige Abdeckung des Parameterraums und die Vermeidung ähnlicher Wege günstig. In [50] wird dazu eine Erweiterung des Verfahrens basierend auf Distanzmatrizen vorgeschlagen: Mit geringem Aufwand kann eine große Anzahl von $\boldsymbol{B}^*$-Matrizen (also Wegen) erzeugt werden (bspw. $r_0 = 1000$). Aus diesen wird eine vergleichsweise geringe Anzahl der unähnlichsten (etwa $r = 10$) ausgewählt und verwendet. Dazu wird jeweils der Abstand zweier Wege $d_{\mathrm{ml}}$ ermittelt:

$$d_{ml} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{q+1} \sum_{j=1}^{q+1} \sqrt{\sum_{z=1}^{q} \left[ x_z^{(i)}(m) - x_z^{(j)}(l) \right]^2} & \text{wenn } m \neq l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3-83}$$

Dabei ist $x_z^{(i)}(m)$ der Wert für den Parameter *z* am *i*-ten Punkt des *m*-ten Weges[3]. Die „besten“ *r* Wege werden mittels Maximierung des Abstandes $d_{\mathrm{ml}}$ ermittelt. Dies ergibt $\binom{r_0}{r}$ mögliche Kombinationen, die zu untersuchen sind. Dazu wird $D^2$ als Summe der quadrierten Abstände der jeweiligen Kombination ermittelt und die Kombination mit dem größten $D^2$ gewählt. Etwa für die Kombination 3,5,6 (also $r = 3$):

$$D_{3,5,6} = \sqrt{{d_{3,5}}^2 + {d_{3,6}}^2 + {d_{5,6}}^2}$$

Die Generierung bzw. das Sampling der Realisationen der Eingangsparameter erfolgt im Anschluss. Diese werden, wie auch bei anderen Sampling-Methoden, mit der inversen Verteilungsfunktion erzeugt. Für Randwerte des [0; 1]-Intervalls könnten je nach Verteilungsfunktion Realisationen $x \to \pm\infty$ erzeugt werden. Diese sind allerdings durch eine Anpassung – etwa das Ab-

[3] oder: aus der *m*-ten Matrix $\boldsymbol{B}^*$ wird aus der *i*-ten Zeile und *z*-ten Spalte der Wert entnommen und von dem Wert aus der *j*-ten Zeile und *z*-ten Spalte der *l*-ten Matrix $\boldsymbol{B}^*$ abgezogen

schneiden der Ränder oder durch Auswahl der Realisationen innerhalb von Subintervallen – zu vermeiden [215].

Mit einer frei wählbaren Anzahl von Wegen mit $r \geq 2$ [215] wird der elementare Einfluss (EE) des Parameters $i$ ermittelt und – dem Vorschlag in [260] folgend – anhand der Streuung des Simulationsergebnisses mit $\tau_y$ skaliert.

$$EE_i = \frac{1}{\tau_y} \frac{f\left(x_1{}^*, \ldots\ x_i{}^* + \Delta, \ldots x_q{}^*\right) - f\left(x_1{}^*, \ldots\ x_i{}^*, \ldots x_q{}^*\right)}{\Delta} \tag{3-84}$$

Nach [215] ist ein „sinnvolles Maß“ zwischen $p$ und $r$ zu finden, da eine Auswertung vieler Wege $r$ bei geringer Anzahl der Subintervalle ($p$-1) ebenso ungünstig ist, wie umgekehrt. Eine ungerade Anzahl ($p$ - 1) von Subintervallen ist zu bevorzugen, um den Wertebereich besser abzudecken. Mit dem verbesserten Ansatz zur Wahl der Wege [50], werden etwa mit $r = 10$ und $p = 4$ verwendbare Ergebnisse erzielt [215], wobei dies unabhängig von der Anzahl der Parameter ist.

Das Verfahren stellt eine weniger aufwendige Methode zur qualitativen Untersuchung relevanter Modellparameter dar, die den Wertebereich des Modells wesentlich besser abdeckt, als etwa eine lokale Sensitivitätsanalyse. Haben nur wenige aus einer Vielzahl untersuchter Parameter einen nennenswerten Einfluss, werden mit dem Verfahren viele Simulationen gleichen Ergebnisses erzeugt. Wird dies vorab vermutet, können diese durch ein sogenanntes Gruppen-Sampling identifiziert werden, vgl. etwa [215].

Sinnvoll ist die Ermittlung des elementaren Einflusses in folgenden Fällen: Ist das Berechnungsmodell für eine genauere Betrachtung etwa mit varianzbasierten Verfahren zu rechenintensiv, können so relevante Modellparameter identifiziert werden. Gleiches gilt sofern die Untersuchung mit Gruppen aufgrund zu weniger Parameter nicht zweckmäßig ist. Mittels *factor-fixing* der mit der EE-Methode identifizierten Parameter, reduziert sich die Anzahl der Variablen und vereinfacht sich das Modell für weitere Untersuchungen.

### 3.7.3 Varianzbasierte (globale) Sensitivitätsindizes

Die Quantifizierung des Einflusses der Modellparameter $X_i$ auf die Streuung des Berechnungsergebnisses (*output*) $Y$ ermöglichen die Verfahren der Varianzanalyse (*engl.: analysis of variance = ANOVA*), indem sie die Varianz der Systemantwort $Y$ in Abhängigkeit der Varianz ihrer Eingangsparameter und deren Zusammenwirken zerlegen (*engl.: variance decomposition*) und durch Fixieren einzelner Parameter deren Einfluss auf das Berechnungsergebnis ermitteln.

Das Berechnungsmodell sei durch einen funktionalen Zusammenhang von $q$ Eingangsparametern $X_i$ beschrieben. Die $X_i$ seien quadratisch integrierbar, d. h. zu jedem Parameter existiert eine Varianz mit $V(X_i) < \infty$.

$$Y = f(\boldsymbol{x}) = f\left(X_1, X_2, \ldots X_q\right) \tag{3-85}$$

Dieses Modell spannt einen $q$-dimensionalen Einheitsraum $\Omega^q$ (mit: $0 \leq X_i \leq 1$) auf und kann mittels sogenannter AVONA HDMR (*High Dimensional Model Representation*, vgl. [6, 215,

240]) in $2^k$ Terme zerlegt werden, die sich aus einem konstanten Term nullter Ordnung $f_0$, $q$ Termen erster Ordnung $f_i$, $\binom{q}{2}$ Termen zweiter Ordnung $f_{ij}$ usw. zusammensetzen.

$$Y = f(\boldsymbol{x}) = f_0 + \sum_{i=1}^{q} f_i(X_i) + \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[f_{ij}(X_i, X_j) + \cdots + f_{1,2\ldots q}(X_1, X_2, \ldots X_q)\right] \tag{3-86}$$

Die Zerlegung ist nicht eindeutig, allerdings konnte SOBOL‘ unter der Voraussetzung, der Mittelwert aller Terme außer $f_0$ sei null, zeigen, dass alle Terme zueinander orthogonal sind [239]. Der Term nullter Ordnung $f_0$ entspricht dadurch dem Erwartungswert von $Y$.

$$f_0 = E(Y) \tag{3-87}$$

Damit ergeben sich die Terme höherer Ordnung aus den bedingten Erwartungswerten (vgl. [6]),

$$f_i(X_i) = E(Y|X_i) - E(Y) = \int_0^1 \ldots \int_0^1 f(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x}_{-i} - f_0 \tag{3-88}$$

$$\begin{aligned} f_{ij}(X_i.X_j) &= E\left(Y\middle|X_i, X_j\right) - f_i - f_j - E(Y) \\ &= \int_0^1 \ldots \int_0^1 f(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x}_{-\{i,j\}} - f_i(X_i) - f_j\left(X_j\right) - f_0 \end{aligned} \tag{3-89}$$

wobei $d\boldsymbol{x}_{-i}$ die Integration über den Raum aller Dimensionen außer $i$ meint, $d\boldsymbol{x}_{-\{i,j\}}$ entsprechend.

Die gesamte Varianz der Funktion $f(\boldsymbol{x})$ ergibt sich durch Integration der quadrierten Funktion zu $V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = \int_{\Omega q} f^2(\mathbf{x})\, d\boldsymbol{x} - f_0^2$ (vgl. Gl. (3-19)). Aufgrund der Orthogonalität lässt sich die Varianz des Modellergebnisses $Y$ analog zu Gl. (3-86) in die Varianzen der Eingangsparameter $V_i = V(f_i(X_i))$ und die Varianzen ihres Zusammenwirkens $V_{ij}$ zerlegen.

$$V(Y) = \sum_{i=1}^{q} V_i + \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[V_{i,j} + \cdots + V_{1,2\ldots q}\right] \tag{3-90}$$

Mit Gleichung (3-88) ergibt sich die Varianz aus dem alleinigen Wirken des Parameters $i$ zu $V(f_i(X_i)) = V(E(Y|X_i))$. Daraus leitet sich der Sensitivitätsindex erster Ordnung $S_i$ (auch Haupteffekt) nach SOBOL‘ als Verhältniswert zur Gesamtvarianz $V(Y)$ ab [239].

$$S_i = \frac{V\left(f_i(X_i)\right)}{V(Y)} = \frac{V\left(E(Y|X_i)\right)}{V(Y)} \tag{3-91}$$

Sensitivitätsindizes höherer Ordnung ($S_{ij}$ bis $S_{1,2\ldots q}$) ergeben sich analog dazu, indem das Zusammenwirken der Parameter $f_{ij}(X_i,X_j)$ berücksichtigt wird. Aus Gln. (3-90) und (3-91) folgt, dass die Summe aller $2^{q-1}$ Sensitivitätsindizes (erster und höherer Ordnung) stets 1 sein muss.
Bei additiven Modellen ist generell die Summe der Sensitivitätsindizes erster Ordnung $\Sigma S_i = 1$; bei nicht-additiven Modellen $\Sigma S_i < 1$. Die Differenz zu 1 deutet auf das Maß des Einflusses von Interaktionen hin.

Die gesamte Varianz des Modells $V(Y)$ kann gemäß Gl. (3-90) als Summe der von $X_i$ bedingten Varianz $V(E(Y|X_i))$, die durch Fixieren aller Parameter außer $X_i$ bestimmt wird, und der „übrigen“ Varianzen ausgedrückt werden. Diese ergeben sich wiederum aus der Varianz von $Y$ unter der Bedingung, dass $X_i$ (je Berechnungsdurchgang für die Varianz) auf einen Wert $x_i^*$ fixiert ist.

Da das Ergebnis bei nichtlinearen Modellen, wie etwa der Wöhlerlinie, von der Wahl von $x_i^*$ abhängen kann, wird der Erwartungswert der bedingten Varianzen $V_{X-i}(Y|X_i = x_i^*)$ über alle $x_i^*$ verwendet $E_{Xi}(V_{X-i}(Y|X_i = x_i^*))$, kurz $E(V(Y|\boldsymbol{X}_{-i}))$. Aus dem Gesetz der totalen Varianz ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} V(Y) &= V\big(E(Y|X_i)\big) + E\big(V(Y|X_i)\big) \\ &= V\big(E(Y|\boldsymbol{X}_{-i})\big) + E\big(V(Y|\boldsymbol{X}_{-i})\big) \end{aligned} \tag{3-92}$$

Indem Gl. (3-92) durch $V(Y)$ geteilt wird, ergibt der erste Term erneut den Sensitivitätsindex erster Ordnung. Der zweite Term stellt die durch Interaktion mit anderen Parametern entstehende Varianz dar. Aus seiner Differenz zu 1 bildet sich der gesamte Sensitivitätsindex (*engl.: total effect*) $S_{Ti}$ [214].

$$\begin{aligned} S_{Ti} &= 1 - \frac{V(E(Y|\boldsymbol{X}_{-i}))}{V(Y)} \\ &= \frac{V_i + \sum_{j,j\neq i} V_{ij} + \sum_{j,j\neq i,j\neq k} \sum_{k,k\neq i,k\neq j} V_{ijk} + \cdots + V_{1,2\ldots q}}{V(Y)} \\ &= S_i + \sum_{j,j\neq i} S_{ij} + \sum_{j,j\neq i,j\neq k} \sum_{k,k\neq i,k\neq j} S_{ijk} + \cdots + S_{1,2\ldots q} \end{aligned} \tag{3-93}$$

Der Gesamtsensitivitätsindex $S_{Ti}$ erfasst zusätzlich sämtliche Interaktionen des Parameters $X_i$ mit anderen. Es gilt stets $S_{Ti} \geq S_i$. Nähert er sich $S_i$ an, ist der Anteil der Interaktionen mit anderen Parametern gering. Die Summe der $S_{Ti}$ aller Parameter nimmt für ideal additive Modelle 1, für nicht-additive Modelle stets Werte größer als 1 an.

Eine Zusammenfassung der Interpretationen, die sich aus den beiden dargestellten Sensitivitätsindizes ergeben, zeigt Tabelle 3.2. Die Interpretation von Sensitivitätsindizes höherer Ordnung ergibt sich analog zu denen erster Ordnung.

Tabelle 3.2: Zusammenfassende Interpretationen der Sensitivitätsindizes

| **Sensitivitätsindex erster Ordnung $S_i$** | |
|---|---|
| $S_i \approx 0$ | der Parameter $X_i$ hat keinen (nennenswerten) direkten Einfluss auf das Modell |
| $\Sigma S_i = 1$ | das Modell ist additiv (keine Interaktion zwischen den Parametern) |
| $\Sigma S_i - 1 >> 0$ | es bestehen nennenswerte Interaktionen im Modell |
| **Gesamter Sensitivitätsindex $S_{Ti}$** | |
| $S_{Ti} \approx S_i$ | der Parameter $X_i$ steht in keiner (nennenswerten) Interaktion zu den anderen $X_{j\neq i}$ |
| $\Sigma S_{Ti} - 1 >> 0$ | es bestehen nennenswerte Interaktionen im Modell |
| $S_{Ti} - S_i >> 0$ | der Parameter $X_i$ steht in nennenswerter Interaktion zu anderen Parametern |
| $\Sigma S_{Ti} = 1$ | das Modell ist additiv (keine Interaktion zwischen den Parametern) |

### Numerische Ermittlung varianzbasierter Sensitivitätsindizes

Ein Algorithmus, um beide Kenngrößen $S_i$ und $S_{Ti}$ effizient zu ermitteln, wurde von SALTELLI et al. entwickelt [215] und von GLEN & ISAACS [103] modifiziert, sodass die Sensitivitätsindizes anhand von Korrelationskoeffizienten berechnet werden können. Mit dem Verfahren sind nicht $n^2$, sondern nur $n\,(q + 2)$ Simulationen erforderlich. Für detaillierte Hintergründe sei auf [103, 215, 260] verwiesen.

Zunächst werden zwei unabhängige Samplematrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ erzeugt. Beide sind von der Form $n \times q$ ($n$ Sätze und $q$ Parameter) und werden mittels Monte-Carlo-Sampling erzeugt. Dazu empfehlen SALTELLI et al. eine ($n \times 2q$)-Matrix, die aus Zufallszahlen oder Quasi-Zufallszahlen [241] besteht, aufzuteilen und daraus die Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ erzeugen [215].

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & \cdots & x_i^{(1)} & \cdots & x_q^{(1)} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_1^{(n)} & \cdots & x_i^{(n)} & \cdots & x_q^{(n)} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} x_{q+1}^{(1)} & \cdots & x_{q+i}^{(1)} & \cdots & x_{2q}^{(1)} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{q+1}^{(n)} & \cdots & x_{q+i}^{(n)} & \cdots & x_{2q}^{(n)} \end{bmatrix} \tag{3-94}$$

Aus den beiden Matrizen werden weitere $q$ Matrizen $\boldsymbol{C}_i$ ($i$ = 1, 2, … $q$) erzeugt. Deren $i$-te Spalte entspricht der $i$-ten Spalte von $\boldsymbol{A}$, die übrigen Spalten $j \neq i$ entsprechen der $j$-ten Spalte von $\boldsymbol{B}$.

$$\boldsymbol{C}_i = \begin{bmatrix} x_{q+1}^{(1)} & \cdots & x_{q+i-1}^{(1)} & x_i^{(1)} & x_{q+i+1}^{(1)} & \cdots & x_{2q}^{(1)} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{q+1}^{(n)} & \cdots & x_{q+i-1}^{(n)} & x_i^{(n)} & x_{q+i+1}^{(n)} & \cdots & x_{2q}^{(n)} \end{bmatrix} \tag{3-95}$$

Für die Parametersätze $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{C}_i$ werden die Simulationsergebnisse (*output*) als $n$-dimensionale Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}_i$ erzeugt. Dazu sind ($n \cdot (q + 2)$) Simulationen erforderlich (= $n$ Simulationen für $\boldsymbol{A}$ + $n$ Simulationen für $\boldsymbol{B}$ + $q \cdot n$ Simulationen für $\boldsymbol{C}_i$).

Der Sensitivitätsindex erster Ordnung $S_i$ ergibt sich als (PEARSON-) Korrelationskoeffizient zwischen $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{c}_i$, wobei zur verbesserten Schätzung der Mittelwerte und Varianzen die gesamten Berechnungsergebnisse $Y$ des Modells für Matrix $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ verwendet werden: $\sigma_y^2$ und $\mu_y$.

$$S_i = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n} \frac{(a_m - \mu_y)(c_{i,m} - \mu_y)}{{\sigma_y}^2} \tag{3-96}$$

Die Interpretation eines aus Korrelationen ermittelten Sensitivitätsindexes ist: Nur für den Parameter $X_i$ haben $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{C}_i$ die gleichen Werte. Hat $X_i$ nun einen großen Einfluss, so ist $S_i$ groß (Korrelation hoch); ist der Einfluss von $X_i$ dagegen gering, ist auch der Sensitivitätsindex klein.

Der totale Sensitivitätsindex $S_{Ti}$ kann analog bestimmt werden:

$$S_{Ti} = 1 - \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{n} \frac{(b_m - \mu_y)(c_{i,m} - \mu_y)}{{\sigma_y}^2} \tag{3-97}$$

Da $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{C}_i$ bis auf $X_i$ die gleichen Werte haben, ergibt sich umgekehrt zu $S_i$ eine hohe Korrelation (= kleines $S_{Ti}$), wenn der Einfluss von $X_i$ gering ist.

### 3.7.4 Weitere Verfahren zur Analyse von Modellen

Zur Untersuchung von Berechnungsmodellen existieren viele weitere Verfahren, von denen hier nur ausgewählte Alternativen zu den beschriebenen Verfahren dargestellt sein sollen.

#### Differentialanalyse

Die Differentialanalyse basiert auf der partiellen Ableitung der – etwa durch eine Taylorreihe angenäherten – Funktion $f(\boldsymbol{x})$. Für einen Basisvektor $\boldsymbol{x}_0$, der etwa die Erwartungswerte der Parameter enthält, kann aus der lokalen, partiellen Ableitung der Mittelwert, die Varianz und auch die bedingte Varianz ermittelt werden [115].

Das Verfahren ist insbesondere dann geeignet, wenn die Einflüsse geringer Störungen oder Abweichungen vom Referenzfall $\boldsymbol{x}_0$ ermittelt werden sollen. Wurde die Taylorreihe einmal entwickelt, sind weitere Untersuchungen der Sensitivität und Unsicherheit einfach durchzuführen. Zur Ermittlung der Ableitungen existieren verschiedene Verfahren, die deren Ermittlung vereinfachen. Jedoch ist sie für globale Untersuchungen nicht geeignet.

#### Antwortflächenverfahren

Das Antwortflächenverfahren (*engl.: Response surface methodology* - RSM) ermöglicht die Approximation eines Modells mittels Regressionsverfahren. So kann ein Meta-Modell generiert werden, um den komplexen Zusammenhang vereinfachend darzustellen und mögliche Korrelationen aufzuzeigen. Im Gegensatz zu anderen Verfahren der Ungenauigkeitsanalyse ist das Sampling der tatsächlichen Verteilung der Eingangsparameter nicht erforderlich, sondern eine gleichmäßige Abdeckung des Wertebereichs [115].

Für ein Modell aus $q$ Parametern wird im $(q + 1)$-dimensionalen Raum mittels Regression eine Annäherung erzeugt. Für den Fall von zwei Parametern ist dies durch eine Fläche im dreidimensionalen Raum möglich. Die Approximation kann linear aber auch von höherer Ordnung sein. Bestehen keine Interaktionen, ist auch eine Analyse ausgewählter Modellparameter möglich. Die Anwendung von Antwortflächenverfahren anhand numerischer Modelle für Lebensdauerprognosen zeigt AHRENS [2].

#### Fourier-Amplituden-Sensitivitätstest

Einen alternativen varianzbasierten Ansatz stellt der *Fourier Amplitude Sensitivity Test* (FAST) [58] dar. Solche Verfahren weisen jedem Eingangsparameter eine charakteristische Frequenz zu und decken den Parameterraum durch periodische Funktionen ab. Durch eine Fourieranalyse (FAST) werden Sensitivitätsmaßzahlen für die Parameter bestimmt. Mit verschiedenen Erweiterungen, wie etwa dem *Random Balance Design* (FAST-RBD) [254] kann die Effizienz des Verfahrens gesteigert werden. Mit dem Verfahren ist ebenfalls eine Zerlegung der Varianz in ihre einzelnen Anteile möglich.

# 4. Entwicklung eines stochastischen Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer von Brücken

*In diesem Kapitel wird ein Berechnungsmodell zur Ermittlung der Ermüdungslebensdauer von Spannbetonbrücken unter Einbezug zeitabhängiger und nichtlinearer Einflussgrößen vorgestellt. Anschließend wird es für stochastische, simulationsbasierte Lebensdaueranalysen erweitert.*
*Die lineare Schadensakkumulationshypothese für Ermüdung verknüpft zwei zentrale Bereiche: Die Beanspruchungen in Form von Spannungsschwingbreiten und deren Häufigkeit. Zur numerischen Ermittlung von Spannstahlspannungen wird ein linear-elastisches Finite-Elemente-Strukturmodell, zur Berechnung von Schnittgrößen aus äußeren Lasten und Einwirkungen, mit einer nichtlinearen Spannungsberechnung auf Querschnittsebene verknüpft (Abs. 4.2). Die Schädigungsberechnung auf Basis von Wöhlerlinien erfolgt separat mittels linearer Schadensakkumulation nach Abs. 4.3 und mündet in der Ermittlung der Ermüdungslebensdauer.*
*Die Temperatur als Teil der Grundbeanspruchungen fließt in Form einer diskreten Häufigkeitsverteilung ein, die sich aus der numerischen Berechnung instationärer Temperaturfelder ergibt (Abs. 4.4). In Abschnitt 4.5 wird das Modell um zeitabhängige Größen, wie die Materialeigenschaften des Betons, Kriech- und Schwindauswirkungen und die langzeitige Entwicklung von Verkehrslasten erweitert. Dieses Prognosemodell stellt den Referenzfall der Genauigkeitssteigerung dar.*
*Die Implementierung der Basisvariablen in Form von Wahrscheinlichkeitsverteilungen erfolgt in Abs. 4.6. Das Ergebnis der stochastisch ermittelten Ermüdungslebensdauer zeigt und analysiert Abs. 4.7. Der abschließende Abs. 4.8 untersucht mögliche Korrelationen zwischen den Eingangsparametern und deren Einfluss auf die prognostizierte Ermüdungslebensdauer.*

## 4.1 Lebensdauerprognose von Spannbetonbrücken – Modell der Ermüdungsprognose

Unterschiedliche degradations- und zeitbedingte Prozesse bestimmen die Lebensdauer eines Brückentragwerks. Erst im Laufe der Zeit erkannte konstruktive Mängel, steigende Beanspruchungen, Korrosion oder die Betonermüdung sind nur einige. Im Rahmen der hier dargestellten Untersuchungen liegt der Fokus allein auf der Lebensdauerberechnung bei Spannstahlermüdung. Allerdings ist diese ebenfalls von unterschiedlichen Faktoren abhängig: veränderliche Lasten und ständige Einwirkungen, die numerische Berechnung, die Materialeigenschaften, die Geometrie und die reale Materialschädigung beeinflussen das Ergebnis wesentlich [3, 106]. Die Frage nach dem „wie viel“, und welchen Nutzen Monitoringmaßnahmen haben, soll auf Basis stochastischer Untersuchungen in Kapitel 6 beantwortet werden; das dazu verwendete Modell wird hier vorgestellt.

Die Lebensdauerprognose für die Spannstahlermüdung in Betonbrücken nach gängigen Regelwerken (EUROCODE 2-2 (+NAD) [74, 75] mit EUROCODE 1 [70, 71], DIN-Fachberichten und Nachrechnungsrichtlinie [47]) erfolgt als deterministischer Nachweis nach dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept. Auf die vereinfachten Nachweise, die auf einer pauschalen Begrenzung der Spannungsschwingbreite basieren (vgl. Abs. 2.1.3), wird, aufgrund des sehr konservativen – für Neubauten sinnvollen – Ansatzes, hier nicht weiter eingegangen.
Der Betriebsfestigkeitsnachweis mittels linearer Schadensakkumulationshypothese stellt die Grundlage des im Rahmen der Arbeit entwickelten stochastischen Modells zur Berechnung und Prognose der Ermüdungslebensdauer dar.

### Anforderungen an das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer

Für die Genauigkeitssteigerung der Lebensdauerprognose und zur stochastischen Modelluntersuchung leiten sich spezifische Anforderungen an das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer von Spannbetonbrücken ab:

- detaillierte Abbildung der vollständigen Bauwerkslebensdauer
- nichtlineare Spannungsberechnung im Bemessungsquerschnitt (zeitweise Zustand II)
- realitätsnahe Erfassung zeitabhängiger Einflüsse
- hohe Genauigkeit der Spannungsberechnung bei variablen Einwirkungen
- Implementierbarkeit stochastischer Parameter
- Reduzierung des Berechnungsaufwands, etwa in der Strukturberechnung (linear-elastische Schnittgrößen)
- Vermeidung unabhängiger Definitionen identischer Variablen in unterschiedlichen Modulen des Modells (bspw. Doppeldefinitionen in Strukturmodell und Spannungsberechnung)

Ziel ist es, die wesentlichen Einflussparameter – inklusive ihrer zeitabhängigen Veränderlichkeit – zu erfassen und ein detailliertes Berechnungsmodell zur Genauigkeitssteigerung zu erstellen. Dies schließt auch die vollständige Abbildung der Lebensdauer ein, wobei stets eine Reduzierung des Berechnungsaufwands unter Wahrung der Ergebnisqualität bzw. -genauigkeit angestrebt wird. Für spätere Genauigkeitsanalysen und Sensitivitätsuntersuchungen ist eine hohe Anzahl von wiederholten Modellberechnungen erforderlich. Deshalb wird auf eine nichtlineare Strukturanalyse mittels finiter Elemente (FE) verzichtet und die linear-elastische Ermittlung superponierbarer Schnittgrößen mit der Spannungsberechnung gekoppelt.
Die Ermittlung der Spannungsschwingbreiten im Zustand II ist bei Ermüdungsvorgängen von zentraler Bedeutung, da für ungerissene Querschnitte die (Spann-) Stahlspannungsschwingbreite auf ein $\alpha_E$-faches (= $E_s/E_c$) der Betonspannungsschwingbreite begrenzt ist und sie damit für Ermüdung unter üblichen Randbedingungen weit unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze liegt.

Für die umfassende Untersuchung relevanter Kenngrößen, werden deren zeitvariable Eigenschaften und mögliche Interaktionen im Modell erfasst. So entsteht im Zuge der Genauigkeits-

steigerung eine realistische Abbildung des zeitabhängigen Ermüdungsschädigungsverlaufs. Dieser last- und zeitabhängig nichtlineare Verlauf soll im Folgenden bzgl. maßgebender Parameter und Sensitivitäten untersucht werden. Dazu ist es erforderlich, die Einflussparameter als variable Größen zu definieren und die Doppeldefinition identischer Kennwerte als unabhängige Eingangsparameter zu vermeiden. Dies ist etwa für die Steifigkeit des Betons nicht möglich, da sie in die unabhängigen Module (vgl. Bild 4.1) der Struktur- und Spannungsberechnung einfließt. In der Lastmodellierung vermeiden dagegen Skalierungsbeiwerte die Doppeldefinition, indem Schnittgrößen in der Strukturberechnung ermittelt werden und diese in der anschließenden Spannungsberechnung auf Querschnittsebene entsprechend der Häufigkeitsverteilung skaliert werden. Gleiches gilt für die zeitabhängigen Spannkraftverluste, die über vereinfachte Ansätze berücksichtigt werden und sowohl den statisch bestimmten Anteil (in der Spannungsberechnung) als auch den statisch unbestimmten Anteil (aus der Strukturanalyse) skalieren.

### Aufbau des Berechnungsmodells

Das gesamte Modell zur Berechnung der Ermüdungslebensdauer ist schematisch in Bild 4.1 dargestellt. Zur Übersicht sind die Berechnungsparameter und -vorgänge – soweit möglich – in Modulen zusammengefasst. Diese entsprechen im Wesentlichen den separierten Berechnungsschritten im Modell. Stochastische bzw. davon beeinflusste sowie zeitabhängige Einflussgrößen sind entsprechend kenntlich gemacht (vgl. Legende in Bild 4.1). Zusätzlich stellen etwa Kriechen und Schwinden einen sowohl stochastischen als auch zeitabhängigen Prozess dar; auch solche sind entsprechend der Legende in Bild 4.1 gekennzeichnet. Zur Reduzierung des Berechnungsaufwands der stochastischen Simulationen werden einzelne zeitabhängige und stochastische Parameter im Folgenden zunächst separat untersucht und im Modell durch vereinfachte skalierbare Verläufe (elementares Metamodell) beschrieben. Die Module und ihr Aufbau werden in den folgenden Abschnitten erläutert und analysiert.

## 4.2 Numerische Spannungsberechnung

Die numerische Ermittlung der Spannungsschwingbreiten setzt sich aus zwei Modulen, dem Strukturmodell und der Spannungsberechnung nach Bild 4.1, zusammen. Vereinfacht wird die Spannungsschwingbreite direkt aus der Spannungsdifferenz, die sich aus dem Grund- und Wechselmoment ergibt, bestimmt [272]. Auf die aufwendigere Generierung von Beanspruchungszeitreihen und der anschließenden Aufbereitung mit Zählverfahren (vgl. Abs. 5.6 für die Messdatenauswertung) wird verzichtet, da durch das Lastmodell bedingt eine Vielzahl identischer Belastungen erzeugt wird und deren stochastische Abfolge hier nicht betrachtet wird. Nach Zilch et al. [272] liegt die Abweichung für die hier vorrangig untersuchten Koppelfugen bei etwa 1 %. Für Feld- (5 %) und Stützbereiche (12 %) ist der resultierende Fehler größer.

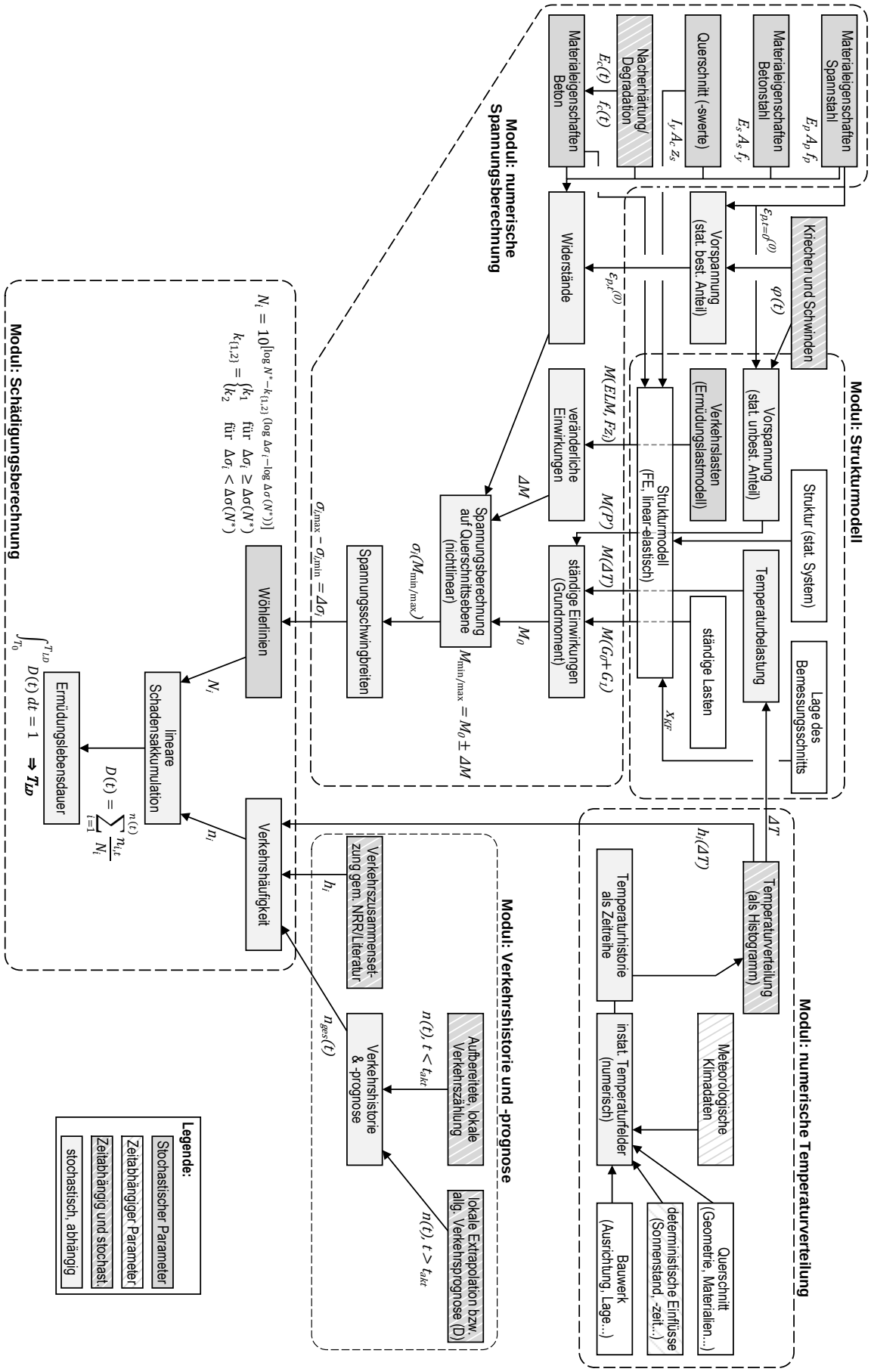



Bild 4.1: Schematischer Aufbau des Modells zur Berechnung der Ermüdungslebensdauer

### 4.2.1 Strukturmodell

Die Spannungsberechnung in Abschnitt 4.2.2 erfordert als Eingangswerte Schnittgrößen in Form von Biegemomenten und Normalkräften an der Stelle des Bemessungsquerschnitts. Der maßgebende Querschnitt ist für gealterte Spannbetonbrücken mit interner Vorspannung im nachträglichen Verbund zumeist die Koppelfuge. Diese weist aus verschiedenen Gründen eine potentielle Schwachstelle mit reduziertem Ermüdungswiderstand dar. Ursachen dafür sind erhöhte Kriech- und Schwindverluste – insbesondere bei alten Bauwerken mit einer Kopplung aller Spannglieder in der Fuge –, die Rissbildung aus dem Eigenspannungszustand, der sich aus dem ungleichmäßigen Vorspannvorgang ergibt, die nicht ansetzbare Betonzugfestigkeit in der Betonierfuge oder nur geringen Betonstahlzulagen bzw. ein Zusammenspiel all dessen.

Das Biegemoment kann in das Grundmoment $M_0$ aus ständigen Einwirkungen und ein Wechselmoment $\Delta M$ aus veränderlichen Lasten differenziert werden. Wesentliche Normalkräfte entstehen für die meisten Bauwerke aus Vorspannung (wird im Rahmen der Spannungsberechnung berücksichtigt), weshalb auf weitere Anteile hier nicht im Detail eingegangen wird.
Aufgrund der bekannten Empfindlichkeit des Ermüdungsnachweises gegenüber geringen Abweichungen, wird dieser nach gängigen Regelwerken mit den tatsächlich zu erwartenden – also mittleren – Beanspruchungen geführt. Zunächst bilden die Lastkombinationen der Regelwerke, die auf dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept basieren, die Grundlage der Untersuchungen. Für die stochastische Lebensdauerberechnung werden diese Sicherheitselemente (Teilsicherheitsbeiwerte) und Kombinationsbeiwerte durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen ersetzt.

Das Grundmoment $M_0$ ergibt sich gemäß [45, 75] aus der charakteristischen Beanspruchung aus Eigengewicht $G_0$ und Ausbaulasten $G_1$, den wahrscheinlichen Werten der Setzung $\Delta S$ und dem ungünstigen, häufigen Wert der Temperaturbeanspruchung $\psi \cdot M(\Delta T)$. Die Vorspannung bei statisch unbestimmten Systemen teilt sich in den statisch unbestimmten Anteil $P'$ und den statisch bestimmten Anteil $P_0$ auf. $P_0$ wird als Widerstand im Rahmen der Spannungsberechnung berücksichtigt (vgl. Abs. 4.2.2), $P'$ berechnet sich mit dem Strukturmodell. Die gängigen Regelwerke [45, 75] sehen für Koppelfugen eine pauschale Reduzierung der Vorspannkraft um 10 bis 30 % zur Berücksichtigung von Streuungen und Verlusten bzw. aufgrund des reduzierten Ermüdungswiderstands der Kopplung vor. Darauf wird hier verzichtet, da diese Varianzen Bestandteil der stochastischen Untersuchungen sind.

$$M_0 = M(G_0 + G_1) \oplus M(P') \oplus M(\Delta S) \oplus \psi \cdot M(\Delta T) \tag{4-1}$$

Das Wechselmoment $\Delta M$ beschreibt die Differenz von maximaler und minimaler Momentenbeanspruchung unter Verwendung des entsprechenden Verkehrslastmodells. Dazu wird das Grundmoment $M_0$ durch ein Zusatzmoment $M_{\mathrm{ELM},+/-}$ infolge des Lastmodells in den maßgebenden Laststellungen erhöht bzw. reduziert (i. d. R. $|M_{\mathrm{ELM},+}| \neq |M_{\mathrm{ELM},-}|$). Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs von Spannstahlspannung und Moment, ist eine direkte Berechnung der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma$ aus einem Wechselmoment $\Delta M$ alleine nicht möglich.

$$\Delta M = \left| M_0 \oplus M_{ELM,+} - M_0 \oplus M_{ELM,-} \right| = |M_{\max} - M_{\min}| \tag{4-2}$$

Auf die rechenzeitintensive Abbildung der Struktur durch ein räumliches FE-Modell mit Schalen- oder Volumenelementen wird – für die an das Referenzbauwerk nach Kap. 7 angelehnten Untersuchungen – verzichtet. Insbesondere für einzellige Hohlkastenquerschnitte mit geringer Profilverformung ist die Qualität der Ergebnisse eines räumlichen Balkenmodells (Bild 4.2) ausreichend. BRÜHWILER & MENN geben dazu als Abgrenzungskriterium die Vergleichsspannweite $l_0$ an. Für $l_0 \geq 2 \cdot (b_0 + h_0)$ reicht bei zweistegigen Plattenbalken und einzelligen Hohlkästen die Modellierung als Einzelstab aus, andernfalls sind Trägerrostsysteme oder gekoppelte Balkenmodelle zu bevorzugen [42]. Dabei ist $h_0$ die Querschnittshöhe und $b_0$ der Abstand der Stege. Die Vergleichsspannweite $l_0$ ergibt sich aus dem Abstand der Momentennullpunkte.

Um den Berechnungs- und Modellierungsaufwand im Zuge der numerischen Untersuchungen zusätzlich zu reduzieren, ist es für lokal begrenzte Untersuchungen von Tragwerksteilen oder -bereichen sinnvoll, nicht das gesamte Tragwerk abzubilden. Stattdessen können Symmetrien und Randbedingungen zur Idealisierung und Vereinfachung – unter Wahrung gleichwertiger Ergebnisse im Untersuchungsbereich – genutzt werden. Dazu können nicht-modellierte Bereiche der Struktur, wie auch Lager, Stützen usw., durch äquivalente Federn in ihrer Wirkung ersetzt werden. Die Steifigkeiten vernachlässigter Bereiche werden hier aus einem vereinfachten Stabwerksmodell des gesamten Tragwerks ermittelt. Für das Referenzbauwerk in Kap. 7 zeigt sich, dass der Einfluss der Randmodellierung bereits in einem Abstand von mehr als zwei Feldern gering ist. Der Schnittgrößenverlauf im Untersuchungsquerschnitt wird auch durch eine Einspannung ($c_\varphi \rightarrow \infty$) am abgeschnittenen Rand weiterhin gut abgebildet; vgl. Bild 4.2.
Die Strukturberechnungen am Referenzbauwerk in Kap. 7 erfolgen mit dem Programmsystem InfoCAD (InfoGraph) [123]. Detailliertere Untersuchungen zum Einfluss der Modellierung enthält [31].

Für eine detaillierte Abbildung des realen Bestandsbauwerks im Modell ist zunächst eine ausführliche Grundlagenermittlung erforderlich, um Geometrien, Materialien und weitere Eigenschaften festzustellen. Zentrale Elemente eines sinnvollen Vorgehens zur Bewertung von Bestandsbauwerken enthält [91]. Dort sind auch Hinweise zur Ermittlung von Materialkennwerten in Bestandsbauten und zur Übertragbarkeit auf heutige Kennzeichnungen gegeben. Eine Zuordnung historischer Betonfestigkeitsklassen zu äquivalenten heutigen Klassen ist etwa tabellarisch möglich, vgl. [91]. In [192, 225] wird ausführlich die historische Entwicklung der Eigenschaften

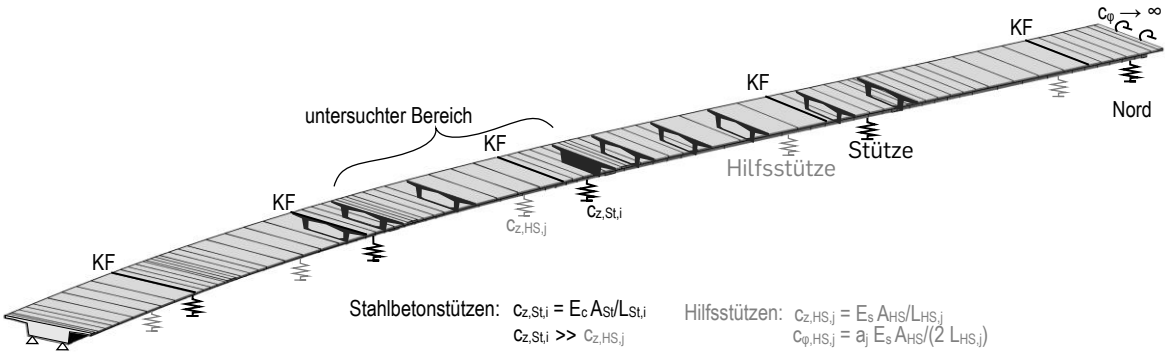



Bild 4.2: Finite-Elemente-Modell des Referenzbauwerks nach Kap. 7 als Balkenmodell

von Beton, Betonstahl und Spannstahl beschrieben. Für Betonstähle enthält [35] weitere detaillierte Ausführungen.

Unter Ermüdungsbeanspruchung geht der Querschnitt im Regelfall nur temporär und in begrenztem Maß in den Zustand II über und erreicht das Grenzlastniveau nicht. Andernfalls würden dabei erzeugte Spannungsschwingbreiten bereits nach wenigen Lastwechseln zum Ermüdungsversagen im Bereich der Kurzzeitfestigkeit führen. Deshalb wird die Schnittgrößenermittlung vereinfachend und unter Inkaufnahme geringer Fehler am linear-elastischen System durchgeführt und mit der nichtlinearen Spannungsermittlung gekoppelt. Die damit verbundene Superponier- und Skalierbarkeit der Schnittgrößen aus einzelnen Lastanteilen vereinfacht die anschließende stochastische Untersuchung wesentlich. Zudem entfällt die Abbildung der Belastungshistorie im FE-Modell, was die Rechenzeit erheblich verkürzt.

Um auch Lastverteilungen im Quersystem zu erfassen, wird die Hälfte des symmetrischen Querschnitts in der Spannungsberechnung erfasst und die Belastung auf die Stege entsprechend der Querverteilung ermittelt. Für zwei- und mehrstegige Plattenbalken finden sich analytische Lösungsansätze für einfache Systeme wie einzellige, symmetrische Hohlkästen oder zweistegige Plattenbalken, etwa in [42]. Im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen fließt die Querverteilung als Verhältnisfaktor gemessener Dehnungen bei einer Probebelastung mit Laststellung in Querschnittsmitte und am -rand ein (vgl. Abs. 5.3 und 7.4).

Unter Biegebeanspruchung breitet sich durch Schubspannungen am Übergang vom Steg zu den Gurten ein Teil der Normalspannungen in Fahrbahn- und Bodenplatte aus. Diese nichtlineare Spannungsverteilung kann durch einen konstanten Verlauf über die effektive bzw. mitwirkende Querschnittsbreite berücksichtigt werden. Diese ist über die Länge nicht konstant und wesentlich von Lasten, Spannweiten, Querschnittsabmessungen und statischen Systemen abhängig, vgl. [42, 274]. Die gleichmäßige Anordnung von Spanngliedern in den Flanschen bewirkt eine gleichmäßigere Spannungsverteilung [42].

Die am Untersuchungsquerschnitt (Koppelfuge) ermittelten Schnittgrößen nach Gln. (4-1) und (4-2) werden an das Modul der Spannungsberechnung übergeben (vgl. Bild 4.1). Für die nichtlinearen und stochastischen Untersuchungen werden einzelne Eingangswerte, wie etwa die Schnittgrößen infolge der Vorspannkraft *P*‘, durch variable Skalierungsfaktoren angepasst.

### 4.2.2 Spannungsberechnung auf Querschnittsebene

Den nichtlinearen Zusammenhang von Einwirkungen – hier vorwiegend die Biegemomente aus der FE-Berechnung – und der Spannstahlspannung $\sigma_p$ beschreibt die Momenten-Spannstahlspannungsbeziehung (nachfolgend $M$-$\sigma$-Beziehung) anschaulich. Die Handlungsanweisung der BASt [45] linearisiert diesen Zusammenhang abschnittsweise zwischen berechneten Stützstellen. Im Rahmen der Arbeit werden die Spannungen zur erhöhten Genauigkeit stets aus dem Gleichgewicht innerer und äußerer Kräfte bei iterativer Variation der Dehnungsebene mittels Simplex-Algorithmus [185] berechnet (vgl. Anhang A). Mit der BERNOULLI-Hypothese vom Ebenenblei-

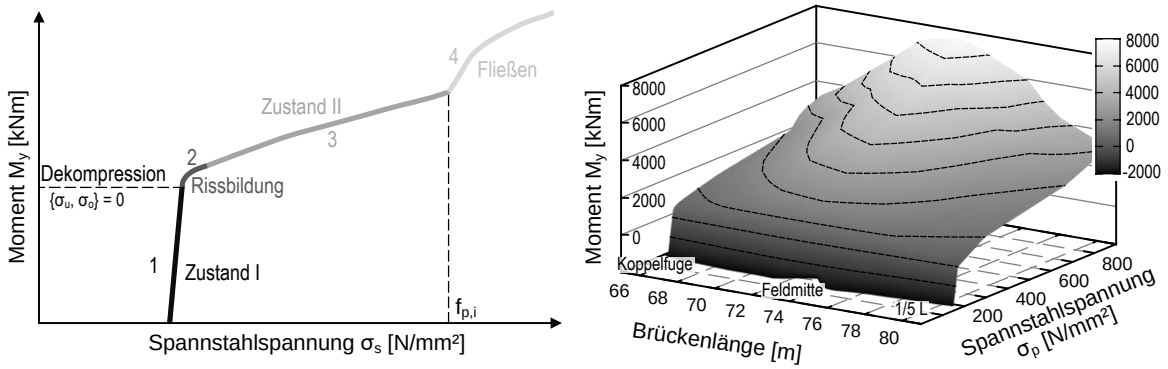



Bild 4.3: Bereiche der *M-σ*-Beziehung (links); räumliche *M-σ*-Beziehung im Feldbereich (rechts)

ben der Querschnitte kann durch Vorgabe der Randdehnungen $\varepsilon_{c,o}$ und $\varepsilon_{c,u}$ die Spannungsverteilung im Querschnitt ermittelt werden (vgl. auch Bild 4.5 und [160]). Die inneren Widerstände bei Spannbetonquerschnitten setzen sich dabei aus den Traganteilen des Betons, des Betonstahls und des Spannstahls in unterschiedlichen Lagen und mit entsprechender Querschnittsfläche zusammen; die resultierende innere Normalkraft $N_R$ ergibt sich nach Gl. (4-3), das zugehörige Widerstandsmoment $M_R$ nach Gl. (4-4). Der Term der Spannstahlwiderstände spiegelt den statisch bestimmten Anteil der Vorspannung – in Ergänzung zum statisch unbestimmten Anteil nach Gl. (4-1) – wider [274].

$$N_R = \int_A \sigma_c(z)\, dz + \sum_i \sigma_{s,i} \cdot A_{s,i} + \sum_j \sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \tag{4-3}$$

$$M_R = \int_A \sigma_c(z) \cdot z\, dz + \sum_i \sigma_{s,i} \cdot A_{s,i} \cdot z_i + \sum_j \sigma_{p,j} \cdot A_{p,j} \cdot z_j \tag{4-4}$$

### Querschnittstragverhalten (*M-σ*-Beziehung)

Für Ermüdungsuntersuchungen ist der Übergang des Tragverhaltens vom linear-elastischen Bereich in den Zustand II von zentraler Bedeutung, da reale Beanspruchungskollektive sich i. d. R. sowohl aus linear-elastischen als auch aus nichtlinearen Spannungszuständen zusammensetzen. All diese Beanspruchungssituationen umfasst die *M-σ*-Beziehung, mit der sich das Tragverhalten nach Bild 4.3 (links) in vier zentrale Bereiche einteilen lässt:

1. *Linear-elastischer Bereich (Zustand I)*: Belastungen bleiben unterhalb des Dekompressionsniveaus; Spannungsschwingbreiten in diesem Bereich sind üblicherweise nicht ermüdungsrelevant, da Spannstahlspannungen auf ein $\alpha_E$-faches der Betonzugspannung begrenzt sind.
2. *Übergangsbereich zum Zustand II*: beschreibt das Einsetzen der Rissbildung; bei vernachlässigter Betonzugfestigkeit ist dieser Übergang gleichmäßig, sonst geknickt.
3. *Ausgeprägter Zustand II*: Zugspannungen werden (nahezu) allein von der Bewehrung aufgenommen, weshalb Wechselbeanspruchungen höhere Schwingbreiten erzeugen; der Bereich ist in Näherung durch eine Gerade beschreibbar [45].

4. *Fließen der (Spann-)Bewehrung*: Wechselbelastungen führen nach wenigen Lastwechseln zum Ermüdungsbruch; der Bereich ist somit für Straßenbrücken nicht relevant. Umlagerungen auf andere Spanngliedlagen führen zum Ansteigen und zu Knicken in der jeweiligen $M$-$\sigma$-Beziehung.

Das Querschnittstragverhalten und somit auch die $M$-$\sigma$-Beziehung ist für jeden Querschnitt individuell und von dessen Geometrie und der Aufteilung der (Spann-) Bewehrung abhängig. Dementsprechend ist ihr Verlauf über die Länge des Systems veränderlich, wie Bild 4.3 (rechts) anhand eines Feldbereichs eines Durchlaufträgers zwischen den Fünftelspunkten zeigt. Da i. d. R. der Großteil der Spannglieder in Feldmitte unten im Querschnitt liegt, ist hier das Dekompressionsmoment (Abknicken des Verlaufs) größer, jedoch auch das einwirkende Moment.

Die Betonzugfestigkeit $f_{ct}$ wird für Koppelfugenquerschnitte meist vernachlässigt [47], da aufgrund der Betonierfuge von einer reduzierten und nur schwer quantifizierbaren Zugfestigkeit auszugehen ist. Insbesondere bei vorgerissenen Fugen unter zyklischer Belastung stellt die Annahme $f_{ct} = 0$ wohl die realistischste Abschätzung dar (vgl. gleichmäßiger Übergangsbereich 2 in Bild 4.3, links). Bei Ansatz einer Zugfestigkeit $f_{ct} > 0$ entsteht ein Knick in der $M$-$\sigma$-Beziehung in Höhe des aus der Randspannung $\sigma_c = f_{ct}$ abgeleiteten Dekompressionsmoments. In Abhängigkeit der verwendeten Arbeitslinie für Beton unter Zug kann der Verlauf der $M$-$\sigma$-Beziehung bei Erstbelastung nach Erreichen des Dekompressionsniveaus abfallen.

### Materialmodelle für Beton, Betonstahl und Spannstahl

Beton- und Stahlspannungen werden in Abhängigkeit der Dehnung in der entsprechenden Höhenlage $\varepsilon(z)$ aus den Arbeitslinien für Beton, Betonstahl und Spannstahl ermittelt. Unter typischen Ermüdungsbeanspruchungen und entsprechenden Häufigkeiten im Zeit- oder Dauerfestigkeitsbereich ($n >> 10^6$) wird für die Bewehrung in Koppelfugen von Spannbetonstraßenbrücken ein elastisches Materialverhalten angenommen. Andernfalls wären, infolge der geringen Kurzzeitfestigkeit bei plastischen Verformungen, Restnutzungsdauern von nur wenigen Jahren oder sogar Wochen zu erwarten. Plastische Verformungen des Spann- und Betonstahls aus zyklischer Belastung werden nicht betrachtet.

Da insbesondere für Beton kein allgemeingültiges und für alle Anwendungsfälle geeignetes Materialmodell existiert, werden die Arbeitslinien an die Anforderungen der Berechnung angepasst [119]. Für den Beton wird die nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Gl. (2-25) bzw. MODEL CODE [89] und EUROCODE 2 [72] verwendet.

In guter Näherung ist das Tragverhalten von Beton bis $|\sigma_c| \approx 0{,}4\, f_{cm}$ linear-elastisch, erst danach entstehen steifigkeitsmindernde Mikrorisse [274]. Bild 4.4 zeigt, dass die Betondruckspannung $|\sigma_c|$ bis zum Erreichen des Fließbereichs des Spannstahls (hier $\sigma_p = 800$ N/mm² bzw. Bereich 4 nach Bild 4.3, links) unter $0{,}25\, f_{cm}$ verbleibt. Dass dies nur wenig von der Vorspannkraft abhängt, wird an den Auswertungen ohne (links in Bild 4.4) und mit voll wirksamen Spannkraftverlusten (rechts) am Referenzbauwerk nach Kap. 7 deutlich. Den nahezu identischen Verlauf bei linear-elastischer und nichtlinearer Arbeitslinie des Betons zeigt Bild 4.4 anhand der, auf die

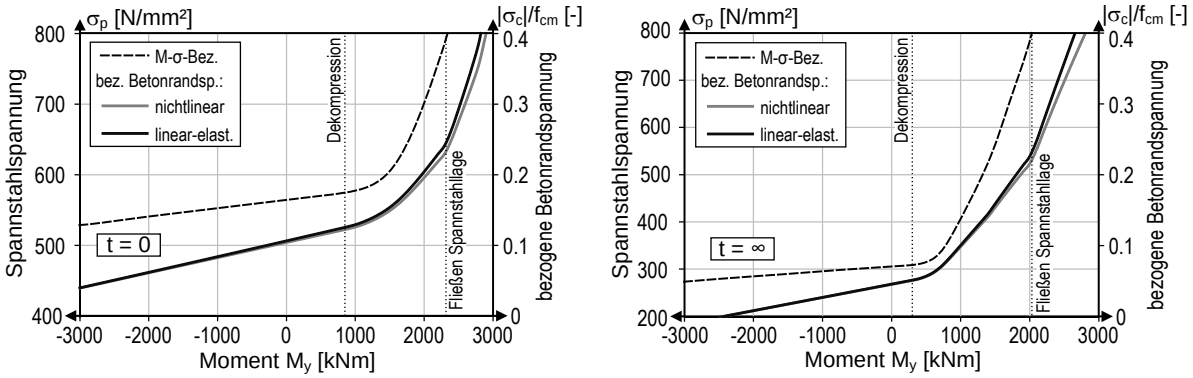



Bild 4.4: Zusammenhang von maximaler Betondruckspannung, Spannstahlspannung und Moment für die Zeitpunkte $t = 0$ (links) und $t = \infty$ (rechts) am Beispiel der Referenzbrücke nach Kap. 7

Druckfestigkeit bezogenen, Randspannung $|\sigma_c|/f_{cm}$ als durchgezogene Linien. Unterschiede zwischen der linear-elastischen und der nichtlinearen Arbeitslinie für den Beton sind auf (geringe) Krümmungen der nichtlinearen Funktion im Bereich kleiner Dehnungen zurückzuführen.

Da Reihenfolgeeffekte im Modell nach Bild 4.1 und in der linearen Schadensakkumulation außer Acht gelassen werden und zyklenabhängige Schädigungsmodelle zumeist für niederzyklische Belastungen abgeleitet wurden (vgl. [160, 203]), werden sie hier nicht verwendet. Somit wird für die Arbeitslinie des Betons auch bei vielen Lastzyklen ihre Formtreue angenommen. Zeitabhängige Degradationseffekte berücksichtigen die Kriech- und Schwindprozesse, vgl. Abs. 4.5.2.

Für die numerische Berechnung wird der Querschnitt in rechteckige Elemente aufgeteilt. Da horizontale Lastfälle nicht untersucht werden, entspricht die Elementbreite der jeweiligen vollen Teilquerschnittsbreite (Bild 4.5). Rechteckige Elemente vereinfachen die automatisierte Querschnittseingabe und Berechnung, da Transformationen bzgl. ihres Schwerpunkts entfallen. Um den Fehler der geometrischen Abbildung gering zu halten, werden sehr geringe einheitliche Elementhöhen von 1 cm verwendet. Für das Referenzbauwerk (Kap. 7, $h = 1{,}43$ m) erzeugen 143 Elemente den Betonquerschnitt. Der daraus resultierende Fehler für das Flächenträgheitsmoment $I_{c,y}$ liegt bei etwa 1 % und ist somit vertretbar gering. Anhand einer reduzierten Schichtenzahl ist die Elementierung und das Prinzip der iterativen Spannungsberechnung in Bild 4.5 für zwei Dehnungszustände – Dekompression mit $\varepsilon_{c,u} = 0$ und Zustand II mit $\varepsilon_{c,u} > 0$ – dargestellt.

Betonstahl und Spannstahl werden je Bewehrungslage als verschmierte Schichten angesetzt (Bild 4.5). Für den Spannstahl im nachträglichen Verbund – wie es ein gängiges Vorspannkonzept älterer Brücken mit Koppelfugen ist – wird die zur Spannungsberechnung verwendete Gesamtdehnung $\varepsilon_p$ aus der Summe von Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}$ und lastbedingter Zusatzdehnung $\Delta\varepsilon_p$ gebildet. Mit dieser ergibt sich die Spannstahlspannung $\sigma_p$ aus der entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

$$\sigma_p = \sigma_p(\varepsilon_p) = \sigma_p\left(\varepsilon_p^{(0)} + \Delta\varepsilon_p\right) \tag{4-5}$$

Zur Ermittlung vollständiger *M*-$\sigma$-Beziehungen wie in Bild 4.3 und Bild 4.4 werden bilineare Arbeitslinien für Betonstahl und Spannstahl angesetzt. Für das Prognosemodell ist aufgrund der vorangegangenen Ausführungen und Restriktionen ein linear-elastischer Ansatz ausreichend.

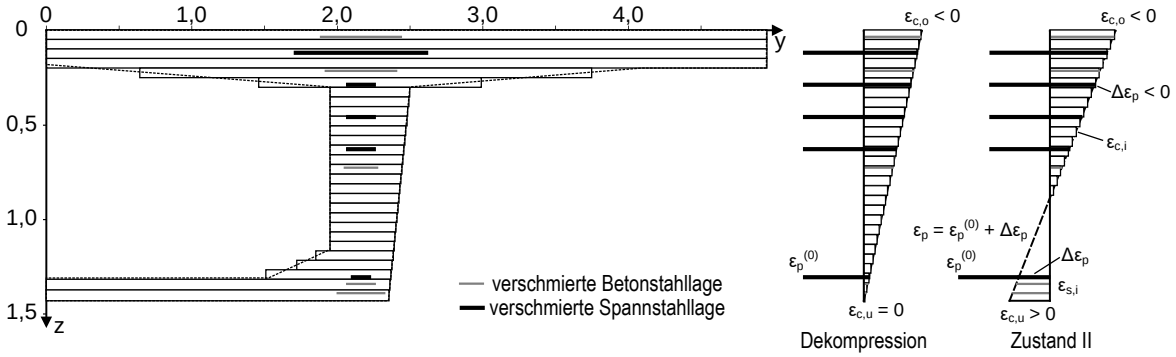



Bild 4.5: Prinzip der Querschnittsdiskretisierung (links); ausgewählte Dehnungsverteilungen (rechts)

### 4.2.3 Einwirkungen

Die zentralen Elemente der Lastmodellierung sind die Verkehrslastmodelle, die das Wechselmoment $\Delta M$ erzeugen und in Kombination mit dem Grundmoment $M_0$ aus ständigen und quasiständigen Lasten das Maß der Spannungsschwingbreite bestimmen.

Das Grundmoment setzt sich nach Gl. (4-1) aus den ständigen Gewichtslasten, dem vertikalen Temperaturgradienten (vgl. auch Abs. 4.4), setzungsbedingten Zwangsspannungen und dem statisch unbestimmten Anteil der Vorspannung zusammen. Eigenlasten des Tragwerks und seiner Aufbauten, wie Kappen, Geländer, Asphaltfahrbahn etc., ergeben sich zunächst aus deren planmäßiger Geometrie und üblichen Annahmen ihrer Wichten. Für Stahlbeton wird dazu $\gamma_c = 25$ kN/m³ angenommen. Sofern Messungen vorliegen, können ungünstige Setzungen nach [47] mit dem wahrscheinlichen Wert einfließen.

Verkehrslastmodelle der gängigen europäischen Regelwerke sowie ihre Hintergründe beschreibt Abs. 2.5. Für die hier durchgeführten Untersuchungen stellen die Ermüdungslastmodelle (ELM) 3 und 4 die Basis dar. Ihre Lastverteilung nach [71] ist ebenfalls in Abs. 2.5 dargestellt.

Maßgebende Lastpositionen leiten sich für ein Balkenmodell aus der Einflusslinie des Biegemoments an der Stelle des Untersuchungsquerschnitts ab. Die Lage $x_{i,j}$ der Einzellasten eines Fahrzeugtyps im Längssystem ergeben sich nach Gl. (4-6) aus Maximieren bzw. Minimieren der summierten Produkte von Last $F_k$ und Einflusslinienordinate $\eta_{i/j}$. Bild 4.6 zeigt beispielhaft die maßgebenden Lastpositionen des Fahrzeugtyps 2 aus ELM 4: Das maximale Biegemoment $M_{y,max}$ entsteht, wenn der Schwerpunkt des Fahrzeugs im Bereich des Untersuchungsquerschnitts

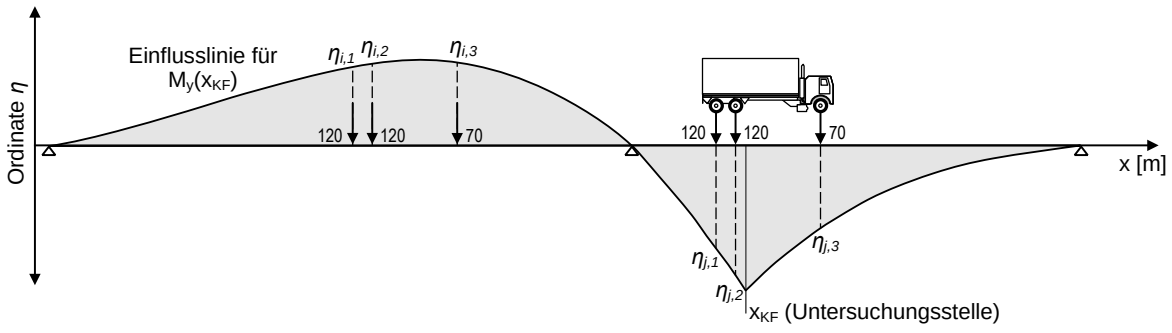



Bild 4.6: Einflusslinie zur Ermittlung maßgebender Lastpositionen des Verkehrslastmodells

ist; das minimale Moment $M_{y,min}$ bei Lastposition im Nachbarfeld.

$$\max_i \left[\sum_k \eta_{i,k} \cdot F_k\right] \rightarrow x\left(M_{y,max}\right) \quad \text{und} \quad \min_j \left[\sum_k \eta_{j,k} \cdot F_k\right] \rightarrow x\left(M_{y,min}\right) \tag{4-6}$$

Durch Superponieren verkehrsbedingter Schnittgrößen $M_{ELM,+/-}$ und derjenigen der Grundbeanspruchung $M_0$, werden maximales und minimales Biegemoment ermittelt. Aus diesen leitet sich die Spannstahlspannungsschwingbreite ab. Dynamische Untersuchungen werden hier nicht durchgeführt; dynamische Beiwerte sind bereits in den Lastmodellen enthalten (vgl. Abs. 2.5).

## 4.3 LEBENSDAUERERMITTLUNG DURCH SCHÄDIGUNGSBERECHNUNG

Trotz ihrer Schwächen (vgl. Abs. 2.1.3) wird die lineare Schadensakkumulationshypothese aufgrund des Mangels besserer und allgemeingültiger Verfahren hier als richtig vorausgesetzt. Zudem stellt sie im Bauwesen das anerkannte Verfahren dar. Einflüsse aus der Modellunsicherheit der Schadensakkumulation werden – auch aufgrund der damit verbundenen großen Streuungen – somit nicht untersucht.

Je Lastspiel ergibt sich die ertragbare Anzahl von Lastzyklen in Abhängigkeit der Spannungsschwingbreite aus Wöhlerlinien nach:

$$\log N = \log N^* - k_{1/2}[\log \Delta\sigma - \log \Delta\sigma(N^*)] \tag{4-7}$$

mit dem schwingbreitenabhängigen Beiwert $k_{1/2}$:

$$k_{1/2} = \begin{cases} k_1 & \text{für } \Delta\sigma \geq \Delta\sigma(N^*) \\ k_2 & \text{für } \Delta\sigma < \Delta\sigma(N^*) \end{cases} \tag{4-8}$$

Durch Summieren der Teilschädigungen von Inbetriebnahme des Bauwerks bei $t = T_0$ bis zum Erreichen der kritischen Schädigungssumme $D = 1$ wird die Ermüdungslebensdauer $T_{LD}$ nach Gl. (4-9) ermittelt. Dabei weist die Schädigungssumme $D(t)$, bei einem zeitlich nichtlinearen Gradienten der Spannungsschwingbreiten und Lasthäufigkeiten $n(t)$, ebenfalls einen nichtlinear ansteigenden Verlauf auf. Zudem ist $D(t)$ eine von unten halbstetige Funktion mit (theoretischen) Sprüngen bei jedem diskreten Lastereignis; jeder Sprung entspricht der Schädigungszunahme durch einen Lastwechsel und ist damit bei üblichen Beanspruchungen infinitesimal klein.

$$\int_{T_0}^{T_{LD}} D(t)\, dt = 1 \quad \Rightarrow T_{LD} \tag{4-9}$$

Die zeitabhängigen Parameter werden in der numerischen Umsetzung zu diskreten Zeitpunkten ermittelt und demnach für ein Zeitintervall (etwa ein Jahr) als konstant angenommen. Somit ergibt sich die Schädigungssumme für den Zeitpunkt $t$ aus allen vorherigen Schädigungsanteilen sowie der Summe über alle Lastzyklen im entsprechenden Zeitintervall. Aufgrund der zeitlichen Nichtlinearität der Spannungsschwingbreiten und Lasthäufigkeiten kann eine variable, angepasste Zeitdiskretisierung sinnvoll sein. Im Rahmen der Untersuchungen wird darauf verzichtet und ein festes Zeitintervall $\Delta t = 10$ a gewählt.

## 4.4 BAUWERKSSPEZIFISCHE TEMPERATURHISTORIE

Gemäß gängigen Regelwerken ist der Temperaturgradient als konstanter Wert in der häufigen Kombination anzusetzen. In Erweiterung dieses stark vereinfachten Ansatzes bietet die Nachrechnungsrichtlinie Histogramme der Temperaturgradienten in Abhängigkeit der Querschnittsgrundform an (vgl. Abs. 2.4.1). Entsprechend der Häufigkeit fließen diskrete Temperaturgradienten in die Schädigungsberechnung ein [47].

Die hier vorgeschlagene Erweiterung sieht die bauwerksspezifische Ermittlung der Temperaturgradienten in Form eines Histogramms vor, die mit entsprechender Häufigkeit in die Ermüdungsberechnung eingehen. Dabei werden standortabhängige und bauliche Besonderheiten wie die geographische Lage, die genaue Querschnittsform, die Ausrichtung, zeitabhängige Veränderungen usw. berücksichtigt. Aufgrund des mit heutigen Rechenkapazitäten vertretbaren Berechnungsaufwands stellt dies eine konsequente Erweiterung des bisherigen Konzepts bzw. der von ZILCH et al. durchgeführten Studien dar. Diese führten ähnliche Berechnungen mit konservativen Randbedingungen und Annahmen, zeitunabhängig, für typische Querschnittsformen durch [272].

Mit lokalen Klimadaten des Deutschen Wetterdienstes (DWD) kann für das Bauwerk an seinem Standort das zeitabhängige Temperaturprofil ermittelt werden, das in einem Histogramm der zeitdiskreten Augenblickswerte, entsprechend dem Zeitschritt der numerischen Berechnung (etwa stündlich), zusammengefasst wird. Bei relevanten, langfristigen klimatischen Veränderungen – die durch den Klimawandel in Zukunft von gesteigertem Interesse sein könnten – ist auch die Bestimmung jährlicher oder dekadischer Temperaturhistogramme möglich.

### 4.4.1 Numerische Berechnung instationärer Temperaturfelder

Für wenig gekrümmte Bauteile bzw. Brücken kann das Temperaturfeld über die gesamte Länge als konstant angesehen werden, sofern keine wesentlichen Änderungen der Querschnittsform oder der Randbedingungen auftreten [97].

Die diskret vorgegebenen instationären Klimadaten und die komplexe Geometrie mit verschiedenen Materialtypen und Randbedingungen erfordern eine numerische Berechnung der Temperaturfelder bei Brücken. Eine analytische oder Näherungslösung der FOURIERschen Differentialgleichung ist hier nicht mehr möglich (vgl. Abs. 2.4.2). Dazu wird der Körper bzw. Querschnitt in ein orthogonales Netz finiter Elemente zerlegt (vgl. Bild 4.8), um jedem Element, mit den Koordinaten $x$, $y$ und $z$, bzw. im ebenen Fall $y$ und $z$, zum Zeitpunkt $t$, eine Temperatur $\vartheta$ als Zustandsgröße zuzuweisen. Aus allen Elementen im Querschnitt ergibt sich das skalare Feld der Temperaturverteilung zum Zeitpunkt $t$ und somit $\vartheta$ als zeitliche und räumliche Funktion $\vartheta(x,y,z,t)$.

Die Definitionen des Wärmeübergangs unterscheiden sich für Rand- und Innenelemente [157]. Die übertragene Wärmemenge aus Wärmeleitung $\Delta Q$ für ein Innenelement $i$ ergibt sich aus den Wärmestromdichten $\dot{q}_{i,k}$ der $m$ Nachbarelemente $k$ und der jeweiligen Kontaktlänge $b_{i,k}$ nach Bild 4.7 (links), sowie der Zeitschrittweite $\Delta t$. Die über die Elementbreite $b_{i,k}$ (bzw. im räumlichen

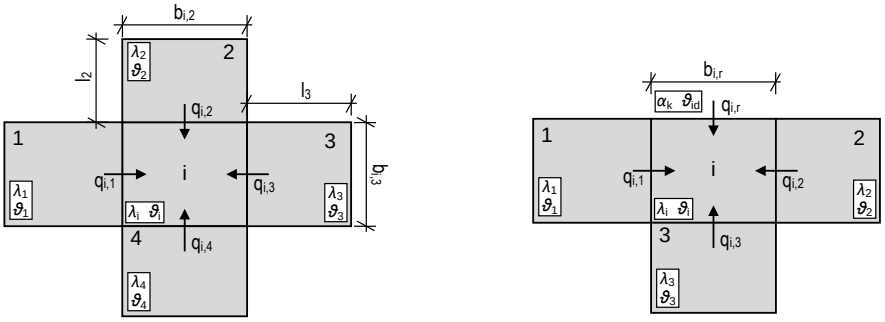



Bild 4.7: Definition eines Innen- (links) und eines Randelements (rechts), nach [157]

Fall über die Kontaktfläche) übertragene Wärmestromdichte wird als Wärmestrom $q_{\mathrm{i,k}} = \dot{q}_{\mathrm{i,k}} \cdot b_{\mathrm{i,k}}$ bezeichnet.

$$\Delta Q_{i,innen} = \Delta t \sum_{k=1}^{m} \dot{q}_{i,k}\, b_{i,k} \tag{4-10}$$

Ein Randelement erfasst zusätzlich den Wärmestrom, der über *n* Randflächen übertragen wird. Dazu wird das Innenelement um die Wärmestromdichte am Rand $\dot{q}_{\mathrm{i,r}}$ und die Oberflächenbreite $b_{\mathrm{i,r}}$ erweitert (Bild 4.7, rechts).

$$\Delta Q_{i,Rand} = \Delta t \left[ \sum_{k=1}^{m} \left( \dot{q}_{i,k}\, b_{i,k} \right) + \sum_{r=1}^{n} \left( \dot{q}_{i,r}\, b_{i,r} \right) \right] \tag{4-11}$$

Die Ermittlung der Wärmestromdichten erfolgt auf Grundlage des molekularen Wärmetransports nach Gln. (2-51) und (2-52), der sich aus:

- den Elementlängen $l_{\mathrm{i}}$ bzw. $l_{\mathrm{k}}$ in Richtung des Wärmestroms bzw. Temperaturgradienten,
- den Wärmeleitfähigkeiten $\lambda_{\mathrm{i}}$ bzw. $\lambda_{\mathrm{k}}$ (vgl. Tabelle 4.1) und
- den Temperaturen $\vartheta_{\mathrm{i}}$ bzw. $\vartheta_k$ der benachbarten Elemente *i* und *k* zusammensetzt.

$$\dot{q}_{i,k} = \frac{2\, \lambda_i\, \lambda_k}{\lambda_i\, l_k + \lambda_k\, l_i} \left[ \vartheta_k - \vartheta_i \right] \tag{4-12}$$

Der Wärmestrom an der luftseitigen Oberfläche besteht aus Anteilen des konvektiven und des durch Strahlung erzeugten Wärmeübergangs. Weitere Einflüsse wie die Wärmeübertragung an Kontaktflächen mit anschließenden Bauteilen, Verdunstungs- oder Schmelzvorgänge werden hier nicht betrachtet.

Die Wärmestromdichte aus Konvektion kann nach dem NEWTONschen Abkühlungsgesetz ermittelt werden, das den realen, komplexen Vorgang durch eine Proportionalitätskonstante zwischen Wärmestromdichte und Temperaturgefälle annähert [157]. Der sogenannte globale Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{\mathrm{k}}$ [W/(m²·K)] ist material- und strömungsabhängig und ergibt sich aus einer Luftgrenzschicht an der Oberfläche (vgl. [37]). Mit der Oberflächentemperatur $\vartheta_{\mathrm{O}}$ [°] und der Luft- bzw. Fluidtemperatur $\vartheta_{\mathrm{L}}$ berechnet sich die Wärmestromdichte aus Konvektion [157]:

$$\dot{q}_{Konv} = \alpha_k \left( \vartheta_L - \vartheta_O \right) \tag{4-13}$$

Für die gesamte Wärmestromdichte an der Oberfläche $\dot{q}_{\mathrm{O}}$ ist zudem der Anteil aus dem Strahlungsaustausch $\dot{q}_{\mathrm{Str}}$ zu erfassen:

$$\dot{q}_O = \dot{q}_{Konv} + \dot{q}_{Str} \tag{4-14}$$

Für die Berechnung kann der gesamte Wärmestrom am Rand als konvektiver Wärmestrom aufgefasst werden, indem die Wärmestromdichte aus Strahlung $\dot{q}_{\mathrm{Str}}$ analog zu Gl. (4-13) ausgedrückt wird. Dazu ersetzt eine zu berechnende ideelle Randtemperatur $\vartheta_{\mathrm{id}}$ die Lufttemperatur $\vartheta_{\mathrm{L}}$.

$$\begin{aligned} \dot{q}_O &= \alpha_k(\vartheta_L - \vartheta_O) + \dot{q}_{Str} = \alpha_k(\vartheta_{id} - \vartheta_O) \\ \Rightarrow \vartheta_{id} &= \frac{\dot{q}_O}{\alpha_K} + \vartheta_O \end{aligned} \tag{4-15}$$

Damit kann die Wärmestromdichte am Randelement analog zu Gl. (4-12) berechnet werden [157]. Die Ermittlung der Strahlungsanteile zur Berechnung der ideellen Randtemperatur folgt in Abs. 4.4.3.

$$\dot{q}_{i,r} = \frac{2\ \alpha_k\ \lambda_i}{2\ \lambda_i + l_i\ \alpha}\left[\vartheta_{id,i} - \vartheta_i\right] \tag{4-16}$$

Die Temperatur im Element *i* nach Wärmeaustausch mit allen Nachbarelementen im Zeitintervall $\Delta t$ ergibt sich aus der Wärmebilanz nach Gl. (2-57) und mit der Temperatur $\vartheta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{t}}$ zu Beginn des Zeitintervalls zu:

$$\vartheta_i^{t+\Delta t} = \frac{\sum \Delta \mathrm{Q_{i,k/r}}}{c_i\ \rho_i\ y_i\ z_i} + \vartheta_i^{\mathrm{t}} \tag{4-17}$$

Dabei ist $c_{\mathrm{i}}$ die spezifische Wärmekapazität des Elements *i*, $\rho_{\mathrm{i}}$ seine Dichte und $y_{\mathrm{i}}$ und $z_{\mathrm{i}}$ sind die Elementabmessungen für den ebenen Fall.

Sofern keine genaueren Informationen über die thermischen Materialparameter vorliegen, können diese der Literatur (etwa [76]) entnommen werden. Für gängige Baustoffe sind Werte in Tabelle 4.1 aufgeführt; die Kennwerte für Luft und Wasser dienen einzig dem Vergleich.

Tabelle 4.1: Thermische Bemessungswerte gängiger Baustoffe und Vergleichswerte nach [76]

| **Material/Baustoff** | **Rohdichte $\rho_{\mathrm{i}}$ [kg/m³]** | **Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{\mathrm{i}}$ [W/(m K)]** | **spez. Wärmekapazität $c_{\mathrm{i}}$ [J/(kg K)]** |
|---|---|---|---|
| Luft | 1,23 | 0,025 | 1008 |
| Wasser (10 °C) | 1000 | 0,60 | 4190 |
| Bitumen (Membran) | 1100 | 0,23 | 1000 |
| Beton | 1800 … 2200 | 1,15 … 1,65 | 1000 |
| Stahlbeton ($\rho$ = 1 %) | 2300 | 2,3 | 1000 |
| Stahlbeton ($\rho$ = 2 %) | 2400 | 2,5 | 1000 |
| Stahl | 7800 | 50 | 450 |

### Umsetzung der numerischen Temperaturfeldberechnung

Die Ermittlung des instationären Temperaturfeldes erfolgt in zeitdiskreten Schritten nach Bild 4.9. Eine „Startmatrix“ mit dem Temperaturfeld im Ausgangszustand $\vartheta^{t0}$ (Starttemperaturfeld) wird zunächst festgelegt. Eigene Untersuchungen zeigen, dass die Wahl des Starttemperaturfelds

(etwa $\vartheta_{i,j}$ = 20 °C) nach dem vollständigen Durchlauf eines Tages keinen signifikanten Einfluss mehr auf die Ergebnisse hat. Im Kontext der Auswertung mehrerer Jahrzehnte ist dies vernachlässigbar.

Die Materialeigenschaften $\lambda$, $c$ und $\rho$ können global als konstante Werte oder ebenfalls als Matrizen $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{R}$ zur Berücksichtigung unterschiedlicher Materialeigenschaften definiert werden. So lassen sich etwa Asphaltschicht, Kappen und verschiedene Betonsorten mit ihren spezifischen thermischen Eigenschaften berücksichtigen, vgl. Bild 4.8.

Die sogenannte Kapazitätsmatrix $\boldsymbol{W}$ beinhaltet die Wärmeströme $q_{i,j}$ in allen vier Richtungen. Diese werden für Innenelemente aus Gl. (4-12) und für Randelemente aus Gl. (4-16) bestimmt, summiert und mit dem Zeitschritt $\Delta t$ multipliziert (Gln. (4-10) und (4-11)). Mit Gl. (4-17) wird das Temperaturfeld für den folgenden Zeitschritt $\boldsymbol{\vartheta}^{t+\Delta t}$ ermittelt.

Der Zeitschritt $\Delta t$ ist für die numerische Stabilität der Berechnung von zentraler Bedeutung. Neben dem Zeitschritt selbst, hängt die Stabilität von der Elementgröße und den Materialkennwerten ab; für ebene Berechnungen ergibt sich der Grenzwert für $\Delta t$ nach Gl. (4-18) [271]. Auf der sicheren Seite, wird er nicht für jedes Element separat bestimmt, sondern mit den maßgebenden Grenzwerten (maximales $\lambda_i$, minimale Werte für $c_i$, $\rho_i$, $x_i$ und $y_i$). Für das in Bild 4.8 dargestellte Netz der Untersuchungen am Referenzbauwerk ist der Grenzwert bspw. $\Delta t \leq 816{,}3$ s, wobei das maßgebende Element am Übergang der Bodenplatte zur Voute liegt.

$$\Delta t_i \leq \frac{c_i \cdot \rho_i}{2\,\lambda_i} \cdot \frac{{x_i}^2 \cdot {y_i}^2}{{x_i}^2 + {y_i}^2} \tag{4-18}$$

Da die Elementgröße den Zeitschritt direkt beeinflusst, sind hier keine direkten Restriktionen gegeben – einzig der zunehmende Rechenaufwand mit kleinerem Zeitschritt ist zu beachten. Es sei darauf hingewiesen, dass die numerisch ermittelten diskreten Temperaturen jeweils der Temperatur im Elementschwerpunkt entsprechen und die Genauigkeit demnach bei zu wenigen Elementen sinkt. Im Rahmen der Untersuchungen wurde das Netz stets mit mindestens fünf Elementen über die Teilquerschnittshöhe oder -breite erzeugt Bild 4.8. Zudem wurde eine Mindestzahl von zwei Elementen je Materialschicht (etwa die Asphaltschicht in Bild 4.8) gefordert.

### 4.4.2 Wärmeübertragung aus Konvektion

Die Wärmeübertragung aus freier ($f$) und erzwungener ($z$) Konvektion fließt über den Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_k$ ein, dessen Ermittlung physikalisch nicht eindeutig ist und deshalb

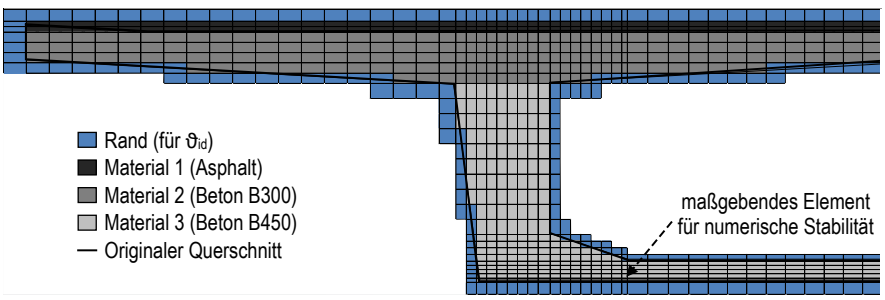



Bild 4.8: Elementnetz des halben Querschnitts mit variabler Materialdefinition und Randelementen

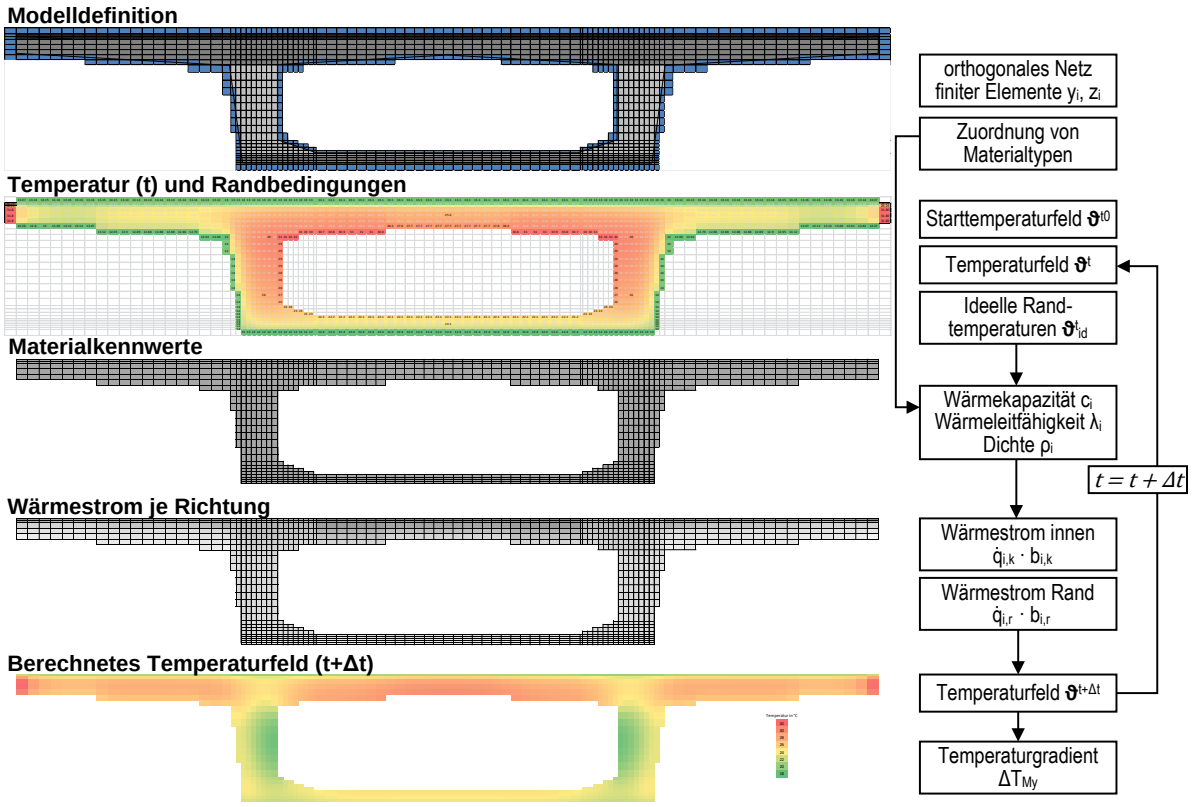



Bild 4.9: Schematischer Ablauf der numerischen Temperaturfeldberechnung

empirisch erfolgt. Auch die Kombination beider Anteile ist in der Literatur nicht einheitlich. Hier wird ein kubischer Ansatz verwendet (vgl. [97, 149]), der zwischen gleichgerichteten Strömungen

$$\alpha_{k,ges} = \sqrt[3]{{\alpha_{k,f}}^3 + {\alpha_{k,z}}^3} \tag{4-19}$$

und entgegengesetzten Strömungsanteilen

$$\alpha_{k,ges} = \sqrt[3]{{\alpha_{k,f}}^3 - {\alpha_{k,z}}^3} \tag{4-20}$$

unterscheidet, wobei dies nur für ähnliche Wärmeübergangskoeffizienten gilt:

$$\frac{\alpha_{k,z}}{\alpha_{k,f}} < 0{,}8 \tag{4-21}$$

Von gleichgerichteten Strömungsanteilen kann ausgegangen werden, wenn [149]:

- die Fläche global senkrecht ausgerichtet ist,
- an der waagerechten Oberseite die Lufttemperatur geringer als die Oberflächentemperatur ist,
- an der waagerechten Unterseite die Lufttemperatur größer als die Oberflächentemperatur ist.

### Freie Konvektion

Der Wärmeübergangskoeffizient der freien Konvektion $\alpha_{k,f}$ berechnet sich für unterschiedliche Ausrichtungen der Flächen nach Tabelle 4.2. So wird etwa berücksichtigt, dass die Wärme an

der Unterseite zunächst am Bauteil vorbeiströmen muss (Anströmlänge $I_A$). Die dabei verwendeten Werte der Luft- $T_L$ und Oberflächentemperaturen $T_O$ sind stets als absolute Temperaturen[4] in [K] anzusetzen.

Tabelle 4.2: Wärmeübergangskoeffizienten bei freier Konvektion entspr. der Flächenausrichtung [97]

| **Fläche (Ausrichtung)** | **Wärmeübergangskoeffizient** | |
|---|---|---|
| Oberseite (waagerecht) | $\alpha_{k,f,o} = 14{,}13 \cdot \sqrt[3]{\frac{\lvert T_L - T_O \rvert}{T_L}}$ | (4-22) |
| Unterseite (waagerecht) | $\alpha_{k,f,u} = 1{,}84 \cdot \sqrt[5]{\frac{\lvert T_L - T_O \rvert \cdot {I_A}^2}{T_L}}$ | (4-23) |
| Senkrechte Flächen | $\alpha_{k,f,v} = 9{,}7 \cdot \sqrt[3]{\frac{\lvert T_L - T_O \rvert}{T_L}}$ | (4-24) |

### Erzwungene Konvektion

Beeinflusst eine äußere Strömung – etwa Wind – die Wärmeübertragung an der Oberfläche, ist der Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{k,z}$ von der Strömungsgeschwindigkeit und -form (laminar oder turbulent) abhängig. Für klimatische Randbedingungen wurden bisher verschiedene Ansätze entwickelt und beschrieben [97, 149, 157, 271], wobei keine Untersuchung hinsichtlich ihrer Eignung bekannt ist.

Hier wird dem in [149] beschriebenen Ansatz gefolgt, der $\alpha_{k,z}$ als Funktion der Windgeschwindigkeit $w$ formuliert. Dabei ist $\zeta$ zwischen 4,0 und 5,0 wählbar [97]; hier wird aufgrund des in Näherung stetigen Übergangs $\zeta = 5{,}0$ gewählt, MANGERIG wählt 4,0 [157].

$$\begin{aligned} \alpha_{k,z} &= \zeta\, w && \text{wenn} \quad w \le 5\, m/s \\ \alpha_{k,z} &= 7{,}15\, w^{0{,}78} && \text{wenn} \quad w > 5\, m/s \end{aligned} \tag{4-25}$$

Vereinfachend wird in der numerischen Temperaturfeldberechnung stets der mittlere Tageswert aus Klimadaten verwendet, um die lokalen Gegebenheiten und zeitlichen Einflüsse zu erfassen. Eine genauere Betrachtung der Windgeschwindigkeit ist aufgrund sehr lokaler Einflüsse wie der Bodennähe, Bebauung, Abschattungseffekten etc. hier nicht sinnvoll.

## 4.4.3 Wärmeübertragung aus Strahlung

Die Wärmeübertragung aus Strahlung setzt sich im klimatischen Kontext aus mehreren Anteilen zusammen, vgl. auch Bild 2.14 (links). Im Wesentlichen sind dies:

- direkte und diffuse Sonnenstrahlung,
- Reflexionsstrahlungen,
- Wärmestrahlungen von Bauteilen und der Erdoberfläche.

[4] mit 0 K = -273,15 °C

Die Intensität der einzelnen Wärmestrahlungen ist dabei insbesondere von meteorologischen Größen wie der Lufttemperatur, der Windgeschwindigkeit und der Sonnenstrahlung abhängig.

Den Anteil der in Wärme umgewandelten Strahlung bestimmen die Absorptionseigenschaften ($\alpha$) der Oberfläche. Die übrigen Strahlungsanteile werden reflektiert ($\rho$) oder durchgelassen ($\tau$), wobei der Anteil durchgelassener Strahlung für gängige Stoffe und Dicken im Bauwesen vernachlässigbar gering ist. Für die drei Anteile lässt sich die Strahlungsbilanz $\alpha + \rho + \tau = 1$ aufstellen [37]. Nach dem KIRCHHOFFschen Gesetz entspricht der Absorptionsgrad $\alpha$ dem Emissionsgrad $\varepsilon$. Mit $\varepsilon$ wird das Verhältnis der Strahlungsleistung eines grauen Körpers zu der eines idealen schwarzen Körpers beschrieben, der die Strahlung vollständig absorbiert bzw. emittiert (und demnach weder reflektiert noch transmittiert). Ein grauer Körper absorbiert dagegen nur einen Teil ($\alpha = \varepsilon < 1$); dies erfolgt wie beim schwarzen Körper unabhängig von der Wellenlänge der Strahlung $\lambda_s$. Farbige Körper weisen dagegen ein wellenlängenabhängiges Emissions- und Absorptionsverhalten ($\alpha(\lambda_s)$) auf [37].

Baustoffe wie Beton und Asphalt sind keine echten grauen Körper bzw. Strahler, da sie eine gewisse Wellenlängenabhängigkeit aufweisen. Vereinfacht wird zwischen kurzwelliger Sonnenstrahlung (~ 6000 K) und langwelliger Strahlung, etwa aus der Wärmestrahlung von Oberflächen (< 200 °C), unterschieden [149]. Emissionseigenschaften gängiger Baustoffe enthält Tabelle 4.3.

Tabelle 4.3: Emissions- und Absorptionsgrade üblicher Baustoffe, nach Zusammenstellungen in [97, 149]

| **Baustoff** | **langwellige Strahlung** $\varepsilon_L = \alpha_L$ | **kurzwellige Strahlung** $\varepsilon_K = \alpha_K$ |
|---|---|---|
| schwarzer Körper | 1 | 1 |
| Stahl (poliert) | 0,14 … 0,32 | 0,55 … 0,60 |
| Stahl (oxidiert) | 0,80 … 0,90 | 0,85 … 0,90 |
| Beton | 0,88 … 0,95 | 0,65 |
| Beton (weiß gestrichen) | 0,88 … 0,95 | 0,35 |
| Beton (stark verschmutzt) | 0,88 … 0,95 | 0,50 … 0,90 |
| Asphalt | 0,88 … 0,95 | 0,88 … 0,95 |

Die Wärmeübertragung aus Strahlung zwischen zwei Oberflächen (Bild 4.10, links) ergibt sich aus dem Gesetz von STEFAN und BOLTZMANN nach Gl. (4-26) als eine Wärmestromdichte, die von der Einstrahlzahl $\varphi_{i,j}$ sowie den Flächen der Strahlungskörper $A_i$, deren absoluten Temperaturen $T_i$ [K] und Emissionsgraden $\varepsilon_i$ abhängt. In die Berechnung der Wärmestromdichte $\dot{q}_{1,2}$ von Fläche 1 nach Fläche 2 fließt zudem die Strahlungszahl des schwarzen Körpers $C_s = 5{,}67$ W/(m² K⁴) aus der STEFAN-BOLTZMANN-Konstanten ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m² K⁴)) ein [37].

$$\dot{q}_{1,2} = \varepsilon_1 \, \varepsilon_2 \, C_s \, \varphi_{1,2} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \tag{4-26}$$

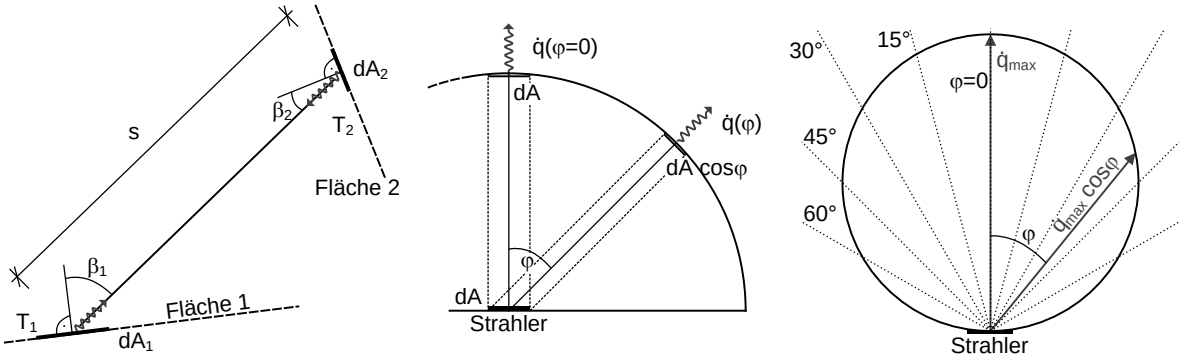



Bild 4.10: Wärmestrahlung zwischen zwei Oberflächen (links); Abhängigkeit der Strahlungsintensität vom Winkel (Mitte) und Maß der Reduzierung (rechts) nach dem LAMBERTschen Kosinusgesetz

Gemäß dem Kosinusgesetz von LAMBERT nimmt die übertragene Strahlung mit dem Kosinus des Winkels zwischen den Flächennormalen ab. Bild 4.10 zeigt dies in der Mitte anhand der projizierten Fläche und rechts als das daraus reduzierte Strahlungsmaß.

$$\dot{q}(\varphi) = \dot{q}(\varphi = 0) \cdot \cos(\varphi) \tag{4-27}$$

Die Einstrahlzahl $\varphi_{i,j}$ fasst die geometrischen Randbedingungen des Strahlungsaustauschs zwischen den Flächen zusammen und berechnet sich mit den Winkeln $\beta_i$ zwischen den Flächennormalen der Oberflächen und der Strahlungsrichtung sowie dem Abstand der Flächen $s$ (vgl. Bild 4.10, links) zu:

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{\pi \cdot A_1} \cdot \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{s^2} \, dA_2 \, dA_1 \tag{4-28}$$

Für die umgekehrte Strahlungsrichtung gilt:

$$\varphi_{1,2} \cdot A_1 = \varphi_{2,1} \cdot A_2 \tag{4-29}$$

Die Wärmestromdichte aus Strahlung nach Gl. (4-26) kann zur vereinfachten Berechnung in zwei Anteile zerlegt werden: diejenige aus Abstrahlung des anderen Bauteils $\dot{q}_2$ und die auftreffende aus externen Strahlern.

So kann für jeden Bereich eines Brückenquerschnitts die Bilanz aus verschiedenen auftreffenden Strahlungen aufgestellt werden. Die für einzelne Bauwerksteile von Brücken relevanten Strahlungsanteile und -mechanismen werden im Folgenden zusammenfassend beschrieben; ausführliche Darstellungen und Hintergründe finden sich in der entsprechenden Fachliteratur [97, 149, 157, 271].

### Wärmestrahlung des Erdbodens

Die Wärmeübertragung zwischen Erdboden und Brückenunterseite erfolgt durch langwellige Strahlung des Bodens. Dabei wird die von der Brücke nicht absorbierte Strahlung reflektiert und strahlt auf den Boden zurück. Dieser Anteil ist jedoch nur bei einem stark dominierenden Emissionsgrad $\varepsilon_1 >> \varepsilon_2$ relevant [271].

Zwei Annahmen vereinfachen die Ermittlung der Wärmestromdichte zwischen Boden und Bauwerk nach Gl. (4-26). Der Boden wird als unendlich große Fläche betrachtet ($A_1 \rightarrow \infty$), wodurch

stets eine senkrechte Strahlung auf die Brückenunterseite erfolgt ($\varphi_{1,2} = 1$). Für die um $\gamma_w$ zur Horizontalen geneigten Stege oder andere Flächen gilt:

$$\varphi_{1,2} = 0{,}5 + 0{,}5 \cos \gamma_w \tag{4-30}$$

Da die Temperatur des Erdbodens für gewöhnlich nicht bekannt ist, wird dem Ansatz von SCHULZE folgend vereinfachend die Lufttemperatur $T_L$ und ein Emissionsgrad des Untergrunds $\varepsilon_U = 0{,}99$ angesetzt [227]. Der Emissionsgrad üblicher Untergründe (Sand, Kies, Erde, Wasser, Bepflanzung, Schnee etc.) liegt zum Vergleich zwischen 0,89 und 0,98; vgl. [97].

$$\dot{q}_U = \varepsilon_1 \, \varepsilon_U \, C_s \, \varphi_{1,2} \cdot \left(\frac{T_L}{100}\right)^4 \tag{4-31}$$

Dieser Ansatz wird in der Literatur vielfach als ausreichend genau beschrieben [97, 157].

### Wärmeübertragung im Innern von Hohlkästen

ZICHNER beschreibt messtechnische Beobachtungen an einer Hohlkastenbrücke, die nur sehr geringe Temperaturunterschiede zwischen Fahrbahnplattenunterseite und Steginnenseiten aufwiesen. Die Temperatur an der Unterseite der Fahrbahnplatte entsprach annähernd der Innenlufttemperatur des Hohlkastens [271]. Der Wärmestrom zwischen Fahrbahnplatte und der Bodenplatte setzt sich aus Strahlungs- und freien Konvektionsanteilen zusammen. Dabei vereinfacht sich der Anteil der Wärmestromdichte aus Strahlung nach Gl. (4-26) mit parallelen Flächen und identischen Emissionskoeffizienten ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$) zu:

$$\dot{q}_{1,2} = \frac{\varepsilon \, C_s}{2 - \varepsilon} \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \tag{4-32}$$

Da im Innern eines Hohlkastenquerschnitts i. d. R. keine Zwangsströmungen zu erwarten sind, entsteht konvektiver Wärmestrom einzig aus freier Konvektion gemäß Gl. (4-13). Allerdings bewirkt dies eine Änderung der Innenlufttemperatur $\vartheta_{L,in}$, die mit einer Veränderung der Rohdichte der Luft $\rho_L$ einhergeht [149].

$$\rho_L = \frac{p}{R_s \, T_L} \tag{4-33}$$

Die Rohdichte der Innenluft setzt sich aus dem Luftdruck $p$ (aus Klimadaten), der vereinfacht konstant angenommenen spezifischen Gaskonstanten $R_{s,Luft} = 287{,}058$ J/(kg K) und der Innenlufttemperatur $T_L$ [K] zusammen.

Mit der spezifischen Wärmekapazität der Luft $c_L = 1010$ J/(kg K) und dem Luftvolumen im Hohlkasten $V_L$ (bzw. der Fläche $A_L$ für den ebenen Fall), ergibt sich die Temperaturänderung der Innenluft $\Delta\vartheta_{L,in}$ im Zeitschritt $\Delta t$ zu:

$$\Delta\vartheta_{L,in} = \frac{\Delta t}{\rho_L \, c_L \, V_L} \, q_{L,in} = \frac{\Delta t}{\rho_L \, c_L \, V_L} \int_A \dot{q}_{L,in} \, dA \tag{4-34}$$

Für die numerische Berechnung setzt sich die Innenlufttemperatur zum Zeitpunkt ($t + \Delta t$) aus den Oberflächentemperaturen der betrachteten $n$ Seiten (meist nur Bodenplatte) und der Innenlufttemperatur im vorherigen Zeitschritt $t$ zusammen. Dabei wird vereinfachend die Oberflächen-

temperatur im vorherigen Zeitschritt *t* verwendet, da nur geringe bzw. langsame Temperaturänderungen zu erwarten sind.

$$\vartheta_{L,in}(t+\Delta t) = \vartheta_{L,in}(t) + \frac{\Delta t}{\rho_L\, c_L\, V_L} \sum_{i=1}^{n} \alpha_{k,f,i} \left[\vartheta_{O,i}(t) - \vartheta_{L,in}(t)\right] A_i \qquad (4\text{-}35)$$

### Strahlung anderer Bauwerke

Befinden sich in unmittelbarer Nähe zur untersuchten Struktur andere Bauwerke, wie etwa ein separates Brückenbauwerk für die Gegenrichtung, so ist der Strahlungsaustausch mit diesen zu berücksichtigen. Hier sind keine rechnerischen Vereinfachungen wie beim Erdboden oder den Hohlkasteninnenseiten möglich. Die Berechnung erfolgt nach Gln. (4-26) und (4-28), wobei theoretisch die vollständige Temperaturfeldberechnung des benachbarten Bauwerks erforderlich wäre, um dessen Oberflächentemperatur $T_O$ zu ermitteln. Da der Einfluss für übliche Bauwerksgrößen (etwa eine Nachbarbrücke) vergleichsweise gering ist und dieser sich zudem mit dem Quadrat des Abstands reduziert, bietet sich eine sinnvolle vereinfachte Abschätzung an. Am Referenzbauwerk (Kap. 7, Bauwerk A) wird etwa für eine nahezu baugleiche, mehrere Meter entfernt stehende Brücke (B) dieselbe Oberflächentemperatur wie auf der gegenüberliegenden Querschnittsseite von A angenommen. So können Einflüsse wie die tageszeitabhängige direkte Sonnenbestrahlung und Verschattungseffekte in guter Näherung erfasst werden.

### Wärmeübertragung aus Sonnenstrahlung

Die Wärmeübertragung von der Atmosphäre zur Bauwerksoberseite erfolgt vorwiegend durch vier Strahlungsformen:

- direkte und
- diffuse Sonnenstrahlung (zusammen als Globalstrahlung bezeichnet),
- Reflexion der Globalstrahlung,
- atmosphärische (Gegen-) Strahlung.

Die gesamte Sonnenstrahlung (Globalstrahlung) stellt i. d. R. den maßgeblichen Anteil des Wärmestroms dar. Beim Eintritt in die Erdatmosphäre werden Teile gestreut und reflektiert; sie treffen als diffuse Sonnenstrahlung auf die Erdoberfläche. Die Wärmestromdichte aus Sonnenstrahlung ergibt sich demnach aus der diffusen $I_{\mathrm{diff}}$ und der direkten Strahlungsintensität $I_{\mathrm{dir}}$. Zusätzlich hängt sie vom Bewölkungsgrad *B*, der durch einen Abminderungsbeiwert $\kappa_{\mathrm{B}}$ erfasst wird, sowie dem (kurzwelligen) Emissionskoeffizienten der Oberfläche $\varepsilon_{\mathrm{K}}$ ab [157].

$$\dot{q}_{SSt} = \kappa_B \cdot \varepsilon_K \cdot \left(I_{dir} + I_{diff}\right) \qquad (4\text{-}36)$$

In Abhängigkeit des Sonnenstandwinkels kommt es – etwa durch die Kragarme der Fahrbahnplatte – zu Beschattungen einzelner Bauwerksteile. Diese Bereiche können geometrisch ermittelt werden (vgl. [97, 157]). Vereinfacht wird angenommen, dass auf beschattete Bereiche keine direkte Sonnenstrahlung trifft. Eine teilweise Bestrahlung eines Elements ist in der numerischen Berechnung nicht vorgesehen. Es kann nur beschattet oder nicht-beschattet sein. Die Querschnit-

te gängiger Spannbetonbrücken mittlerer und kurzer Spannweite weisen oftmals gedrungene Proportionen auf: die Fahrbahnauskragungen sind zumeist wesentlich größer als die Steghöhe. Dadurch ist nur bei tiefen Sonnenständen – die mit geringerer Strahlungsintensität einhergehen – eine direkte Bestrahlung zu erwarten, weshalb sie in guter Näherung auch vollständig vernachlässigbar ist.

Ein Teil der auf den Erdboden in der Umgebung des Bauwerks treffenden Sonnenstrahlung wird reflektiert und trifft so zusätzlich auf dieses. Dabei kann angenommen werden, dass von üblichen Böden die reflektierte Globalstrahlung nur gestreut bzw. diffus auf das Bauwerk trifft [157]. Das Maß der Reflexion ist vom Reflexionskoeffizienten des Untergrunds $\rho_{\mathrm{Boden}}$ (*Albedo*) abhängig. Für gängige Bodenverhältnisse liegt der Reflexionskoeffizient zwischen 0,05 und 0,4 – etwa für Asphalt $0{,}10 \leq \rho_{\mathrm{Boden}} \leq 0{,}25$ oder für Schotter $0{,}05 \leq \rho_{\mathrm{Boden}} \leq 0{,}10$ [149]. Abschattungen reduzieren die Reflexionsstrahlung, für die diffuse Strahlung in geringerem Maße als für die direkte Sonnenstrahlung. Dies kann durch Abminderungsfaktoren berücksichtigt werden; vgl. [149]. Zudem sind nicht-ebene Böden (Regelfall) durch Integration der Einstrahlzahl über die Fläche nach Gl. (4-28) zu berücksichtigen. Vereinfachend kann dies vernachlässigt werden und die Einstrahlzahl wird zu $\varphi_{1,2} = 1$ gesetzt oder für geneigte Bereiche (etwa Stege) nach Gl. (4-30) ermittelt. Damit ergibt sich die Wärmestromdichte aus reflektierter Globalstrahlung zu:

$$\dot{q}_{R,Erd} = \varphi_{Erd,2} \cdot \rho_{Boden} \cdot \varepsilon_K \cdot \left(I_{dir} + I_{diff}\right) \tag{4-37}$$

Ebenso wie Bauwerke, sendet auch die Atmosphäre (Wasserdampf, Ozon usw.) als gasförmiger Stoff, in Abhängigkeit ihrer Temperatur, Strahlung aus: die atmosphärische Gegenstrahlung. Da Atmosphärentemperatur in etwa der Lufttemperatur entspricht, entsteht langwellige, infrarote Strahlung, deren Wärmestromdichte nach Gl. (4-38) berechnet wird [97].

$$\dot{q}_{Atm} = \varepsilon_L \cdot \varepsilon_{Atm} \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_{Li}}{100}\right)^4 \cdot (0{,}5 + 0{,}5 \cos \gamma_w) \tag{4-38}$$

Dabei ist $T_{\mathrm{Li}}$ der Trübungsfaktor und $\varepsilon_{\mathrm{Atm}}$ der Emissionskoeffizient der Atmosphäre, der in Abhängigkeit des Bewölkungsgrads zwischen $\varepsilon_{\mathrm{Atm}} = 0{,}82$ (wolkenfrei, $B = 0$) und $\varepsilon_{\mathrm{Atm}} = 0{,}94$ (vollständig bedeckt, $B = 1$) linear interpoliert werden kann [227]. Detailliertere Ansätze beschreibt FOUAD [97]. Der letzte Term in Gl. (4-38) erfasst die reduzierte Strahlung auf geneigte Flächen durch eine vereinfachte Einstrahlzahl (vgl. auch Gl. (4-30)). Dieser liegt die Annahme zugrunde, die Abstrahlung der Atmosphäre erfolge von einer fiktiven horizontalen Fläche; für horizontale Flächen ($\gamma_{\mathrm{w}} = 0$) wird der Term zu 1. Die Strahlungsintensität $I$ ist von geographischen, klimatischen und zeitlichen Parametern abhängig:

- Tag des Jahres $d$ und Tageszeit $t$
- Normalhöhe des Bauwerks $H$ [m ü. NHN]
- geographische Lage $\lambda_{\mathrm{geo}}$ und $\varphi_{\mathrm{geo}}$
- Neigung und Ausrichtung der Flächen $\alpha_{\mathrm{w}}$ und $\gamma_{\mathrm{w}}$
- Trübung der Atmosphäre $T_{\mathrm{Li}}$
- Bewölkungsgrad $B$
- Abschattungen.

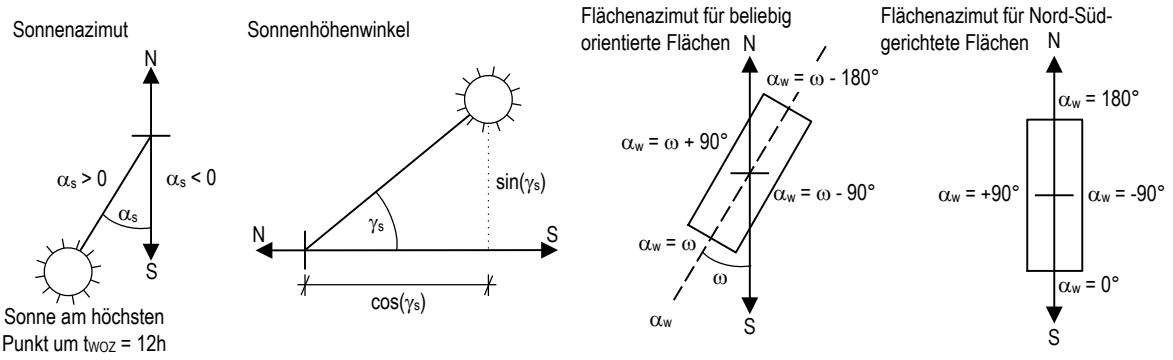



Bild 4.11: Winkel des Sonnenstands (links) und der Ausrichtung des Bauwerks (rechts)

Nachfolgend sind die dazu erforderlichen Gleichungen zusammengefasst. Für ausführliche Hintergründe und alternative empirische Ansätze sei auf die jeweils angegebene Literatur bzw. [109, 149, 157] verwiesen.

Die Sonnenzeit bzw. wahre Ortszeit $t_{WOZ}$ ist die Zeit am betrachteten Ort mit Sonnenhöchststand um 12 Uhr mittags. Sie kann mit der mittleren Ortszeit $t_{MOZ}$ am Längengrad $\lambda_{geo}$ durch Umrechnung der (Sommer-) Zeit $t_{MESZ}$ bzw. $t_{MEZ}$ der betrachteten Zeitzone (Mitteleuropa, mit Bezugslängengrad $\lambda_{geo,0} = 15°$) und einer Zeitfunktion $Z$ angenähert werden [149]:

$$Z = -0{,}1752 \sin(1{,}9154 \cdot d + 31{,}3637) - 0{,}1340 \sin(1{,}0447 \cdot d - 11{,}1097) \tag{4-39}$$

$$t_{MEZ} = t_{MESZ} - 1 \tag{4-40}$$

$$t_{MOZ} = t_{MEZ} - \frac{\lambda_{geo,0} - \lambda_{geo}}{15} \tag{4-41}$$

$$t_{WOZ} = t_{MOZ} + Z \tag{4-42}$$

Den geometrischen Sonnenstand beschreiben der Sonnendeklinationswinkel $\delta_s$ (geographischer Breitengrad des Sonnenhöchststands am Tag $d$), der Sonnenhöhenwinkel $\gamma_s$ (Winkel der Sonne über dem Horizont, Bild 4.11) und der Sonnenazimut $\alpha_s$ (Winkel zwischen Sonnenstand zum Zeitpunkt $t_{WOZ}$ und Südrichtung, Bild 4.11) in Abhängigkeit der Lage des Bauwerks ($\lambda_{geo}$, $\varphi_{geo}$) und der Zeit ($d$, $t_{WOZ}$) [149].

$$\delta_s = 0{,}4093 \cdot sin\left(2\pi \cdot \frac{d + 284}{365}\right) \tag{4-43}$$

$$sin\,\gamma_s = sin\,\delta_s \cdot sin\,\varphi_{geo} + cos\,\delta_s \cdot cos\,\varphi_{geo} \cdot cos\left(2\pi\,\frac{t_{WOZ}}{24} - \pi\right) \tag{4-44}$$

$$sin\,\alpha_s = \frac{cos\,\delta_s}{cos\,\gamma_s}\,sin\left(2\pi\,\frac{t_{WOZ}}{24} - \pi\right) \tag{4-45}$$

Aerosole, Wasserdampf und weitere Bestandteile reduzieren den Anteil direkter Sonnenstrahlung, der durch die Atmosphäre gelangt. Dies wird in Näherung durch den Trübungsfaktor nach LINKE beschrieben, der ein Vielfaches einer „Standard"-Atmosphäre repräsentiert [109]. Da die Trübung eine große Zeit- und Standortabhängigkeit aufweist, liegen hierzu meist (mitunter auf veralteten Daten beruhende) empirische Näherungen vor. Hier wird das empirische Modell nach BOURGES verwendet, das auf einem Grundwert $T_0$ und den jahreszeitabhängigen Schwankungs-

parametern *u* und *v* basiert [109]. Ausgewählte Werte aus 13 Trübungszonen nach DUMORTIER enthält Tabelle 4.4. Alternativ können etwa lokale Messdaten oder Angaben der DIN 5034-2 [64] verwendet werden.

$$T_{Li} = T_0 + u\cos\left(2\pi\,\frac{d+13}{365}\right) + v\sin\left(2\pi\,\frac{d+13}{365}\right) \tag{4-46}$$

Tabelle 4.4: Parameter des Trübungsfaktors für Deutschland nach DUMORTIER, aus [109]

| **Trübungszone** | $T_0$ | $u$ | $v$ |
|---|---|---|---|
| Nord- und Ostsee | 3,60 | -0,60 | 0,007 |
| deutsche und polnische Tiefebene | 3,95 | -0,92 | 0,033 |
| kontinental | 3,90 | -0,76 | -0,0032 |

Der Bewölkungsgrad *B* (wolkenlos = 0 ≤ *B* ≤ 1 = vollständig bedeckt) stellt eine nicht messbare Bewertungsgröße dar. Er wird durch Beobachtungen gewonnen und in 1/8-Schritten festgelegt. I. d. R. steht er zusammen mit Klimadaten zur Verfügung. Aus ihm leitet sich der Abminderungsfaktor des Bewölkungsgrads $\kappa_B$ ab, für den sich in der Literatur geringfügig unterschiedliche Ansätze finden. Der hier verwendete Ansatz folgt [149, 271], andere Quellen quadrieren den Bewölkungsgrad *B* im letzten Term, so etwa [97].

$$\kappa_B = 1 - 0{,}55 \cdot B - 0{,}25 \cdot B^4 \tag{4-47}$$

Die Solarkonstante $I_0$ beschreibt die Strahlungsintensität außerhalb der Atmosphäre. Sie ist vom Abstand Sonne - Erde abhängig, der im Jahresgang variabel ist [100].

$$I_0 = 1356{,}5 + 48{,}5\cos\left(2\pi\frac{d-2}{365}\right) \tag{4-48}$$

Aus Solarkonstante, Sonnenhöhenwinkel und Trübungsfaktor leitet sich die Intensität der direkten Sonnenstrahlung für horizontale Flächen ab [100].

$$I_{dir,hor} = I_0 \cdot e^{-T_{Li}\cdot\delta\cdot m} \cdot \sin\gamma_s \geq 0 \tag{4-49}$$

Für beliebig orientierte Flächen sind zusätzlich der Flächenazimut $\alpha_w$, als Winkel zwischen der betrachteten Fläche und der Südrichtung nach Bild 4.11, und der Neigungswinkel der Fläche $\gamma_w$ zu berücksichtigen [100]:

$$I_{dir}(\alpha_w, \gamma_w) = I_{dir,hor}\left(\cos\gamma_w + \frac{\sin\gamma_w\cos(\alpha_s - \alpha_w)}{\tan\gamma_s}\right) \geq 0 \tag{4-50}$$

Dabei repräsentiert $\delta{\cdot}m$ die Mächtigkeit der durchstrahlten Luftmasse durch einen Beiwert, der sich aus der optischen Dicke $\delta$ und der Weglänge der Sonnenstrahlung durch die Atmosphäre *m* [atm] zusammensetzt. Dieser kann mit dem Sonnenhöhenwinkel und der Höhe der betrachteten Fläche *H* [m ü. NHN] bestimmt werden [100].

$$\delta\cdot m = \left(\frac{9{,}38076\left(\sin\gamma_s + \sqrt{0{,}003 + \sin^2\gamma_s}\right)}{2{,}0015\,(1 - H\,10^{-4})} + 0{,}91202\right)^{-1} \tag{4-51}$$

Die diffuse Sonnenstrahlungsintensität nimmt, reziprok zur direkten Sonnenstrahlung, mit steigender Trübung der Atomsphäre zu. Eine vergleichende Übersicht über die empirischen Ansätze zur Beschreibung der diffusen Sonnenstrahlung gibt [109]. Solche Modelle basieren zumeist auf einem Zusammenhang von Solarkonstante $I_0$, Sonnenhöhenwinkel $\gamma_s$ und dem Trübungsfaktor $T_{Li}$ [157]:

$$I_{diff,hor} = \frac{1}{2}\, I_0 \cdot \sin\gamma_s \cdot \left(e^{-\alpha \cdot m} - e^{-T_{Li} \cdot \delta(m) \cdot m}\right) \tag{4-52}$$

Für beliebig orientierte Flächen wird die Strahlungsintensität um die Einstrahlzahl nach Gl. (4-30) reduziert. Da in der Modellvorstellung die diffuse Strahlung von der gesamten Atmosphäre (als Halbkugel) ausgeht, ist der Flächenazimut $\alpha_w$ ohne Bedeutung.

$$I_{diff}(\gamma_w) = \frac{1}{2}\, I_0 \cdot \sin\gamma_s \cdot \left(e^{-\alpha \cdot m} - e^{-T_{Li} \cdot \delta(m) \cdot m}\right) \cdot (0{,}5 + 0{,}5\cos\gamma_w) \tag{4-53}$$

Dabei beschreibt $\alpha$ den Transmissionsgrad des Wasserdampfs der Atmosphäre. Nach [271] nimmt $e^{-\alpha \cdot m}$ in Abhängigkeit der Sonnenhöhe Werte zwischen 0,81 und 0,91 an. Im Rahmen der numerischen Berechnung von Temperaturfeldern wird vereinfacht zwischen diesen Werten linear interpoliert.

### 4.4.4 Aufbereitung diskreter Klimadaten

Die zuvor beschriebenen Berechnungsabläufe erfordern den Bewölkungsgrad *B*, die Windgeschwindigkeit *w* und die Lufttemperatur $\vartheta_L$ bzw. $T_L$ als lokale Messgrößen. Da i. d. R. der Zeitschritt $\Delta t$ nicht der Wiederholrate der Messungen entspricht oder nur Tageshöchst- und -tiefstwerte vorliegen, sind Zwischenwerte durch Interpolationsverfahren zu ermitteln. Insbesondere für den Wind ist eine exakte Beschreibung aus wenigen Tagesmesswerten (einer nahegelegenen Messstation) aufgrund verschiedener (lokaler) Einflussgrößen nicht möglich [97, 149].

Für Windgeschwindigkeit und Bewölkungsgrad wird vereinfachend angenommen, dass diese über einen ganzen Tag konstant sind. Die Lufttemperatur dagegen weist im Tagesverlauf wesentliche Schwankungen auf, folgt aber in Näherung stets einem charakteristischen, standardisierbaren Verlauf. Dieser hängt von dem jeweiligen Tagesmaximum $\vartheta_{L,max}{}^d$ und -minimum $\vartheta_{L,min}{}^d$, dem Zeitpunkt des Sonnenaufgangs $t_{SA}{}^d$ und den entsprechenden Werten des Vor- und Folgetages (Index *d*-1 und *d*+1) ab. Die abschnittsweise definierte Kosinusfunktion nach Gl. (4-54) beschreibt dies [149].

$$\begin{aligned}
\vartheta_L &= \frac{1}{2}\left[\left(\vartheta_{max}^{d-1} + \vartheta_{min}^{d}\right) + \left(\vartheta_{max}^{d-1} - \vartheta_{min}^{d}\right) cos\left(\pi \frac{24 + t - 15}{24 - 15 + t_{Sa}^{d}}\right)\right] && \text{für } 0\text{ h} \le t \le t_{Sa}{}^{d} \\
\vartheta_L &= \frac{1}{2}\left[\left(\vartheta_{max}^{d} + \vartheta_{min}^{d}\right) - \left(\vartheta_{max}^{d} - \vartheta_{min}^{d}\right) cos\left(\pi \frac{t - t_{Sa}^{d}}{15 - t_{Sa}^{d}}\right)\right] && \text{für } t_{Sa}{}^{d} \le t \le 15\text{ h} \\
\vartheta_L &= \frac{1}{2}\left[\left(\vartheta_{max}^{d} + \vartheta_{min}^{d+1}\right) + \left(\vartheta_{max}^{d} - \vartheta_{min}^{d+1}\right) cos\left(\pi \frac{t - 15}{24 - 15 + t_{Sa}^{d+1}}\right)\right] && \text{für } 15\text{ h} \le t \le 24\text{ h}
\end{aligned} \tag{4-54}$$

### 4.4.5 Auswertung numerisch berechneter Temperaturzeitverläufe

Mit dem beschriebenen Verfahren lassen sich, bei ausreichender Grundlage von Klimadaten am untersuchten Ort, langzeitige Temperaturfeldverläufe eines spezifischen Bauwerks ermitteln. Um die erzeugte Datenmenge auf den wesentlichen Informationsgehalt zu reduzieren, werden zusammen mit dem Temperaturfeld je Zeitschritt auch die bemessungsrelevanten Temperaturanteile nach Abs. 2.4 ermittelt. Der konstante Anteil $\Delta T_N$ und die zwei linearen Anteile $\Delta T_{My}$ und $\Delta T_{Mz}$ (vgl. Bild 2.12) können durch Integration des Temperaturprofils über die Querschnittsfläche bestimmt werden. Zur numerischen Berechnung dieser Kenngrößen aus dem diskreten Temperaturfeld wird zusätzlich die Summenformel angegeben. Dabei ist $\vartheta_{i,j}$ die Temperatur im Schwerpunkt des Elements *i, j* mit der Fläche $A_{i,j}$.

Die mittlere Temperatur im Querschnitt $\vartheta_m$ ergibt sich aus der Integration des ebenen Temperaturprofils $\vartheta(y,z)$ über die Querschnittsfläche *A*. Daraus berechnet sich der konstante Temperaturanteil $\Delta T_N = \vartheta_m - \vartheta_0$ aus der Differenz zur Aufstelltemperatur $\vartheta_0$.

$$\vartheta_m = \frac{1}{A} \int_A \vartheta(y,z)\, dA \tag{4-55}$$

$$\vartheta_m = \frac{1}{A} \sum_i \sum_j \vartheta_{i,j}\, A_{i,j} \tag{4-56}$$

Der lineare vertikale Temperaturgradient $\Delta T_{My}$ wird durch Integration des Produkts aus Temperatur und vertikaler Koordinate bzgl. des Querschnittsschwerpunkts ermittelt. Dabei ist $I_y$ das Flächenträgheitsmoment um die horizontale Achse und *h* die gesamte Querschnittshöhe [157].

$$\Delta T_{My} = \Delta\vartheta_V = \frac{h}{I_y} \int_A \vartheta(y,z)\, z\, dA \tag{4-57}$$

$$\Delta T_{My} = \Delta\vartheta_V = \frac{h}{I_y} \sum_i \sum_j \vartheta_{i,j}\, z_{i,j}\, A_{i,j} \tag{4-58}$$

Hier ist zu beachten, dass in den gängigen Definitionen der Regelwerke die vertikale Achse nach oben zeigt. Das bedeutet, dass definitionsgemäß positive Temperaturgradienten bei wärmerer Oberseite auftreten [68]. Untersuchungen des Temperaturgradienten zeigen zudem, dass hier die effektive Querschnittsbreite ebenso wie für die anschließende Spannungsberechnung zu berücksichtigen ist [84].

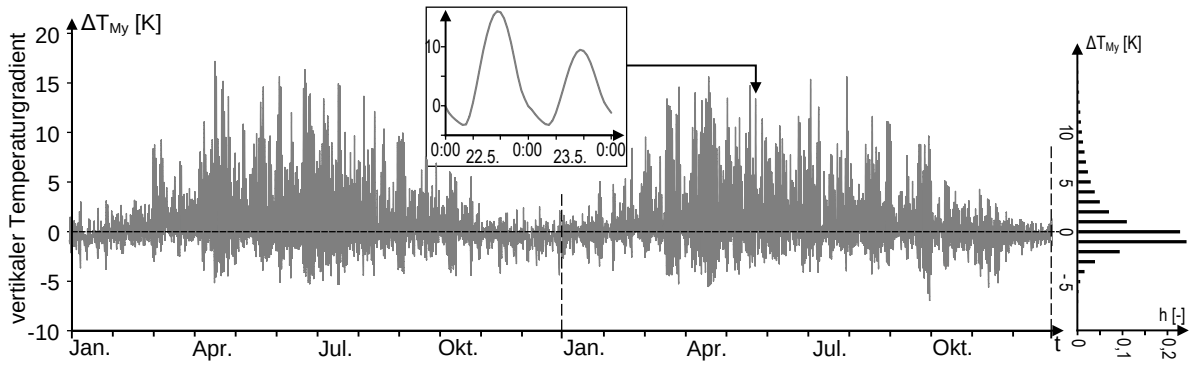



Bild 4.12: Numerisch berechnete Zeitreihe des vertikalen Temperaturgradienten für zwei Jahre

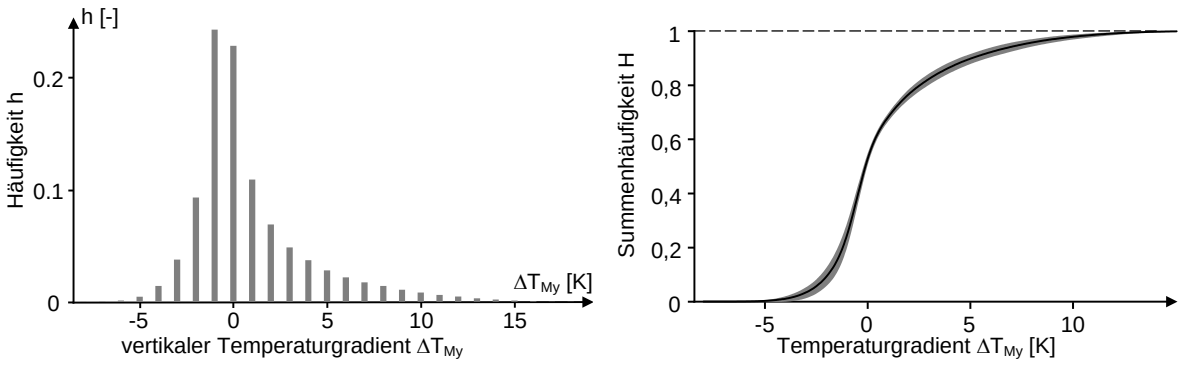



Bild 4.13: Histogramm der Temperaturgradienten (links); Streubereiche der Verteilungsfunktion (rechts)

Der zumeist weniger relevante horizontale Temperaturgradient $\Delta T_{\mathrm{Mz}}$ berechnet sich analog zu Gln. (4-57) und (4-58) mit der horizontalen Koordinate $y$ bzgl. des Schwerpunkts, der Querschnittsbreite $b$ und dem Flächenträgheitsmoment $I_z$ um die vertikale Achse.

$$\Delta T_{Mz} = \Delta\vartheta_H = \frac{b}{I_z}\int_A \vartheta(y,z)\; y\; dA \tag{4-59}$$

$$\Delta T_{Mz} = \Delta\vartheta_H = \frac{b}{I_z}\sum_i\sum_j \vartheta_{i,j}\; y_{i,j}\; A_{i,j} \tag{4-60}$$

Der für die Spannungsberechnung nicht berücksichtigte nichtlineare Anteil $\Delta T_{\mathrm{E}}$ wird aus der Differenz des Temperaturprofils $\vartheta(y,z)$ und der Summe der drei zuvor beschriebenen Anteile gebildet.

Somit ist es möglich, das Temperaturprofil auf drei zentrale Kennwerte je Zeitschritt zu reduzieren, wobei $\Delta T_{\mathrm{My}}$ für das Tragverhalten von zentraler Bedeutung ist. Ein Beispiel für daraus erstellte Zeitreihen zeigt Bild 4.12 für den Zeitraum von zwei Jahren. Es wird deutlich, dass wesentliche positive und negative vertikale Temperaturgradienten – charakteristisch für einen Standort in Mitteleuropa – insbesondere zwischen März und Oktober auftreten, also in Monaten mit größeren täglichen Temperaturschwankungen und hoher Globalstrahlung.

Die Reduktion des Zeitverlaufs auf ein Histogramm der Zeitwerte ist in Bild 4.13 (links) dargestellt. Um die zeitliche Entwicklung von Temperatureinflüssen und Verkehrslasten differenzierter zu überlagern, ist eine jährliche oder dekadische Auswertung möglich. Alternativ kann ein globales Histogramm (wie in Bild 4.13, links) für den gesamten Untersuchungszeitraum erstellt werden. Das Histogramm der Zeitwerte erfasst die zeitliche Häufigkeit der Temperaturgradienten, die im Gegensatz zu schädigungserzeugenden kurzzeitigen Lastwechseln (nur Betrachtung der Umkehrpunkte in der Schadensakkumulationen, vgl. Abs. 5.6) für die Grundbeanspruchung von zentraler Bedeutung ist [224].

Bild 4.13 (rechts) zeigt die diskrete Summenfunktion des nebenstehenden Histogramms der zeitlich globalen Auswertung von etwa 40 Jahren. In grau ist der Streubereich zwischen 5 %- und 95 %-Quantil aus Betrachtung jährlicher Temperaturzeitreihen dargestellt. Dazu wurden aus den jährlichen Histogrammen die statistischen Eigenschaften jedes Temperaturgradienten (40 Realisationen je $\Delta T_{\mathrm{My,i}}$) separat untersucht. Hier zeigt sich, dass insbesondere die Ränder vergleichs-

weise großen Streuungen unterworfen sind und einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Ermüdungsberechnung haben. Die Untersuchung der statistischen Eigenschaften folgt in Abs. 4.6.7.

Aus den Temperaturgradienten leiten sich Verkrümmungen ab, die bei statisch unbestimmten Systemen Zwängungen erzeugen. Die daraus resultierenden Biegemomente stehen bei linear-elastischer Schnittgrößenberechnung in linearem Zusammenhang $M(\Delta T_{My}) = \Delta T_{My} \cdot M(1\ \mathrm{K})$ zu dem Temperaturgradienten. Diese fließen in die Ermüdungsberechnung als Grundbeanspruchung nach Gl. (4-1) ein, wobei der Kombinationsbeiwert entfällt und durch die relative Häufigkeit der Temperaturgradienten in der Schadensakkumulation nach Gl. (4-61) berücksichtigt wird [47].

$$D = n_{ges} \cdot \sum_{\Delta T=\min \Delta T}^{\max \Delta T} \left[ \sum_{i} h(i) \cdot h(\Delta T) \cdot d(\Delta T, i) \right] \tag{4-61}$$

Dabei ist $h(i)$ die relative Häufigkeit des Fahrzeugtyps $i$ und $d(\Delta T,i)$ die Schädigungssumme eines Lastwechsels unter der Kombination von Fahrzeug $i$ und Temperaturgradient $\Delta T$. $n_{ges}$ stellt die gesamte Anzahl der Lastwechsel dar.

Bei Berücksichtigung einer zeitabhängigen Verteilung der Temperaturgradienten erfolgt die Schädigungsberechnung für diskrete Zeiträume (etwa jährlich oder dekadisch) nach Gl. (4-62). Die Schädigungsberechnung wird dazu angepasst, indem die Zeitabhängigkeit sowohl in der Fahrzeuganzahl $n(t)$, der relativen Häufigkeit der Fahrzeugtypen $h(i_{Fz},t)$, der Häufigkeit der Temperaturgradienten $h(\Delta T,t)$ und der Schädigungsberechnung $d(\Delta T,i,t)$ berücksichtigt wird. Letztere ist für die zeitlich nichtlineare Systemanalyse nach Abs. 4.5 relevant.

$$D(t) = \sum_{t=0}^{T_{LD}} \left[ n(t) \cdot \sum_{\Delta T=\min \Delta T}^{\max \Delta T} \left[ \sum_{i} h(i_{Fz}, t) \cdot h(\Delta T, t) \cdot d(\Delta T, i, t) \right] \right] \tag{4-62}$$

## 4.5 Nichtlineare Lebensdaueranalyse

Die vollständige Lebensdaueranalyse eines Bauwerks umfasst sämtliche vorangegangenen und zukünftigen Zeitpunkte. Zur Berechnung werden dazu oftmals vereinfachend konstante Eigenschaften über die gesamte Standzeit angesetzt, wobei hier der ungünstigste Zeitpunkt zu verwenden ist. Eine detaillierte Abbildung des zeitabhängigen Tragverhaltens und der einwirkenden Belastungen ermöglicht deren zeitabhängige Definition.

Der Materialwiderstand des Betons verändert sich aufgrund des viskosen Materialverhaltens mit der Zeit. Deshalb werden Kriechen und Schwinden sowie die Festigkeits- und Steifigkeitsentwicklung als zeitabhängige Prozesse berücksichtigt. Zudem fließen die Belastungen – hier in Form der Lasthäufigkeit – als zeitabhängige Größen in die Berechnung ein. Dabei werden sowohl globale und lokale Entwicklungen der Verkehrsbelastung und -zusammensetzung berücksichtigt, als auch die zuvor beschriebene Häufigkeitsverteilung der Temperaturgradienten.

### 4.5.1 Zeitabhängiges Materialverhalten

Die Untersuchungen zur maximalen Betondruckspannung in Abs. 4.2.2 zeigen, dass der Beton zumeist bis 40 % seiner Tragfähigkeit ausgenutzt wird. Somit ist die Entwicklung der Druckfestigkeit als charakteristische Größe im Tragfähigkeitsbereich von untergeordneter Bedeutung. Da aber eine wesentliche Korrelation zur Steifigkeit besteht, wird diese oftmals als indirekte Größe abgeleitet. Die zeitabhängige Entwicklung des Elastizitätsmoduls wird daher nach Gln. (2-36) und (2-37) in Abhängigkeit der Zeit *t* berechnet. Als zeitabhängiger Prozess fließt dies in die Spannungsberechnung nach Abs. 4.2.2 ein, wodurch eine Veränderung der Spannungsverteilung im Querschnitt über die Zeit entsteht. Da keine Steifigkeitsunterschiede über die Systemlänge betrachtet werden, bleiben die Schnittgrößen davon unbeeinflusst.

Die Darstellungen in Bild 4.14 zeigen die Entwicklung des E-Moduls $E_c$ über die Zeit (oben links) und die daraus resultierende zeitabhängige *M*-*σ*-Beziehung in räumlicher Darstellung (oben rechts) sowie deren zweidimensionale Projektion (unten links). Letztere verdeutlicht, dass der Einfluss der Nacherhärtung auf die *M*-*σ*-Beziehung vergleichsweise gering ist – Veränderungen in ihrem Verlauf sind minimal. Diese geringen – aber vorhandenen – Veränderungen der *M*-*σ*-Beziehung verdeutlicht das Differenzendiagramm (unten rechts) über Abweichungen zur ursprünglichen Lage ($t$ = 28d) und in Abhängigkeit der Zeit. Ober- und unterhalb des Dekompressionszustandes kehren sich die zeitlichen Einflüsse um. Das heißt, für Wechselbeanspruchungen des Spannstahls im Übergangsbereich zum Zustand II führt dies – einzig aus diesem Einfluss – zu im Zeitverlauf sinkenden Spannungsschwingbreiten.

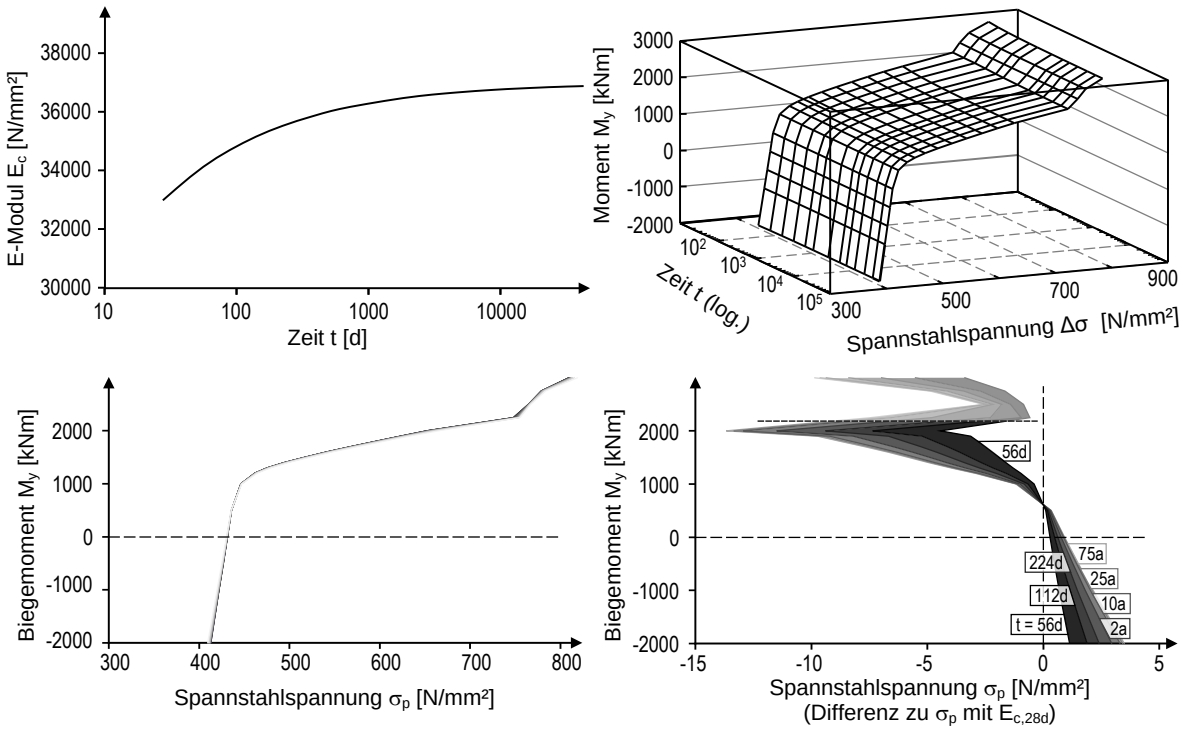



Bild 4.14: E-Modul des Betons bei Nacherhärtung (oben links); *M*-*σ*-Beziehung in räumlicher (oben rechts) und projizierter Darstellung (unten links), als Differenzendiagramm (unten rechts)

### 4.5.2 Kriechen und Schwinden

Kriechen und Schwinden bewirken eine langzeitige Zunahme der Betondehnung ohne zusätzliche Laststeigerung, die eine Spannungsreduktion im Spannstahl zur Folge hat. Diese lässt sich als Verhältniswert $\alpha_p(t)$ der Spannungsreduktion $\sigma_{p,0} - \sigma_p(t)$ zur ursprünglichen Spannstahlspannung $\sigma_{p,0}$ beschreiben.

$$\alpha_p(t) = \frac{\sigma_{p,0} - \sigma_p(t)}{\sigma_{p,0}} \tag{4-63}$$

Da die Spannstahlspannungen unter Ermüdungsbelastung hier aus einer linear-elastischen Arbeitslinie ermittelt werden, sind sie proportional zur Spannstahldehnung $\varepsilon_p$. Deren kriech- und schwindbedingte Änderung $\Delta\varepsilon_p$ entspricht, aufgrund der BERNOULLI-Hypothese und der Annahme idealen Verbunds, der Änderung der Betondehnung $\Delta\varepsilon_c$ in gleicher Faser.

Wie zuvor erläutert, wird der statisch unbestimmte Anteil der Vorspannung als Schnittgröße berücksichtigt, der statisch bestimmte Anteil als Widerstand im Rahmen der Spannungsermittlung nach Abs. 4.2.2. Beide werden durch einen zeitabhängigen Prozess der relativen Spannkraftverluste $\alpha_p(t)$ angepasst, der die Ermüdungsberechnung von der Ermittlung der kriech- und schwindbedingten Verluste separiert.

#### Kriech- und Schwindmodell B3

Zur Berechnung eines zeitabhängigen Verlaufs der Kriech- und Schwinddehnungen wird das RILEM-Modell B3 nach BAŽANT & BAWEJA verwendet. Während die gängigen Modelle der Regelwerke (etwa EUROCODE 2) nur auf der Berechnung einzelner Werte für Endkriech- und -schwindzahl basieren, ermittelt Modell B3 den zeitabhängigen Verlauf der Betondehnung zu jedem Zeitpunkt. BAŽANT & BAWEJA empfehlen die Anwendung des Modells aufgrund des Berechnungsaufwands nur für große Bauwerke [20]. Bei Spannweiten unter 20 m genügen vereinfachte bzw. einfachere Modelle.

Das Modell B3 nach [19, 20] sei hier nur zusammenfassend vorgestellt. Ausführliche Beschreibungen und Hintergründe finden sich dort. Ein Verfahren zur Anpassung des Modells an Messdaten, wie es für weitgespannte Tragwerke empfohlen wird, enthalten [21, 22, 30, 269]; es wird im Rahmen der Genauigkeitssteigerung in Abs. 5.4.2 vorgestellt.

Zur Anwendbarkeit des Modells wird lineares Kriechen ($\sigma_c \leq 0{,}45\, f_{cm}$), ein Normalbeton mit mittlerer Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen in den Grenzen $17\ \text{N/mm}^2 \leq f_{cm,28d} \leq 70\ \text{N/mm}^2$ sowie übliche Werte für Zementgehalt ($160\ \text{kg/m}^3 \leq z \leq 720\ \text{kg/m}^3$) und Wasser-Zement-Wert ($0{,}35 \leq w/z \leq 0{,}85$) vorausgesetzt. Für Betone anderer Zusammensetzung oder höhere Belastungen muss das Modell mit entsprechenden Versuchsdaten kalibriert werden.

Gemäß Abs. 2.2.4 setzt sich die Betondehnung aus der elastischen Dehnung sowie Kriech- und Schwindanteilen $\varepsilon_{cs}(t)$ zusammen, wobei die lastabhängige Dehnung (als Summe von elastischer Dehnung und Kriechdehnung) durch die Kriechfunktion $J(t,t_0)$ beschrieben wird. Temperaturbedingte Dehnungsanteile werden an dieser Stelle nicht betrachtet.

$$\varepsilon_c(t) = J(t,t_0)\,\sigma_c + \varepsilon_{cs}(t) \tag{4-64}$$

Die Kriechfunktion $J(t,t_0)$ setzt sich aus dem elastischen Anteil (in Modell B3 oft auch als $q_1$ bezeichnet) sowie den Konformitätsfunktionen für Grund- $C_0(t,t_0)$ und Trocknungskriechen $C_d(t,t_0,t_s)$ zusammen. Dabei ist $t_0$ der Zeitpunkt der Lastaufbringung und $t_s$ der Austrocknungsbeginn.

$$J(t,t_0) = \frac{1}{E_{c0}} + C_0(t,t_0) + C_d(t,t_0,t_s) = \frac{1}{E_{c0}} \cdot (1+\varphi) \tag{4-65}$$

Die Konformitätsfunktion des Grundkriechens wird mit Gl. (4-66) aus viskoelastischen Anteilen und solchen aus der Verfestigungstheorie beschrieben:

$$C_0(t,t_0) = q_2 \cdot Q(t,t_0) + q_3\ \ln[1+(t-t_0)^n] + q_4\ \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \tag{4-66}$$

mit den materialabhängigen und im Kalibrierungsprozess steuerbaren Parametern:

$$\begin{aligned} q_2 &= 185{,}4\,\sqrt{z}\,{f_{cm}}^{-0{,}9} \\ q_3 &= 0{,}29\,q_2 \cdot (w/z)^4 \\ q_4 &= 20{,}3\,(a/z)^{-0{,}7} \end{aligned} \tag{4-67}$$

Die Parameter $q_3$ (weniger) und $q_4$ (wesentlich) beeinflussen die Langzeitentwicklung des Kriechens. Der Verlauf zu Beginn des Kriechprozesses bleibt davon im Wesentlichen unbeeinflusst [29]. Mit $a/z$ wird das Verhältnis von Gesteinskörnung $a$ zu Zementgehalt $z$ beschrieben, für das zur Anwendbarkeit der Formel die Grenzen $2{,}5 \le a/z \le 13{,}5$ gelten.

Die Funktion $Q(t,t_0)$ beschreibt das Ergebnis einer nicht analytisch lösbaren Integration [19], die durch die Näherungslösung nach Gl. (4-68) [25] oder anhand von tabellierten Werten (etwa in [19]) bestimmt werden kann.

$$\mathrm{Q(t,t_0)} = \frac{\left[1+\left({\mathrm{t_0}}^{-\mathrm{m}} \cdot \ln[1+(\mathrm{t}-\mathrm{t_0})^{\mathrm{n}}] \cdot \left[0{,}086\ {\mathrm{t_0}}^{\frac{2}{9}} + 1{,}21\ {\mathrm{t_0}}^{\frac{4}{9}}\right]\right)^{-\mathrm{r(t_0)}}\right]^{-\frac{1}{\mathrm{r(t_0)}}}}{0{,}086\ {\mathrm{t_0}}^{2/9} + 1{,}21\ {\mathrm{t_0}}^{4/9}} \tag{4-68}$$

Dabei sind $n = 0{,}1$ und $m = 0{,}5$ konstante Parameter, zudem ist:

$$r(t_0) = 1{,}7\ {t_0}^{0{,}12} + 8 \tag{4-69}$$

Der dritte Anteil der Kriechfunktion nach Gl. (4-65) ist die Konformitätsfunktion des Trocknungskriechens $C_d$ [19].

$$C_d(t,t_0,t_s) = q_5\,\sqrt{e^{-8\,H(t)} - e^{-8\,H(\max\{t_0;t_s\})}} \quad \text{für } t \ge t_s, t_0 \tag{4-70}$$

Darin ist das Maximum aus $t_0$ und $t_s$ der Zeitpunkt, zu dem Trocknung und Belastung erstmalig gemeinsam auftreten. Die Funktion $H(t)$ beschreibt den Zeitverlauf des räumlich gemittelten, relativen Feuchtegehalts der Poren. Sie setzt sich aus der relativen Luftfeuchte $RH$ und $S(t)$ als Zeitfunktion des Schwindens zusammen.

$$H(t) = 1 - (1-RH)\,S(t) \tag{4-71}$$

Zudem ist $q_5$ ein empirischer materialabhängiger Parameter, der aus der mittleren Betondruckfestigkeit und der Endschwinddehnung $\varepsilon_{cs,\infty}$ bestimmt wird [19].

$$q_5 = \frac{7{,}57 \cdot 10^5}{f_{cm}} \cdot \left|\varepsilon_{cs,\infty}\right|^{-0{,}6} \tag{4-72}$$

Die Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}(t)$ in Gl. (4-64) wird als mittlere Schwinddehnung nach Gl. (3-78) aus der Endschwinddehnung $\varepsilon_{cs,\infty}$, einem Luftfeuchtebeiwert $k_{RH}$ und der Zeitfunktion des Schwindens $S(t)$ ermittelt.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = -\varepsilon_{cs,\infty} \cdot k_{RH} \cdot S(t) \tag{4-73}$$

Den Zeitverlauf der Schwinddehnung beschreibt $S(t)$:

$$S(t) = \tanh\left(\sqrt{\frac{t - t_s}{\tau_{cs}}}\right) \tag{4-74}$$

mit $\tau_{cs}$ als Zeitraum bis zum Erreichen der halben Schwinddehnung:

$$\tau_{cs} = k_t (k_s \cdot 2\ A_c/U)^2 \tag{4-75}$$

Dieser ist größenabhängig und setzt sich aus der effektiven Querschnittsdicke $2\ A_c/U$ [cm] (Verhältnis Fläche zu Oberfläche) und den Formfaktoren $k_t$ [d/cm²] und $k_s$ [-] zusammen.

$$k_t = 8{,}5\ {t_s}^{-0{,}08} \cdot {f_{cm}}^{-0{,}25} \tag{4-76}$$

$$k_s = \begin{cases} 1{,}00 & \text{für unendlich große Platten} \\ 1{,}15 & \text{für unendlich große Zylinder} \\ 1{,}25 & \text{für unendlich große quadr. Prismen} \\ 1{,}55 & \text{für Würfel} \end{cases} \tag{4-77}$$

Für die Endschwinddehnung $\varepsilon_{cs}(t = \infty) = \varepsilon_{cs,\infty}$ wird der zeitunabhängige Wert $\varepsilon_{s,\infty}$ nach Gl. (4-78) mit dem Verhältnis der zeitabhängigen E-Moduln bzgl. eines definierten Referenzwerts nach 607 Tagen skaliert.

BAŽANT & BAWEJA verwenden etwa in [19] einen vereinfachten Ansatz des ACI 209R-92 für die Steifigkeitsentwicklung des Betons mit $E_c(t) = E_c(28\text{d})\ (t\ /\ (4 + 0{,}85\ t))^{1/2}$, dessen Verlauf eine raschere Erhärtung mit früherem Plateau beschreibt als der Ansatz nach Gl. (2-37).

$$\varepsilon_{cs,\infty} = \varepsilon_{s,\infty}\ \frac{E_c(607\ d)}{E_c(t_s + \tau_{cs})} \tag{4-78}$$

$$\varepsilon_{s,\infty} = -\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \left(0{,}019\ w^{2{,}1} \cdot {f_{cm}}^{-0{,}28} + 270\right) \cdot 10^{-6} \tag{4-79}$$

Der zeitunabhängige, empirische Wert der Endschwinddehnung ist von der Betonzusammensetzung abhängig und setzt sich aus dem Wassergehalt $w$ [kg/m³], der Betondruckfestigkeit $f_{cm}$, der Zementsorte (Faktor $\alpha_1 = \{1{,}0;\ 0{,}85;\ 1{,}1\}$) und den Lagerungsbedingungen (Faktor $\alpha_2 = \{0{,}75;\ 1{,}0;\ 1{,}2\}$) zusammen; vgl. etwa [19].

Zuletzt berücksichtigt der Parameter $k_{RH}$ in Gl. (4-73) die relative Luftfeuchtigkeit $RH$ [-]. Für $0{,}98 < RH < 1$ ist $k_{RH}$ linear zu interpolieren. Dabei entspricht $RH = 1$ dem Quellen in Wasser.

$$k_{RH} = \begin{cases} 1 - RH^3 & \text{für} \quad RH \le 0{,}98 \\ -0{,}2 & \text{für} \quad RH = 1 \end{cases} \tag{4-80}$$

### Sensitivitäten des Kriech- und Schwindmodells B3

Der Einfluss streuender Parameter auf den Prozess der kriech- und schwindbedingten zeitabhängigen Dehnungen in der Lebensdauersimulation soll separat am Modell B3 untersucht werden. Da es sich um ein in Teilen empirisches Modell handelt, werden keine wesentlichen Parameterinteraktionen erwartet und ein stetiger Verlauf der Dehnung unter konstanter Belastung vorausgesetzt. Die in Bild 4.15 bis Bild 4.18 dargestellten Kurvenscharen beschreiben dabei die Variation je eines Parameters in seinem Wertebereich.

Es wird eine Ausgangskonfiguration mit üblichen Materialparametern und Randbedingungen vorgegeben und durch Variation je eines Parameters dessen Einfluss auf den Dehnungs-Zeit-Prozess untersucht. Dies ist in Bild 4.15 bis Bild 4.18 anhand der zeitabhängigen Betondehnungsverläufe unter konstanter Betondruckspannung $\sigma_c = 0{,}4\, f_c$ (lineares Kriechen) bzw. anhand der lastunabhängigen Kriechzahl $\varphi$ dargestellt.

Bei der Auswertung wird zentral zwischen einem Einfluss auf die Form des Verlaufs – also etwa eine höhere Dehnungszunahme im „späten“ Betonalter – und quantitativen Einflüssen auf die Dehnung unterschieden, wobei diese, etwa durch eine höhere Betondruckspannung, bereits initial auftreten können.

Die Bewertung des Einflusses der Betondruckfestigkeit $f_c$ in Bild 4.15 ist, aufgrund ihrer Eigenschaft als allgemeiner Steuerungsparameter des in Teilen empirischen Modells, nicht unmittelbar möglich. Sie charakterisiert zudem die Betonsorte und damit einhergehende Eigenschaften. Da elastische und kriechbedingte Dehnungsanteile direkt von der Belastung abhängig sind (vgl. Gl. (4-64)), wird hier zusätzlich die Kriechzahl $\varphi$ zur Bewertung herangezogen. Während die gesamte Betondehnung initial und im Zeitverlauf mit steigender Festigkeitsklasse (und aufgrund von $\sigma_c = 0{,}4\, f_c$ auch steigender absoluter Belastung) zunimmt (Bild 4.15, links), zeigt der Verlauf der Kriechzahl in Bild 4.15 (rechts), dass niedrigere Festigkeitsklassen mit höheren Kriechzahlen einhergehen. Der Anteil der lastunabhängigen Schwinddehnung nimmt ebenso mit zunehmender Betondruckfestigkeit ab.

Die Betonspannung $\sigma_c$ bzw. die normierte Betonspannung $\sigma_c/f_c$ fließen linear in die elastische Dehnung und die Kriechdehnung wie nach Bild 4.16 (rechts) ein. Dementsprechend bewirkt eine Änderung der Betonspannung einen linear skalierten zeitlichen Prozess bei unveränderter Kriechzahl. Da das Modell B3 nur in den Grenzen des linearen Kriechens gültig ist, stellt sich auch bei großen Druckspannungen > $0{,}45\, f_c$ ein qualitativ gleichwertiger Verlauf ein.

Die relative Luftfeuchte *RH* ist die zentrale Randbedingung des Schwindens und des Trocknungskriechens. Ihr Einfluss steigt nach Bild 4.16 (links) mit zunehmendem Betonalter, in dem das Austrocknen der Poren infolge geringer Luftfeuchten zu stark nichtlinearen Dehnungszunahmen führt. Für bewitterte Außenbauteile in Deutschland sind jedoch i. d. R. keine langzeitigen mittleren Luftfeuchten unter 60 % zu erwarten. Ein dauerhafter Unterschied der relativen Luftfeuchte von 10 %-Punkten (etwa RH = 0,7 anstatt 0,8) führt zu einer Änderung des Dehnungsverlaufs um ebenfalls etwa 10 %.

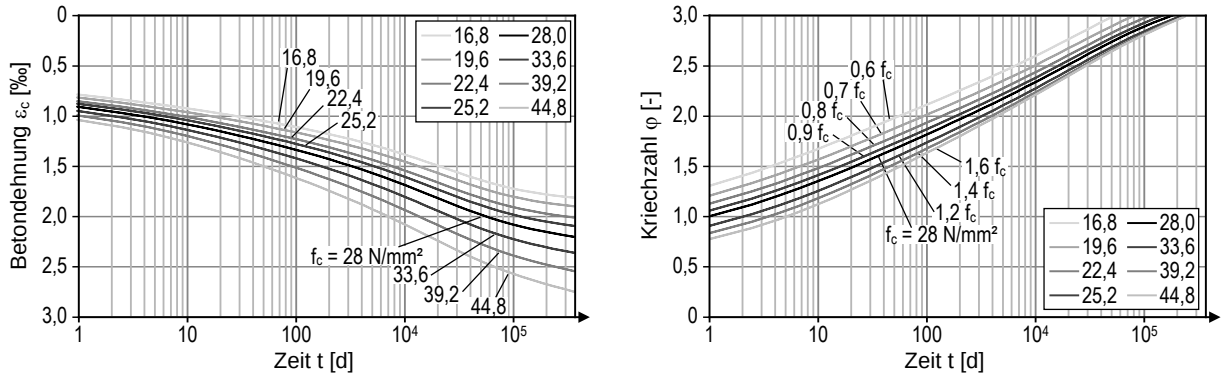



Bild 4.15: Einfluss der Betonsorte / -druckfestigkeit auf Betondehnung (links) und Kriechzahl $\varphi$ (rechts)

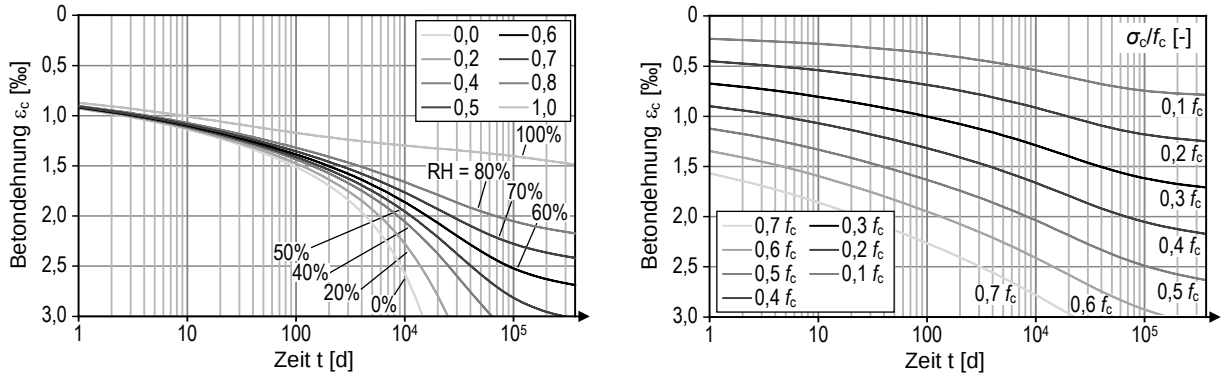



Bild 4.16: Einfluss der Luftfeuchte *RH* (links) und der bezogenen Betondruckspannung $\sigma_c/f_c$ (rechts)

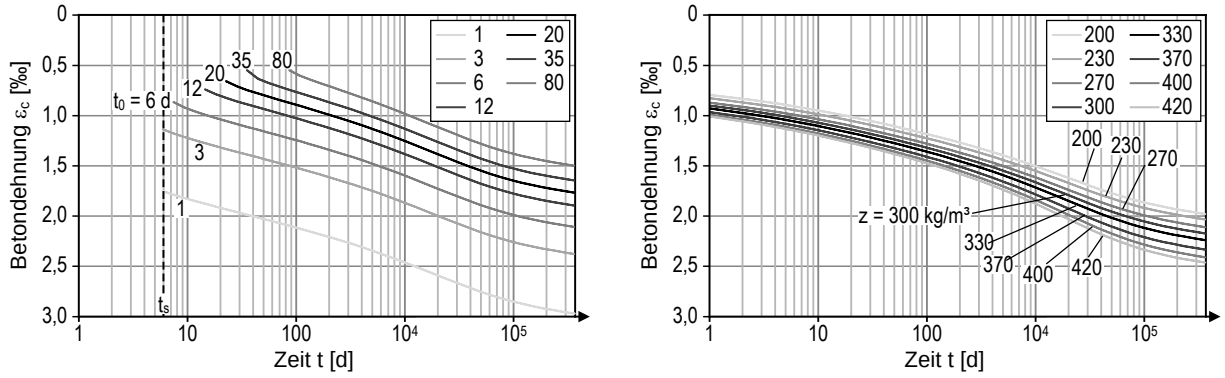



Bild 4.17: Einfluss des Belastungsbeginns $t_0$ [d] (links) und des Zementgehalts $z$ [kg/m³] (rechts)

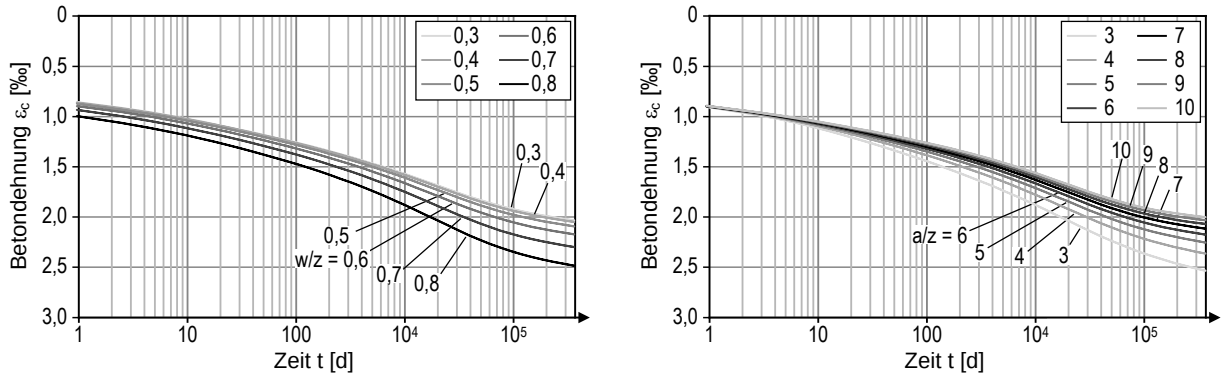



Bild 4.18: Einfluss des Wasserzementwerts $w/z$ (links) und des Anteils der Gesteinskörnung $a/z$ (rechts)

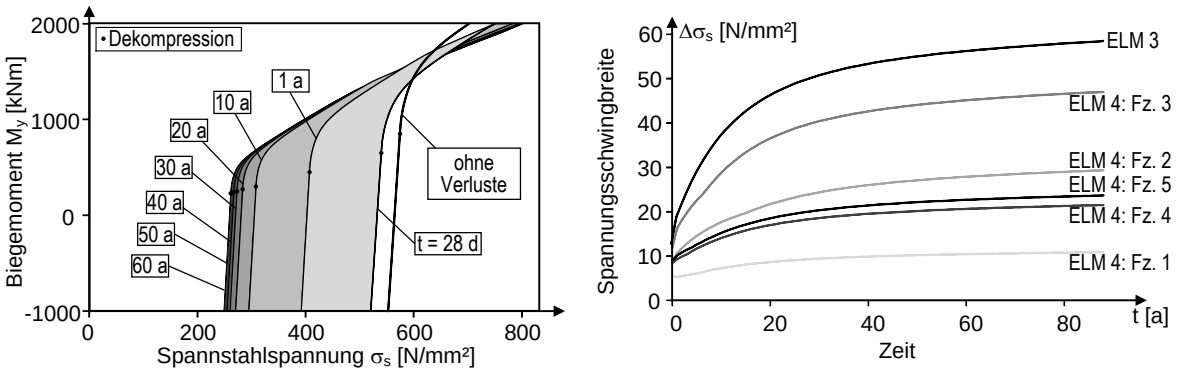



Bild 4.19: Zeitabhängige *M*-*σ*-Beziehung bei Spannkraftverlusten (links) und daraus resultierende zeitabhängige Spannungsschwingbreiten (rechts)

Anhand des variierten Zeitpunkts der Erstbelastung $t_0$ zeigt Bild 4.17 (links), dass mit früherem Belastungsbeginn initial größere Dehnungen erzeugt werden. Der weitere Verlauf der Dehnungszunahme bleibt davon weitgehend unbeeinflusst. Der Beginn des jeweiligen Dehnungs-Zeit-Verlaufs in Bild 4.17 (links) entspricht dem Maximum aus $t_0$ und dem Austrocknungsbeginn $t_s$.

Der Einfluss der Betonzusammensetzung ist vergleichsweise gering. Bild 4.17 (rechts) und Bild 4.18 zeigen den Einfluss des Zementgehalts *z*, des *w*/*z*- und des *a*/*z*-Werts auf die zeitliche Dehnungsentwicklung. Die Zunahme des Zementgehalts *z* sowie des *w*/*z*-Werts führen zu einer höheren zeitabhängigen Dehnungszunahme aus Grundkriechen und Schwinden. Analog führt die Reduktion des Gesteinskörnung-Zement-Verhältnisses *a*/*z* zu erhöhtem Grundkriechen durch den Parameter $q_4$ (Gl. (4-67)). Dieser beeinflusst die initiale Betondehnung nicht und stellt deshalb den zentralen Steuerungsparameter des langfristigen Dehnungsverlaufs dar.

Zusammenfassend zeigt sich, dass Belastungshöhe ($\sigma_c$) und -beginn ($t_0$) im Wesentlichen die frühe Dehnungsentwicklung bzw. initiale Dehnung beeinflussen. Hier wirkt auch die Betonfestigkeit $f_c$ als allgemeiner Steuerungsparameter der Materialeigenschaften wie etwa des E-Moduls mit. Die zeitabhängige Dehnungszunahme in Form des Grundkriechens ist wesentlich von der Betonzusammensetzung (hier insbesondere *a*/*z*) abhängig. Maßgebende Parameter des Trocknungskriechens und Schwindens sind die äußeren Randbedingungen in Form der relativen Luftfeuchte *RH*. Ein relevanter Einfluss des Trocknungsbeginns $t_s$ ist für die gewählte Konfiguration nicht festzustellen.

### Prognosemodell mit zeitabhängigen Spannkraftverlusten

Aus der Betondehnung infolge von Kriechen und Schwinden, die sich mit dem Modell B3 berechnet, kann die Spannkraftreduktion nach Gl. (4-63) ermittelt und so in das Prognosemodell integriert werden. Diese fließt in eine relative Reduktion des statisch unbestimmten Anteils der Vorspannung (als Schnittgröße) und in die nichtlineare Spannungsberechnung auf Querschnittsebene nach Abs. 4.2.2 als reduzierte Vordehnung ein.

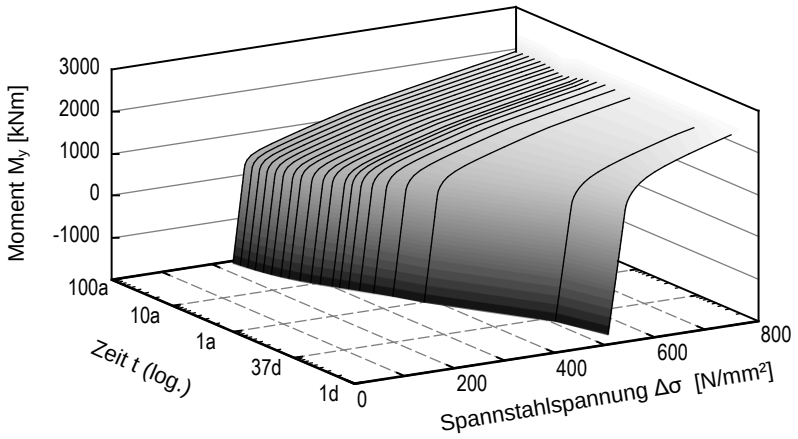



Bild 4.20: Räumliche Darstellung der *M*-*σ*-Beziehung unter zeitabhängigen Spannkraftverlusten

Die reduzierte Vorspannung bzw. Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}(t)$ wirkt sich im Rahmen der Spannungsberechnung auf Querschnittsebene auf die Lage (horizontale Verschiebung) der *M*-*σ*-Beziehung und deren Form aus; dies zeigt Bild 4.19 (links) anhand von Schnitten sowie Bild 4.20 in räumlicher Darstellung über die Zeit. Mit zeitabhängig zunehmenden Spannkraftverlusten sinkt das Dekompressionsmoment und der Übergang in den Zustand II erfolgt bei geringeren äußeren Belastungen. Zudem reduziert sich die Steifigkeit des gerissenen Querschnitts, was sich an der geringeren Steigung des Astes im Zustand II zeigt. Entsprechend dem Verlauf der kriech- und schwindbedingten Betondehnungen (in Bild 4.15 bis Bild 4.18 ist die logarithmische Zeitachse zu beachten) treten die wesentlichen Anteile in den ersten Jahren der Standzeit auf. Mit zunehmendem Betonalter wird der relative Einfluss auf die Spannungsberechnung geringer.

Der „frühere“ Übergang in den Zustand II und die reduzierte Steifigkeit im Zustand II bewirken bei entsprechender Grundbeanspruchung höhere Spannungsschwingbreiten, wie Bild 4.19 (rechts) zeigt. Dort sind die zeitabhängigen Verläufe der Spannungsschwingbreite infolge der Lastmodelle ELM 3 und ELM 4, letzteres mit seinen fünf Standardfahrzeugen, beispielhaft für die Koppelfuge des Referenzbauwerks nach Kap. 7 (mit dort lokal großen Spannkraftverlusten) dargestellt.

Diese zeitvariablen Spannungsschwingbreiten fließen als Kollektiv mit entsprechender Lasthäufigkeit in die Berechnung der Ermüdungsschädigung mittels Wöhlerlinien ein. Bild 4.21 zeigt

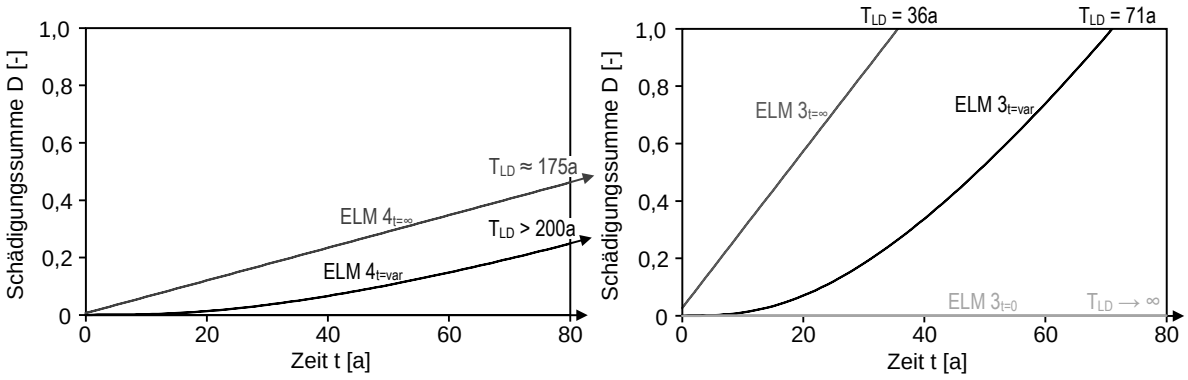



Bild 4.21: Zeitabhängige Schädigungssumme bei konstanten und zeitvariablen Spannungsschwingbreiten für ELM 4 (links) und ELM 3 (rechts)

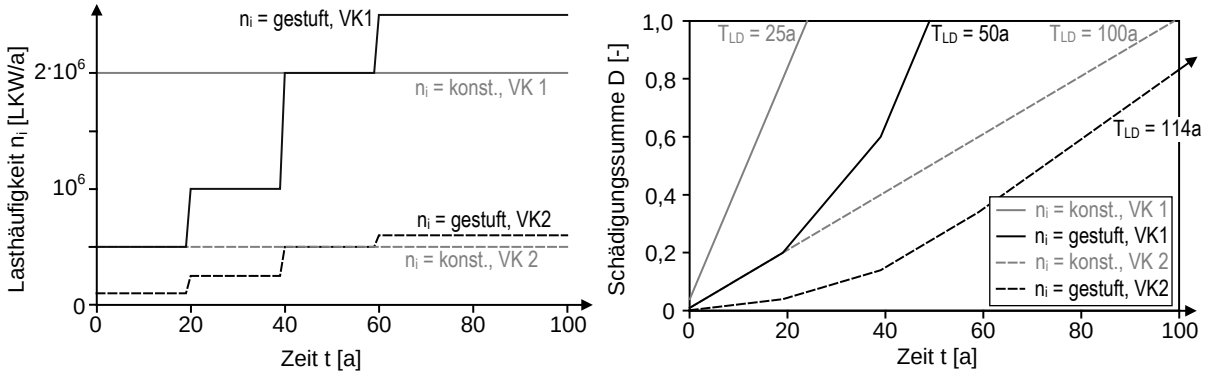



Bild 4.22: Zeitabhängige Lasthäufigkeit (links), resultierende Ermüdungsschädigung (rechts)

exemplarisch den Verlauf der zeitabhängigen Schädigungssumme $D(t)$ unter ELM 3 und 4. Zum Vergleich der Auswirkungen von ELM 3 (ein einzelner Fahrzeugtyp mit $n_i = 10^6$ LKW/a) und ELM 4 (mit $n_i = 10^6$ LKW/a und relativen Häufigkeiten $h_i$ gem. der höchsten Verkehrskategorie nach Tabelle 2.4) werden zwei bzw. drei Szenarien untersucht:

- variable Spannungsschwingbreiten gemäß Bild 4.19 (ELM $i_{t=\text{var}}$)
- konstante Spannungsschwingbreite ohne Kriech- und Schwindverluste (ELM $3_{t=0}$)
- konstante Spannungsschwingbreite mit voll wirksamen Verlusten (ELM $i_{t=\infty}$)

Der Betrachtungszeitpunkt der Spannungsschwingbreiten wirkt sich wesentlich auf die Ermüdungslebensdauer $T_{LD}$ aus. Erwartungsgemäß führt die Annahme voll wirksamer Kriech- und Schwindverluste ($t = \infty$) während der gesamten Standzeit zu (erheblich) kürzeren Ermüdungslebensdauern. Ohne diese Verluste ($t = 0$) entstehen unsichere Ergebnisse ($T_{LD} \rightarrow \infty$), wie Bild 4.21 (rechts) für ELM 3 zeigt. Der nichtlineare Verlauf der Spannungsschwingbreiten nach Bild 4.19 (rechts) erzeugt einen nichtlinearen Verlauf der Schädigungssumme $D(t)$ (Bild 4.21). Dessen Gradient ist nach oben durch denjenigen der linearen Schadenssumme ($t = \infty$) begrenzt; für $t \rightarrow \infty$ nähern sich beide asymptotisch an.

### 4.5.3 Verkehrshäufigkeiten

Bekanntlich nimmt die gesamte Verkehrsmenge in Deutschland und Europa mit der Zeit stetig zu. So geht etwa die „Verkehrsprognose 2030“ des Bundeministeriums für Verkehr und digitale Infrastruktur (BMVI) von einer Zunahme der Verkehrsbelastung [tkm] durch den Güterverkehr auf deutschen Straßen zwischen 2010 und 2030 von etwa 39 % aus [49].

Regelwerke, die ihren Fokus auf die Bemessung von Neubauten legen, wie etwa der EUROCODE 1-2 [70], setzen als Richtwert bei mangelnder Kenntnis genauerer Daten zeitlich konstante Verkehrsmengen über die gesamte Standzeit an. Diese jährlichen Lasthäufigkeiten (im Rahmen der Arbeit mit $n_i$ bezeichnet) werden in Abhängigkeit einer Verkehrskategorie gewählt, in die das Bauwerk je nach Bedeutung der Straße einzustufen ist (vgl. Abs. 2.5). Die Nachrechnungsrichtlinie [47] berücksichtigt in Erweiterung dazu eine stufenweise Zunahme der Verkehrsbelastung seit 1950. Dies soll den früher geringeren Verkehrsbelastungen Rechnung tragen. Durch

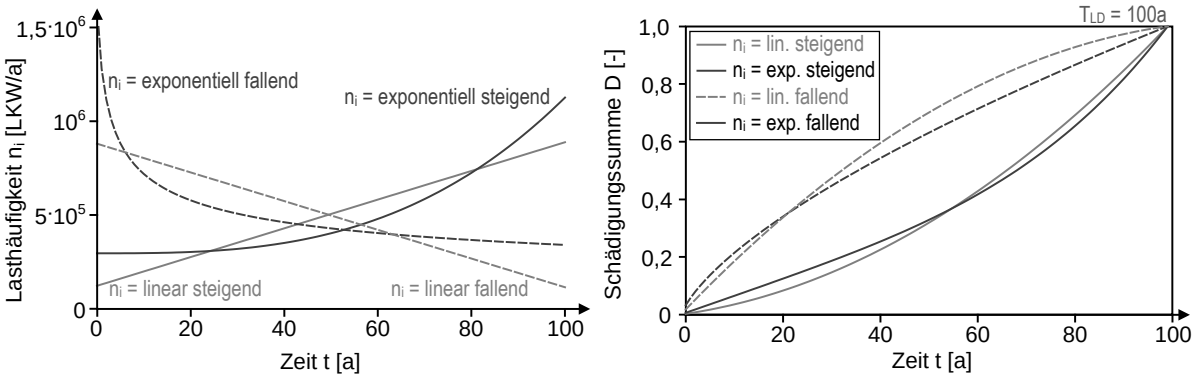



Bild 4.23: Approximationsansätze für Verkehrszählungen (links) und zug. Schädigungssummen (rechts)

lokale Gegebenheiten kann die Verkehrsbelastung jedoch individuell sehr verschieden sein. Dies belegen auch regelmäßige Verkehrszählungen (Abs. 5.4.1).

Um den Einfluss des zeitabhängigen Verlaufs der Lasthäufigkeit zu untersuchen, ist in Bild 4.22 (links) die einwirkende jährliche Lastwechselzahl $n_i$ [LKW/a] nach Ansätzen in Deutschland geltender Regelwerke dargestellt; je nach Verkehrskategorie (hier VK 1 und 2) mit konstanten (nach EUROCODE 1-2 [70]) und stufenweise steigenden Häufigkeiten (nach Nachrechnungsrichtlinie [47]). Die Verläufe basieren auf der Annahme, dass der Zeitpunkt $t = 0$ einem Baujahr 1950 entspricht. Zunächst wird eine konstante Spannungsschwingbreite ausgewertet. Relative Häufigkeiten der Fahrzeugtypen des ELM 4 sowie bauwerksspezifische Belastungen aus den Achslastverteilungen oder zeitabhängige Lasteffekte sind somit nicht erfasst.
Bild 4.22 (rechts) zeigt, dass der stufenweise Ansatz in der frühen Phase der Standzeit eine geringere Ermüdungsschädigung erzeugt, was zu größeren Ermüdungslebensdauern führt. Für Verkehrskategorie 2 sind sich die Häufigkeitsverläufe ähnlicher und somit auch die prognostizierten Lebensdauern; die generelle Tendenz ist jedoch gleich.

Ergänzend zeigt Bild 4.23 je zwei lineare und exponentielle Ansätze, die mögliche Approximationen von Verkehrszählungen beschreiben. Alle vier Verläufe weisen nach 100 Jahren dieselbe Lastwechselzahl $N_{ges} = \Sigma n_i = 5 \cdot 10^7$ auf, was aufgrund der linearen Schadensakkumulation konstanter Spannungsschwingbreiten eine identische Lebensdauer $T_{LD}$ zur Folge hat. Einzig der Verlauf der Schädigungssumme wird dadurch beeinflusst. Ein fallender $n_i(t)$-Verlauf bewirkt eine konkave Form der zeitabhängigen Schädigungssumme $D(t)$; analog führt der Anstieg von $n_i(t)$ zu einem konvexen $D(t)$-Verlauf. Die exponentiellen Ansätze erzeugen die maßgebenden Schädigungsanteile in der frühen (fallender Verlauf $n_i(t)$) bzw. in der späten (steigender Verlauf $n_i(t)$) Phase des betrachteten Zeitraums. Hier weist die zugehörige Schädigungssumme den steilsten Gradienten auf.
Erst in Kombination mit zeitlich veränderlichen Beanspruchungen beeinflusst die Form der Häufigkeitszeitreihe die Ermüdungslebensdauer. Dies behandelt der folgende Abschnitt.

### 4.5.4 Interaktion zeitabhängiger Prozesse

Bei konstanter Beanspruchung ist die Untersuchung des zeitabhängigen Prozesses der Lasthäufigkeit für die Lebensdauerprognose überflüssig, da $T_{LD}$ bei konstanter Belastung einzig von der gesamten Lasthäufigkeit $N_{ges}$ abhängt (vgl. Bild 4.23). Erst im Zusammenwirken mit ebenfalls zeitabhängigen, stetig zunehmenden Spannungsschwingbreiten (asymptotisch konstant für $t \to \infty$) hat die zeitabhängige Lasthäufigkeit $n_i(t)$ einen wesentlichen Einfluss auf die Ermüdungslebensdauer, wie Bild 4.24 zeigt. Zwecks Vergleichbarkeit mit den vorherigen Ergebnissen wird die variable Spannungsschwingbreite so gewählt, dass ihr Verlauf qualitativ analog zu Bild 4.19 (rechts) ist und ihre Asymptote für $t \to \infty$ der konstanten Schwingbreite der vorherigen Schädigungsberechnungen entspricht.

In allen Fällen – sowohl für die normbasierten Ansätze nach Bild 4.22 (links) als auch für die möglichen Approximationsfunktionen nach Bild 4.23 (links) – wird, wie in Abs. 4.5.2 beschrieben, durch die zeitabhängige Spannungsschwingbreite eine höhere Ermüdungslebensdauer erreicht. Die Verläufe zeigen zudem die Interaktion von Lasthäufigkeit und Spannungsschwingbreite: Erreichen alle vier Approximationsfunktionen in Bild 4.23 die Ermüdungslebensdauer $T_{LD}$ = 100 a, so variieren diese nun stark. Hier führt die Überlagerung steigender Ansatzfunktionen der Lasthäufigkeit mit steigenden Beanspruchungen zu geringeren Lebensdauern; für sinkende entsprechend umgekehrt. Die Annäherung der $T_{LD}$-Werte für die Ansätze nach EUROCODE 1-2 und Nachrechnungsrichtlinie ist auf die Annäherung der Lasthäufigkeiten bzw. deren Gradienten ab dem Jahr 2010 zurückzuführen (vgl. $t \geq 60$ a in Bild 4.22, links). Beiden fehlt ein genauerer Ansatz zur Prognose zukünftiger Belastungen, weshalb die absoluten $T_{LD}$-Werte hier keine aussagekräftige Maßzahl für Prognosen weit über den aktuellen Zeitpunkt hinaus sind.

## 4.6 STOCHASTISCHE BERECHNUNGSPARAMETER

Die Basisvariablen der stochastischen Untersuchung der Lebensdauerprognose sind sämtliche Modellparameter der Berechnung. Dabei kann nach [224] zwischen drei Typen von Basisvariablen unterschieden werden:

- Umweltbedingte Variablen, wie Wind, Schnee, Temperatur, aber auch außergewöhnliche

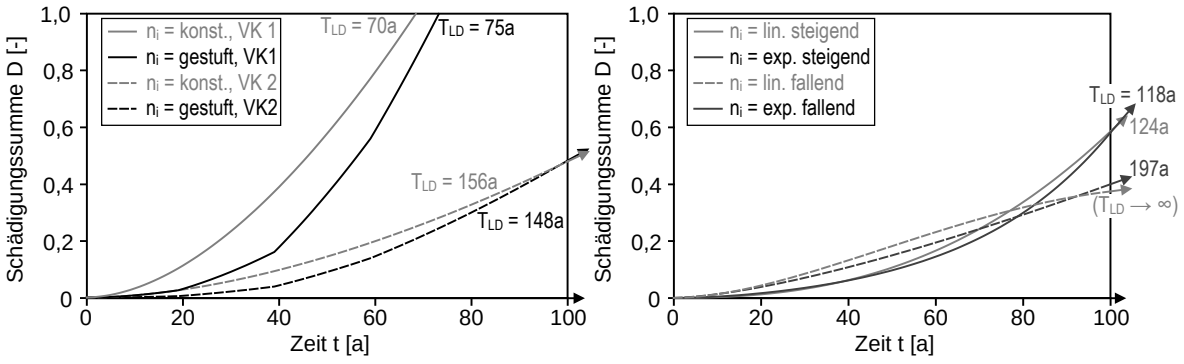



Bild 4.24: Schädigungssumme bei Überlagerung variabler Lasthäufigkeiten und Spannungsschwingbreiten für die normbasierten (links) und freien Approximationsansätze (rechts)

Ereignisse wie Feuer oder Unfälle sind instationäre Prozesse; beim Umgang mit diesen Variablen sind gewisse Risiken zu akzeptieren, da ihre Größe nicht beeinflussbar ist. Umweltvariablen können der Einwirkungs-, seltener auch der Widerstandsseite zugeordnet werden.

- Bauwerksvariablen, wie Querschnitts- und Systemabmessungen oder Baustoffparameter wurden vorab geplant und sind durch Messungen direkt oder indirekt prüfbar. Sie repräsentieren vorwiegend die Widerstandsseite.
- Nutzungsvariablen, hier vorrangig die Verkehrslasten, sind stochastische, zeitvariable Prozesse der Einwirkungen, die insbesondere bei Straßenbrücken mit großen Streuungen behaftet sind. Durch Nutzungs- und Strukturänderungen weisen sie oftmals auch langzeitige Variabilität (Trends) auf.

Kennwerte der Basisvariablen der Berechnung – solcher, die initial als relevant aufgefasst werden und keine deterministischen Werte sind – werden in den Tabellen der folgenden Abschnitte definiert. Zudem sind die parametrischen Verteilungsfunktionen angegeben, durch die sie hier beschrieben werden. Gemäß Abs. 3.4 stellt ein Variationskoeffizient von etwa 0,10 die Grenze für einen Unterschied zwischen Normalverteilung (N) und logarithmischer Normalverteilung (LN) dar. Somit wird für $V_x \leq 0{,}10$ stets die Normalverteilung verwendet. Abgeleitete Parameter bzw. Annahmen bei mangelnder Datengrundlage sind in den Tabellen kursiv dargestellt. Zusammenstellungen relevanter stochastischer Basisvariablen für die Untersuchung von Betonbrücken finden sich etwa in [39, 40, 85, 110, 130, 174–176, 251] und Anhang B.

Durch Korrelationen sind verschiedene Parameter mit anderen Kenngrößen verknüpft. So wird in gängigen Regelwerken [72, 89] etwa der Elastizitätsmodul von Beton in Abhängigkeit der Druckfestigkeit beschrieben, da diese über die Betonzusammensetzung miteinander interagieren. Die dabei auftretende Streuung wird durch Korrelationsfaktoren $\alpha_i$ im funktionalen Zusammenhang berücksichtigt.

Neben den Basisvariablen kann die Modellunschärfe $m$ bzw. die Modellqualität als stochastische Größe aufgefasst werden. Diese ergibt sich aus dem Quotienten von experimentellen und berechneten Ergebnissen [224]. Damit werden sowohl die Unschärfen des Modells an sich erfasst – etwa die Tatsache, dass ein empirisches Modell nur eine Annäherung darstellt – aber auch Modellvereinfachungen, die sich etwa aus statischen Systemen, Steifigkeitsabweichungen oder den Querschnittswerten ergeben.

$$m_i = \frac{y_{i,exp}}{y_{i,cal}} \tag{4-81}$$

Durch eine Vielzahl von Vergleichsgrößen $y_i$ kann ein Mittelwert $\bar{m}$ und die Standardabweichung $s_m$ ermittelt werden. Bei einem guten Modell strebt $\bar{m}$ mit steigender Anzahl $i$ gegen 1, bei konservativen Modellen gegen einen Wert größer als 1. Der Variationskoeffizient beträgt bei exakten Modellen wenige Prozent, bei schlechten Modellen ist er wesentlich größer [224]. Der PROBABILISTIC MODEL CODE [130] geht bei Biegung oder Querkraft von Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit zwischen 0,10 und 0,15 aus. Dabei ist eine Log-Normalverteilung mit

Mittelwerten von 1,0 für Querkraft und 1,2 für die Biegetragfähigkeit anzusetzen.
Modellunsicherheiten werden hier im Rahmen einer Kalibrierung des numerischen Strukturmodells erfasst und korrigiert. Sie sind damit nicht Bestandteil der stochastischen Untersuchungen.

### 4.6.1 Materialverhalten von Beton

Parameter zur stochastischen Beschreibung der Eigenschaften von Beton – insbesondere der Druckfestigkeit – wurden in der Literatur aus verschiedenen Proben abgeleitet; eine Zusammenstellung gibt [40]; die hier verwendeten Basisvariablen enthält Tabelle 4.5.

I. d. R. wird für die Druckfestigkeit eine Normal- oder Log-Normalverteilung angenommen, deren Variationskoeffizient in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit variiert. Für viele Betone findet sich in der Literatur eine Standardabweichung um 5 N/mm², wobei mitunter auch wesentlich geringere Streuungen – etwa $\sigma_f \approx 3{,}0$ N/mm² dokumentiert sind, vgl. [40]. Aus der allgemeinen Beziehung vieler Regelwerke von mittlerer und charakteristischer (5 %-Quantil) Druckfestigkeit $f_{cm} = f_{ck} + 8$ wird die initiale Standardabweichung ($t = 28$d) mit $\sigma_f = 8/1{,}645 \approx 5$ N/mm² abgeleitet.

Durch Nacherhärtung nimmt die Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit seiner Stoffeigenschaften und der Zeit zu. Dies beschreibt nach Abs. 2.2.3 und 4.5.1 der Faktor $\beta_{cc}(t)$, der die Stoffeigenschaften mit dem zementabhängigen Parameter $s$ integriert. Dieser wird zur mathematischen Ermittlung des stochastischen Verlaufs der Nacherhärtung als zweite Basisvariable verwendet.
Somit hängt die zeitabhängige Betondruckfestigkeit $f_c(t)$ von zwei unkorreliert angenommenen Basisvariablen ab, deren gemeinsame Standardabweichung in Gl. (4-82) mittels Varianzfortpflanzung nach Abs. 3.3 bestimmt werden kann. Folgende Erkenntnisse leiten sich aus der Varianzfortpflanzung ab:

- Für die Grenzen üblicher Druckfestigkeiten $20 \le f_c \le 70$ N/mm² und $0{,}1 \le s \le 0{,}5$ stellt eine Taylorreihe erster Ordnung nach Gln. (3-41) bis (3-43) (vgl. Abs. 3.3) eine gute Näherung der Standardabweichung dar. Die Betrachtung der Terme erster Ordnung ist hier ausreichend (Änderung bis zur 3. Ordnung < 3 %, danach deutlich weniger), da lineare Ansätze die gemischte Exponential- und Potenzfunktion in den definierten Wertebereichen ausreichend genau abbilden. Dabei ist zunächst die natürliche Begrenzung der Zeitfunktion $(1 - (28/t)^{1/2})$ auf 1,0 für $t \to \infty$ Voraussetzung. Damit begrenzt $s \le 0{,}5$ die Exponentialfunktion auf $e^{0.5}$; dies erlaubt die Approximation durch eine Gerade. Gleiches gilt für die Wurzelfunktion in Gl. (4-82), deren Parameter der Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit $V_{f,28d} = \sigma_f/f_{cm}$ und die Standardabweichung von $s$ stets kleiner bzw. wesentlich kleiner als 1 sind (Bild 4.25, rechts).

$$\sigma_f(t) = e^{s\left(1-\sqrt{28/t}\right)} \cdot f_{cm,28d} \cdot \sqrt{\frac{{\sigma_f}^2}{{f_{cm,28d}}^2} + \left(1-\sqrt{28/t}\right)^2 \cdot \sigma(s)^2} \qquad (4\text{-}82)$$

- In den definierten Grenzen nimmt die prognostizierte, zeitabhängige Standardabweichung analog zur Form der Festigkeitsentwicklung zu. Der Variationskoeffizient der Be-

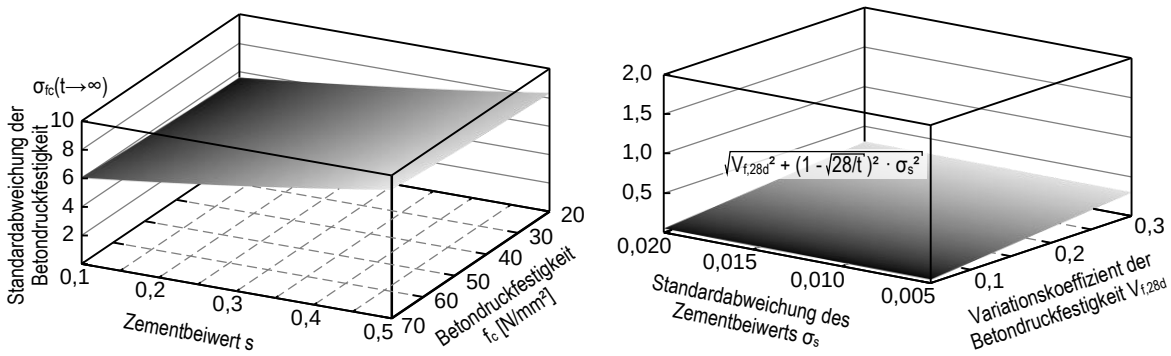



Bild 4.25: Standardabweichung der prognostizierten Betondruckfestigkeit bei Nacherhärtung ($t \to \infty$) (links); Wurzelterm aus Gl. (4-82) im Wertebereich seiner Parameter (rechts)

tondruckfestigkeit $V_f(t)$ entspricht dem Wurzelterm in Gl. (4-82). Für $V_{f,28d} >> \sigma_s$ (für die meisten Fälle ist $\sigma_s$ sehr gering) ist er über die Zeit nahezu konstant (Bild 4.25, rechts).

- Ist die initiale Standardabweichung $\sigma_{f,28d}$ = 5 N/mm² kann die Standardabweichung nach Varianzfortpflanzung für $t \to \infty$, je nach Variation der übrigen Parameter, Werte zwischen 5,5 und 10 N/mm² annehmen (Bild 4.25, links); für die meisten gängigen Anwendungsfälle stellt eine prognostizierte Standardabweichung $\sigma_f(t \to \infty) \approx 7{,}5$ N/mm² eine gute Abschätzung dar.

Bild 4.26 zeigt die zeitabhängige Entwicklung der prognostizierten Betondruckfestigkeit beispielhaft für $f_{cm,28d}$ = 30 N/mm² und $s$ = 0,38 anhand verschiedener Dichtefunktionen der Normalverteilung zu unterschiedlichen Zeitpunkten; mit der Zeit nimmt die Varianz zu.

Die zeitabhängige Entwicklung des Elastizitätsmoduls erfolgt analog, wobei die Potenz 0,3 des Faktors $\beta_{cc}$ die Zeitfunktion $(1 - (28/t)^{1/2})$ linear reduziert und die zuvor genannten Zusammenhänge ausgeprägter auftreten. Der zeitabhängige Variationskoeffizient $V_E(t)$ ist unabhängig von der Standardabweichung von $s$. Die zeitabhängige Standardabweichung $\sigma_E(t)$ berechnet sich mit der Varianzfortpflanzung in Analogie zu Gl. (4-82):

$$\sigma_E(t) = e^{0{,}3\,s\left(1-\sqrt{28/t}\right)} \cdot E_{c,28d} \cdot \sqrt{\frac{{\sigma_E}^2}{{E_{c,28d}}^2} + \left[0{,}3\,\left(1-\sqrt{28/t}\right)\right]^2 \cdot \sigma(s)^2} \qquad (4\text{-}83)$$

Für das Prognosemodell wird der E-Modul (als Tangentenmodul zum Zeitpunkt $t$ = 28 d) in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit bestimmt. Dem Ansatz des PROBABILISTIC MODEL CODE [130] folgend gilt (vgl. auch Abs. 2.2.2):

$$E_c = 21500 \cdot \alpha_E \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{cm}}{10}} \qquad (4\text{-}84)$$

Die Streuung des E-Moduls wird allein durch einen Faktor $\alpha_E$ erfasst. Dieser wird durch eine Log-Normalverteilung mit dem Mittelwert 1,0 beschrieben [130]. Untersuchungen in [275] zeigen, dass tatsächlich nur für geringe Festigkeiten eine nennenswerte Korrelation zwischen E-Modul und Druckfestigkeit besteht. Für höhere Festigkeitsklassen ist diese nicht nachzuweisen.

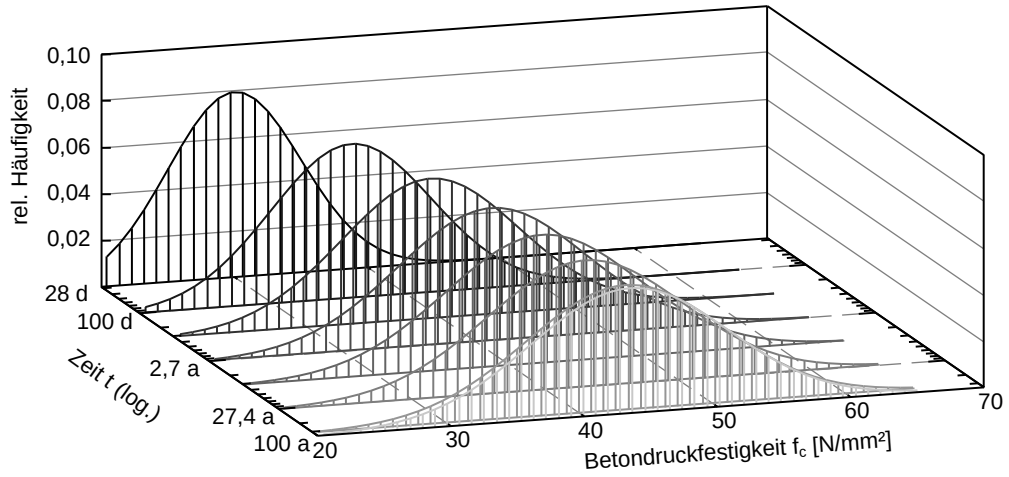



Bild 4.26: Zeitabh. Dichtefunktion für die Druckfestigkeitsprognose ($f_{cm,28d}$ = 30 N/mm² und $s$ = 0,38).

Tabelle 4.5 fasst die verwendeten Basisvariablen für Beton zusammen. Da der Variationskoeffizient für geringe Betondruckfestigkeiten auf $V_f > 0{,}10$ steigt, wird allgemein eine Log-Normalverteilung angesetzt (vgl. Abs. 3.4); deren Mittelwert ergibt sich aus der Betonsorte.
Für den Zementbeiwert $s$ ist keine stochastischen Auswertungen bekannt und ausführliche Messdaten aus Langzeitbeobachtungen sind rar. Deshalb wird hier der Mittelwert gemäß EUROCODE 2 verwendet und ein Variationskoeffizient $V_s$ = 0,10 bei einer Normalverteilung gewählt.

Tabelle 4.5: Kennwerte zur Beschreibung der stochastischen Basisvariablen für den Beton

| Parameter | | Vert. | Mittelwert | Standard-abweichung | Variations-koeffizient | Quelle |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | LN | gem. Betonsorte | 5 N/mm² | var. | [130] |
| Korrelationsfaktor des Tangentenmoduls | $\alpha_E$ | LN | 1,0 | | 0,15 | [130] |
| Zeitabh. Entwicklung (Zementbeiwert) | $s$ | N | gem. Zementtyp | | *0,10* | *gewählt* |

Weitere zeitabhängige Eigenschaften des Betons infolge von Kriechen und Schwinden werden durch eine reduzierte Vorspannung berücksichtigt (vgl. Abs. 4.6.3).

### 4.6.2 Materialverhalten von Beton- und Spannstahl

Für Betonstahl und Spannstahl sind aufgrund aufwendiger Qualitätskontrollen und der Homogenität des Stahls wesentlich geringere Streuungen der Materialparameter zu erwarten. Dies führt dazu, dass in der Literatur der Elastizitätsmodul oftmals als deterministische Größe verwendet wird (etwa [130]). Versuche an Materialproben des Referenzbauwerks wiesen jedoch deutliche Streuungen auf (vgl. Kap. 7), weshalb STRAUSS et al. [250] folgend für den Betonstahl ein Variationskoeffizient des E-Moduls $V_E$ = 0,03 angesetzt wird. Für Spannstähle sind keine vergleichba-

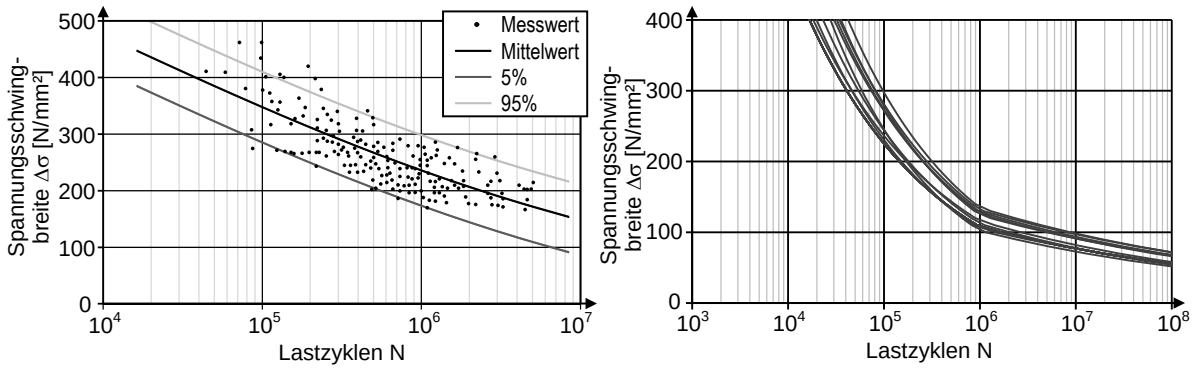



Bild 4.27: Auswertung für Betonstahl aus [256] (links); 20 Realisationen der Wöhlerlinie (rechts)

ren Angaben und Daten bekannt, weshalb die Eigenschaften des Betonstahls (ebenso für die Streuung der Querschnittsfläche) übernommen werden, vgl. Tabelle 4.7.

Die Untersuchungen von MIRZA & MACGREGOR [175] geben eine ausführliche Zusammenstellung und Auswertung verschiedener Messreihen für die stochastische Beschreibung der Streckgrenze des Betonstahls und seiner Querschnittsfläche. Für die Streckgrenze empfehlen sie eine Beta-Verteilung. Das Verhältnis von vorhandener und nomineller Querschnittsfläche kann durch eine bei 94 % abgeschnittene Normalverteilung beschrieben werden. Der PROBABILISTIC MODEL CODE weicht davon ab und definiert beide Parameter als normalverteilt [130]. Die verwendeten Kenngrößen der Basisvariablen enthält Tabelle 4.6.

Tabelle 4.6: Kennwerte zur Beschreibung der stochastischen Basisvariablen für den Betonstahl

| **Parameter** | | **Vert.** | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** | **Variations-koeffizient** | **Quelle** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Streckgrenze [N/mm²] | $f_y$ | N | 560 | 30 | 0,05 | [130] |
| E-Modul [N/mm²] | $E_s$ | N | 210.000 | 6300 | 0,03 | [250] |
| Querschnittsfläche | $A_s$ | N | gem. Stabsorte | var. | 0,02 | [130] |

Tabelle 4.7: Kennwerte zur Beschreibung der stochastischen Basisvariablen für den Stabspannstahl

| **Parameter** | | **Vert.** | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** | **Variations-koeffizient** | **Quelle** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,1 %-Dehngrenze [N/mm²] | $f_{p0,1k}$ | N | gem. Typ | *30* | var. | *gewählt* |
| E-Modul [N/mm²] | $E_p$ | N | 205.000 | *6150* | *0,03* | analog zu [250] |
| Querschnittsfläche | $A_p$ | N | gem. Stabsorte | var. | *0,02* | analog zu [130] |

Die Wöhlerlinie des Spannstahls unterliegt, wie in Abs. 2.1 beschrieben, mitunter erheblichen Streuungen. Dies ist auf die spezifische Materialabhängigkeit sowie lokale Vorschädigungen und damit verbundene große Streuungen in Versuchsergebnissen zurückzuführen. Aufgrund man-

gelnder Datengrundlage liegen wenige Angaben zur stochastischen Beschreibung von Wöhlerlinien vor. Zudem ist für Straßenbrücken insbesondere der wenig untersuchte Dauerfestigkeitsbereich relevant. Dieser unterliegt jedoch mitunter erheblichen Streuungen (vgl. Abs. 2.1).
In den gängigen Regelwerken finden sich zumeist sichere Abschätzungen anstelle von probabilistisch abgesicherten Quantilen wieder. Da auch die Verfahren der Schädigungsakkumulation fehlerbehaftet sind, werden hier nur beispielhafte Streuungen um die Kennwerte der Wöhlerlinien des EUROCODE 2 untersucht. Die alternative Ableitung stochastischer Kenngrößen aus Versuchsdaten führt zu einem sehr dominanten Einfluss auf sämtliche Berechnungsergebnisse. Dies zeigt etwa die statistische Auswertung von Ermüdungsversuchen an Betonstahl von TILLY [256] (mit dem interaktiven Verfahren nach Abs. 5.2.3) in Bild 4.27, links. Die dabei ermittelte Standardabweichung im Zeitfestigkeitsbereich ist 38 N/mm². Diese (scheinbar geringe) Varianz führt zu großen Unterschieden in der prognostizierten Lebensdauer. Das zeigt etwa der Vergleich des 5 %- und 95 %-Quantils ertragbarer Lastzyklen $N$ bei konstanter, einstufiger Spannungsschwingbreite von $\Delta\sigma = 250$ N/mm². Hier liegen 90 % aller Werte ertragbarer Lastwechsel in den Grenzen $1{,}98 \cdot 10^5 \leq N \leq 3{,}26 \cdot 10^6$, also etwa dem Bereich einer Zehnerpotenz (Bild 4.27, links).
Da für Koppelfugen mit geschwächten Querschnitten zusätzlich reduzierte Ermüdungsfestigkeiten gelten, erfolgen die stochastischen Untersuchungen mit den gewählten Parametern nach Tabelle 4.8 als beispielhafte Unsicherheiten des charakteristischen 5 %-Quantils. Die aus den gewählten Eigenschaften der drei Basisvariablen entstehenden Wöhlerlinien sind beispielhaft anhand von 20 Simulationen in Bild 4.27 (rechts) dargestellt.

Tabelle 4.8: Kennwerte zur Beschreibung einer stochastischen Wöhlerlinie für Spannstahlkopplungen

| Parameter | | Verteilung | Mittelwert | Standard-abweichung | Variations-koeffizient | Quelle |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Steigungsparameter Zeitfestigkeit | $k_1$ | LN | 3 | 0,2 | 0,067 | *gewählt* |
| Steigungsparameter Dauerfestigkeit | $k_2$ | LN | 7 | 0,5 | 0,071 | *gewählt* |
| Knickpunkt der Wöhlerlinie [N/mm²] | $\Delta\sigma(N^*)$ | LN | 120 | 16 | 0,133 | *gewählt* |

### 4.6.3 Zeitabhängige Spannkraftverluste

Kriechen und Schwinden reduzieren die Vorspannkraft in Form eines zeitabhängigen Prozesses (vgl. Abs. 4.5). Die Prognose nach Modell B3 ist von verschiedenen Parametern abhängig, wie Abs. 4.5.2 zeigt. Zur Quantifizierung ihres Einflusses auf die Streuung der Spannkraftverluste sind in Bild 4.28 die zeitabhängigen Verläufe der Kriechzahl $\varphi(t)$ und der Betondehnung $\varepsilon_c(t)$ aus 20 Simulationen mit unabhängigen stochastischen Eingangsgrößen dargestellt. Die Basisvariablen entsprechen den untersuchten Parametern nach Abs. 4.5.2 (Eigenschaften sind im Anhang B zusammengestellt). Die Verteilungen in Bild 4.28 zeigen, dass die Mittelwerte der Kriechzahl

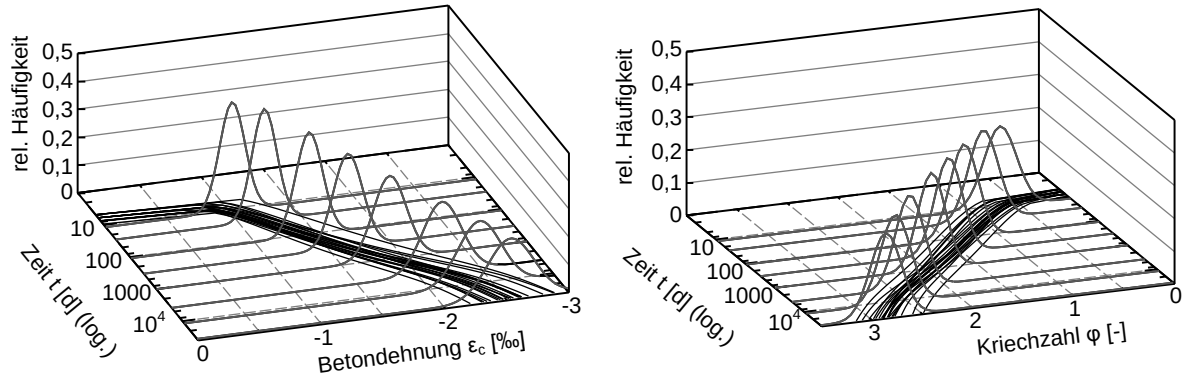



Bild 4.28: Zeitabhängiger Verlauf der Betondehnung (links) und der Kriechzahl (rechts)

und der Betondehnung erwartungsgemäß mit der Zeit zunehmen, jedoch nicht im gleichen Maße wie die Standardabweichung ($V \neq$ konst.). Letztere weist für die Kriechzahl, unter der vorgegebenen Parameterkombination, mit $\sigma_\varphi(t) \approx 0{,}15$ nahezu keine zeitabhängige Veränderung auf. Die Standardabweichung der ansteigenden Betondehnung $\sigma_{\varepsilon c}(t)$ bei konstanter Druckspannung ($\sigma_c = 0{,}4\, f_c$) nimmt dagegen mit der Zeit von 0,10 ‰ auf etwa 0,20 ‰ zu. Dies kann auf Schwinddehnungsanteile zurückgeführt werden, die wesentlich von der Luftfeuchte abhängen (vgl. auch Bild 4.16, links). Der Variationskoeffizient bleibt dabei in etwa gleich; er sinkt hier innerhalb des ersten Jahres von 0,10 auf 0,075 und ändert sich danach nur wenig.

Langzeituntersuchungen an Großbrücken bestätigen, dass es mit heutigen Modellen immer wieder zu einer Unterschätzung der Kriech- und Schwinddehnungen kommt [24, 30]. Die Auswertung verschiedener Datenbanken in [19] zeigt sehr unterschiedliche Variationskoeffizienten der Kriechfunktion zwischen 0,05 und 0,50. Für die Schwindprognose sind diese sogar noch höher. Allerdings ergeben sich diese Streuungen aus dem Vergleich von Messwerten mit einer anfänglichen – nicht aktualisierten – Prognose und sind dadurch von der Wahl und Schätzung der Eingangsparameter abhängig.

Aufgrund der Restriktionen des vorgestellten Berechnungsmodells und zur Parameterreduktion wird im Rahmen der Untersuchungen vereinfachend ein globaler Skalierungsfaktor $a_{KS}$ verwendet, der die Varianz des Faktors $\alpha_p(t)$ nach Gl. (4-63) ausdrückt. Dieser steuert analog zur Kalibrierung der Kriech- und Schwindprognose (vgl. etwa [30]) den gesamten Zeitverlauf und ermöglicht eine wesentliche Parameterreduktion (1 Parameter anstelle von 7 Parametern + 7 weiteren hier nicht variierten Parametern mit geringem Einfluss, wie $k_s$, $\alpha_1$ und $\alpha_2$). Der Skalierungsfaktor $a_{KS}$ wird als normalverteilte Größe mit dem Mittelwert 1,0 und einem Variationskoeffizienten von 0,10 angenommen.

### 4.6.4 Geometrie und Längenmaße

Die Geometrie des Bauwerks ist aufgrund von Herstellungs- und Maßungenauigkeiten Streuungen unterworfen. Die Querschnittswerte als charakteristische Kenngrößen ergeben sich für gegliederte (Brücken-) Querschnitte aus einer Vielzahl stochastischer Einzelmaße.

Exemplarisch wird ein rechtwinkliger einzelliger Hohlkastenquerschnitt betrachtet, der sich aus

acht Basisvariablen bildet. Dies sind jeweils Höhe und Breite der Fahrbahn- und Bodenplatte sowie der beiden Stege. Die Fläche $A_c$, die Schwerpunktlage $z'_s$ und das Flächenträgheitsmoment $I_y$ beeinflussen die Spannungsberechnung maßgeblich und dienen der Bewertung der Varianzen.

Mittelwerte der untersuchten Elementabmessungen sind brückentypisch gewählt (abgeleitet aus denen des Referenzbauwerks nach Kap. 7), Varianzen leiten sich aus Maßtoleranzen der Regelwerke ab. Hierfür gibt etwa die ZTV-ING [46] längenabhängige Toleranzen im Brückenbau nach Tabelle 4.9 vor. Zur Bestimmung einer Standardabweichung werden diese als 95 %-Quantile einer Normalverteilung aufgefasst. Aufgrund der Längen- bzw. Mittelwertabhängigkeit werden die Variationskoeffizienten betrachtet, deren Verlauf die händisch angepasste Approximationsfunktion $V(l) = 0{,}66 \cdot l^{-0{,}63}$ (mit $l$ [mm]) beschreibt, vgl. Tabelle 4.9.

Tabelle 4.9: Aus Maßtoleranzen [46] abgeleitete Varianzen für Bauteilabmessung von Brücken

| **Bauteilmaß $l_i$ [cm]** | **≤ 15** | **40** | **≥ 250** |
|---|---|---|---|
| Maßtoleranz $\Delta l$ [cm] | ± 0,3 | ± 1,0 | ± 2,0 |
| abgeleitete Standardabweichung $\sigma$ [cm] | 0,18 | 0,61 | 1,22 |
| Variationskoeffizient V [-] | ≥ 0,012 | 0,015 | ≤ 0,0049 |
| Approximation d. Variationskoeffizienten $V(l)$ [-] | ≥ 0,028 | 0,015 | ≤ 0,0048 |

Die Auswirkungen der als unabhängig angenommenen Basisvariablen auf die charakteristischen Querschnittswerte werden analytisch mittels Varianzfortpflanzung bzw. simulationsbasiert berechnet. Für die Standardabweichung der Querschnittsfläche ist die analytische Lösung aufgrund der Linearität des Zusammenhangs exakt. Die weiteren Varianzen werden zur Aufwandsreduzierung durch statistische Auswertung von 50 Simulationen ermittelt. Die Realisationen der unkorrelierten Basisvariablen erzeugt ein Latin-Hypercube Sampling. Die Ergebnisse enthält Tabelle 4.10. Der Vergleich analytischer und simulationsbasierter Mittelwerte sowie $\sigma(A_c) \approx s(A_c)$ zeigt, dass die Simulationsanzahl hier ausreicht.

Im Fall vollkorrelierter Einzelabmessungen ($\rho_{i,j} = 1{,}0$) erhöhen sich die Standardabweichung um etwa 50 bis 80 %. Tatsächlich sind geringe Korrelationen zu erwarten, etwa zwischen den Steghöhen; dies wird hier jedoch vernachlässigt.

Tabelle 4.10: Stochastische Kenngrößen der Querschnittswerte des Referenzbauwerks (Kap. 7)

| **Parameter** | | **Querschnittsfläche $A_c$ [m²]** | **Schwerpunkt $z'_s$ [m]** | **Flächenträgheitsmoment $I_y$ [m⁴]** |
|---|---|---|---|---|
| analytisch | Mittelwert $\mu$ | 4,723 | 0,446 | 1,056 |
| | Standardabweichung $\sigma$ | 0,061 | - | - |
| Simulationen | Mittelwert $x_m$ | 4,722 | 0,446 | 1,056 |
| | Standardabweichung $s$ | 0,063 | 0,005 | 0,028 |

Die ermittelten Standardabweichungen werden im Folgenden als repräsentative Größen für zufällige baubedingte Streuungen der Querschnittsparameter verwendet.

Analog zum obigen Vorgehen kann die Varianz der vertikalen Spanngliedlage ebenfalls aus Maßtoleranzen der ZTV-ING [46] in Abhängigkeit der jeweiligen Bauteilhöhe abgeleitet werden (Tabelle 4.11).

Tabelle 4.11: Aus Maßabweichungen abgeleitete Streuungen der vertikalen Spanngliedlage

| **Bauteilhöhe $h_i$ [cm]** | **< 20** | **20 – 100** | **> 100** |
|---|---|---|---|
| Maßtoleranz $\Delta z_i$ [cm] | $(h_i/40)$ | ± 0,5 | ± 1,0 |
| abgeleitete Standardabweichung $\sigma$ [cm] | $(h_i/66)$ | 0,30 | 0,61 |
| Variationskoeffizient $V$ [-] | 0,015 | 0,015 – 0,003 | < 0,006 |

Da die meisten Spannglieder im Bereich der Stege liegen, wird im Folgenden als konservative Abschätzung für alle Spanngliedlagen die Standardabweichung mit $\sigma_{z'} = 0{,}61$ cm angesetzt.
Die horizontale Spanngliedlage hat im Vergleich zur vertikalen Lage einen geringeren Einfluss auf die Biegetragfähigkeit und fließt nicht in das hier entwickelte Prognosemodell ein.

Um Einflüsse des Längssystems zu erfassen, wird zudem die Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ bzw. ihre ungenaue Positionierung anhand des Schnittgrößenverlaufs als stochastischer Parameter angenommen. Dazu wird eine gewählte Standardabweichung $\sigma(x_{KF}) = 0{,}10$ m angesetzt.
Einen dazu alternativen Ansatz um Ungenauigkeiten im Bereich der Koppelfuge zu erfassen, enthält [139]. Dort werden aus Eigengewichtsstreuungen Zusatzmomente abgeleitet, die im Regelfall etwa 2 % des Stützmomentes entsprechen. Da jedoch eigene Untersuchungen und Nachmessungen am Referenzbauwerk teils deutliche Abweichungen zu den Bestandsunterlagen gezeigt haben, wird hier die Lage des Untersuchungsquerschnitts als Basisvariable aufgefasst.

### 4.6.5 Lasten und Verkehrslasten

Für die Berechnung werden Lasten zumeist in Form von vereinfachenden Lastmodellen angesetzt. Während ständige Lasten verhältnismäßig präzise erfasst werden können, sind veränderliche Lasten als Nutzungsvariablen wesentlich größeren Streuungen unterworfen. Hier überlagern sich die Varianzen der Achslastkollektive mit den variablen Auftrittshäufigkeiten und Zeitverläufen und bewirken große Unschärfe in der Lastmodellierung.

Zunächst werden ständige Lasten betrachtet: Da sich weiche Schalungen verformen und eher höhere Werte erreicht werden, empfiehlt SCHNEIDER für Ausbaulasten und andere ständige Einwirkungen als Mittelwert das 1,05-fache des Nominalwertes unter Verwendung einer Normalverteilung mit Variationskoeffizienten $V(G) = 0{,}05$ [224]. KÖNIG & OTT ermitteln aus geodätischen Nachmessungen an zehn Spannbetonbrücken und Gewichtsmessungen an Bohrkernen einen Variationskoeffizienten von 0,012 für das Eigengewicht [kN/m] [139]. Dieser stellt eine

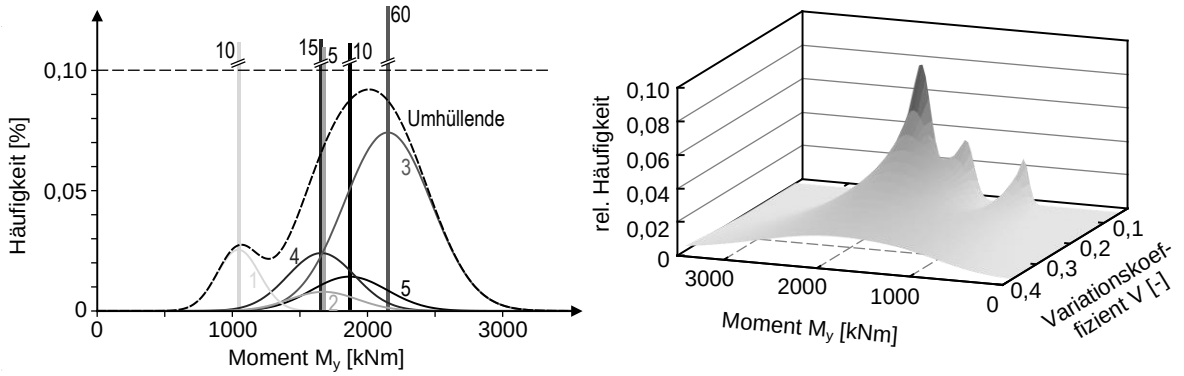



Bild 4.29: Häufigkeitsverteilungen für ELM 4 mit $V = 0{,}15$ und deren Summe (links); Summe der Dichtefunktionen in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten (rechts)

gute Übereinstimmung mit den zuvor ermittelten Streuungen der Geometrie ($V(A_c) \approx 0{,}013$) dar, aus denen sich Streuungen der Eigenlasten direkt ableiten lassen.

Messungen an Brücken unter Straßenverkehr zeigen, dass sich aus unterschiedlichen, aber begrenzt vielen, Fahrzeugtypen entsprechende markante Spitzenwerte – im Bereich eines vollbeladenen Fahrzeugs des Typs – in einer diskreten multimodalen Verteilungen ergeben [168]. Daher erscheint es sinnvoll, analog zu dem Vorgehen in [168] das Gesamtkollektiv als Summe mehrerer Einzelkollektive zu betrachten. Passende Verteilungsfunktionen ergeben sich aus Anpassung an die Messdaten; MEHDIANPOUR [168] verwendet etwa vier (abgeschnittene) Normalverteilungen mit Variationskoeffizienten $V_i \geq 0{,}15$.

Da für Lebensdauerprognosen oftmals keine bauwerksspezifischen langzeitigen Messdaten von Fahrzeug- oder Achsgewichten zur Verfügung stehen, wird hier das ELM 4 mit fünf Einzelfahrzeugen verwendet. Lokal können Beladungen und Häufigkeiten einzelner Fahrzeugtypen stark variieren. Zudem zeigen Messungen in [151, 168], dass sowohl Unter- als auch Überschreitungen der jeweiligen Grenzlast (etwa 44 t für Sattelzüge) auftreten.

Um den stochastischen Einfluss des Verkehrs zu erfassen, werden die Gesamtgewichte der ELM 4-Fahrzeuge bzw. deren vollkorrelierte Achslasten als stochastische Größen aufgefasst. Dazu wird ein normalverteilter[5] Skalierungsfaktor $w_i$ mit dem Mittelwert 1,0 und einem Variationskoeffizienten 0,1 je Fahrzeugtyp verwendet. Bild 4.29 (links) zeigt die Häufigkeitsverteilung der Biegemomente des ELM 4 in der Verkehrskategorie 1 beispielhaft an einem 25 m langen Einfeldträger im Vergleich mit den deterministisch angesetzten Häufigkeiten der Einzelfahrzeuge ($V = 0$). Je Fahrzeug (1-5) entsteht eine Normalverteilung, deren Summe hier eine bimodale Verteilung ist (vgl. auch [126, 234]). Deren qualitative Form ist auch für Biegebeanspruchungen des Stützbereichs bzw. der Koppelfugenbereiche von Zwei- und Mehrfeldträgern gleich (ggf. gespiegelt) und für Feldlängen > 15 m unabhängig von der Stützweite.

Die Form der Verteilung ändert sich für andere Verkehrszusammensetzungen (Verkehrskategorien) und Variationskoeffizienten der Skalierungsfaktoren $w_i$. Letzteres zeigt Bild 4.29 (rechts) für die Umhüllende der Dichtefunktionen mit steigendem Variationskoeffizienten. Für andere

[5] Eine Normalverteilung ist nach Abs. 3.4 aufgrund des geringen Variationskoeffizienten ausreichend; alternativ verwenden SEDLACEK et al. [234] oder JACOB [126] eine Rayleigh-Verteilung.

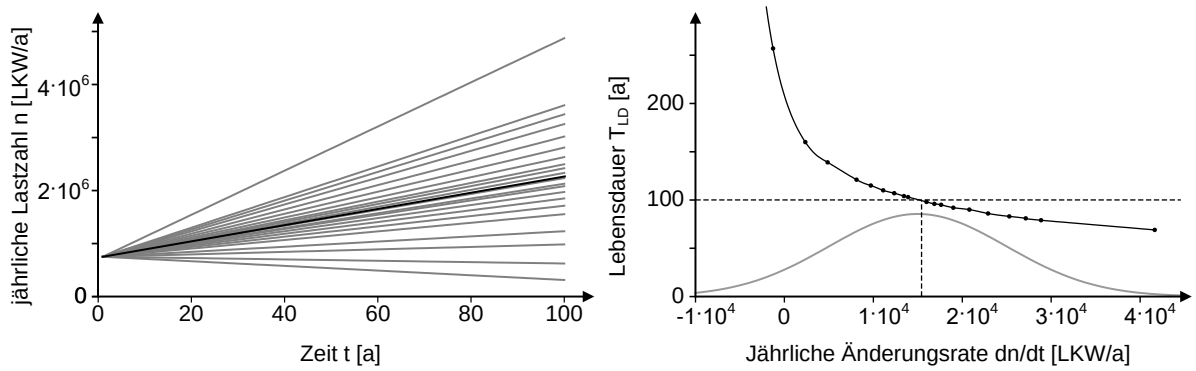



Bild 4.30: Stochastischer Verlauf von $dn/dt$ (links); zug. Lebensdauer $T_{LD}$ bei $\Delta\sigma$ = 44 N/mm² (rechts)

Verkehrskategorien erzeugen andere Fahrzeugtypen die dominanten Anteile. Eine Zusammenstellung von Verteilungstypen zur Modellierung von LKW-Verkehr (inkl. Geschwindigkeiten und Abständen) enthält [126].

Die Auswirkungen auf den Ermüdungsnachweis sind nur schwer quantifizierbar, da die Lage des Dekompressionsmoments maßgeblichen Einfluss auf die Spannungsschwingbreiten hat. Die Auswertung hierzu folgt in Kap. 6.

### 4.6.6 Lasthäufigkeit

Gemäß Abs. 4.5.3 ist die jährliche Gesamtanzahl der Fahrzeuge ein zeitabhängiger Prozess; dort wurden bereits verschiedene Ansätze zur Beschreibung des globalen Verlaufs untersucht. Wie für die Verkehrslasten gilt, dass die Lasthäufigkeit als Nutzungsvariable wesentlich von lokalen Gegebenheiten abhängt und demnach großen Streuungen unterworfen ist.

Im Rahmen der stochastischen Untersuchungen wird eine linear veränderliche Lasthäufigkeit mit der konstanten jährlichen Änderungsrate $dn/dt$ als Basisvariable betrachtet. Für $dn/dt > 0$ (linear steigend) wirkt die Lasthäufigkeit in Überlagerung mit der ansteigenden Spannungsschwingbreite überproportional ungünstig. Dieser Verlauf steht in Analogie zum gestuften Ansatz der Nachrechnungsrichtlinie [47] bzw. dem globalen Trend steigender Verkehrsbeanspruchungen.
Eine alternative Implementierung stochastischer Prozesse – etwa in Form einer MARKOV-Kette – mit variabler Varianz in jedem Zeitschritt (Jahr) hat in der integralen, langzeitigen Betrachtung keinen nennenswerten Einfluss auf die Ermüdungslebensdauer; dies zeigen die vergleichenden Untersuchungen in Anhang B.
Die jährliche Änderungsrate wird als normalverteilte stochastische Größe aufgefasst. Analog zur Verkehrsprognose 2025 wird der Mittelwerttrend als lineare Zunahme mit 2 % der anfänglichen Lastwechselzahl festgelegt [99]. Die Standardabweichung wird mit $\sigma(dn/dt)$ = 10000 LKW/a abgeschätzt (≙ 1,33 %). In Abhängigkeit der anfänglichen Lastwechselzahl sind somit negative Änderungsraten ($dn/dt < 0$) möglich, was einer Abnahme der Verkehrsbelastung entspricht.

So generierte Verläufe der jährlichen Lasthäufigkeit sind in Bild 4.30 (links) für 20 Realisationen (mit qualitativem Verlauf der Normalverteilung der Eingangswerte) bei einer anfänglichen

Lastanzahl $n(t=0)$ = 750 000 LKW/a dargestellt. Negative Lastzahlen sind praktisch und per definitionem im Berechnungsablauf nicht möglich ($n(t) \geq 0$). In Ergänzung stellt Bild 4.30 (rechts) die Ermüdungslebensdauern $T_{LD}$ bei konstanter Beanspruchung ($\Delta\sigma$ = konst.) und variabler Änderungsrate ($dn/dt$ = var.) dar. Der Verlauf entspricht qualitativ der Wöhlerlinie, mit starkem Anstieg bei sinkenden Lastzahlen und einer theoretischen unteren Grenze, wenn $n(t) = 0$ vor dem Ermüdungsversagen erreicht ist.

### 4.6.7 Temperatur

Temperaturbeanspruchungen infolge des linearen Temperaturgradienten werden aus den numerisch berechneten instationären Temperaturfeldern nach Abs. 4.4 abgeleitet. Die dort generierten Daten liegen als diskrete Verteilung in Form eines Histogramms vor. Auf eine stochastische Beschreibung dieser Daten mittels Anpassung einer stetigen Verteilungsfunktion wird verzichtet, da nach ZILCH et al. dazu keine geeignete Funktion bekannt ist [272]. Die Abbildung der Daten sowohl im Zentrum der Verteilung als auch – und insbesondere – an ihren Rändern ist mit gängigen Verteilungsformen nicht ausreichend genau.

Zur Untersuchung des stochastischen Einflusses wird der Rand der Verteilung betrachtet, da an Koppelfugen unter üblichen Lasthäufigkeiten zumeist nur die Ränder der Verteilung zu ermüdungsrelevanten Beanspruchungen führen. Bild 4.31 (links) stellt beispielhaft das Temperaturhistogramm nach Abs. 4.4 den zugehörigen Schädigungsanteilen $d(\Delta T_i)$ gegenüber. Die Temperaturgradienten $\Delta T \leq$ -5 K machen weniger als 1 % der Temperaturhäufigkeit (grau) aus, erzeugen aber in diesem Fall über 95 % der Ermüdungsschädigung (schwarz).

Die Kombination mit variablen Einwirkungen zeigt Bild 4.31 (rechts) anhand diskreter Verteilungen der Ermüdungsschädigung über variable Grundmomente aus ständigen Lasten in der Koppelfuge des Referenzbauwerks. In Ergänzung ist die daraus prognostizierte Ermüdungslebensdauer $T_{LD}$ dargestellt (Anmerkung: das Schädigungshistogramm in Bild 4.31 (links) entspricht dem Fall $M_y(G + \Delta G)$ = -1200 kNm in Bild 4.31 (rechts)). Erwartungsgemäß sinkt mit steigender Grundbeanspruchung die Ermüdungslebensdauer signifikant. Dies ist insbesondere auf die steigenden Schädigungsanteile der Temperaturgradienten aus der „Mitte“ der Verteilung

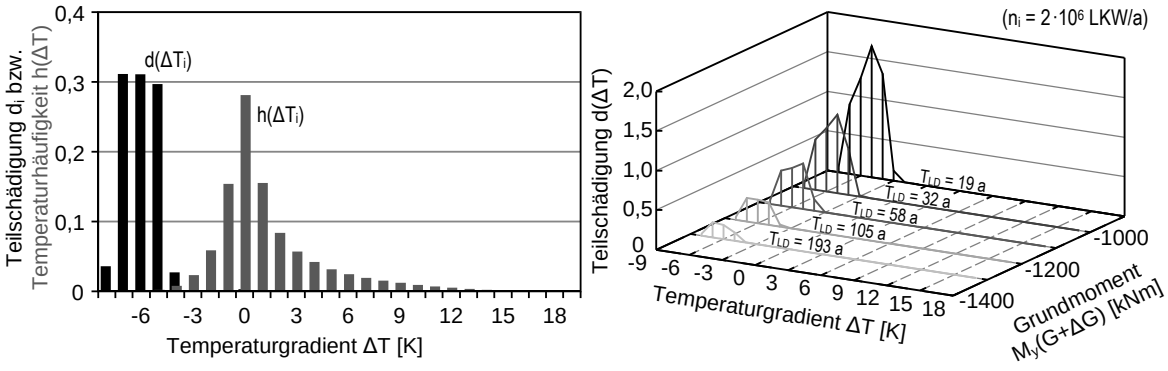



Bild 4.31: Temperaturgradienten und zug. Schädigungsanteile (links); Teilschädigungen und zug. Lebensdauer $T_{LD}$ bei Variation des Grundmoments (rechts)

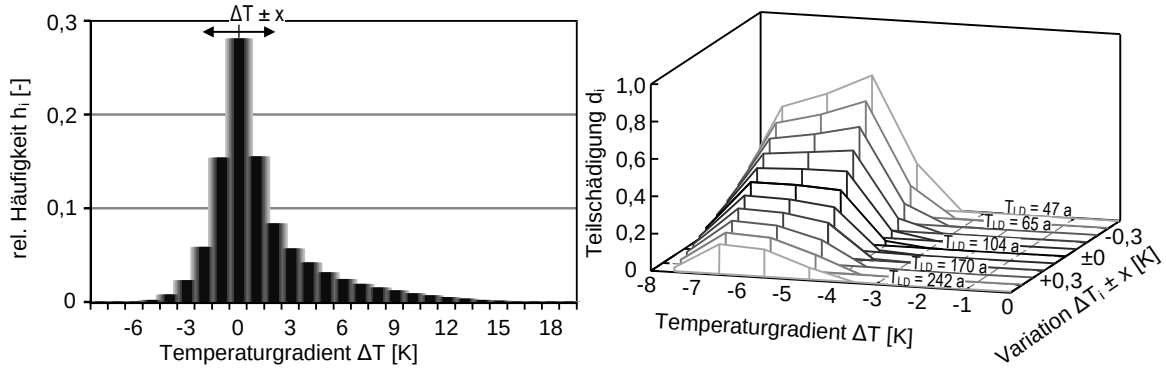



Bild 4.32: Unschärfe der Temperaturverteilung (links); resultierende Schädigung (rechts)

zurückzuführen. Bei erhöhtem Grundmoment führen bereits die Zwangsspannungen infolge dieser (niedrigeren) Temperaturgradienten in Kombination mit den Verkehrslasten zu Spannungen im Zustand II.

Das Histogramm der Temperaturgradienten ist zudem selbst Streuungen unterworfen. Durch reduzierte Auswertungszeiträume oder Ungenauigkeiten in der numerischen Simulation können unscharfe Verteilungen entstehen. Da keine stetige, durch stochastische Parameter beschreibbare Verteilung vorliegt, wird diese Unschärfe durch Variation der Abszissenwerte untersucht. So bleiben die Form der diskreten Verteilung und Korrelationen zwischen den Temperaturgradienten erhalten. Zudem überschreitet auf diese Weise die Verteilungsfunktion nicht den Wert 1.

Der prinzipielle Einfluss der Unschärfe auf die diskrete Verteilung des Temperaturgradienten $\Delta T$ wird durch eine gleichverteilte Streuung der gesamten Verteilung (alle Temperaturgradienten sind somit vollkorreliert) untersucht. Bild 4.32 zeigt links die Streuung der Verteilung in einem Intervall [-0,5 K; +0,5 K] und rechts die daraus resultierenden Schädigungen. Hier wird eine nichtlineare Zunahme der Schädigungssumme bzw. der Ermüdungslebensdauer deutlich.

Um Streumaße des Temperaturgradienten abzuleiten, werden die nach Abs. 4.4 ermittelten Temperaturhistogramme verwendet und zeitlich im 1-Jahres-Intervall diskretisiert. Beispielhaft zeigt Bild 4.13 (rechts) die Unschärfe infolge zeitlich schwankender Randbedingungen und Klimaeinflüsse.

Zur Ableitung von stochastischen Kennwerten erfolgt eine Transformation der Verteilungsfunktion der Temperaturgradienten. Dazu werden die Standardabweichungen der Häufigkeiten $\sigma_h$ in Abhängigkeit des jeweiligen Temperaturgradienten ermittelt und um dieses Abstandsmaß $\sigma_h$ verschobene Verteilungsfunktionen erzeugt (Bild 4.33, oben). Aus diesen („vertikal“) verschobenen Verteilungsfunktionen ergeben sich, den diskreten Häufigkeiten $h_i$ der mittleren Verteilungsfunktion zugehörige, Temperaturgradienten $\Delta T_i$ als („horizontale“) Abstände $\sigma'_{\Delta T,i}$ zwischen den Verteilungsfunktionen. Aus dem kubischen Mittelwert beider Abstandsmaße (Balken in Bild 4.33, unten links) wird ein gemeinsames Streumaß $\sigma_{\Delta T,i}$ (Linie in Bild 4.33, unten links) für die unterschiedlichen Punkte der diskreten Verteilungsfunktion ermittelt. Dieses wird im Folgenden als Standardabweichung des Temperaturgradienten verwendet.

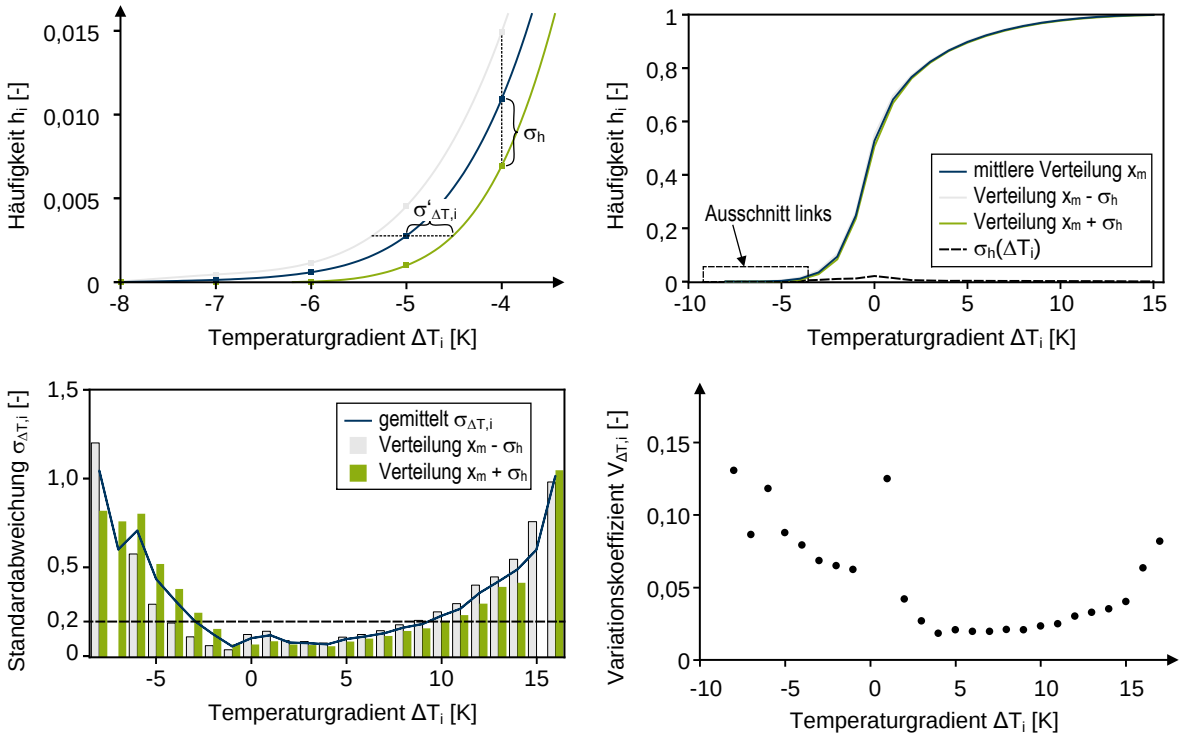



Bild 4.33: Diskrete Verteilungsfunktion von $\Delta T$ und um $\pm\,\sigma$ verschoben (oben); Prinzip zur Ableitung von $\sigma_{\Delta T,i}$ (oben links); Standardabweichung $\sigma_{\Delta T,i}$ (unten links); zug. Variationskoeffizient (unten rechts)

Die Auswertung der 43 Histogramme (eines je Jahr) für den Standort des Referenzbauwerks (Kap. 7) in Düsseldorf zeigt, dass die Streuung insbesondere an den Rändern der Verteilung zunimmt. Dies ist sowohl auf die reduzierte Datenmenge in der Grundgesamtheit an den Rändern zurückzuführen, als auch auf den damit einhergehenden flachen Verlauf der Verteilungsfunktion ebendort (vgl. Bild 4.33, oben links).

Zur Beschreibung der Streuung bietet sich alternativ eine Funktionsanpassung an den Verlauf der Variationskoeffizienten (Bild 4.33, unten rechts) an. Diese können etwa durch ein quadratisches Polynom beschrieben werden. Aufgrund der starken Nichtlinearität der Streumaße und der geringen Datengrundlage an den Rändern wird im Folgenden vereinfacht eine mittlere (konstante) Standardabweichung der Temperaturgradienten von $\sigma_{\Delta T} = 0{,}2$ K verwendet (Bild 4.33, unten links). Diese diskreten Größen der $\Delta T_i$ werden als normalverteilt und unkorreliert aufgefasst.

## 4.7 Stochastische Ermittlung der Ermüdungslebensdauer

Wie das Übersichtsschaubild in Bild 4.1 zeigt, fließen stochastische Parameter in unterschiedliche Module der Lebensdauerberechnung ein. Einzelne Einflüsse auf die Lebensdauersimulation wurden in den vorherigen Abschnitten separiert erläutert. Ergänzend sei darauf hingewiesen, dass die Ermüdungslebensdauer – aufgrund des Verlaufs der Wöhlerlinie – ein sehr sensitiver Kennwert ist und bereits geringe Änderungen zu einer Vervielfachung des Ergebnisses führen. Deshalb sind die Ergebnisse stets individuell und von den gewählten Randbedingungen abhängig.

### Modellverhalten in Zustand I und II

Die Bedeutung des Zustands II für das Maß der Ermüdungsschädigung wurde bereits im Zusammenhang mit unterschiedlichen Teilaspekten des Prognosemodells dargestellt. Diese hat einen nichtlinearen Zusammenhang von Eingangsparametern und dem Berechnungsergebnis zur Folge. Im ungerissenen und gerissenen Querschnitt haben die Berechnungsparameter unterschiedliche Bedeutung für die Ermüdungsschädigung und die daraus abgeleitete Lebensdauer. Dies zeigt Bild 4.34 (links) anhand der theoretischen Ermüdungslebensdauer bei Beanspruchungen im Zustand I (alleinige Belastung im reinen Zustand I führt praktisch nicht zum Ermüdungsversagen) in Abhängigkeit der variierten Materialparameter. Hier sind vorwiegend die elastischen Einflussgrößen des Spannstahls (vertikale maßgebende Spanngliedlage $z'_{p,u}$ und der E-Modul $E_p$) sowie die Steifigkeiten des Betons in der Fahrbahnplatte $E_{c,Fbpl}$ die dominanten Parameter. Dagegen stellen bei Beanspruchungen im Zustand II (Bild 4.34, rechts) etwa die Vordehnung des Spannstahls $\varepsilon_{p,u}^{(0)}$ und die Spannstahleigenschaften (E-Modul $E_p$ und Spannstahlfläche $A_p$) maßgebende Parameter dar. Hierbei ist zudem der Zusammenhang von Ermüdungslebensdauer und Streuung der Parameter, je nach Ausprägung des Einflusses, deutlich nichtlinear [218].

Unter realen Beanspruchungssituationen mit Belastungen – sowohl im Zustand I als auch im Zustand II (vgl. Bild 4.35, oben rechts) sowie im Übergangsbereich – ergeben sich wesentliche Interaktionen und ein nichtlineares Zusammenwirken der Parameter.

Da der Großteil der Basisvariablen – bis auf die Lasthäufigkeit und die Wöhlerlinienparameter – über die Ermittlung der Spannungsschwingbreiten in das Prognosemodell einfließen, wird der Einfluss spezifischer Parameter auf die Form der *M*-*σ*-Beziehung anhand von Differenzendiagrammen in Bild 4.35 gezeigt. Dort ist der Einfluss der Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}$ (oben links), des Elastizitätsmoduls des Spannstahls $E_p$ (unten links) und der vertikalen Position der maßgebenden Spanngliedlage $z'_{p,u}$ (unten rechts) dargestellt. Zudem sind die *M*-*σ*-Beziehungen aller Spanngliedlagen des Referenzbauwerks (oben rechts) und zwei beispielhafte Belastungssituationen für Wechselmomente im reinen Zustand I und im Übergang zum Zustand II ergänzt.
Die Differenzendiagramme stellen die Abweichung der *M*-*σ*-Beziehung zum Referenzzustand (schwarze Linie in Bild 4.35 oben rechts) bei Streuung des entsprechenden Parameters dar. Zum

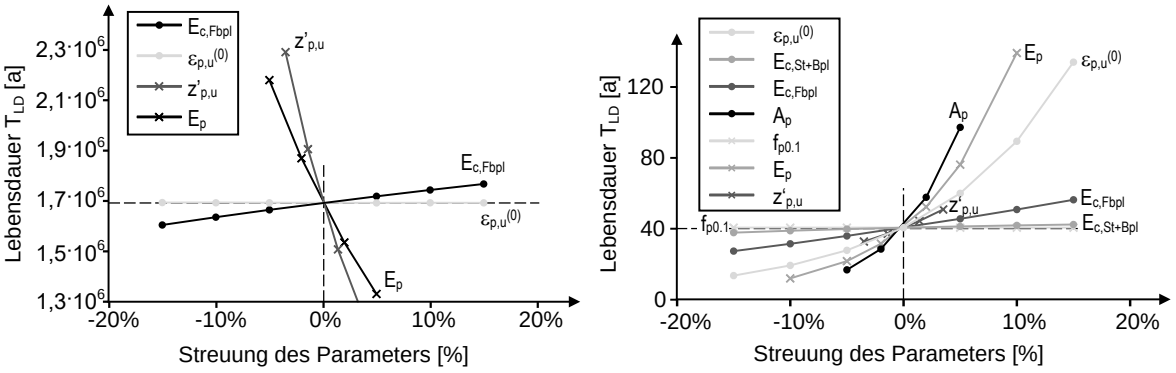



Bild 4.34: Einflussparameter der Lebensdauer im Zustand I (links) und Zustand II (rechts)

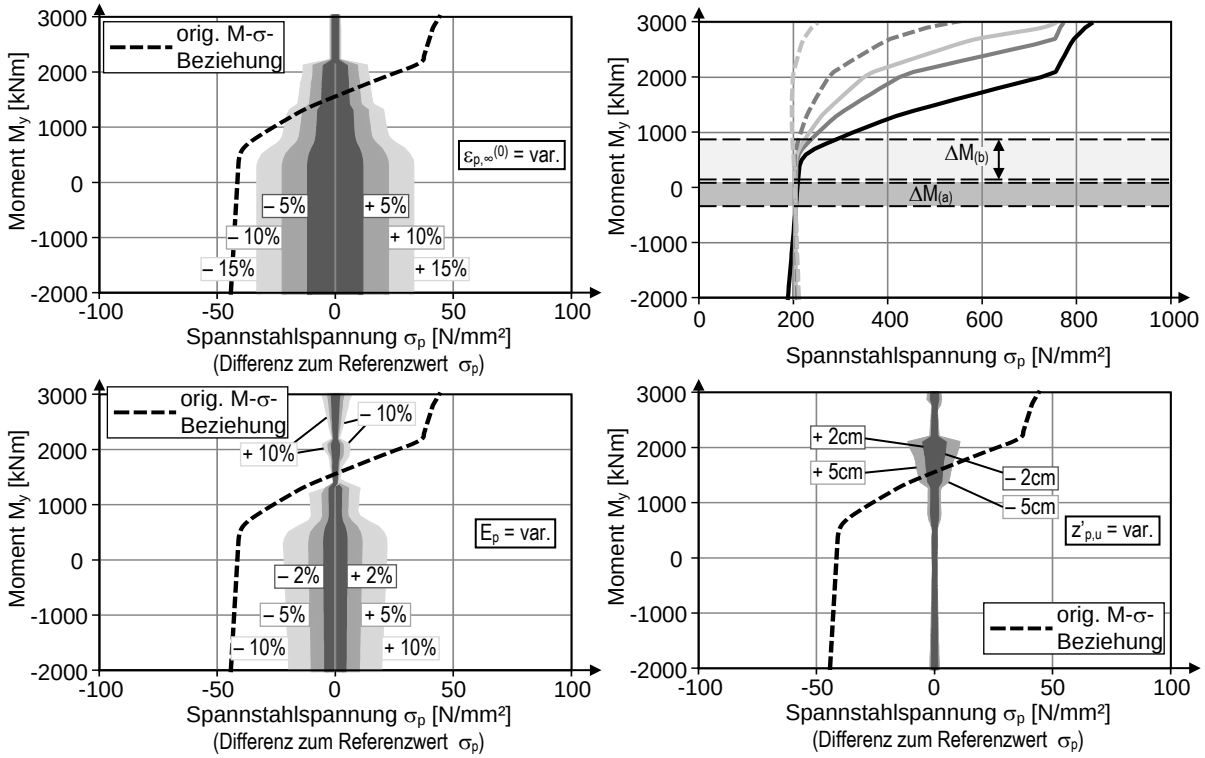



Bild 4.35: Einfluss ausgewählter Parameter auf die Spannungsberechnung

Vergleich ist die *M*-*σ*-Beziehung in jedem Diagramm in qualitativer Form (nicht maßstäblich bzgl. der Abszisse) als gestrichelte Linie dargestellt.

Für die Vordehnung $\varepsilon_{p,\infty}^{(0)}$ werden beispielhaft Streuungen von -15 % bis + 15 % vom Referenzwert untersucht (Bild 4.35, oben links). Es wird deutlich, dass die Vordehnung bzw. die verbliebene Vorspannung vorrangig Einfluss auf den linear-elastischen Bereich 1 (vgl. Abs. 4.2.2) der *M*-*σ*-Beziehung hat und diesen konstant nach links oder rechts verschiebt. Dessen Steigung verbleibt für die verschiedenen Varianten konstant und somit auch die damit verbundene Spannungsschwingbreite. Jedoch verändert sich der Gradient im Übergang zum Zustand II: dadurch werden etwa Wechselmomente mit linear-elastischen Unterspannungen und Oberspannungen im Zustand II beeinflusst. Weitere Gradientensprünge im Verlauf entstehen, wenn höhere Spannstahllagen den Zustand II erreichen, oder der Spannstahl fließt (Bereich 4).

Ein ähnliches Verhalten ist für den variierten E-Modul des Spannstahls zu beobachten (Bild 4.35, unten links). Im linear-elastischen Bereich entsteht eine geringe Reduktion des Differenzenverlaufs bei steigender Beanspruchung, die sich in der umgekehrt proportionalen Beziehung von Lebensdauer und Variation des Parameters in Bild 4.34 (links) widerspiegelt. Zudem beeinflusst der E-Modul den Übergangsbereich in den Zustand II.

Die Variation der Spanngliedlage (Bild 4.35, unten rechts) erfolgt hier mit ± 5 cm um ihre ursprüngliche vertikale Position. Dies wirkt sich auf die Steigung des linear-elastischen Bereichs und den stark ausgeprägten Zustand II aus, da der innere Hebelarm hier maßgeblich in die Berechnung einfließt.

### Einparameterstudien ausgewählter Basisvariablen

Die Verteilungsform der stochastisch ermittelten Ermüdungslebensdauer ergibt sich mit dem zuvor beschriebenen simulationsbasierten Lebensdauermodell. Um die Einflüsse separiert zu bewerten, werden zunächst Einparameterstudien durchgeführt. Diese zeigt Bild 4.36 an ausgewählten Basisvariablen. Anhand von jeweils 100 Simulationen – basierend auf den zuvor beschriebenen Ansätzen und einer Basiskonfiguration für eine mittlere Lebensdauer $T_{LD} \approx 1170$ a – wird die Ermüdungslebensdauer ermittelt und in Histogrammen klassiert. Die Eingangsparameter wurden mittels Latin-Hypercube-Sampling (vgl. Abs. 3.6) erzeugt. Ihre Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist qualitativ auf der Ordinate dargestellt. Die hier dargestellten Werte der Lebensdauer ergeben sich vereinfacht aus linearer Extrapolation der „letzten" Teilschädigungen bei $t = 100$ a bis $D = 1$. Somit schließt an die nichtlineare Schädigungsevolution (bis $t = 100$ a) ein linearer Verlauf mit konstanter Zunahme der jährlichen Schädigung $dD/dt$ = konst. an.

Die Diagramme auf der linken Seite von Bild 4.36 stellen einen nahezu linearen Einfluss der

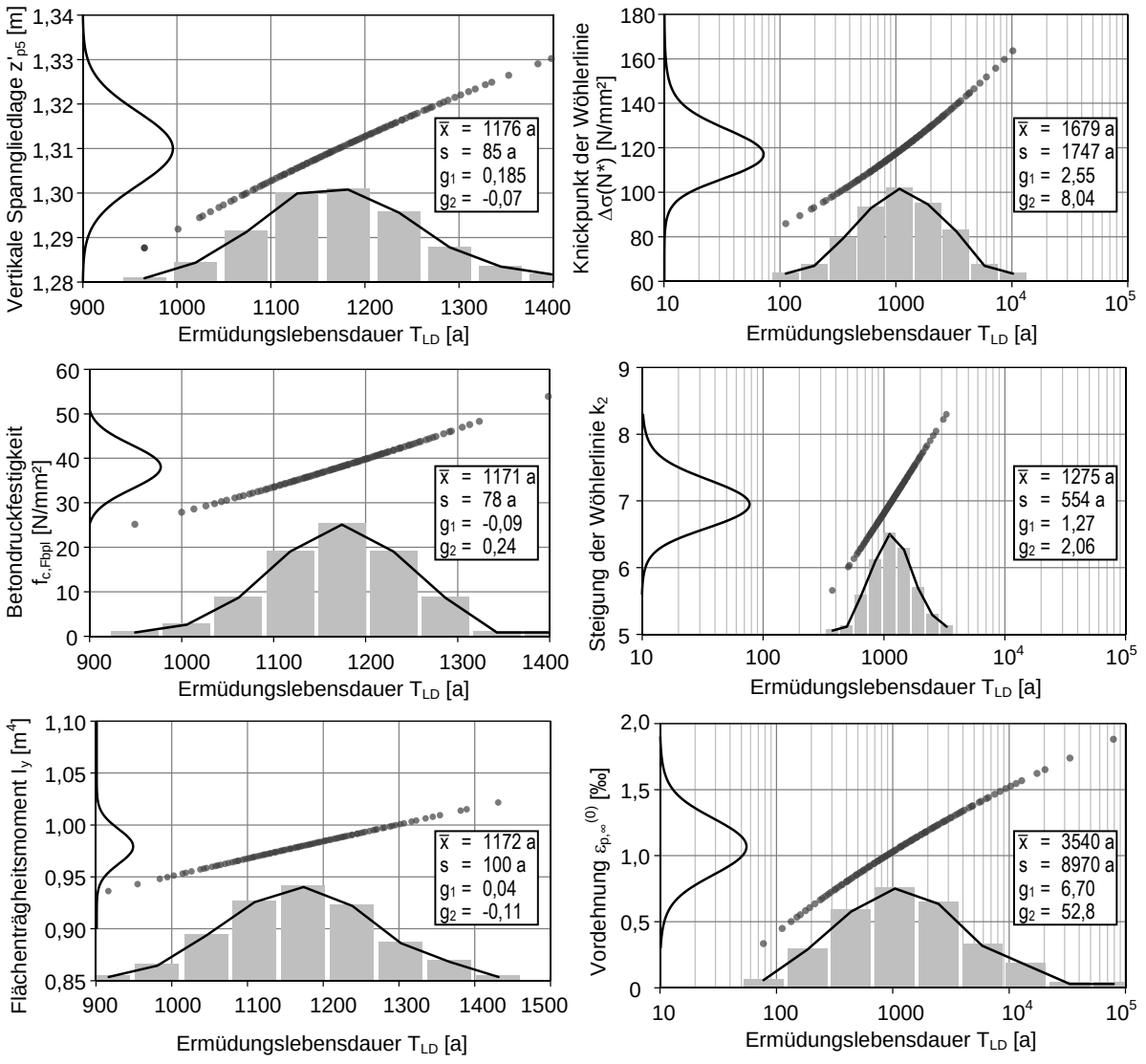



Bild 4.36: Einparameterstudien zum Einfluss der Basisvariablen auf die Ermüdungslebensdauer

Basisvariablen auf die Ermüdungslebensdauer dar: dies belegen sowohl die in guter Näherung normalverteilten Ergebnisse der stochastischen Simulation (lineare Abszisse), als auch die nahezu lineare Anordnung der Punkte. Diese beschreiben die Abbildung der Eingangsgröße auf das Prognoseergebnis. Darüber hinaus bestätigen die höheren Momente (Schiefe und Wölbung) der diskreten Verteilung mit Werten nahe Null als erster Näherung, dass hier die Form der Normalverteilung erhalten bleibt. Wesentliche Parameter mit linear projizierbarem Einfluss sind hier die geometrischen Größen (Flächenträgheitsmoment und die Position der maßgebenden Spanngliedlage) und die Betondruckfestigkeit als Steuerungsparameter der Arbeitslinie des Betons. Streuungen des Flächenträgheitsmoments werden durch Variation der Querschnittsabmessungen nach Abs. 4.6.4 erzeugt. Die mittlere Ermüdungslebensdauer ist in allen drei Fällen nahezu gleich, die Standardabweichung für die streuende Geometrie etwas höher.

Die weiteren Diagramme (rechte Seite von Bild 4.36) zeigen den Einfluss der Wöhlerlinienparameter und der Vordehnung des Spannstahls. Durch die logarithmische Skalierung werden die stark nichtlinearen Zusammenhänge verzerrt dargestellt; dies spiegeln auch die hohen Maßzahlen für die Schiefe und die Wölbung wider. Insbesondere die Variation des Knickpunktes der Wöhlerlinie (entspricht einer vertikalen Verschiebung) und der Vordehnung (Übergang in den Zustand II) erzeugen wesentliche Streuungen in der Ermüdungslebensdauer. Dies äußert sich in einer hohen Standardabweichung und Wölbung, die eine starke Besetzung der Ränder kennzeichnet. Insbesondere die Variation der Vordehnung bewirkt hier eine Verschiebung der mittleren Ermüdungslebensdauer von $T_{\mathrm{LD}} \approx 1170$ a auf über 3500 a und eine Reduktion des abgeleiteten 1 %-Quantils auf $T_{\mathrm{LD};0,01} \approx 50$ Jahre; zum Vergleich: für die alleinige Variation der Betondruckfestigkeit ist dieses $T_{\mathrm{LD};0,01} \approx 1000$ Jahre.

### Stochastisches Berechnungsergebnis des vollständigen Prognosemodells

Das Simulationsergebnis der Ermüdungslebensdauer bzw. -schädigung, das sich aus dem zuvor beschriebenen nichtlinearen, stochastischen Ermüdungslebensdauermodell mit Wirkung aller streuenden Parameter ergibt, zeigt Bild 4.37. Die Basisvariablen der Simulation werden dabei als unkorrelierte Größen mittels Latin-Hypercube-Sampling erzeugt. Um eine „echte“ Unkorreliertheit der Parameter zu erreichen, wird das Verfahren nach Abs. 3.6 angewendet, wobei die Ziel-Korrelationsmatrix die Einheitsmatrix (nur auf der Hauptdiagonale 1, sonst 0) ist.

Die Berechnung setzt sich aus 200 Simulationen der Ermüdungslebensdauer zusammen, die wiederum aufgrund der zeitabhängigen Prozesse (Kriechen, Schwinden, Nacherhärtung, Lastgesamtanzahl und -häufigkeit) aus einer Vielzahl einzelner Schädigungsberechnungen besteht. Die Zeit wird in 10-Jahres-Schritte diskretisiert und bis $t = 200$ a betrachtet; die anfängliche Verkehrsmenge wird mit $3{,}5 \cdot 10^6$ LKW/a angesetzt. Zudem fließen je Zeitschritt nur die maßgebenden Temperaturgradienten in Form der erzeugten Zwangsschnittgrößen sowie ihrer Häufigkeit in die Berechnung ein. Im Fall des Referenzbauwerks sind es fünf Werte für $\Delta T$, die zudem mit den einwirkenden Beanspruchungen des jeweiligen Fahrzeugtyps des ELM 4 überlagert werden. Für die fünf Fahrzeugtypen wird die Spannungsschwingbreite jeweils aus einer oberen und einer

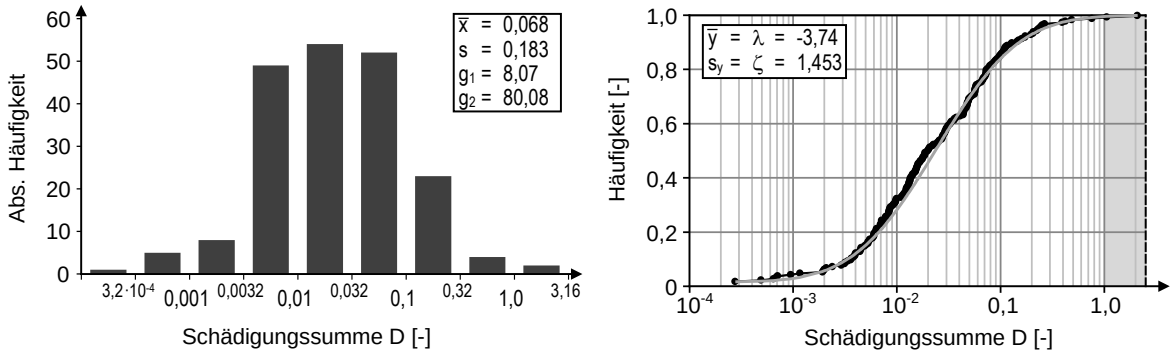



Bild 4.37: Histogramm der Schädigungssummen $D$ der Lebensdauersimulation (links); diskrete Verteilungsfunktion und angepasste Log-Normalverteilung (rechts)

unteren Beanspruchung ermittelt. Somit setzt sich eine einzelne vollständige Lebensdauersimulation hier aus 1050 Berechnungen der Spannstahlspannungen im Querschnitt zusammen (21 Zeitschritte × 5 Temperaturgradienten × 5 Fahrzeugtypen × 2 Beanspruchungen für eine Schwingbreite).

Die Auswertung in Bild 4.37 zeigt links das Histogramm der Schädigungssummen $D$ am Ende des Simulationsdurchlaufs und rechts die diskrete Verteilungsfunktion, ebenfalls über die Schädigungssumme; der Bereich des Ermüdungsversagens ($D \geq 1$) ist grau unterlegt. Anhand der logarithmischen Skalierung und der höheren Momente der diskret verteilten Daten wird die Linksschiefe ($g_1 > 0$) der Verteilung deutlich. Zudem kennzeichnet das hohe Wölbungsmaß ($g_2 > 0$) eine starke Besetzung der Ränder und somit eine flache Verteilungsform.

In Bild 4.37 (rechts) ist ergänzend die Verteilungsfunktion einer Log-Normalverteilung aus den angegebenen Kennwerten dargestellt; diese sind aus den diskreten Simulationsergebnissen als Stichprobe geschätzt. Zur Prüfung, ob die Daten log-normalverteilt sind, werden Anpassungstests verwendet (vgl. Abs. 3.4). Die Nullhypothese („Daten sind log-normalverteilt“) muss bei Verwendung des ANDERSON-DARLING-Tests abgelehnt werden. Allerdings ist die Teststatistik des weniger trennscharfen und an den Rändern schwächeren KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}05$ erfüllt. Somit ist die Nullhypothese beizubehalten und es kann nicht nachgewiesen werden, dass die Daten nicht log-normalverteilt sind. Tests auf andere Verteilungsformen, wie die Weibullverteilung, führen dagegen stets zum Ablehnen der Nullhypothese. Somit wird in Näherung davon ausgegangen, dass die ermittelten Schädigungssummen log-normalverteilt sind.

## 4.8 EINFLUSS VON KORRELATIONEN

Im vorangehenden Abschnitt werden alle Basisvariablen der stochastischen Untersuchungen als unkorrelierte Parameter aufgefasst. Einzig gekoppelte Eigenschaften, wie die des E-Moduls von Beton und seiner Druckfestigkeit, sind über entsprechende Faktoren ($\alpha_i$) im Prognosemodell enthalten. Tatsächlich lassen sich jedoch natürliche Zusammenhänge zwischen einzelnen stochastischen Parametern beobachten wie etwa bei den Materialeigenschaften des Stahls. Um mögliche

Einflüsse zu untersuchen, werden die vorherigen Ergebnisse der stochastischen Simulationen mit denen bei korrelierten Eingangsgrößen verglichen.

Da Korrelationen zwischen Parametern nicht immer eindeutig quantifizierbar sind und nur wenige Untersuchungen dazu existieren, werden die Korrelationskoeffizienten hier gewählt bzw. gemäß der Vorschläge des PROBABILISTIC MODEL CODE [130] angesetzt. Dieser gibt etwa für den Betonstahl eine Korrelationsmatrix für Streckgrenze, Zugfestigkeit, Querschnittsfläche und Bruchdehnung vor (Tabelle 4.12). Diese werden auf den Spannstahl (Index *p*) übertragen, wobei sie vorwiegend die plastischen Eigenschaften beschreiben.

Tabelle 4.12: Korrelationskoeffizienten des Betonstahls nach [130]

| $\rho_{ij}$ | $A_s$, $A_p$ | $f_y$, $f_{p0,1}$ | $f_t$, $f_p$ | $\varepsilon_u$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_s$, $A_p$ | 1,0 | 0,50 | 0,35 | 0 |
| $f_y$, $f_{p0,1}$ | 0,50 | 1,0 | 0,85 | -0,50 |
| $f_t$, $f_p$ | 0,35 | 0,85 | 1,0 | -0,55 |
| $\varepsilon_u$ | 0 | -0,50 | -0,55 | 1,0 |

Um den Einfluss von Korrelationen ausgeprägter zu erfassen, stellen die gewählten Werte der Korrelationskoeffizienten $\rho_{ij}$ tendenziell eine Überschätzung der realen Zusammenhänge dar. Dabei wird zentral zwischen schwachen ($\rho_{ij} \approx \pm 0{,}3$), mittleren ($\rho_{ij} \approx \pm 0{,}5$) und starken ($\rho_{ij} \approx \pm 0{,}7$) Zusammenhängen unterschieden.

Die Geometrie bzw. ihre Einzelmaße werden als unkorreliert angenommen. Für unterschiedliche

| $\rho_{i,j}$ | $z'_{p,u}$ | $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ | $b_{Fbpl}$ | $A_{p,u}$ | $f_{c,28,Bpl+St}$ | $f_{c,28,Fbpl}$ | $k_2$ | $a_{KS}$ | $s$ | $\Delta T_{-8K}$ | $\Delta T_{-7K}$ | $\Delta T_{-6K}$ | $\Delta T_{-5K}$ | $\Delta T_{-4K}$ | $w_2$ | $w_3$ | $w_4$ | $x_{KF}$ | dn/dt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z'_{p,u}$ | 1.00 | -0.01 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.24 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | 0.01 |
| $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ | -0.01 | 1.00 | 0.00 | -0.66 | 0.00 | 0.01 | -0.01 | 0.55 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.02 | 0.01 | -0.01 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | -0.02 |
| $b_{Fbpl}$ | 0.01 | 0.00 | 1.00 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| $A_{p,u}$ | -0.01 | -0.66 | -0.01 | 1.00 | -0.01 | 0.00 | -0.50 | -0.18 | 0.06 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.02 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | -0.01 |
| $f_{c,28,Bpl+St}$ | -0.01 | 0.00 | -0.01 | -0.01 | 1.00 | 0.44 | -0.01 | 0.35 | 0.49 | 0.02 | 0.01 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | -0.01 |
| $f_{c,28,Fbpl}$ | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.44 | 1.00 | 0.00 | 0.32 | 0.44 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 |
| $k_2$ | 0.00 | -0.01 | 0.01 | -0.50 | -0.01 | 0.00 | 1.00 | -0.01 | 0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | -0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | -0.01 | 0.02 |
| $a_{KS}$ | 0.24 | 0.55 | 0.00 | -0.18 | 0.35 | 0.32 | -0.01 | 1.00 | 0.25 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.02 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.01 | 0.00 |
| $s$ | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.06 | 0.49 | 0.44 | 0.01 | 0.25 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | -0.01 |
| $\Delta T_{-8K}$ | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.00 | -0.02 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.66 | 0.66 | 0.67 | 0.66 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | -0.08 |
| $\Delta T_{-7K}$ | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.66 | 1.00 | 0.49 | 0.50 | 0.50 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | -0.07 |
| $\Delta T_{-6K}$ | 0.00 | 0.02 | -0.01 | 0.00 | 0.03 | 0.00 | -0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.66 | 0.49 | 1.00 | 0.49 | 0.48 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | -0.05 |
| $\Delta T_{-5K}$ | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.67 | 0.50 | 0.49 | 1.00 | 0.50 | -0.04 | -0.03 | -0.02 | 0.00 | -0.06 |
| $\Delta T_{-4K}$ | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.02 | 0.00 | 0.66 | 0.50 | 0.48 | 0.50 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | -0.03 | -0.05 |
| $w_2$ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.02 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | -0.04 | 0.00 | 1.00 | 0.51 | 0.52 | -0.01 | 0.41 |
| $w_3$ | 0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | -0.03 | 0.00 | 0.51 | 1.00 | 0.43 | 0.00 | 0.37 |
| $w_4$ | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.03 | 0.03 | -0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | -0.02 | 0.01 | 0.52 | 0.43 | 1.00 | 0.00 | 0.36 |
| $x_{KF}$ | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | -0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.03 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.03 |
| dn/dt | 0.01 | -0.02 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00 | 0.02 | 0.00 | -0.01 | -0.08 | -0.07 | -0.05 | -0.06 | -0.05 | 0.41 | 0.37 | 0.36 | 0.03 | 1.00 |

Bild 4.38: Vorgegebene Korrelationsmatrix der Lebensdauersimulation (ausgewählte Basisvariblen)

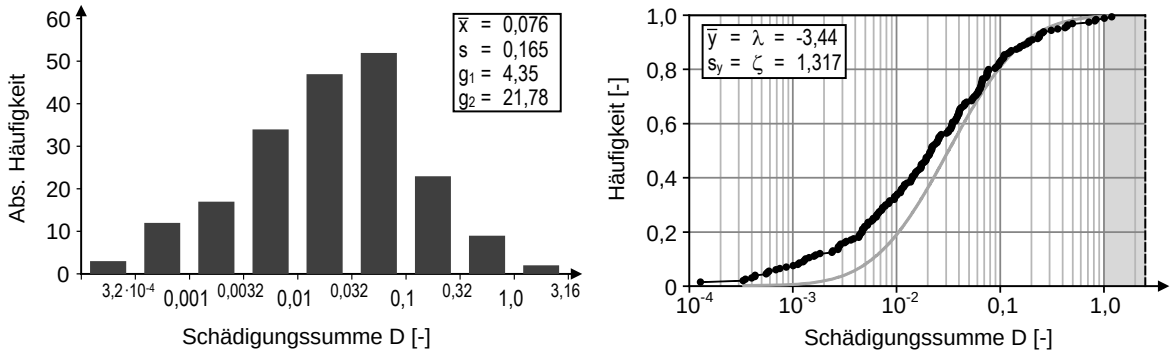



Bild 4.39: Histogramm (links) und Verteilungsfunktion (rechts) der Schädigungssumme $D$ bei korrelierten Basisvariablen

Bauteilrichtungen sind nach [130] keine relevanten Korrelationen festzustellen; für gleiche Richtungen sind sie sehr gering, vgl. auch Abs. 4.6.4. Dementsprechend sind die geometrischen Variablen ($b_{\mathrm{Fbpl}}$ und $x_{\mathrm{KF}}$) in der Korrelationsmatrix in Bild 4.38 unkorreliert.

Zur Übersicht sind in der Korrelationsmatrix in Bild 4.38 nur ausgewählte Parameter dargestellt, die nennenswerte Zusammenhänge zu den übrigen aufweisen (können). Unkorrelierte und weniger relevante Parameter (vgl. Untersuchungen in Abs. 6.3) sind nicht enthalten. Eingerahmt sind die drei zentralen Bereiche: Materialwiderstände und Geometrie (oben links), Temperaturlasten (Rahmen Mitte) und Verkehrslasten mit ihrer zugehörigen Häufigkeit (Rahmen unten rechts).

Das Ergebnis der Lebensdauersimulationen mit korrelierten Eingangsgrößen zeigt Bild 4.39 anhand des Histogramms der Schädigungssummen (links) nach Ende der Simulation bei $t$ = 200 a, sowie der diskreten Verteilungsfunktion (rechts). Analog zu Abs. 4.7 ist die Abszisse logarithmisch skaliert und der Bereich des Ermüdungsversagens ($D \geq 1$) in Bild 4.39 (rechts) grau unterlegt.

Im Vergleich mit dem vorherigen Simulationsergebnis in Bild 4.37 verschiebt sich der Mittelwert der Verteilung geringfügig (von 0,068 nach 0,076) nach rechts, die Standardabweichung reduziert sich dabei (von 0,183 auf 0,165). Zudem zeigt das Histogramm bereits bei visueller Überprüfung erhebliche Abweichungen von der Log-Normalverteilung. Dies spiegelt sich auch in der reduzierten Linksschiefe ($g_1$ reduziert sich von 8,07 auf 4,35) der Verteilung wider. Zudem ist die Anpassung an die stetige Verteilungsfunktion mit geschätztem Mittelwert und Varianz der diskreten Daten nicht zutreffend.
Der für Ermüdungsuntersuchungen relevante Bereich ist allerdings der obere Rand der Verteilungsfunktion mit hohen Schädigungssummen, da hier ein charakteristischer Wert des Ermüdungsversagens liegt. Dieser Rand ändert sich im Vergleich korrelierter und unkorrelierter Basisvariablen nur wenig. Somit werden im Folgenden ausschließlich unkorrelierte Parameter betrachtet.

Eine ausführliche Untersuchung des Einflusses von Korrelationen der Basisvariablen auf die Ermüdungslebensdauer kann durch schrittweise Änderung der Korrelationskoeffizienten erfolgen. Dadurch können Einflüsse aus Parameterinteraktionen erfasst werden, die in den hier unter-

suchten „Grenzfällen“ hoher Korrelation und Unkorreliertheit nicht erfasst werden. Als Bewertungskriterium dient dabei weiterhin der obere Rand der Verteilungsfunktion. Im Rahmen der Arbeit wird aufgrund des hohen Berechnungsaufwandes darauf verzichtet.

# 5. GENAUIGKEITSSTEIGERUNG DER ERMÜDUNGSLEBENSDAUERPROGNOSE DURCH MONITORING

*Dieses Kapitel behandelt ausgewählte Monitoring- und Messverfahren zur Kenntnissteigerung und Reduzierung der epistemischen Unsicherheit der Basisvariablen bei der Ermittlung der Ermüdungslebensdauer sowie daraus abgeleitete, beispielhafte Verbesserungspotentiale und erreichbare Grenzen der Genauigkeitssteigerung. In konsequenter Anlehnung an das Referenzbauwerk nach Kap. 7 werden ausgewählte Monitoring- und Messverfahren kurz methodisch vorgestellt. Vor dem Hintergrund seines anstehenden Rückbaus sind hier vergleichsweise umfangreiche zerstörende bzw. invasive Untersuchungen möglich, die andernorts schwer umsetzbar wären. Somit ist aus der individuellen Auswahl keine allgemeingültige Empfehlung oder immer gültige Methodenbewertung ableitbar. Vielmehr stellt sie ein Portfolio dar, welches um abgeleitete Grenzen potentieller Kenntnis- bzw. Genauigkeitssteigerungen ergänzt ist. Diese entstammen entweder den eigenen Untersuchungen oder der Literatur und geben den reduzierbaren Anteil epistemischer Unsicherheiten der Basisvariablen in der stochastischen Lebensdauerprognose an. Die so verbesserten Kennwerte fließen als erhöhte Widerstände und reduzierte Einwirkungen bzw. in Form von Varianzreduzierungen in das Prognosemodell aus Kap. 4 ein. Die initial angenommenen Eingangsparameter der Lebensdauerprognose werden dazu sowohl bzgl. des Mittelwerts als auch der Streuung verbessert. Sofern die eigenen Messungen Verbesserungen ergeben, werden deren Ergebnisse übernommen, andernfalls fließen Annahmen in die Prognose ein, um die Allgemeingültigkeit der Untersuchungen zu wahren. So kann gezeigt werden, dass durch zielgerichtete Messungen Unsicherheiten in Form von Varianzen reduziert bzw. grundlegende Annahmen in Form einer Mittelwertverschiebung korrigiert werden können.*

*Abschnitt 5.1 beinhaltet zunächst eine einleitende Zusammenstellung ausgewählter Monitoring- und Messverfahren mit dem Fokus auf Spannbetonstraßenbrücken und gibt eine Übersicht über mögliche Elemente einer Genauigkeitssteigerung. Die folgenden Abschnitte beschreiben ausgewählte Methodiken zur messdatenbasierten Kenntnissteigerung. Abs. 5.2 behandelt die Ermittlung von Materialeigenschaften des Betons und des Spannstahls – vorrangig mit zerstörenden Verfahren. Abs. 5.3 fasst ein Vorgehen zur Kalibrierung des numerischen Berechnungsmodells – insbesondere des Strukturmodells – zusammen. Zeitabhängige Parameter können insbesondere nach langer Standzeit anhand von Messungen durch aktuelle Messwerte angepasst werden; dies beschreibt Abs. 5.4. Die Abschnitte 5.5 und 5.6 stellen Konzepte zum direkten Temperatur- und Dehnungsmonitoring an Brücken vor. Diese Messungen dienen der Modellkalibrierung oder ersetzen bei langzeitigem Einsatz weite Teile der annahmen- und fehlerbehafteten Tragwerks- und Ermüdungsberechnung. Der abschließende Abs. 5.7 vergleicht die durch Einzelmessungen verbesserte Lebensdauerprognose mit dem initialen Prognosemodell nach Kap. 4.*

## 5.1 MONITORINGKONZEPTE ZUR GENAUIGKEITSSTEIGERUNG

Die Ermittlung der Ermüdungslebensdauer basiert gemäß gängiger Regelwerke auf vereinfachenden deterministischen Rechenannahmen, die in ein semiprobabilistisches Nachweiskonzept eingebettet sind. Dazu werden etwa generalisierte Lastmodelle zur Abbildung des Verkehrs oder konservative Materialparameter verwendet. Das Vorgehen ist für Neubauten entwickelt und dort günstig, liefert aber erwartungsgemäß bei Bestandsbauwerken, die z. T. auch konstruktive Defizite aufweisen, große rechnerische Schwierigkeiten, da es die realen Verhältnisse nur bedingt widergespiegelt. Es werden also sehr geringe Restnutzungsdauern ermittelt. Deshalb werden hier ausgewählte Maßnahmen vorgestellt, die eine genaue Analyse des Ermüdungsvorgangs ermöglichen und sich in eine probabilistische Ermüdungsberechnung integrieren lassen.

Die messtechnische Überwachung wird derzeit in zunehmendem Maße zur Zustandsbeobachtung und -bewertung bestehender oder neu errichteter Ingenieurbauwerke verwendet. So gewonnene Messwerte dienen etwa zur Überprüfung der Rechenannahmen (Identifikation) oder zur Überwachung des Langzeitverhaltens (Monitoring) [162]. Monitoring bezeichnet im Allgemeinen die kontinuierliche oder wiederholte Aufzeichnung von Messdaten. So können der aktuelle Tragwerkszustand und seine Veränderungen erfasst und bewertet werden. Dies mündet in einer Prognose zukünftiger Zustände. Auf Grundlage von realen Messdaten, insbesondere bei gealterten Bauwerken mit geringer Kenntnis des realen Tragverhaltens und nicht ausreichend dokumentierter Materialwerte, ist dies ein effizientes Hilfsmittel [31, 159].
Während für übliche Tragfähigkeitsnachweise die Kenntnissteigerung hinsichtlich der Struktur und ihrer Widerstände im Vordergrund steht, ist für den Ermüdungsnachweis auch die dauer- oder stichprobenhafte Erfassung von Verkehrslasten und -häufigkeiten zur Generierung von Belastungsspektren sinnvoll.

Grundsätzlich sind zerstörungsfreie Messverfahren für das Monitoring von Bestandsbauwerken zu bevorzugen, da sie das Tragwerk nicht zusätzlich schwächen. Dies gilt insbesondere unter den Aspekten der Dauerhaftigkeit und der Wiederholbarkeit von Messungen. Allerdings ermöglichen zerstörende Verfahren auch bis in den Bereich der Tragfähigkeit (nichtlineares Tragverhalten) wesentlich genauere Ergebnisse. Da die Kennwerte unmittelbar abgeleitet werden (etwa die Festigkeit aus der aufgebrachten Kraft der Prüfmaschine), sind sie weniger fehleranfällig als indirekte Verfahren (etwa die Messung der Ultraschalllaufzeit zur Ableitung von Materialkenngrößen).

Vollständige Monitoringkonzepte für Brücken stellen i. d. R. eine Kombination und Vernetzung einzelner Komponenten dar und sind für jedes Bauwerk individuell und entsprechend der Anforderungen festzulegen; eine Übersicht gibt [263]. Ausgewählte Messverfahren an Bauwerken und im Speziellen an Brücken, die unter den Oberbegriff des „Monitorings“ fallen und zur Genauigkeitssteigerung verwendet werden können, sind in [31, 32, 60] aufgeführt und umfassen generell:

**Zerstörungsfreie Messverfahren:**

- (Ultra-) Schall-, Radar- und Echoverfahren zur Detektion von Bewehrungslagen, Fehlstellen oder Rissen; auch im langzeitigen Einsatz [267],

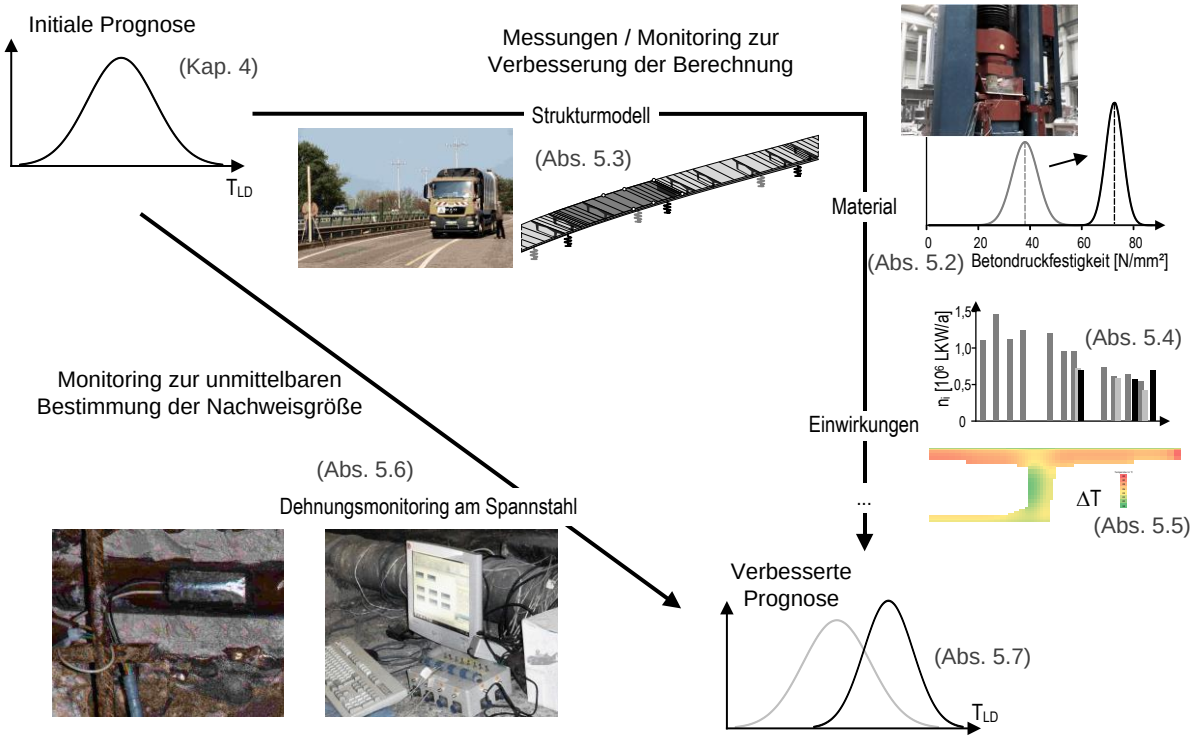



Bild 5.1: Genauigkeitssteigerung der Lebensdauerprognose durch sukzessive Verbesserung des Modells oder direktes Dehnungsmonitoring

- obige Verfahren zur Ermittlung der Ermüdungsschädigung von Beton [259],
- *Weigh-in-Motion*-Verfahren zur Bestimmung von Achslasten des fließenden Verkehrs, auch durch messtechnische Ausstattung von Lagern und Fahrbahnübergängen [156, 161],
- Schwingungsuntersuchungen zur Systemidentifikation [32],
- statische (elastische) Belastungsversuche bei Messung der Systemreaktionen (Abs. 5.3),
- widerstandsbasierte Dehnungsmessungen mittels elektrischer Dehnungsmessstreifen (DMS) oder optischer Faser-Bragg-Gitter an der Bauteiloberfläche,
- optische, induktive und kapazitive Weg- und Verformungsaufnehmer zur Bestimmung von Verformungen, Verdrehungen oder Rissöffnungen unter Last oder
- Temperaturmessungen und die Aufzeichnung anderer äußerer Einflüsse (Abs. 5.5).

**Zerstörende und invasive Messverfahren:**

- Probenentnahme zur Ermittlung der Steifigkeit und des Materialwiderstands im Labor durch zerstörende statische und dynamische Prüfungen (Abs. 5.2),
- Belastungsversuche bis zum Erreichen plastischer Verformungsanteile,
- direkte Dehnungsmessungen an internen Spannstählen (Abs. 5.6),
- Durchtrennen von Spannstählen zur Ermittlung von Spannkraftverlusten (Abs. 5.4.2).

Die in den folgenden Abschnitten zusammengestellten und in ihrem generellen Vorgehen beschriebenen Verfahren zur Genauigkeitssteigerung teilen die verbesserte Lebensdauerprognose nach Bild 5.1, wie sie am Referenzbauwerk durchgeführt wurde, in zwei Hauptstränge:

- Maßnahmen zur punktuellen Verbesserung des Prognosemodells durch Varianzreduzierungen, Mittelwertverschiebungen und Modellkalibrierungen (Abs. 5.2 bis 5.5),

- direkte Dehnungsmessung am Spannstahl zur unmittelbaren Ableitung von Belastungsspektren (Abs. 5.6).

Das Monitoring der Spannstahldehnungen ermöglicht die Ermittlung bauwerks- und querschnittsspezifischer Beanspruchung, die hier als größtmögliche Genauigkeitssteigerung und somit als deren Referenz betrachtet werden.

Bei Ermüdungsvorgängen ist neben der Bewertung des Ist-Zustands insbesondere die Prognose vorangegangener und zukünftiger Situationen essentiell. Dabei ist das Ziel, die bestmögliche Kenntnis der Struktur und ihrer Einwirkungen integral über die gesamte Lebensdauer. Durch Messungen können initial angenommene, unsichere Modellparameter mit höherer Genauigkeit in die Berechnung und Prognose einfließen. Dabei sind zeitabhängige und zeitunabhängige Parametereigenschaften zu differenzieren: Etwa Materialparameter eines Spannstahls gelten als weitgehend zeitunabhängig, diejenigen des Betons weisen dagegen eine relevante Zeitabhängigkeit infolge Nacherhärtung sowie Kriechen und Schwinden auf. Somit ist bei der Prognose vorangegangener und zukünftiger Zustände die – mit wachsendem Abstand vom Ist-Zustand – zunehmende Unsicherheit zu berücksichtigen.

## 5.2 Messung von Materialeigenschaften und der Geometrie

Die direkte Messung von Materialkennwerten erfolgte am Referenzbauwerk zerstörend, an entnommenen Probekörpern im Labor. Bei solchen Prüfungen werden elastische, plastische und Bruchzustände erreicht, wobei letztere für das übliche Tragverhalten unter Ermüdungsbelastung eine untergeordnete Rolle spielen. Im Folgenden werden die verwendeten Messverfahren mitsamt potentiellen Kenntnissteigerungen für den Beton und den Spannstahl dargestellt. Für reduzierte Streuungen werden dabei teilweise Angaben anderer Untersuchungen aus der Literatur übernommen, da einzelne Ergebnisse aufgrund eines geringen Probenumfangs oder aus anderen mess- oder ablaufbedingten Gründen keine Verbesserungen darstellten. Für den Spannstahl wird zudem zwischen Eigenschaften bei quasi-statischen Beanspruchungen und dem Ermüdungsverhalten unterschieden.

### 5.2.1 Eigenschaften des Betons

Die Materialeigenschaften des Betons – für den Ermüdungsvorgang des Spannstahls vorrangig dessen E-Modul $E_c$ sowie die Druckfestigkeit $f_c$ als charakterisierende Eigenschaft – stellen grundsätzlich nur ungenau bekannte Größen dar. Zumeist sind vor Ort höhere Festigkeiten und veränderte Eigenschaften zu erwarten, die auf bereits initial bestehende Abweichungen und die zeitabhängige Entwicklung zurückzuführen sind.

Zerstörungsfreie Verfahren bestimmen die Betondruckfestigkeit nur indirekt. Zumeist wird sie aus oberflächennahen Steifigkeiten abgeleitet – etwa mittels Rückprallhammer [60]. Die dabei ermittelten Festigkeiten unterliegen i. d. R. erheblichen Streuungen und sind zudem stark von

den Randbedingungen der Messung – etwa der Karbonatisierungstiefe – abhängig. Deshalb und da aufgrund des anstehenden Rückbaus diesbezüglich keine Restriktionen vorlagen, wurden am Referenzbauwerk zerstörende Verfahren – also die Prüfung von Bohrkernen – zur Ermittlung der Druckfestigkeit verwendet. Bei ausreichender Anzahl der Bohrkerne (vgl. $k_n$-Faktoren im Anhang D des EUROCODE 0 [67] zur Ableitung des 5 %-Quantils in Abhängigkeit des Probenumfangs) ermöglicht dieses Verfahren die größte Genauigkeitssteigerung. Der Elastizitätsmodul kann ebenfalls im Rahmen von Bohrkernprüfungen oder indirekt über die Verformungseigenschaften des gesamten Tragwerks (Modellkalibrierung) abgeschätzt werden. Weitere Testverfahren für Beton und deren Auswertung enthält [155].

Für die Untersuchungen am Referenzbauwerk lagen verschiedene Restriktionen sowohl bzgl. des kostenabhängigen Probenumfangs als auch der Bohrkerngeometrie vor. Letztere war durch die Abmessungen der Teilquerschnitte und begleitende Abscherversuche der Asphaltfahrbahn ($D \geq 150$ mm) begrenzt. Dies führte zu Abweichungen von den Maßvorgaben der E-Modul- und Festigkeitsprüfung (Standardnormzylinder $H = 200$ mm, $D = 100$ mm, $\lambda = H/D = 2{,}0$) nach DIN EN 12390-1 [65]. Zudem sind insbesondere bei dicht bewehrten Brückenbauwerken oder -bauteilen Bewehrungseinschlüsse trotz Ortungstechniken (etwa mittels Profometer oder Radar-Scansystemen) nicht auszuschließen.

Spezielle Anpassungsverfahren korrigieren derart verfälschte Messergebnisse. Die meisten dieser Verfahren zur Korrektur der gemessenen Druckspannung $f_{c,mes}$ auf einen vergleichbaren Wert der Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,zyl}$ basieren auf Anpassungsfaktoren wie sie etwa BARTLETT & MACGREGOR [12–15] vorstellen; Verfahren mit unterschiedlichen Erweiterungen finden sich in [1, 88, 163]. Der Ansatz der amerikanischen Richtlinie FEMA 274 [88] bietet zusätzliche Anpassungsfaktoren, um auch den Einfluss von Bewehrungsstäben quer zur Bohrrichtung zu erfassen. Eine Diskussion der Ansätze mit ihren spezifischen Vor- und Nachteilen enthält [31].

Für die E-Modulprüfung ist die Schlankheit $\lambda$ der Probe restriktiv, da geringe Schlankheiten aufgrund der behinderten Querdehnung die Ergebnisse verfälschen. Nach WINKLER [265] ist der Geometrieeinfluss für $1{,}5 \leq \lambda \leq 4{,}0$ gering; am Referenzbauwerk gilt $0{,}9 \leq \lambda \leq 1{,}5$ für die entnommenen Probenkerne.

So ist es möglich, im Rahmen von Labormessungen, aktualisierte Verteilungsparameter für die Basisvariablen der Betondruckfestigkeit und des E-Moduls (vgl. Abs. 4.6.1) aus einer Stichprobe von Einzelmessungen zu bestimmen. Zum Untersuchungszeitpunkt $t_{is}$ gemessene Kennwerte geben jedoch keine unmittelbare Auskunft über vorangegangene und zukünftige Zeitpunkte. Dafür sind Prognoseverfahren erforderlich. Diese gehen bei zeitabhängigen Parametern und zunehmendem Abstand vom Untersuchungszeitpunkt mit einer Vergrößerung der Unsicherheit (Varianzfortpflanzung) einher.

Unter der Annahme, dass die im Labor ermittelte (aleatorische) Standardabweichung der Druckfestigkeit Bereiche zwischen 3 bis 5 N/mm² erreichen kann (MIRZA et al. [174] und STRAUSS et al. [250] geben sogar Standardabweichungen < 3 N/mm² an), aktualisiert sich die Streuung nach Bild 4.26. So wird die prognostizierte Standardabweichung $\sigma_f(t_{is}) = 7{,}5$ N/mm² in Bild 5.2

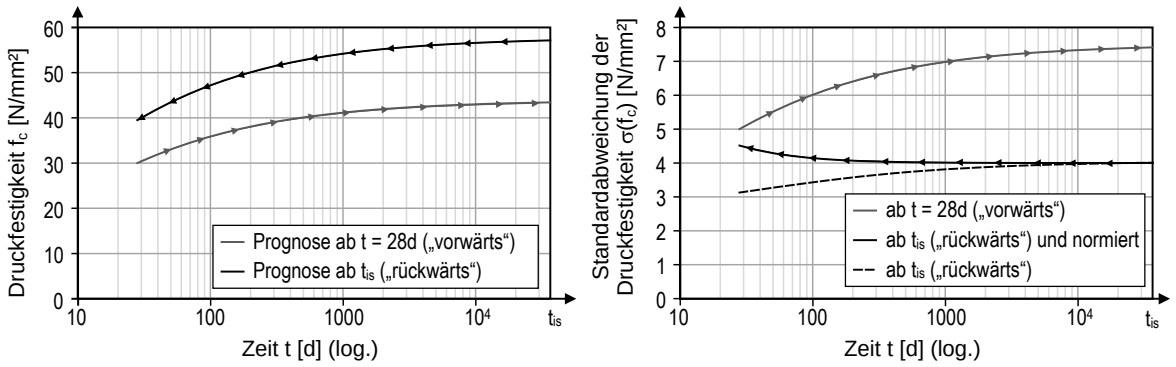



Bild 5.2: Initiale Festigkeitsprognose und diejenige bei verbesserter Materialkenntnis (links); zug. Standardabweichung mit zwei Ansätzen der Varianzfortpflanzung (rechts)

(rechts) beispielhaft durch Messungen auf $\sigma_f^*(t_{is}) = 4{,}0$ N/mm² reduziert. Diese Verbesserung stellt die Basis der aktualisierten Hochrechnung auf die gesamte Standzeit des Bauwerks dar.

Die Prognose der mittleren Druckfestigkeit und des E-Moduls für zukünftige Zeitpunkte (Bild 5.2, links) sowie die damit verbundene Varianzzunahme wurden bereits in Abs. 4.6.1 diskutiert. Nun soll die „rückwärtige“ Prognose vorangegangener Zeitpunkte und die damit verbundene Entwicklung der Varianz (Bild 5.2, rechts) betrachtet werden.

Aus der Betondruckfestigkeit zum Untersuchungszeitpunkt $t_{is}$ (i. d. R. >> 28 d) kann die Festigkeit zu vorherigen Zeitpunkten nach den Gln. (5-1) und (5-2) ermittelt werden, welche sich aus den Gln. (2-35) und (2-36) ableiten, wobei für $t_{is} = 28$ d Gl. (5-2) wieder in Gl. (2-36) übergeht.

$$f_c(t) = \beta'_{cc}(t) \cdot f_c(t_{is}) \tag{5-1}$$

$$\beta'_{cc}(t) = e^{s\left(\sqrt{28/t_{is}} - \sqrt{28/t}\right)} \tag{5-2}$$

Der, hier nicht weiter erläuterte aber analog behandelte, zeitabhängige E-Modul $E_c(t)$ berechnet sich aus den gemessenen Werten zum Zeitpunkt $t_{is}$ zu:

$$E_c(t) = \beta'_{cc}(t)^{0{,}3} \cdot E_c(t_{is}) \tag{5-3}$$

Bild 5.2 zeigt links den Verlauf der Festigkeitsentwicklung mit initial angenommenen Betoneigenschaften ($\mu_0 = 30$ N/mm², graue Linie) im Vergleich zu einer rückwärts prognostizierten Festigkeitsentwicklung mit zum Zeitpunkt $t_{is}$ (>> 28 d) ermittelten Eigenschaften ($\mu^*(t_{is}) = 57$ N/mm², schwarz). Dies spiegelt den, oftmals erwartbaren, signifikanten Unterschied zwischen tatsächlich vorhandenen und in der Bemessung angenommenen (initialen) Festigkeiten wider. Diese „stille Reserve“ wird durch Messungen tatsächlicher Festigkeiten aktiviert.

Die Interpretation der Varianz ist komplexer. Die aleatorische Varianz der Betondruckfestigkeit ist zu jedem Zeitpunkt gleich. Es kann also angenommen werden, dass die materialbedingte Standardabweichung zu früheren Zeitpunkten identisch ist. Einzig die Prognose mittels Varianzfortpflanzung (vgl. Abs. 4.6.1) beinhaltet ein zeitabhängiges Element der Unsicherheit (epistemische Varianz). Diese zeigt der graue Verlauf in Bild 5.2 (rechts) mit $\sigma_0 = 5$ N/mm², der auf $\sigma(t_{is}) = 7{,}5$ N/mm² ansteigt.

Für die „rückwärtige“ Prognose führt der Ansatz über die Varianzfortpflanzung jedoch zu sinkenden Varianzen für frühe Zeitpunkte (gestrichelter Verlauf mit $\sigma_f^*(t_{is}) = 4$ N/mm² in Bild 5.2,

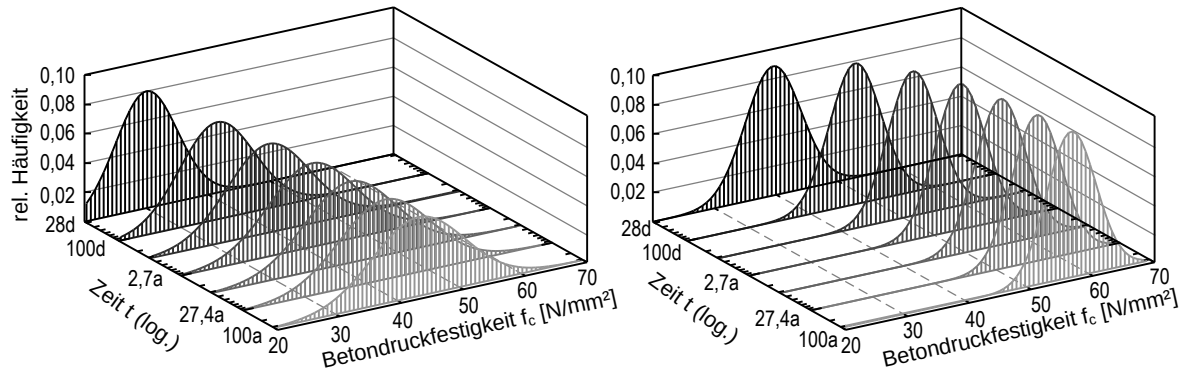



Bild 5.3: Zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Druckfestigkeit aus initialer Prognose (links) und mit verbesserten Kennwerten (rechts) nach Tabelle 5.1

rechts), die sogar unter das Maß der aleatorischen Unsicherheit $\sigma_f$ = 4 N/mm² fallen. Durch eine Normierung der empirischen Festigkeitsfunktion auf die Zeitfunktion $\beta'_{cc}(t)$ kann diese Diskrepanz behoben und die prognosebedingte Standardabweichung nach Gl. (5-4) berechnet werden (mathematische Ableitung in Anhang B):

$$\sigma_f(t) = f_c(t_{is}) \cdot \sqrt{\frac{\sigma_f(t_{is})^2}{{f_{c,is}}^2} + \left(\sqrt{\frac{28}{t_{is}}} - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)^2 \cdot \sigma(s)^2} \tag{5-4}$$

Die so prognostizierte Standardabweichung wächst erwartungsgemäß sowohl für vorangehende als auch folgende Zeitpunkte mit zunehmendem Abstand von $t_{is}$ an (schwarzer Verlauf in Bild 5.2, rechts). Jedoch ist diese Zunahme hier mit etwa 10 % in 50 Jahren gering. Für zukünftige Zeitpunkte nach $t_{is}$ (>> 28 d) sind nur noch geringe Änderungen der Festigkeit und des E-Moduls und somit auch deren prognosebedingter Varianz zu erwarten. Deshalb wird für das monitoringbasierte, verbesserte Prognosemodell nach Abs. 5.7 in Näherung eine konstante (rein aleatorische) Varianz angesetzt ($\sigma(s)$ = 0 und $\sigma_f(t)$ = konst.).

Die Veränderungen infolge der Genauigkeitssteigerung und der verbesserten Kenntnis der Betoneigenschaften verdeutlicht Bild 5.3. Dieses stellt Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Druckfestigkeit zu diskreten Zeitpunkten als Funktionen von $\mu(t)$ und $\sigma_f(t)$ aus Bild 5.2 dar. Bild 5.3 (links) zeigt den initial prognostizierten Verlauf aus Abs. 4.6.1, der auf den grauen Kurven in Bild 5.2 basiert. Diesem ist rechts die rückwärtige Prognose der Betondruckfestigkeit in Form der verbesserten Häufigkeitsverteilungen mit reduzierten Varianzen und angepassten Mittelwerten gegenübergestellt. Dieser ergibt sich mit den schwarzen Kurven in Bild 5.2. So wird der wesentliche Nutzen der Kenntnissteigerung für reduzierte, zeitabhängige Streubereiche visualisiert.

Ein Set verbesserter Parameter stellt Tabelle 5.1 den initialen Annahmen nach Abs. 4.6.1 gegenüber; diese beispielhaften, potentiellen Verbesserungen fließen in das monitoringbasierte Prognosemodell und in die Untersuchungen in Kap. 6 ein. Dazu werden hier zwei Zeitpunkte, die Inbetriebnahme ($t$ = 28 d) und der Untersuchungszeitpunkt (hier: $t_{is}$ = 53 a), betrachtet. Die Kennwerte der Parameter entstammen den Messungen (fett dargestellt) am Referenzbauwerk

und werden bei mangelnder Qualität der Untersuchungsergebnisse durch angenommene Werte[6] (kursiv) ergänzt. Die umfänglichen Messwerte des Referenzbauwerks enthält Anhang C. Für alle Parameter wird eine Log-Normalverteilung angesetzt, da nur einzelne Variationskoeffizienten $V_i \leq 0{,}10$ sind (vgl. Abs. 3.4).

Tabelle 5.1: Untersuchte Sets von initial angenommenen (planungsbasierten) und durch Messungen aktualisierten Betoneigenschaften zu unterschiedlichen Zeitpunkten und für zwei Betonsorten

| | **Parameter** | | ***t*** | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | ***μ*** | ***σ*** | ***μ**** | ***σ**** |
| **Betonsorte B300** | Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | 28d | LN | 27,0 | 5,0 | 39,0 | *4,0* |
| | | $f_{c,53}$ | 53a | LN | 38,9 | 7,4 | **57,0** | ***4,0*** |
| | Korrelationsfaktor des E-Moduls [-] (E-Modul [N/mm²]) | $\alpha_E$ ($E_c$) | 28d | LN | 1,0 (30 000) | 0,15 (4500) | *1,0* *(33 800)* | 0,05 (1600) |
| | | $\alpha_{E,53}$ ($E_{c,53}$) | 53a | LN | 1,0 (33 900) | 0,17 (5000) | ***1,0*** ***(38 400)*** | **0,05** **(1600)** |
| **Betonsorte B450** | Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | 28d | LN | 41,0 | 5,0 | 50,0 | *4,0* |
| | | $f_{c,53}$ | 53a | LN | 59,0 | 7,5 | **72,0** | ***4,0*** |
| | Korrelationsfaktor des E-Moduls [-] (E-Modul [N/mm²]) | $\alpha_E$ ($E_c$) | 28d | LN | 1,0 (34 400) | 0,15 (5200) | *1,0* *(36 800)* | 0,11 (4100) |
| | | $\alpha_{E,53}$ ($E_{c,53}$) | 53a | LN | 0,99 (38 400) | 0,17 (5800) | ***1,0*** ***(41 500)*** | **0,11** **(4100)** |

### 5.2.2 Spannstahl: Statische Kennwerte

Die zweite zentrale Widerstandsgröße ist der Spannstahl, der in Form einer bilinearen Arbeitslinie in das Prognosemodell einfließt. Oftmals werden deren Parameter, ebenso wie die Querschnittsfläche der Spannglieder, als deterministische Größen aufgefasst, was jedoch nach Abs. 4.6.2 nicht zutreffend ist. Somit kann auch hier eine verbesserte Kenntnis in Form reduzierter Varianzen und verschobener Mittelwerte in das monitoringbasierte Prognosemodell einfließen.

Zur Kenntnissteigerung der Form und Lage der Arbeitslinie sowie statischer Materialkennwerte, sind Laborversuche nach DIN EN ISO 15630-3 an entnommenen Spannstahlproben erforderlich. Dies war für das Referenzbauwerk aufgrund des anstehenden Rückbaus möglich, stellt jedoch für Brücken – insbesondere bei nachträglichem Verbund und in ausreichender Anzahl – nicht den Regelfall dar.

Die Messergebnisse für das Referenzbauwerk (Kap. 7) wiesen aufgrund mechanischer Vorschädigungen der untersuchten Spannstäbe infolge des Rückbaus sehr große Abweichungen vom Erwartungswert auf (vgl. Anhang C). Deshalb fließen stattdessen beispielhafte Verbesserungen

[6] Abweichungen zwischen den Betonsorten bzw. unerwartet große Streuungen der Messungen am Referenzbauwerk werden hier durch sinnvolle Annahmen ersetzt, um Potentiale der Genauigkeitssteigerung aufzuzeigen.

(*kursiv*) nach Tabelle 5.2 in das monitoringbasierte Prognosemodell ein, wie sie prinzipiell bei ausreichender Datenbasis erwartbar wären. Einzig die Fläche $A_p$ entstammt den Messungen.

Da der Einfluss des Betonstahls auf das Ermüdungsverhalten im Vergleich zum Spannstahl nur von untergeordneter Bedeutung ist, werden dessen Materialkennwerte deterministisch belassen.

Tabelle 5.2: Sets initial angenommener bzw. durch Messungen aktualisierter Spannstahleigenschaften

| **Parameter** | | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\mu$ | $\sigma$ | $\mu^*$ | $\sigma^*$ |
| 0,1 %-Dehngrenze [N/mm²] | $f_{p0,1}$ | N | 850 | 30 | *870* | 21,0 |
| E-Modul [N/mm²] | $E_p$ | N | 205000 | 6150 | *207000* | *4900* |
| Querschnitts-fläche [mm²] | $A_{p,i}$ | N | 530,9 | 10,6 | **550,3** | **4,8** |

### 5.2.3 Spannstahl: Ermüdungseigenschaften – Wöhlerlinie

Der Verlauf der Wöhlerlinie variiert dem Spannstahltyp entsprechend, sowie in Abhängigkeit der Stahleigenschaften. Zudem weisen Kopplungen eine reduzierte Ermüdungsfestigkeit auf. Dies spiegeln die charakterisierenden Parameter der Wöhlerlinien ($\Delta\sigma(N^*)$, $N^*$, $k_1$, $k_2$) gängiger Regelwerke wider, die grundsätzlich ein 5 %-Quantil repräsentieren, jedoch oftmals tatsächlich nur eine – viele Einzelfälle umfassende – Abschätzung darstellen [137]. Üblicherweise erfolgt eine Unterscheidung gerader und gekrümmter Spannglieder, der Verbundart, des Hüllrohrtyps und für Kopplungen. Spezifische Materialeigenschaften fließen zumeist nicht ein. Sie können aber für einzelne Spannstahlsorten (vgl. Tabelle 5.3) erheblich abweichen, was entsprechende Verbesserungspotentiale insbesondere im Dauerfestigkeitsbereich erwarten lässt.

Für die genaue Ermittlung tatsächlicher Spannstahleigenschaften sind zerstörende Dauerschwingversuche an Spannstahlproben im Labor erforderlich. Daraus kann eine material- und spannstahlspezifische Wöhlerlinie ermittelt werden. Da Form und Lage der Wöhlerlinie für jede Spannstahl- und Kopplungsart individuell zu bestimmen sind, erfordert dies einen, für übliche Bestandsbauwerke, nicht vertretbaren Versuchsumfang. Zur Bewertung des Verbesserungspotentials solcher Messungen wurden eigene Versuche mit reduziertem Probenumfang durchgeführt.

Ein effizientes Verfahren zur aufwandsreduzierten Ermittlung der Wöhlerlinie stellt das interaktive Verfahren nach BLOCK & DREIER [36, 165] dar. Dieses ermöglicht – basierend auf einer geschlossenen mathematischen Beschreibung der Wöhlerlinie – eine statistisch abgesicherte Ermittlung von Kennwerten bzw. Quantilen im Zeitfestigkeitsbereich und nahe der Dauerfestigkeitsgrenze. Mit etwa 20 bis 24 Versuchen sind zuverlässige Ergebnisse möglich [36], was einer deutlichen Aufwandsreduzierung im Vergleich mit anderen Verfahren entspricht.

Ein wesentliches Merkmal des interaktiven Verfahrens ist es, dass die Auswertung nicht auf Stufen gleicher Schwingbreite über die Schwingspielzahl erfolgt, sondern die (Nennspannungs-) Schwingbreite (hier mit $\Delta S$ bezeichnet) in der statistischen Auswertung als der streuende Para-

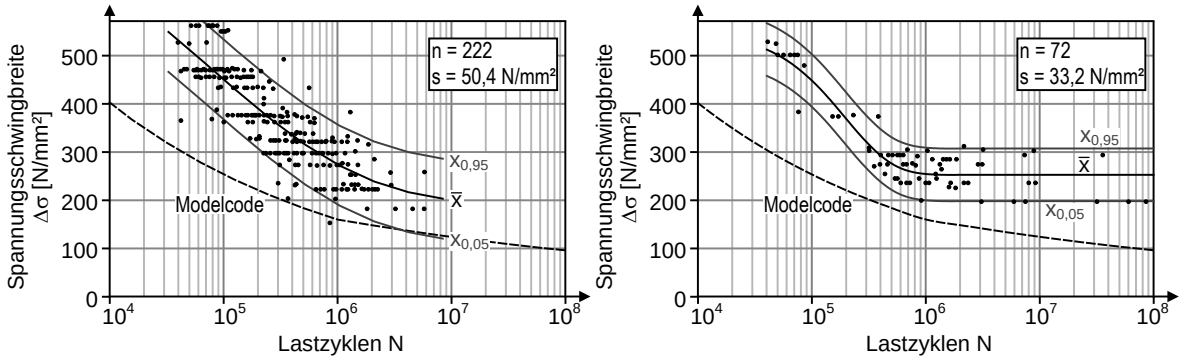



Bild 5.4: Auswertung verschiedener Ermüdungsversuche mittels interaktivem Verfahren und Ableitung von Streuungen (links: gemischte Daten, rechts: Betonstähle Ø 16 im Verbund; aus [256])

meter aufgefasst wird. Dabei nutzt das Verfahren die Tatsache, dass die Streuung der Schwingbreite in allen Bereichen der Wöhlerlinie annähernd normalverteilt und gleich groß ist ($\sigma(\Delta S(N)) \approx$ konst.). Die Streuung der ertragbaren Schwingspielzahl $N$ hingegen hängt wesentlich vom Belastungsniveau ab ($\sigma(N(\Delta S)) \neq$ konst.) und ist zudem meist nicht normalverteilt [36]. So können Versuche aus allen Bereichen des Zeitfestigkeitsbereichs zur statistischen Auswertung und Anpassung der Wöhlerlinienfunktion verwendet werden; letztere ergibt sich aus einer Minimierung der Fehlerquadrate.

Alternative Verfahren wie die Blockprogramm-, Zufallslast- oder Einzelfolgenversuche, die ein reales Belastungsspektrum des Bauteils abfahren [274], finden bisher vorrangig im Flugzeugbau – und anderen Anwendungsbereichen mit immer gleichen oder definierten Belastungsfolgen – Anwendung. Für Straßenbrücken mit stark zufälligen Lasten und Lastfolgen sind sie nicht geeignet. Ziel dieser Verfahren ist – ebenso wie beim interaktiven Verfahren – die Beschreibung des Zeitfestigkeitsbereichs ($< 10^6$ - $10^7$).

Die Ermittlung eines theoretischen Dauerfestigkeitswerts (dessen Existenz umstritten ist, vgl. Abs. 2.1) erfolgt etwa mit sogenannten Treppenstufenversuchen, Probit- oder Abgrenzungsverfahren [206]. Dabei wird jedoch nur ein Wert der Dauerfestigkeit ermittelt, den Verlauf der Wöhlerlinie für $N > 10^6$ beschreiben die Ansätze nicht.

Tabelle 5.3: Auswertung von Datenbanken und Versuchsreihen nach dem interaktiven Verfahren

| **Stahlsorte/-typ** | **Anzahl *n*** | **$\Delta S(10^6)$ [N/mm²]** | **$\sigma(\Delta S)$ [N/mm²]** | **Quelle** |
|---|---|---|---|---|
| gemischte Daten | 184 | 236 | 38,0 | [256] |
| Betonstahl Ø 16 mm (im Verbund) | 72 | 254 | 33,2 | [256] |
| Betonstahl Ø 30-32 mm | 18 | 196 | 41,8 | [90] |
| verschiedene Typen von Litzenbündeln $Ø_{ges}$ 9,5-15 mm | 222 | 274 | 50,4 | Zusammenstellung in [196] |
| St 835/1030 Ø 26,5 mm & St 885/1080 Ø 12,5 mm (Gewinderippen), N > 2,9 $10^5$ | 19 | 286 | 12,0 | [190] |
| St 1420/1570 Ø 12,2 mm, glatt | 28 | 467 | 42,1 | [190] |

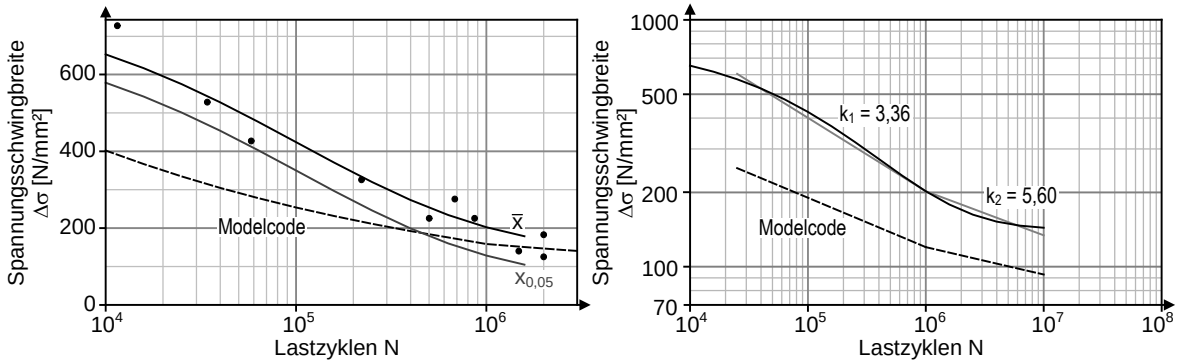



Bild 5.5: Auswertung der Versuchsdaten für das Referenzbauwerk (links), Ableitung von Steigungsparametern der Wöhlerlinie (rechts)

Die Bewertung des Verbesserungspotentials einer spannstahlspezifischen Wöhlerlinie erfolgt zunächst beispielhaft nach dem interaktiven Verfahren anhand von Versuchsdaten der Literatur. Umfangreiche Datenbanken mit Ermüdungsversuchen für unterschiedliche Stahlsorten, Probenformen und Randbedingungen enthalten [54, 90, 190, 196, 256]. Deren Auswertung nach dem interaktiven Verfahren zeigen Tabelle 5.3 und Bild 5.4 im Vergleich mit der charakteristischen Wöhlerlinie des MODEL CODE für gerade Spannglieder ($\Delta\sigma(N^*=10^6) = 160$ N/mm²; $k_1 = 5$; $k_2 = 9$). Als qualitatives Mittel der verschiedenen Auswertungen mit Standardabweichungen zwischen 12 und 50 N/mm² wird für die folgenden Untersuchungen eine Standardabweichung der Schwingbreite $\sigma(\Delta S) = 45$ N/mm² angenommen.

Die Ergebnisse eigener Untersuchungen mit Proben des Referenzbauwerks zeigt Bild 5.5 links, die Anpassung eines bilinearen Verlaufs mit zwei Steigungsparametern $k_1$ und $k_2$ rechts. Die Auswertung der frei schwingenden Spannstahlproben ist durch eine geringe Probenzahl von zehn (ausreichend für eine erste Näherung [36]) und Brüche an der Einspannung in der Prüfmaschine für eine allgemeingültige Aussage eingeschränkt (vgl. [219]). Ein 5 %-Quantil leitet sich mit der Standardabweichung ($\sigma(\Delta S) = 44{,}9$ N/mm²) ab, die eine gute Näherung an die Versuchsdaten ($\sigma(\Delta S) = 45$ N/mm²) darstellt. Für hohe Lastwechselzahlen unterschreitet die hier ermittelte Wöhlerlinie, als konservative Schätzung, den Ansatz des MODEL CODE. Dies wird insbesondere auf den geringen Probenumfang und die Brüche an der Einspannung zurückgeführt. Weiterhin dient das interaktive Verfahren vorrangig zur Analyse des Zeitfestigkeitsbereichs, nicht des Dauerfestigkeitsbereichs. Die versuchsbasierte Bewertung des ausgeprägten Dauerfestigkeitsbereichs ($> 10^7$ ist relevant für die Lastwechselzahlen an Straßenbrücken, vgl. Bild 2.3) ist jedoch, aufgrund seiner nahezu horizontalen Tangente unter konstanten Spannungsamplituden, nur schwer möglich. Erst bei variablen Beanspruchungen nähert sich dieser Verlauf den unterschiedlichen Ansätzen nach Abs. 2.1.3 bzw. den Lebensdauerlinien (Bild 2.6) an. Da zudem der Verbund mit dem Verpressmörtel bzw. dem Beton im realen Tragwerk die Ermüdungslebensdauer erhöht [166], sind tatsächlich höhere Ermüdungswiderstände zu erwarten.

Zur Analyse der Genauigkeitssteigerungspotentiale in Kap. 6 werden beispielhafte Verbesserungen der charakterisierenden Kennwerte der logarithmisch bilinearen Wöhlerlinie für Kopplungen nach Tabelle 5.4 verwendet. Dabei ist zu beachten, dass in den eigenen Versuchen keine Kopp-

lungen untersucht wurden. Deshalb werden die Versuchsergebnisse dem Normansatz ungestörter Proben ($\mu$ = 160 + 1,645 ·45 N/mm² = 234 N/mm²) gegenübergestellt. Da die Ergebnisse der Messungen (fett) hier keine wesentliche Verbesserung bzw. eine Verschlechterung darstellen, werden für die stochastischen Untersuchungen beispielhafte, verbessernde Annahmen (*kursiv*) verwendet (vgl. Tabelle 4.8). Dabei wird eine geringe Verschiebung des Mittelwerts für den Knickpunkt der Wöhlerlinie $\Delta\sigma(10^6)$ angenommen; eine weitere Reduzierung der Streuung scheint hier nicht möglich. Die Mittelwerte der Steigungsparameter bleiben dagegen konstant, ihre Streuung wird reduziert. Tabelle 5.4 fasst die verbesserten Kennwerte zusammen.

Tabelle 5.4: Stochastische Ermüdungsparameter und durch Messungen verbesserte Kennwerte

| **Parameter** | | | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\mu$ | $\sigma$ | $\mu^*$ | $\sigma^*$ |
| **gerade Stäbe** | Schwingfestigkeit im Knickpunkt [N/mm²] | $\Delta\sigma(10^6)$ | N | 234 | 45 | **202** | **45** |
| | Steigung im Zeitfestigkeitsbereich | $k_1$ | N | 5 | | **3,36** | |
| | Steigung im Dauerfestigkeitsbereich | $k_2$ | N | 9 | | **5,60** | |
| **Kopplungen** | Schwingfestigkeit im Knickpunkt [N/mm²] | $\Delta\sigma(10^6)$ | N | 120 | *16* | *130* | *16* |
| | Steigung im Zeitfestigkeitsbereich | $k_1$ | N | 3 | *0,2* | *3* | *0,1* |
| | Steigung im Dauerfestigkeitsbereich | $k_2$ | N | 7 | *0,5* | *7* | *0,3* |

### 5.2.4 Geometrie und ständige Einwirkungen

Abweichungen zwischen Planvorgaben und den tatsächlichen Bauteilabmessungen sind oftmals unvermeidbar und baubedingt. Damit stellen die geometrischen Einzelmaße unsichere Größen dar, die mit vergleichsweise geringem Aufwand und zerstörungsfrei verbessert werden können.

Zur Messung der Bauwerksgeometrie existieren unterschiedliche Verfahren. Diese reichen von einfachen händischen Längenmessungen, über tachymetrische oder photogrammetrische Verfahren, bis hin zu vollständig automatisierten, laserscangestützten, räumlichen Vermessungen des Tragwerks [108, 150, 200]. Die spezifischen Vor- und Nachteile bzw. erreichbare Genauigkeiten sind sowohl vom Verfahren (etwa Messabstände), als auch vom Messgerät abhängig. Mit speziellen 3D-Lasermessverfahren sind Genauigkeiten ± 0,1 mm [154] und bis in den µm-Bereich [200] möglich.

Da aufgrund der Unkorreliertheit der Einzelmaße nur geringe Mittelwertabweichungen zu erwarten sind, werden potentielle Verbesserungen infolge der Nachmessung hier einzig anhand reduzierter Varianzen untersucht. Dazu ersetzt eine, in allen Bereichen gleiche, Standardabweichung $\sigma_{\Delta l}$ = 0,5 mm die initial angenommenen, längenabhängigen Streuungen. Diese entspricht etwa der Messgenauigkeit üblicher Präzisionstachymeter.

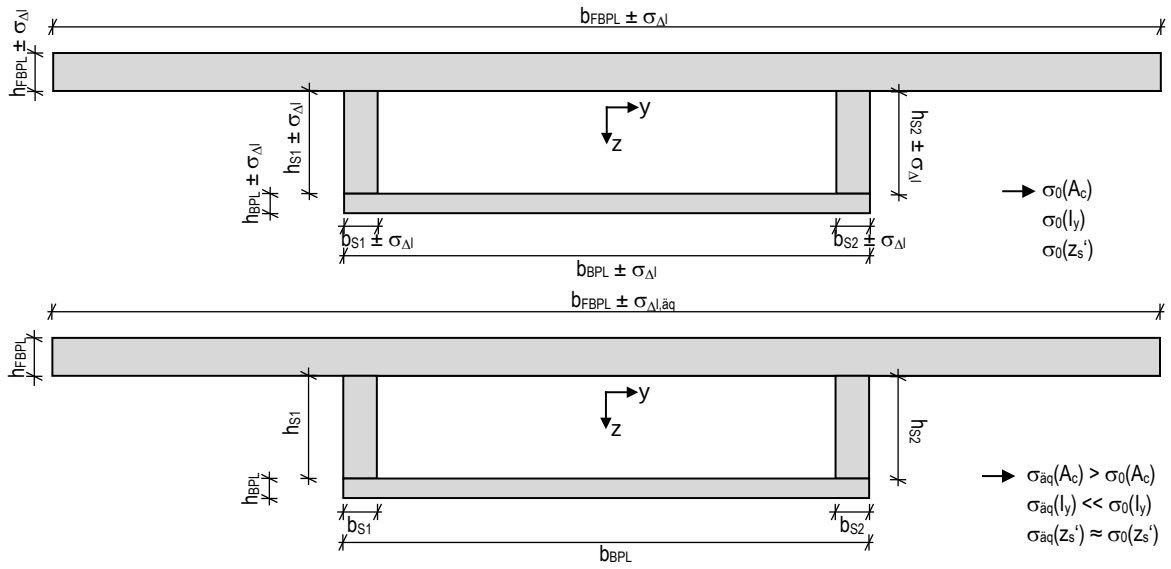



Bild 5.6: Untersuchter Querschnitt mit acht unkorrelierten Basisvariablen (oben); Vereinfachung auf eine Basisvariable (unten)

Damit leiten sich reduzierte Varianzen der drei zentralen Querschnittswerte durch Varianzfortpflanzung aus acht unkorrelierten Einzelmaßen (Bild 5.6, oben) ab. Diese sind in Tabelle 5.5 analog zu Abs. 4.6.4 analytisch bzw. durch Simulationen ermittelt worden. Im Vergleich mit den initialen Streuungen nach Tabelle 4.10 wird eine wesentliche Genauigkeitssteigerung um etwa eine Zehnerpotenz für alle drei Werte erreicht.

Tabelle 5.5: Durch Messungen verbesserte stochastische Kenngrößen der Querschnittswerte

| **Parameter** | | **Querschnitts-fläche $A_c$ [m²]** | **Schwerpunkt $z'_s$ [m]** | **Flächenträgheits-moment $I_y$ [m⁴]** |
|---|---|---|---|---|
| analytisch | Mittelwert $\mu$ | 4,723 | 0,446 | 1,056 |
| | Standardabweichung $\sigma$ | $5{,}5\cdot10^{-3}$ | - | - |
| Simulationen | Mittelwert $x_m$ | 4,723 | 0,446 | 1,056 |
| | Standardabweichung $s$ | $5{,}4\cdot10^{-3}$ | $5{,}1\cdot10^{-4}$ | $2{,}6\cdot10^{-3}$ |

Zwecks Parameterreduktion wird im Rahmen der folgenden stochastischen Analysen anstelle von acht (oder mehr) Einzelmaßen hier einzig die Breite der Fahrbahnplatte $b_{FBPL}$ als geometrische Basisvariable verwendet; die übrigen Maße sind deterministisch (Bild 5.6, unten). Für $b_{FBPL}$ wird eine modifizierte, reduzierte Varianz angesetzt, die sich gleichwertig zu den acht Einzelmaßen auf die Ergebnisgrößen auswirken soll. Tatsächlich führt diese Vereinfachung zu ungleichen Varianzreduktionen der drei charakterisierenden Kennwerte ($A_c$, $z'_s$ und $I_y$). Die äquivalente Varianz des Flächenträgheitsmoments $V_{äq}(I_y)$, infolge eines variablen und sieben deterministischer Einzelmaße, erfordert eine wesentlich größere Varianz der Fahrbahnplattenbreite $V_{äq}(b_{FBPL})$ als etwa die Querschnittsfläche $V_{äq}(A_c)$. In den folgenden Untersuchungen wird die äquivalente Standardabweichung $\sigma_{\Delta l,äq} = \sigma_{b,FBPL} = 0{,}025$ m angesetzt; diese erzeugt: $\sigma_{Ac} = 8{,}2\cdot10^{-3}$ m², $\sigma_{zs'} = 4{,}8\cdot10^{-4}$ m und $\sigma_{Iy} = 7{,}1\cdot10^{-4}$ m⁴. Im Vergleich mit den Ergebnissen nach Tabelle 5.5 wird

die Standardabweichung der Querschnittsfläche überschätzt, diejenige der Schwerpunktlage gut angenähert, für das Flächenträgheitsmoment wird sie hingegen unterschätzt. Diese Abweichungen werden jedoch aufgrund der damit verbundenen, erheblichen Parameterreduktion akzeptiert.

Weitere geometrische Parameter, die durch Messungen genauer bestimmt bzw. aktualisiert werden können, sind die Betonstahl- und Spannstahllagen. Hierzu ermitteln etwa Detektionsgeräte über elektromagnetische Induktion oder mittels Radar die Betondeckung und bestimmen somit deren Lagemaße [60]. Zur Untersuchung solcher Kenntnissteigerungen wird die Standardabweichung der maßgebenden, variablen Lageparameter auf $\sigma = 2$ mm reduziert; dies entspricht im Vergleich zur initial angenommenen Streuung der Anforderung, dass das Verhältnis von Maßtoleranz zu Messgenauigkeit ≥ 5 ist [117].

Zur stochastischen Untersuchung der Genauigkeitssteigerung wird schließlich für die aktualisierte Lagebestimmung des Bemessungsquerschnitts „Koppelfuge“ im Längssystem eine Standardabweichung $\sigma = 2$ cm angesetzt. Tabelle 5.6 fasst die verbesserten Schätzungen für die drei Geometrievariablen der folgenden stochastischen Untersuchungen im Vergleich zu den initialen Annahmen nach Abs. 4.6.4 zusammen.

Tabelle 5.6: Stochastische Parameter der Geometrie und deren verbesserte Kennwerte nach Messungen

| **Parameter** | | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\mu$ | $\sigma$ | $\mu^*$ | $\sigma^*$ |
| Fahrbahnplattenbreite [m] | $b_{FBPL}$ | N | 9,90 | 0,30 | 9,90 | 0,025 |
| maßg. Spanngliedlage [m] | $z'_{p,i}$ | N | 1,31 | 0,0061 | 1,31 | 0,0020 |
| Lage der Koppelfuge [m] | $x_{KF}$ | N | - | 0,10 | - | 0,02 |

### Eigenlasten

Initial angesetzte Eigen- und Ausbaulasten gemäß den Ausführungsplänen, statischen Berechnungen und Bauwerksbeschreibungen basieren auf generellen Schätzungen der Wichten von Stahlbeton, Asphalt, Kappen usw. Aus ergänzenden Dichtemessungen an Probekörpern lassen sich, in Kombination mit der aktualisierten Geometrie, verbesserte Lastannahmen der ständigen Einwirkungen ableiten. Diese fließen in das Grundmoment sowie in die Kalibrierung nach Abs. 5.3 ein und werden dabei mit den geometrischen Verbesserungen kombiniert. Die Ergebnisse für das Referenzbauwerk sind in Anhang C zusammengefasst.

Für detaillierte stochastische Untersuchungen sind zufallsbedingte Veränderungen der Eigenlasten entlang der Längsachse zu berücksichtigen. Anhand von Korrelationslängen wird dabei die Abhängigkeit der Streuung über die Bauwerkslänge beschrieben, wodurch die Abhängigkeit der Betonchargen und deren Vermischungen erfasst werden. Darauf wird hier jedoch aufgrund der erforderlichen Simulationsanzahl für die stochastischen Untersuchungen und aufgrund des hohen Berechnungsaufwand für das Gesamttragwerks verzichtet; einen Ansatz zur Beschreibung veränderlicher Materialeigenschaften über die Tragwerkslänge untersucht [264].

## 5.3 MODELLKALIBRIERUNG

Das tatsächliche Tragverhalten einer Struktur kann insbesondere bei hochgradig statisch unbestimmten Systemen von der vereinfachten Modellvorstellung abweichen. Zudem führen ungenau bekannte Bodenparameter und Lagerungsbedingungen sowie die zuvor beschriebenen geometrischen und werkstoffbedingten Unsicherheiten bei der Tragwerksanalyse mitunter zu erheblichen Abweichungen. Hier können Modellkalibrierungen zu einer wesentlichen Genauigkeitssteigerung der Bauwerksanalyse und Lebensdauerprognose beitragen.

Allgemein wird zwischen modellfreien und modellbasierten Ansätzen zur Interpretation von Messdaten unterschieden. Modellfreie Ansätze sind nicht an physikalische Randbedingungen gebunden und suchen etwa einen Trend oder Anomalien in den Messdaten, wohingegen modellbasierte Ansätze bestehende physikalische Modelle so anpassen, dass die Beobachtung mit ihnen interpretiert werden kann. Letzteres fällt in den Bereich der Modellkalibrierung.

Ziel ist es, ungenau bekannte oder fehlerhaft angenommene Modellparameter durch verbesserte Annahmen zu ersetzen – das Modell zu kalibrieren. Hier ist zu berücksichtigen, dass nur ein Teil der Ungenauigkeiten und der Fehler des Berechnungsmodells durch die Kalibrierung korrigiert und erfasst werden kann. Solche beeinflussbaren Modellfehler sind etwa [53]:

- die Steifigkeit des Überbaus (E-Modul des Betons), auch unter Berücksichtigung der Asphaltschicht und der Kappen,
- die Gründungsverhältnisse und daraus abgeleitete Federsteifigkeiten,
- die Geometrie, Querschnittskennwerte ($A_c$, $I_y$, …) bzw. -abmessungen oder effektive Querschnittswerte zur Beschreibung der realen Spannungsausbreitung.

Modellierungsbedingte Fehler können nicht durch eine Kalibrierung behoben werden, da sie durch die Idealisierung des Tragwerks oder das Finite-Elemente-Modell entstehen und dieses das tatsächliche Tragverhalten nicht ausreichend beschreiben kann. Hier gibt die Kalibrierung jedoch Hinweise auf Abweichungen, die durch detailliertere (aufwendigere) Berechnungsmodelle behoben werden können. Mögliche Ursachen für Abweichungen zwischen Modell und Tragwerk sind etwa [180]:

- die Vereinfachung der Struktur und damit verbundenes, mangelhaftes Erfassen einzelner Effekte (etwa Schubverformungen oder Verwölbungen),
- unpassende Elementformulierungen und Lösungsverfahren,
- grundlegend fehlerhafte Modellierung der Randbedingungen,
- fehlerhafte Lastannahmen,
- nicht ausreichende Berücksichtigung des nichtlinearen Tragverhaltens,
- nicht ausreichende Modellqualität, Diskretisierung, Modellierungsfehler.

Einen Überblick verschiedener Verfahren der Modellkalibrierung und Systemidentifikation geben [53, 79]. Diese basieren zumeist auf:

- der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}_e)$ (Satz von BAYES) unter Berücksichtigung des zusätzlichen Wissens $\boldsymbol{\theta}_e$ über das Tragverhalten und daraus abgeleiteten Modellen,

- der Modellfalsifizierung, die aus einer endlichen Vielzahl von Modellkandidaten solche verwirft, die ein bestimmtes Grenzkriterium nicht erfüllen,
- Ansätzen mit einer Vielzahl von Modellkandidaten, die auf ihre Eignung geprüft werden und etwa durch die Identifikation von Clustern ein bestes (robustes) Modell finden,
- der Identifikation und Anpassung der modalen Eigenschaften des Systems,
- der Fehlerminimierung, aus der das „beste“ Modell abgeleitet wird.

Im Rahmen der Untersuchungen des Referenzbauwerks erfolgte eine modellbasierte Kalibrierung durch Minimieren der Abweichungen zwischen rechnerischen und gemessenen Größen, bei wiederholter Aktualisierung des Modells [67] (vgl. auch [142]). Die detaillierten Ergebnisse und das Vorgehen enthält Abs. 7.4. Dieser vergleichsweise einfache und elementare Ansatz ist für die Kalibrierung hinsichtlich spezieller und lokal begrenzter Anforderungen (hier: Spannungsermittlung in der Koppelfuge) gut geeignet. Dabei ist zu beachten, dass das kalibrierte Modell nur für begrenzte Bereiche und die spezifischen Anforderungen – die durch die erhobenen Messdaten abgedeckt sind – gültig ist. So kann bspw. nicht von einer vertikalen Verformungsmessung auf die horizontale Steifigkeit des Brückenquerschnitts geschlossen werden.

Die Messdaten entstammen Probebelastungen, wie sie schon seit langer Zeit zur Beurteilung von Berechnungsmodellen und –annahmen bestehender und neu gebauter Brücken verwendet werden. Die resultierenden Systemreaktionen (Verformungen, Verdrehungen, Dehnungen) unter definierten Lasten in maßgebenden Positionen werden mit den erwarteten rechnerischen Größen verglichen. Die Messgröße ist dabei oftmals die Vertikalverformung, sie kann aber auch – wie im Falle des Referenzbauwerks – eine Dehnungsänderung sein.
Maßgebende Lastpositionen ergeben sich aus der Einflusslinie des initialen Berechnungsmodells, um extremale Beanspruchungszustände im Untersuchungsquerschnitt der Koppelfuge zu erzeugen (vgl. Bild 4.6). Durch Verschiebung des Belastungsfahrzeugs mit der Last $F$ im Quersystem leitet sich zudem die Querverteilung für ein Balkenmodell ab. Dazu wird die Lastposition von der Mitte $y(F) = 0$ zum Rand $y_{\mathrm{Rand}}$ verschoben. Die Ordinate der Querverteilungslinie $\eta_{\mathrm{i}}$ für den Steg $i$ des Hohlkastens wurde am Referenzbauwerk direkt aus der Dehnungszunahme des Spannstahls $\varepsilon_{\mathrm{p}}$ im entsprechenden Steg bzw. indirekt aus Verformungen und Verdrehungen ermittelt. Dabei sind die variablen Ordinaten in Abhängigkeit der Laststellung (max. $M_{\mathrm{y}}$ oder min. $M_{\mathrm{y}}$) zu differenzieren.

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_p(y(F) = y_{Rand})}{2\ \varepsilon_p(y(F) = 0)} \tag{5-5}$$

Begleitende Verformungsmessungen am Referenzbauwerk erfolgten mittels Präzisionsnivellement ($\sigma < 1$ mm/km), wobei sich nach wenigen Minuten Standzeit des Belastungsfahrzeugs in der Lastposition ein asymptotischer Verlauf der Verformungen und Dehnungen einstellte. Achslasten des Belastungsfahrzeugs lassen sich allgemein mit ausreichender Genauigkeit durch mobile Waagen oder mit speziellen, ortsfesten Fahrzeugwaagen bestimmen.

Nach Erfassung der Messdaten werden, basierend auf einem initialen Berechnungsmodell aus Planungsunterlagen, schrittweise Modellkandidaten erstellt, die durch aktualisierte Eigenschaften

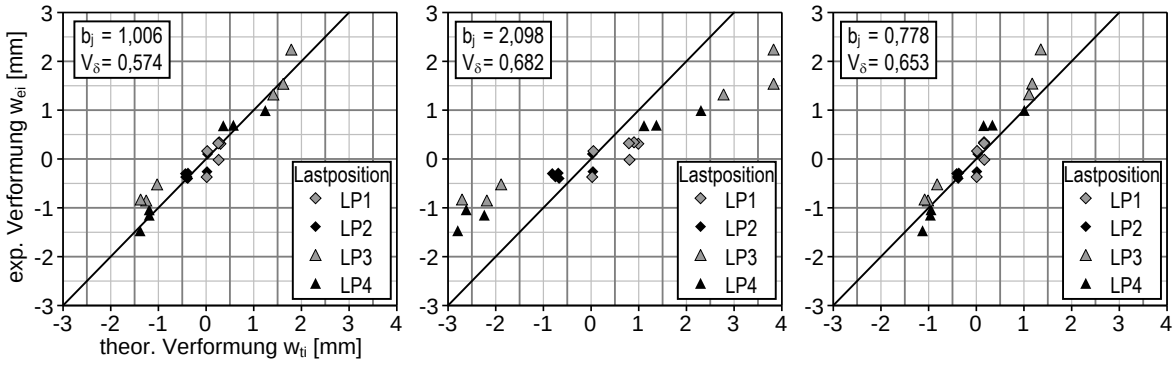



Bild 5.7: Gegenüberstellung gemessener Vertikalverformungen mit den Ergebnissen dreier Modellkandidaten für das Referenzbauwerk nach Kap. 7

(Materialdaten, geometrische Anpassungen) verbessert werden.

Die (theoretischen) Modellgrößen $\theta_{ti}$ und experimentellen Messgrößen $\theta_{ei}$ werden als $m$ Wertepaare gegenübergestellt. Für ein ideales Modell ohne Abweichungen liegen alle Punkte auf der Diagonalen (vgl. Bild 5.7). Eine Maßzahl zur Beurteilung des Modells $j$ stellt die Mittelwertabweichung $b_j$ dar.

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} \theta_{tji}\, \theta_{ei}}{\sum_{i=1}^{m} {\theta_{tji}}^2} \tag{5-6}$$

Durch die Bildung des Quotienten wird, im Gegensatz zu gewöhnlichen, differenzenbasierten Ansätzen, eine gleichmäßige Wichtung aller Vergleichsgrößen erreicht. Dies ist etwa bei Verformungsmessungen in Feldmitte und an der Koppelfuge (dort deutlich geringere Verformungen) günstig.

Auch ein Modell, dessen Punkte ($\theta_{ti}|\theta_{ei}$) gleichmäßig ober- und unterhalb der Diagonalen liegen, aber weit davon entfernt, kann eine geringe Mittelwertabweichung erreichen ($b \approx 1$). Daher wird zusätzlich der Variationskoeffizient $V_{\delta,j}$ als Kennwert der Streuung ermittelt (Bild 5.7). Dieser identifiziert nichtlineare Modellierungsfehler, die nicht durch eine globale Steifigkeitserhöhung eliminiert werden können, sondern ggf. detailliertere Modellierungsansätze erfordern. Der Variationskoeffizient der Modellkalibrierung berechnet sich nach den Gln. (5-7) bis (5-9):

$$\Delta_{j,i} = \ln\left(\delta_{j,i}\right) = \ln\left(\frac{\theta_{ei}}{b_j \cdot \theta_{t,j,i}}\right) \tag{5-7}$$

$${s_{\Delta_j}}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(\Delta_{j,i} - \overline{\Delta}_j\right)^2 \tag{5-8}$$

$$V_{\delta,j} = \sqrt{e^{{s_{\Delta_j}}^2} - 1} \tag{5-9}$$

Dabei bezeichnet $\overline{\Delta}_j$ das arithmetische Mittel der $\Delta_{i,j}$ des Modellkandidaten $j$. Wertepaare unterschiedlichen Vorzeichens werden vernachlässigt, da die ihre Ergebnisgröße meist nahe null ist.

Das Optimum der Modellkalibrierung ist das Modell mit einer Mittelwertabweichung $\hat{b} = 1$ und einem zugehörigen Variationskoeffizienten $\hat{V}_\delta = 0$. Aufgrund modellierungsbedingter Fehler ist dieses Optimum im Rahmen physikalisch begründeter Modelle oftmals nicht erreichbar – kein

Modell bildet die Realität vollständig und allumfassend korrekt ab. Das „beste“ Modell (in Bild 5.7 das linke) wird aus der Vielzahl von Modellkandidaten für weitere Untersuchungen gewählt.

## 5.4 IMPLEMENTIERUNG ZEITABHÄNGIGER PARAMETER

Zeitabhängige Größen des Lebensdauermodells sind nach Abs. 4.5 die bereits in Abs. 5.2.1 untersuchte Festigkeits- und Steifigkeitsentwicklung des Betons, sowie die zeitabhängigen Entwicklungen der Verkehrsbelastung und der kriech- und schwindbedingten Spannkraftverluste.

### 5.4.1 Verkehrsentwicklung

Die tatsächliche Verkehrsbelastung eines Bauwerks weist mitunter erhebliche Abweichungen von der normbasierten Annahme auf. Sowohl hinsichtlich der Gesamtverkehrszahl als auch der Fahrzeuggewichte können lokal wesentliche Abweichungen vom allgemeingültigen Trend entstehen, den etwa die Nachrechnungsrichtlinie in Abhängigkeit verschiedener Randbedingungen vorgibt. Bei Betrachtung der gesamten Bauwerkslebensdauer bewirkt der hieraus entstehende Fehler wesentliche Abweichungen vom Ist-Zustand.

Regelmäßige Verkehrszählungen im direkten Umfeld eines Bauwerks können Auskunft über das tatsächliche Schwerverkehrsaufkommen geben. Solche Zählungen der Fahrzeuganzahl (Schwer- und PKW-Verkehr separiert) stehen an ausgewählten Stellen auch über größere Zeiträume zur Verfügung. Erhebungen zur Entwicklung der Fahrzeugtypen und -gewichte existieren nur vereinzelt aus wissenschaftlichen Untersuchungen und für spezielle (repräsentative) Strecken, jedoch nicht für einzelne Straßenabschnitte oder Bauwerke. Die Fahrzeuglasten und deren relativer Anteil am Gesamtverkehr werden deshalb wie nach Abs. 2.5 beibehalten. Im Rahmen der Arbeit wird einzig die Häufigkeitsentwicklung des Schwerverkehrsaufkommens betrachtet.

Für das Referenzbauwerk lagen Daten regelmäßiger (ab 2011 dauerhafter) Verkehrszählungen vor. Sie ermöglichen eine verbesserte Abschätzung vergangener Verkehrshäufigkeiten am Bauwerk und eine Prognose zukünftiger Verkehrsbelastungen. Die lokalen und bauwerksspezifischen Daten der Zählungen werden dazu in eine Trendfunktion (mögliche Ansatzfunktionen in Abs. 4.5.3) überführt und ersetzen nach Anpassung durch stochastische Auswertungen die globalen Ansätze der Regelwerke. Dieses Vorgehen wird im Folgenden beschrieben.

Die Verkehrsbelastung ist oftmals eine instationäre Zeitreihe (zeitabhängiger Prozess). Zur Untersuchung ihrer Streuung bietet sich deshalb zunächst eine Trendbereinigung dieser Zeitreihe durch Transformation in einen stationären Prozess an. Dazu wird eine Trendfunktion durch Minimierung der Fehlerquadrate an die Zähldaten angepasst. Alternative Anpassungsverfahren sind etwa die $R^2$-Statistik oder die angepasste $R^2$-Statistik, die einfache Modelle mit wenigen Parametern bevorzugt [178]. Dies ist bei wenigen Daten sinnvoll.

Bei der Modellanpassung ist ein „*overfitting*“ zu vermeiden. Das Modell mit der besten Anpassung an die Messdaten muss nicht zwingend das beste Modell zur Vorhersage zukünftiger Ereig-

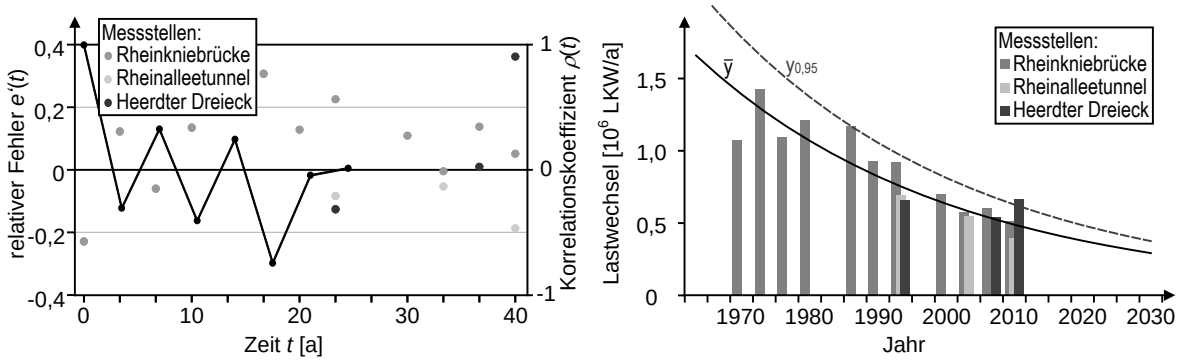



Bild 5.8: Relativer Fehler der Zählungen und der Koeffizient der Autokorrelation (links); Ergebnisse der Verkehrszählungen mit Trendfunktion und 95 %-Quantil (rechts)

nisse sein. Solch ein Modell besteht tendenziell aus zu vielen variablen Parametern, um die bestehenden Daten bestmöglich abzubilden (*engl.: overfitting*) [178]. Daher werden gemäß MONTGOMERY et al. die verfügbaren Messdaten in Trainings- und Testdaten aufgeteilt. Anhand der Trainingsdaten wird ein Prognosemodell erstellt (Trendfunktion $y(t)$) und dessen Abweichung von den Testdaten geprüft. Durch Minimierung der Standardabweichung wird das beste Prognosemodell identifiziert. Allgemein werden etwa 20 bis 25 Testdaten empfohlen [178]. Da dieser Umfang oftmals schon die verfügbare Anzahl separater Verkehrszählungen überschreiten wird (für das Referenzbauwerk sind es 17, Bild 5.8 rechts), wird hier eine Modifikation des Ansatzes vorgenommen, in welcher alle Daten zur Anpassung verwendet werden. Zu beachten ist, dass bei Lebensdaueranalysen gealterter Bauwerke die Abbildung bisheriger Belastungszustände ebenso wichtig ist wie deren Prognose. Beide können einen signifikanten Anteil der Ermüdungsschädigung leisten und sollten dementsprechend in gleicher Qualität erfasst werden.

Die Analyse zufällig generierter und gemessener Zeitreihen zeigt, dass eine Transformation auf normierte Abweichungen $e'$ vorteilhaft ist, um aus der nichtlinearen Trendfunktion der Verkehrsentwicklung einen stationären Prozess des Fehlers zu generieren. Die Differenzen der gemessenen Daten zur Trendfunktion $y_{t,i}$ ($\hat{=}$ Fehler) werden hierzu auf den zugehörigen Wert der Trendfunktion $y(t)$ normiert, sie stellen somit relative Fehler dar.

$$e'(t) = \frac{y_{t,i} - y(t)}{y(t)} \tag{5-10}$$

Aufgrund des geringen Umfangs an Messdaten wird das Modell durch grafische Methoden auf seine Eignung geprüft. Dazu wird der normierte Fehler in Bild 5.8 (links) über die Zeit dargestellt. Autokorrelationen sind in der Zeitreihe des normierten Fehlers für die Messdaten gering. Sie werden nicht weiter berücksichtigt. Allerdings sind, wenn Verkehrsdaten häufig (d. h. in kurzen Abständen, $\Delta t < 1$ a) erhoben werden, relevante Autokorrelationen in den normierten Abweichungen etwa saisonal möglich. In solchen Fällen können diese für die Prognose der Verkehrszählung durch einen Faktor $\phi$ (< 1) berücksichtigt werden. Dieser gibt eine Maßzahl an, inwieweit der vorherige Wert $e'(t - 1)$ den (prognostizierten) folgenden $e'(t)$ beeinflusst. Den stochastischen Anteil an $e'(t)$ erzeugt die normalverteilte Zufallsvariable $a(t)$ [178].

$$e'(t) = \phi\, e'(t-1) + a(t) \tag{5-11}$$

Dieser Ansatz ist grundsätzlich auf größere Korrelationslängen (also mehrere vorherige Werte $e'(t-2)$, $e'(t-3)$ …) erweiterbar. Die Schätzung des folgenden Werts ergibt sich stets mit dem Erwartungswert $a(t) = 0$ allein aus der Korrelation zum Vorgängerwert. Das Prognoseintervall mit $(1-\alpha)$ als Konfidenzintervall leitet sich aus den $\alpha$-Rändern einer Standardnormalverteilung $z_{\alpha/2}$ und $s_{e'}$ als Standardabweichung des normierten Fehlers ab:

$$\phi\, e'(t-1) - z_{\alpha/2} \cdot s_{e'} \leq e'(t) \leq \phi\, e'(t-1) + z_{\alpha/2} \cdot s_{e'} \tag{5-12}$$

Der normierte Fehler nach Gl. (5-10) wird im Folgenden als normalverteilt und unkorreliert ($\phi = 0$) angenommen. Somit gehen ansteigende Verkehrsprognosen mit zunehmenden Streuungen einher und umgekehrt. Diese Annahme ermöglicht mittels Datensampling die Generierung einer mittleren, stochastischen Verkehrsentwicklung. Im Rahmen der Untersuchungen wird jedoch eine konservative Abschätzung mit dem 95 %-Quantil vorgeschlagen, um ein weiteres (lineares) Sicherheitselement in die Untersuchungen zu integrieren. Dieses ergibt sich aus der Standardabweichung des normierten Fehlers nach Gln. (5-13) und (5-14) und ist in Bild 5.8 (rechts) dargestellt.

$$s_{e'} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} {e'_i}^2} \tag{5-13}$$

$$y_{0,95}(t) = y(t) \cdot (1 + 1{,}645\, s_{e'}) \tag{5-14}$$

Für die Untersuchung der Genauigkeitssteigerung durch lokale Verkehrsdaten wird im monitoringbasierten Prognosemodell nach Abs. 5.7 das 95 %-Quantil beispielhaft aus dem relativen Fehler für die Zähldaten nach Bild 5.8 (rechts) mit $s_{e'} = 0{,}172$ ermittelt. Die jährliche Änderungsrate $dn/dt$ stellt damit selbst keine Basisvariable der stochastischen Untersuchung mehr dar ($\sigma(dn/dt) = 0$), sie fließt aber weiterhin als Zeitvariable ($\mu(dn/dt) = \text{var.}$ mit $n(t) = y_{0,95}(t)$) ein (Bild 5.8, rechts).

### 5.4.2 Zeitabhängiges Materialverhalten aus Kriechen und Schwinden

Der wesentliche Anteil zeitabhängiger Spannkraftverluste, die mit erhöhten Ermüdungsbeanspruchungen einhergehen, ist auf Kriechen und Schwinden zurückzuführen. Das Modell B3 (Abs. 4.5.2) prognostiziert dies anhand initial angenommener Materialkennwerte und Randbedingungen, ist dabei jedoch mit Streuungen behaftet, vgl. Abs. 4.6.3. Durch regelmäßige Messungen (etwa der Verformung) kann der prognostizierte Verlauf angepasst werden. Ein Verfahren dazu wird hier vorgestellt. Zudem werden alternative Verfahren ergänzt, die bei Mangel initialer Vergleichsdaten angewendet werden können.

### Aktualisierung des Kriech- und Schwindmodells B3

Das Kriech- und Schwindmodell B3 kann mittels lokaler Messungen kalibriert werden. Der aktualisierte Kriechanteil wird dazu über die Konformitätsfunktion $J(t,t_0)$ angepasst. Die Korrektur der Schwinddehnungen ist dagegen sehr aufwendig und erfordert begleitend hergestellte Probekörper; vgl. [19]. Damit ist sie für Bestandsbauwerke im Allgemeinen nicht praktikabel. Das prinzipielle Vorgehen ist daher nur ergänzend in Anhang B aufgeführt.

Die folgenden Ausführungen sind auf das Verfahren zur Kalibrierung des Kriechprozesses anhand von frühen Messungen am Bauwerk nach [19] beschränkt:
Referenzdaten stehen in den meisten Anwendungsfällen nur für einen kurzen Zeitraum des Kriechens (aus der frühen Standzeit eines Bauwerks) zur Verfügung. Aus diesen wird die Konformitätsfunktion durch die zwei Korrekturparameter $p_1$ und $p_2$ angepasst. Diese skalieren die Parameter $q_1$ bis $q_5$ des Modells B3 linear. So wird die bisherige, prognostizierte Konformitätsfunktion (zu Abgrenzung mit $F(t,t_0)$ bezeichnet) in eine korrigierte Funktion $J_{\text{korr}}(t,t_0)$ überführt. Dabei wird die elastische Dehnung ($q_1$) mit $p_1$ skaliert, die übrigen materialabhängigen Parameter ($q_2$ bis $q_5$) mit $p_2$ [19]. Damit ergibt sich die angepasste Konformitätsfunktion zu

$$J_{\text{korr}}(t,t_0) = p_1 + p_2\, F(t,t_0) \tag{5-15}$$

Hier stellt die Funktion $F(t,t_0)$ die bisherige, prognostizierte Konformitätsfunktion $J(t,t_0)$ abzüglich des elastischen Anteils (vgl. Gl. (4-65)) dar.

$$F(t,t_0) = J(t,t_0) - \frac{1}{E_{c0}} = C_0(t,t_0) + C_d(t,t_0,t_s) \tag{5-16}$$

Zur Ermittlung der Anpassungsparameter $p_1$ und $p_2$ werden die Ergebnisse von $n$ (Verformungs-) Messungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten in zugehörige Realisationen der korrigierten Konformitätsfunktion $J_{\text{korr,i}}$ transformiert. Aus den zugehörigen – auf Basis der initialen Annahmen – prognostizierten Werten der Konformitätsfunktion $F_{\text{i}}(t_{\text{i}},t_0)$ leiten sich die Korrekturparameter mittels linearer Regression (Minimierung der Fehlerquadrate) ab [19]:

$$p_2 = \frac{n\ \sum F_i\, J_i - \sum F_i\ \sum J_i}{n\ \sum {F_i}^2 - (\sum F_i)^2} \tag{5-17}$$

$$p_1 = \bar{J} - p_2 \bar{F}$$

mit $\bar{F}$ und $\bar{J}$ als arithmetische Mittel der $F_{\text{i}}$ bzw. $J_{\text{i}}$.

Allerdings ist eine Anpassung des Langzeitkriechverhaltens anhand von Ergebnissen einer Kurzzeitmessung ebenfalls mit großen Unsicherheiten behaftet. Dies spiegeln verschiedene Messungen kriechbedingter Brückenverformungen wider, aus denen BAŽANT et al. [29] ein Verfahren zur Aktualisierung des langzeitigen Kriechprozesses ableiten. Dazu werden die beiden Parameter $q_3$ und $q_4$ skaliert, da diese vorrangig den langzeitigen Kriechverlauf steuern. Als globaler Mittelwert verschiedener, langzeitiger Messungen in [29] ergibt sich $p_2$‘ = 1,6. Dieser kann als Anhaltswert des Maßes übermäßiger Kriecheffekte dienen.

### Alternative Verfahren zur Kalibrierung zeitabhängiger Verluste

Um auch mögliche bauablaufbedingte Fehler während des Einbaus oder des Vorspannprozesses in die Untersuchungen zu integrieren oder falls keine initialen Vergleichsdaten der Kriechverformungen zur Verfügung stehen, kann die verbliebene Vorspannkraft mit alternativen Verfahren ermittelt werden. Diese sind etwa:

- die Bestimmung der Belastungssituation, die zum Übergang des Untersuchungsquerschnitts (Koppelfuge) in den Zustand II führt (Kalibrierung der $M$-$\sigma$-Beziehung)
    a) durch Probebelastungen mit sukzessiver Laststeigerung
    b) durch Kalibrierung anhand des Grundmoments aus Temperaturbeanspruchung (vgl. [262, 273])
- Durchtrennen von Spanngliedern /-litzen und Messung des Dehnungsrückgangs mit DMS wie es am Referenzbauwerk erfolgt ist [31].

Für die folgenden Auswertungen zur Prognoseverbesserung wird angenommen, dass sich der Variationskoeffizient des Skalierungsfaktors der Kriech- und Schwindverluste $a_{KS}$ durch Messungen und Aktualisierungen des Modells um die Hälfte auf 0,05 reduzieren lässt. Die Korrektur des mittleren Verlaufs durch Anpassung an die Messwerte fließt hier nicht ein. Durch diese Varianzreduzierung kann in Kap. 6 der Einfluss des Parameter mit varianzbasierten Verfahren untersucht werden; er repräsentiert somit in den Simulationsrechnungen eine beispielhafte Genauigkeitssteigerung.

## 5.5 TEMPERATURMESSUNG

Der Nutzen höherwertiger, bauwerksspezifischer Temperaturuntersuchungen wurde in Abs. 4.4 gezeigt. Beim Temperaturmonitoring mit langzeitiger Messung der Bauwerkstemperatur an spezifischen Stellen werden hier zwei Ansätze differenziert:

- die direkte Ableitung bzw. Messung des Temperaturprofils oder
- die Verifikation der numerischen Temperatursimulation.

Beide dienen der Ableitung individueller Temperaturprofile und daraus ermittelter Zwangsbeanspruchungen. Da der vertikale Temperaturgradient $\Delta T_{My}$ die wesentlichen Zwangsspannungen erzeugt und Temperaturprofile wenig gekrümmter Bauwerke über die Länge annähernd konstant sind (vgl. Abs. 4.4), ist die Instrumentierung eines einzelnen Querschnitts i. d. R. ausreichend. Die erforderliche Sensorenanzahl, um aus den diskreten Messpunkten mittels linearer oder nichtlinearer Interpolationsverfahren das Temperaturprofil zu generieren, kann vorab aus beispielhaften Temperatursimulationen in Abhängigkeit der Querschnittsform abgeschätzt werden. Die Güte der Interpolation ist dabei sowohl von der Anzahl, als auch von den Abständen der Messstellen in Bereichen hoher Gradienten abhängig. Günstig ist dazu die Anordnung mehrerer Sensoren in der Fahrbahnplatte, da hier durch die direkte Sonnenstrahlung in Kombination mit gevouteten Flanschen große Differenzen auftreten. In den zumeist beschatteten Stegen sind die Verläufe

besser interpolierbar, weshalb hier weniger Sensoren ausreichen. Gleiches gilt für die Bodenplatte, die für übliche Untergrundverhältnisse vorrangig diffuse Strahlungsanteile erfährt und damit keine großen Temperaturgradienten aufweist. Eine symmetrische Anordnung ist stets sinnvoll, um Unterschiede in Querrichtung (etwa durch den Sonnengang) zu erfassen. Die Ermittlung von Temperaturbeanspruchung aus einem interpolierten Temperaturprofil erfolgt mit den Gln. (4-55) bis (4-60). Zum Vergleich: die nichtlinearen Temperaturprofile gemäß EUROCODE 1-1-5 setzen sich aus bis zu sechs Stützstellen über die Höhe zusammen [68].

Übliche Sensoren sind Thermoelemente (sog. *K*-Elemente) aus einer Chromel-Alumel-Verbindung, die die Temperaturänderung über Spannungsdifferenzen erfassen [195]; diese wurde auch am Referenzbauwerk verwendet. Detaillierte Empfehlungen zur Wahl des Thermoelements enthält [31]. Die Thermoelemente werden in Bohrlöcher in ausreichender Tiefe gesetzt und mit einer Wärmedämmung verschlossen, um die tatsächliche Bauteiltemperatur zu messen (vgl. [31]). Für die unmittelbare Berechnung von Temperaturbeanspruchungen ist die Lage mittig im Teilquerschnitt günstig.

Die Messrate für ein Temperaturmonitoring kann vergleichsweise gering gewählt werden, da die klimatische Schwingungsperiode im Regelfall ein ganzer Tag ist. Mit $f_{TM} = 1/3600$ Hz (eine Messung pro Stunde) wird eine komplette, sinusförmige Schwingung durch 24 Messungen abgetastet. Die Untersuchungen am Referenzbauwerk zeigen, dass der Tagesverlauf, inklusive seiner Spitzenwerte, so repräsentativ abgebildet wird und dies zur Überführung in Histogramme ausreicht.

Dient die Messung der Verifikation einer numerischen Temperaturfeldberechnung, so ist – wie im Fall des Referenzbauwerks – eine geringere Sensorenanzahl ausreichend. Zudem ist die Lage der Sensoren von untergeordneter Bedeutung. Einzig deren exakte Kenntnis ist erforderlich, um Messwerte mit den Berechnungsergebnissen am zugehörigen Element zu vergleichen. Es empfiehlt sich die zusätzliche Messung der Innenlufttemperatur von Hohlkästen und die der Außenluft, um deren Ansätze im Berechnungsmodell bzw. zugeordneten Klimadaten verifizieren zu können. Im Rahmen der Untersuchungen des Referenzbauwerks dienten die Temperaturmessungen einzig der Verifikation der langzeitigen Berechnung. Dies ist bei nennenswerten klimatischen Temperaturschwankungen bereits nach wenigen Tagen möglich. Bei Abweichungen können zu kalibrierende Randbedingungen mittels Sensitivitätsanalysen bestimmt werden.

### Genauigkeitssteigerung durch spezifische Temperaturbeanspruchungen

Der Vergleich eines lokal ermittelten, bauwerksspezifischen Histogramms der vertikalen Temperaturgradienten – ob aus Messungen oder numerischen Berechnungen – mit dem vorgegebenen, allgemeingültigen Histogramm der Nachrechnungsrichtlinie [47] weist deutliche Abweichungen auf (Bild 5.9, links). Insbesondere die Ränder der diskreten Verteilungen, deren Bedeutung Abs. 4.6.7 zeigt, unterscheiden sich erheblich. Ähnliches zeigt der Vergleich mit Auswertungen an Hohlkastenquerschnitten von ZILCH et al. [272]. Die dabei ermittelten Daten weichen ebenfalls signifikant von dem generellen Histogramm der Nachrechnungsrichtlinie und dem des Referenz-

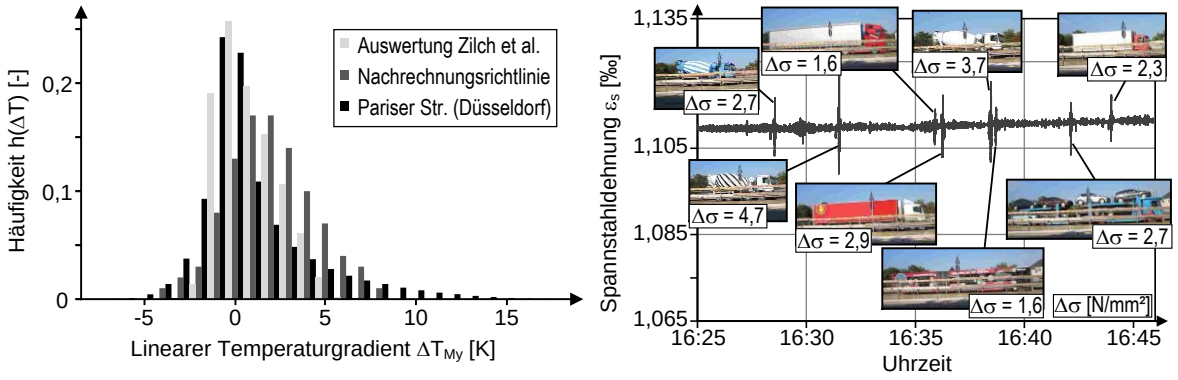



Bild 5.9: Vergleich bauwerksspezifischer und in der Nachrechnungsrichtlinie vorgegebener Temperaturgradienten (links); Videoabgleich zur Interpretation gemessener Dehnungsschwingbreiten (rechts)

bauwerks ab. Somit können individuelle Beanspruchungshistogramme der standortabhängigen Temperaturgradienten ein wesentliches Element zur Genauigkeitssteigerung darstellen, wobei die messdatenbasierte Verifikation numerischer Berechnungen empfohlen wird.

## 5.6 DEHNUNGSMESSUNG

Die direkte Messung von Dehnungsänderungen am Bauwerk bietet im Rahmen von Ermüdungsuntersuchungen eine unmittelbare und auch die größte Genauigkeitssteigerung. Sie kompensiert Fehler und Ungenauigkeiten der Lastmodellierung sowie der numerischen Spannungsberechnung, indem ein individuelles Belastungsspektrum am maßgebenden Querschnitt gemessen wird (Bild 5.1). Voraussetzung dafür ist, die Kenntnis (der Lage) des maßgebenden Querschnitts bzw. die Möglichkeit an der Untersuchungsstelle dauerhafte Messtechnik zu applizieren. Dies war für das Referenzbauwerk aufgrund des anstehenden Rückbaus ohne Einschränkungen gegeben.
Dabei gemessene Dehnungen stellen Dehnungsänderungen zum „Nullzustand“ bei Installation der Sensorik dar; die absolute Dehnung wird nicht bestimmt. Diese ist für Ermüdungsuntersuchungen am Spannstahl, aufgrund seiner geringen Mittelspannungsempfindlichkeit (Abs. 2.1), zudem nur von untergeordneter Bedeutung. Vielmehr stellen Dehnungsschwingbreiten, bzw. die daraus direkt ableitbaren Spannungsschwingbreiten[7], die maßgeblichen Beanspruchungen dar.

Mögliche Sensoren zur Ermittlung von Dehnungen bzw. Dehnungsänderungen sind:

- elektrische Dehnungsmessstreifen (kurz: DMS), die durch Änderung des elektrischen Widerstands Dehnungsänderungen erfassen [195],
    - als DMS auf dem Spannstahl oder Betonstahl oder
    - als Beton-DMS mit größerer Messlänge und ggf. auf einem Trägermaterial,
- optische Faser-Bragg-Gitter, die die Ausdehnung einer definierten Störstelle (Mikrostruktur) der optischen Faser durch Änderungen im Lichtspektrum erfassen [55],
- faseroptische Sensoren, die eine nahezu kontinuierliche Dehnungsmessung über die Länge der Faser ermöglichen [216],

[7] unter der Voraussetzung, dass der Spannstahl nicht plastiziert

- Längenmessungen mit Wegaufnehmern am Riss [143, 262].

Am Referenzbauwerk wurden direkt auf dem Spannstahl applizierte DMS eingesetzt. Sie bieten eine hohe Genauigkeit in der Messung. Sie werden in Viertelbrückenschaltung mit einem weiteren DMS auf einem mechanisch unbelasteten Trägermaterial verbunden, um eine Kompensation von temperaturbedingten Dehnungen im DMS selbst zu gewährleisten [195]. Zwecks Redundanz und statistischer Validierung der Messergebnisse werden mehrere DMS in einem Querschnitt angeordnet.
Zum mechanischen Schutz werden die DMS mit einem Abdeckmittel versiegelt. Geschirmte Kabel mit PVC- oder Silikonummantelung, zum Schutz vor chemischen, mechanischen oder elektrischen Störquellen, leiten das Messsignal zum Messverstärker. Dort wird es verarbeitet und zwecks Ausgabe und Speicherung an einen PC weitergegeben (Bild 5.1). Eine Mobilfunkverbindung des PCs (UMTS oder LTE zur Datenübertragung) ermöglicht die Fernwartung und einen regelmäßigen Messdatentransfer.

Ein Hilfsmittel zur Interpretation der Messdaten stellt ein Videoabgleich dar, der eine Videoaufnahme des Verkehrs auf der Brücke mit dem Messsignal synchronisiert. Bild 5.9 (rechts) zeigt einen Ausschnitt der Dauermessung am Referenzbauwerk und die Lastereignisse, die wesentlichen Ausschlägen im Dehnungs-Zeit-Verlauf zugeordnet werden können.

Erforderliche Messraten bei digitaler Abtastung eines analogen Signals leiten sich aus dem Schwingungsverhalten des Tragwerks ab. Dazu werden dessen erste Eigenformen und -frequenzen ermittelt, und daraus die maßgebenden Schwingungsformen für die untersuchte Beanspruchung (i. d. R. Biegung um die horizontale Querachse) identifiziert. In guter Näherung kann das Zehnfache der maßgebenden Eigenfrequenz als Messrate verwendet werden, um eine ausreichende Abtastung des Messsignals zu gewährleisten. Zudem ist das Schwingungsverhalten der überfahrenden Fahrzeuge zu berücksichtigen. Für Lastwagen liegt die erste Eigenfrequenz zwischen 1,5 und 4 Hz, relevante, hochfrequente Anteile bei etwa 10 bis 15 Hz [153]. Die untere physikalische Grenze stellt das SHANNONsche Abtasttheorem dar, das zur Vermeidung von Aliasing die Abtastfrequenz als Doppeltes der höchsten untersuchten Frequenz fordert (vgl. [31]).

Sofern die Messdaten in die Extrapolation künftiger und ggf. auch vorheriger Ermüdungsvorgänge einfließen sollen, ist ein ausreichend großer Messzeitraum erforderlich. Ein gesamtes Jahr ist erforderlich, um saisonale Veränderungen zu erfassen [143]; allerdings sind mindestens drei Jahre sinnvoll, um ein statistisch signifikantes Belastungsspektrum zu erhalten [263]. Hierbei ist zusätzlich das Langzeitverhalten der Messtechnik zu beachten [116]. Liegen keine so langen Zeiträume vor, müssen qualitativ hochwertige Hochrechnungen angestellt werden.
Unmittelbar kann die Dehnungsmessung im Rahmen der Ermüdungsberechnung eingesetzt werden, wenn bisherige Belastungszustände durch rechnerische, auf Lastmodellen basierende, Ansätze erfasst werden und ab Beginn der Dauermessung Beanspruchungen entsprechend der Messung akkumuliert werden. Ein globales Sicherheitselement kann dabei nach BRÜHWILER durch die Reduktion der kritischen Schädigungssumme auf bspw. $D = 0{,}5$ integriert werden [41].

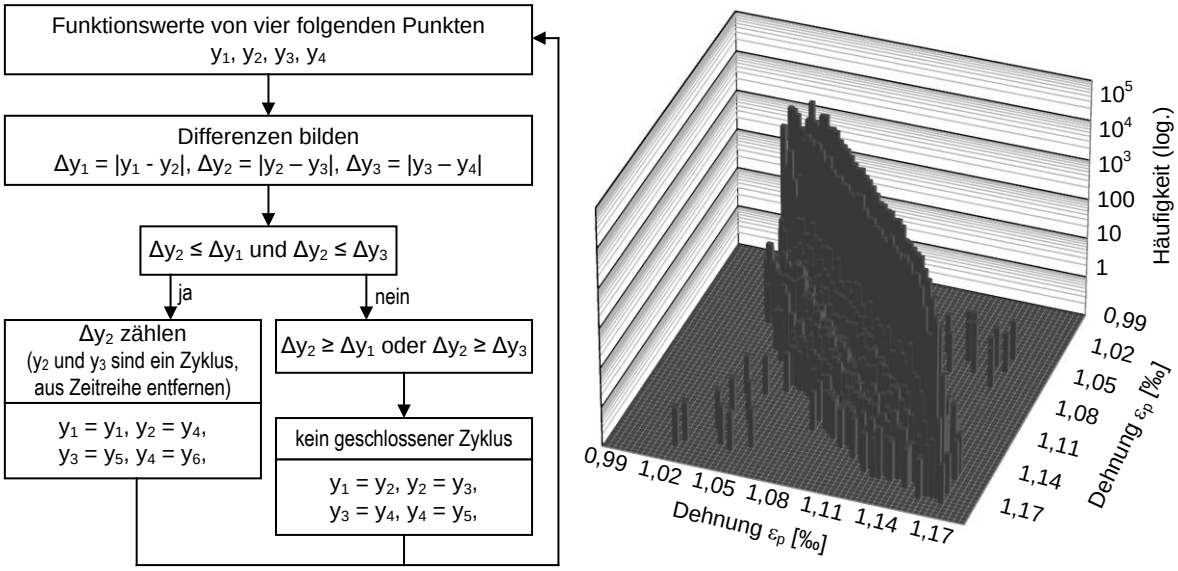



Bild 5.10: "Four-point"-Algorithmus des Rainflow-Verfahrens (links), MARKOV-Matrix der Schwingbreitenzählung (rechts)

Im Rahmen der Untersuchungen des Referenzbauwerks wird das Belastungsspektrum durch zeitabhängige Anpassungsfunktionen zur Berücksichtigung zeitabhängiger Lastzunahmen skaliert. Diese basieren auf den allgemeinen Lastmodellen. Zudem fließen die detaillierten, langzeitigen Verkehrszählungen in die Extrapolation der Häufigkeit des Belastungsspektrums ein. Dieses Vorgehen wird am Beispiel des Referenzbauwerks in Abs. 7.5 demonstriert.

### Aufbereitung der Dehnungsmessung

Die Identifikation von Schwingbreiten aus einer regellosen Zeitreihe erfolgt mit Zählverfahren. Deren zentrale Unterscheidungsmerkmale sind die Interpretation geschlossener Hysteresen und der Anzahl herausgelesener Parameter. Für Ermüdungsuntersuchungen stellen das zweiparametrische Rainflow-Verfahren nach MATSUISHI & ENDO [164] und die Reservoir-Methode die gängigen Zählverfahren dar, um aus einem Eingangssignal geschlossene Zyklen unterschiedlicher Schwingbreite zu identifizieren [135].

Den meisten Zählalgorithmen geht eine Reduktion der Messdaten voraus, die das Signal auf seine Umkehrpunkte reduziert, da zeitliche Einflüsse und die Form der Schwingung ohnehin nicht erfasst werden (können). Eine Klassierung – etwa nach dem Klassendurchgangsverfahren (*engl.: level crossing*) oder dem Spitzenwertverfahren (*engl.: peak counting*), weitere in [62] – reduziert den Datenumfang zusätzlich und definiert die „Auflösung“ der Auswertung. Die Klassenbreite sollte dem akzeptierbaren Fehler der Schwingbreiten entsprechen.

Für das hier verwendete Rainflow-Verfahren (vgl. Bild 5.11) wird die Zeitachse des Signals als vertikal nach unten verlaufend interpretiert. So ergibt sich die namensgebende Analogie der Amplituden des Verlaufs zu Pagoden, an denen Wasser herunterläuft. Der Wasserfluss beginnt am höchsten Punkt und „fällt“ an jedem Umkehrpunkt auf die nächste „Schwingungspagode“. In diesem Punkt schließt ein Schwingungszyklus und wird gezählt.

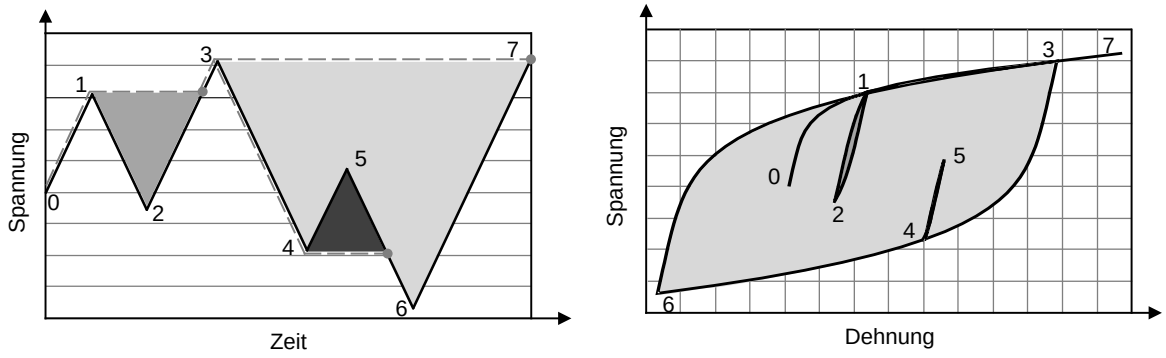



Bild 5.11: Prinzip des Rainflow-Verfahrens: „Herabfließendes“ Wasser an der Umkehrpunktfolge (links) und Interpretation als geschlossene Hysteresen (rechts)

Eine programmierbare Umsetzung dieses Vorgehens stellt der „*four-point*“-Algorithmus nach Bild 5.10 (links) dar. Dieser untersucht das Signal in einem Ablauf von vier Punkten auf geschlossene Zyklen und liest diese ggf. aus. Ausgelesene Schwingbreiten werden in einer MARKOV-Matrix (auch Von-Nach-Matrix in Bild 5.10, rechts) gespeichert, deren Zeilen die Startklassen (Extremwert der Schwingung) und Spalten die Zielklassen (Anfangs- und Endwert der Schwingung) sind; die Hauptdiagonale enthält Nullen [205]. Für die Auswertung von Spannungs-Zeit-Verläufen stellen die Einträge Ober- und Unterspannungen dar, die sich unmittelbar in Mittelspannungen und Amplituden bzw. Schwingbreiten transformieren lassen. Informationen über die zeitliche Abfolge und die Länge eines Signals gehen durch Zählverfahren verloren.

Die, nach Durchlaufen der Zeitreihe, verbliebenen Funktionswerte $y_i$ stellen das Residuum dar. Durch erneutes Anwenden des „*four-point*“-Algorithmus werden weitere Zyklen gezählt. Das nach mehreren Wiederholungen verbliebene, endgültige Residuum kann entweder für die Auswertung folgender, neuer Messdaten verwendet werden, in Form von halben Schwingbreiten einfließen, oder es wird ganz vernachlässigt. Sein Umfang ist kleiner oder gleich der gewählten Klassenanzahl, weshalb der Einfluss auf das Ergebnis einer Dauermessung mit $>> 10^5$ Messpunkten vernachlässigbar gering ist.

Eine Erweiterung stellt die Rainflow-HCM (*Hysteresis Counting Method*) nach [56] dar, die keine Überführung in eine Umkehrpunktfolge erfordert. Sie basiert auf dem Ziel, geschlossene Hysteresen zu ermitteln (Bild 5.11, rechts) und gibt oberhalb der Diagonalen hängende (nach unten ausschlagende) und unterhalb stehende (nach oben ausschlagende) Schleifen in der MARKOV-Matrix aus. Eine ausführliche Beschreibung, detaillierte Hintergründe und die Umsetzung der Rainflow-HCM enthalten [31, 56].

Da Form und Mittelwerte der Schwingungen in der Ermüdungsberechnung mittels Wöhlerlinien rechnerisch keinen Einfluss haben, wird die MARKOV-Matrix auf ein Histogramm reduziert – dies entspricht dem Belastungsspektrum der Messung. Dazu werden die Summen der Einträge der Nebendiagonalen gebildet, wobei jeweils die erste obere und untere Nebendiagonale einer Schwingbreite der gewählten Klassenbreite entspricht. Die zweite Nebendiagonale entspricht einer Schwingbreite der doppelten Klassenbreite usw.

## 5.7 MONITORINGBASIERTE, STOCHASTISCHE ERMÜDUNGSLEBENSDAUERPROGNOSE

Um den Nutzen der zuvor dargestellten Monitoringverfahren und damit verbundene Verbesserungspotentiale der stochastischen Parameter zu untersuchen, wird die stochastische Lebensdauerprognose nach Abs. 4.7 erneut mit verschobenen Mittelwerten der Verteilungen bzw. reduzierten Varianzen durchgeführt. Die Modellkalibrierung ist davon ausgenommen, da der Einfluss der Verbesserung je nach System und Qualität der initialen Annahmen sehr unterschiedlich sein kann. Gleiches gilt für das zeitlich begrenzte Temperaturmonitoring, das der Verifikation der, zuvor in das Modell implementierten Temperatursimulation dient und i. d. R. keine zusätzliche Varianzreduktion ermöglicht.

Die Basisvariablen der stochastischen Simulation sind mit ihren initialen Verteilungsparametern sowie den verbesserten Kennwerten infolge der monitoringbasierten Kenntnissteigerung in Tabelle 5.7 zusammengefasst. Da je Fahrzeugtyp und Temperaturgradient fünf unabhängige Basisvariablen in das stochastische Prognosemodell einfließen, ergeben sich insgesamt 24 unkorrelierte Variablen. Die untersuchte Konfiguration ist (wie zuvor) an das Referenzbauwerk nach Kap. 7 angelehnt, reduzierte Streuungen und verschobene Mittelwerte werden zur Wahrung einer Allgemeingültigkeit vereinzelt durch verbessernde Annahmen angepasst.

In Ergänzung zu den zuvor in diesem Kapitel beschriebenen Varianzreduzierungen und Mittelwertverschiebungen durch Messungen, werden einzelne Basisvariablen mit pauschal veränderten Kennwerten angesetzt. So kann deren prinzipieller Einfluss auf die stochastische Berechnung erfasst werden: Für die initiale Vordehnung $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ wird eine reduzierte Standardabweichung angesetzt, weitere zeitabhängige Einflüsse der Vorspannung fließen über den Faktor $\alpha_p(t)$ ein. Die Lasthäufigkeit ist aufgrund ihres stets individuellen, lokal beeinflussten Verlaufs bauwerksabhängig zu ermitteln. Für *dn/dt* wird die Varianz zu null gesetzt, da nach Abs. 5.4.1 das 95 %-Quantil des approximierten Verlaufs bereits eine konservative Abschätzung darstellt.

Der lineare vertikale Temperaturgradient fließt als diskrete Verteilung ein, seine zuvor ermittelte Varianz (vgl. Abs. 4.6.7) wird nicht weiter reduziert. Gleiches gilt für die pauschal angesetzte Varianz der Lasten der ELM 4-Fahrzeuge, die den stochastischen Charakter der Verkehrslasten beschreibt. Die durch (Dehnungs-) Monitoring ermittelten Verkehrslasten ermöglichen keine Varianzreduzierung, sondern fließen unmittelbar als Belastungsspektrum in die Schädigungsakkumulation ein. Beide Parameter verbleiben als unveränderte Basisvariablen im stochastischen Prognosemodell.

Die Ergebnisse aus $n = 100$ Simulationen mit reduzierter Varianz (schwarz) sind in Bild 5.12 im Vergleich mit der ursprünglichen (hellgrau) prognostizierten Ermüdungsschädigung nach $t = 200$ a dargestellt. Für beide Fälle wurden ausschließlich unkorrelierte Parameter betrachtet.

Die diskrete Summenverteilung der Simulationsergebnisse in Bild 5.12 (rechts) wird durch eine Log-Normalverteilung mit den dort angegebenen Parametern beschrieben. Zur Prüfung, ob die Daten log-normalverteilt sind, werden die zuvor beschrieben Anpassungstests verwendet. Der

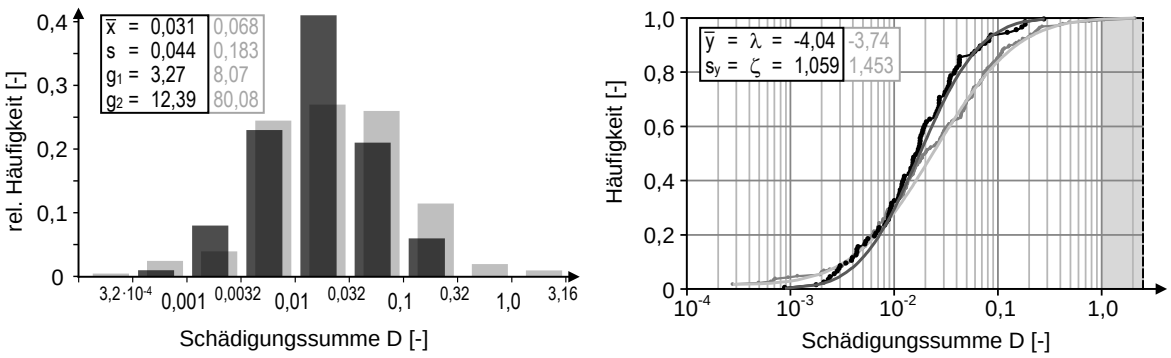



Bild 5.12: Histogramm der Schädigungssumme am Ende der Ermüdungslebensdauer (links) und zugehörige diskrete Verteilungsfunktion (rechts), jeweils für das initiale und verbesserte Prognosemodell

trennschärfere ANDERSON-DARLING-Test führt erneut zum Ablehnen der Nullhypothese („Daten sind log-normalverteilt“), mit dem KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test und einem Signifikanzniveau $\alpha = 0{,}05$ kann sie beibehalten werden. Somit wird im Folgenden angenommen, dass die Simulationsergebnisse des verbesserten Prognosemodells ebenfalls log-normalverteilt sind.

Tabelle 5.7: Basisvariablen der stochastischen Untersuchung mit initialen und durch Monitoring verbesserten Kennwerten

| **Basisvariable** | | **Vert.** | **initiale Annahme (Modell nach Kap. 4)** | | **verbessertes Modell durch Monitoring** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\mu$ | $\sigma$ | $\mu^*$ | $\sigma^*$ |
| Spannstahl | Vordehnung ($t = 0$) $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ [‰] | N | 2,175 | 0,1 | 2,175 | **0,03** |
| | E-Modul Spannstahl $E_p$ [N/mm²] | N | 205000 | 6150 | **207000** | **4900** |
| | Spannstahlquerschnitt $A_p$ [cm²] | N | 5,308 | 0,106 | **5,503** | **0,048** |
| | Wöhlerlinie: Steigung $k_2$ | LN | 7 | 0,5 | 7 | **0,3** |
| | Wöhlerlinie: Knickpunkt $\Delta\sigma(N^*)$ [N/mm²] | LN | 120 | 16 | **130** | 16 |
| | Spannkraftverluste $a_{KS}$ | N | 1 | 0,10 | 1 | **0,05** |
| Beton | Betondruckfestigkeit $f_{c,B300}$ [N/mm²] | LN | 38 | 5 | 38 | **4** |
| | Betondruckfestigkeit $f_{c,B450}$ [N/mm²] | LN | 45 | 5 | 45 | **4** |
| | Korrelationsfaktor E-Modul $\alpha_c$ | LN | 1 | 0,15 | 1 | **0,05** |
| | Festigkeitsentwicklung $s$ | N | 0,38 | 0,038 | 0,38 | **0** |
| Geometrie | maßg. Spanngliedlage $z'_{pi}$ [m] | N | 1,31 | 0,005 | 1,31 | **0,002** |
| | Geometrie anhand $b_{FBPL}$ [m] | N | 4,95 | 0,3 | 4,95 | **0,0025** |
| | Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ [m] | N | - | 0,1 | - | **0,02** |
| Lasten | Temperaturgradient $\Delta T_i$ [K] | N | [-4, .. -8] | 0,2 | weiterhin variabel, aber nicht verbessert | |
| | Skalierungsfaktor der ELM 4-Fahrzeuge $w_i$ | N | 1 | 0,1 | weiterhin variabel, aber nicht verbessert | |
| | jährl. Verkehrszunahme $dn/dt$ | N | 15000 | 10000 | 15000 | **0** |

Für den Vergleich sind die verbesserten Größen mit dem Index $*$ gekennzeichnet. Er bezeichnet alle Kennwerte nach Monitoring und Messungen. Das Histogramm (links) zeigt neben einer Verschiebung des Mittelwerts (von $\bar{x} = 0{,}068$ nach $\bar{x}^* = 0{,}031$) eine wesentliche Reduktion der Standardabweichung (von $s = 0{,}183$ auf $s^* = 0{,}044$).

Anhand der logarithmischen Verteilungsfunktionen in Bild 5.12 (rechts) kann der quantitative Einfluss der verbesserten Kenntnis untersucht werden. Aus der angepassten logarithmischen Normalverteilung leitet sich das 95 %-Quantil $D_{0,95}{}^* = 0{,}101$ ab. Im Vergleich mit $D_{0,95} = 0{,}259$ des initialen Modells stellt dies eine signifikante Verbesserung der Prognose dar. Gleiches gilt für die aus den angepassten Verteilungen abgeleitete Versagenswahrscheinlichkeit $P(D \geq 1)$, die sich von 0,005 auf $6{,}9 \cdot 10^{-5}$ reduziert. Jedoch ist hier zu beachten, dass die Ränder der Verteilung nur schwach besetzt sind und für zuverlässige Aussagen mehr Simulationen erforderlich sind.

# 6. PROBABILISTISCHE GENAUIGKEITSANALYSE

*Zur Bewertung des Nutzens der im vorherigen Kapitel vorgestellten Maßnahmen zur Reduzierung spezifischer Streuungen bzw. zur Steigerung der Genauigkeit und der Kenntnis einzelner Parameter, schließen in diesem Kapitel probabilistische Untersuchungen des Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer an. Abschnitt 6.1 stellt zunächst das konzeptionelle Vorgehen zur probabilistischen Bewertung des stochastischen Prognosemodells zusammenfassend vor; das Erfordernis einer globalen Untersuchung des nichtlinearen Modells zeigt Abs. 6.2. Im Rahmen der Genauigkeitsanalyse wird das Modell zunächst durch Reduzieren der Variablen vereinfacht, indem die Methode des elementaren Einflusses (elementary effect) in Abs. 6.3 solche mit sehr geringen Auswirkungen auf das Berechnungsergebnis identifiziert. Die anschließende, rechenzeitaufwendige Ermittlung varianzbasierter Sensitivitätsindizes in Abs. 6.4 dient der quantitativen Bewertung des Einflusses einzelner Modellparameter an der Ermüdungslebensdauerprognose. Während die Sensitivitätsanalyse den gesamten Einfluss des Parameters auf das Modell unter Berücksichtigung seiner stochastischen Eigenschaften bewertet, dienen daraus abgeleitete modifizierte Sensitivitätsindizes in Abs. 6.5 der Bewertung reduzierter Varianzen. Diese zeigen den Nutzen bzw. die Verbesserung der Lebensdauerprognose durch zielgerichtete, punktuelle Varianzreduzierung maßgebender Parameter.*

## 6.1 KONZEPT ZUR GENAUIGKEITSANALYSE MONITORINGGESTÜTZTER LEBENSDAUERPROGNOSEN

Zur effizienten Planung eines Monitorings oder von Einzelmessungen ist die Kenntnis maßgebender Einflussgrößen des Prognosemodells, bzw. damit verbundener Sensitivitäten entscheidend. Dazu wird im Folgenden ein Konzept vorgestellt, mit dem, für ein individuelles Tragwerk mit seinen spezifischen Randbedingungen, die zielgerichtete Planung von Bauwerksmessungen oder eines Monitorings verbessert werden kann. Der hier beschriebene Ansatz ist allgemein und grundsätzlich auf andere Prognose- oder Berechnungsmodelle übertragbar. Bild 6.1 visualisiert schematisch das Konzept zur Ermittlung relevanter Berechnungsparameter und Bewertung möglicher Genauigkeitssteigerungen; es teilt sich in drei Phasen und basiert auf dem initialen Modell aus Kap. 4:

1. Zunächst wird die Anzahl der Berechnungsparameter durch Ermittlung ihres elementaren Einflusses (EE) reduziert; die dazu erforderliche Anzahl von Berechnungen ist vergleichsweise gering (Abs. 6.3). Parallel werden solche Parameter mit relevantem (mittlerem) Einfluss identifiziert. Die entsprechenden Kennwerte beschreiben rein qualitativ die Relevanz möglicher Veränderungen eines Parameters in seinem Wertebereich.
2. Anschließend wird am (reduzierten) Berechnungsmodell eine globale Sensitivitätsanalyse mit varianzbasierten Sensitivitätsindizes durchgeführt, die den Einfluss einzelner Parame-

ter und den Grad ihrer Interaktion quantifiziert. Somit ist die Bewertung des Einflusses der Varianz einer Basisvariablen auf das Modell möglich (Abs. 6.4).

3. In einem letzten Schritt werden modifizierte Sensitivitätsindizes im Rahmen einer globalen Modellanalyse ermittelt, die in Abgrenzung zu Schritt 2 auf einer Varianzreduzierung infolge von Messergebnissen basieren. Sie quantifizieren den Nutzen potentieller Genauigkeitssteigerungen in Form von reduzierten Streuungen (Abs. 6.5).

Die zunächst angewendete Methode des elementaren Einflusses bestimmt gemäß dem Vorgehen in Abs. 3.7.2 drei Kennwerte: $\overline{EE}_i$, $\overline{EE}_i^*$ und $s(EE_i)$. Die Rangfolge der $\overline{EE}_i$ liefert eine genäherte Bewertung der Relevanz der Parameter in Form ihres mittleren Einflusses auf das Modell [50]. Diese detaillierte Rangfolge spielt hier jedoch nur eine untergeordnete Rolle. Vielmehr liegt der Fokus auf der Separierung der Modellparameter in maßgebende und solche, mit vernachlässigbar

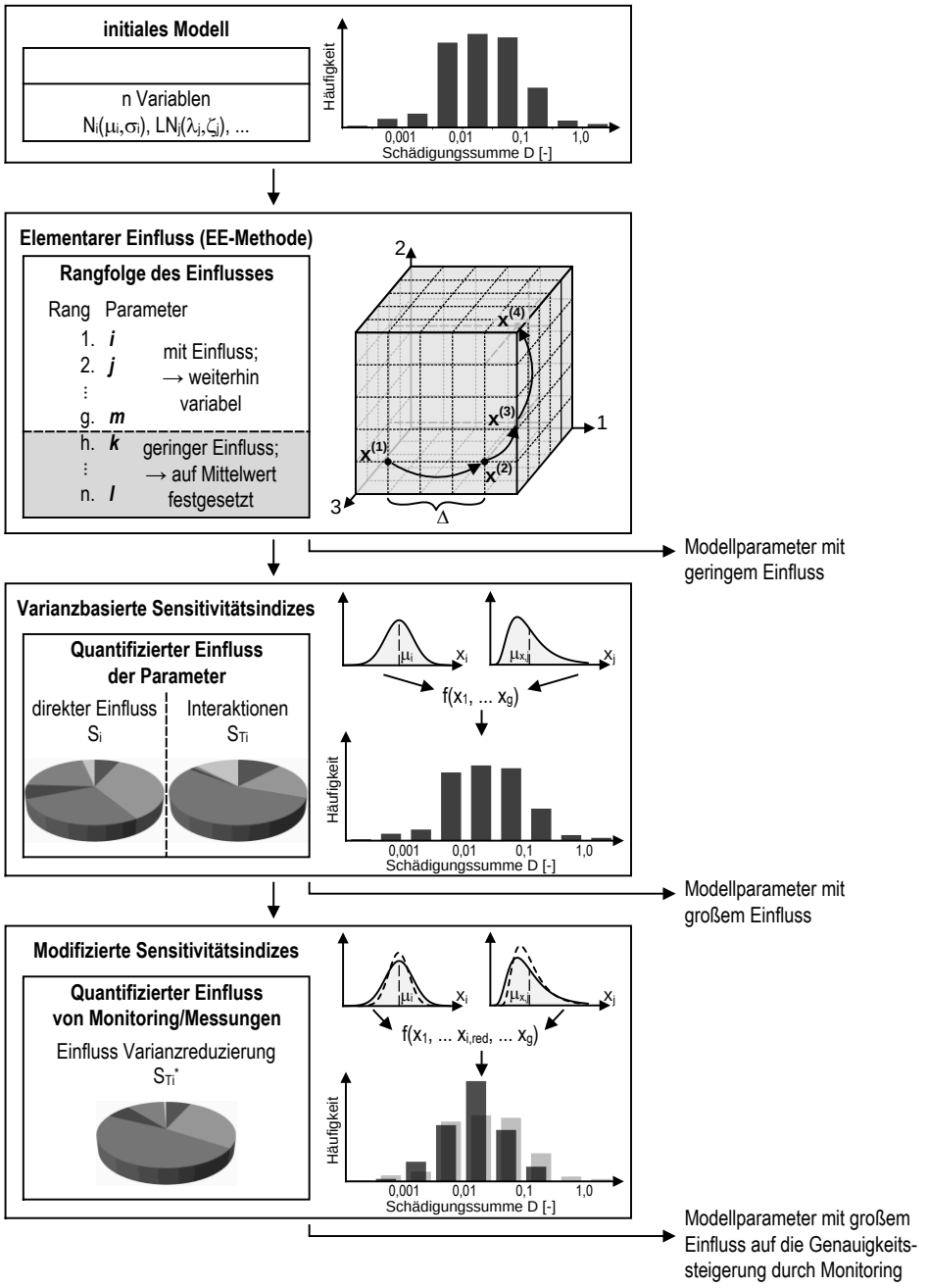



Bild 6.1: Konzept zur Genauigkeitsanalyse des monitoringbasierten Prognosemodells

geringem Einfluss (Bild 6.1). Basisvariablen mit geringem Einfluss auf das Berechnungsergebnis können zur Verkürzung der Rechenzeit und Modellvereinfachung in folgenden Untersuchungen deterministisch auf einen Wert (i. d. R. ihren Mittelwert) fixiert werden [51].

Varianzbasierte Sensitivitätsindizes analysieren den gesamten Wertebereich jeder Basisvariablen sowie deren Kombinationen und damit das gesamte Modell. Sie erfassen und quantifizieren den Einfluss jeder Einzelvarianz auf die Varianz des Berechnungsergebnisses. Damit können solche Parameter des Prognosemodells identifiziert werden, die die Streuung der Zielgröße maßgeblich beeinflussen. Durch zwei Formen der Sensitivitätsindizes wird sowohl die alleinige Varianz jedes Parameters ($S_i$), als auch dessen Kovarianz mit allen anderen Parametern untersucht ($S_{Ti}$).

Messungen und Monitoring verbessern zumeist die Kenntnis einzelner Modellparameter, nur selten die des gesamten Modells auf einmal. Die dabei erzielbaren Genauigkeitssteigerungen variieren in Maß und Art je nach Messgröße, Messverfahren und in Abhängigkeit der aleatorischen Unsicherheit des Parameters (Kap. 5). Deshalb ist auch keine pauschale Aussage möglich, welche Parameter eines Modells grundsätzlich durch Messungen untersucht werden sollten und den größten Nutzen erwarten lassen. Dies müssen nicht zwangsläufig die maßgebenden Modellparameter (also solche mit großen Sensitivitätsindizes) sein. Wenn etwa ihr großer Einfluss auf einer nicht-reduzierbaren (aleatorischen) Varianz basiert, bringen Messungen nur wenig Erkenntnisgewinn. Deshalb sollen die hier abgeleiteten, modifizierten Sensitivitätsindizes als Maßzahlen dienen, um den Nutzen potentieller Genauigkeitssteigerungen zu bewerten.

Für diese sukzessive Genauigkeitsanalyse wird das Modell der Ermüdungslebensdauerprognose aus Kap. 4 verwendet. Die beispielhaft gewählten Eigenschaften und Parameter lehnen wie zuvor an das Referenzbauwerk nach Kap. 7 an, wobei sich weiterhin durch Anpassungen lokaler Besonderheiten eine signifikante Ermüdungsschädigung einstellt. Dabei werden die in Kap. 4.6 definierten stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen verwendet, um mittels EE-Methode und varianzbasierter Sensitivitätsindizes das Modell zu untersuchen. Für die Ermittlung modifizierter Sensitivitätsindizes in Abs. 6.5 fließen zudem die verbesserten Annahmen und Streuungen nach Kap. 5 in die Berechnung ein.

## 6.2 Erfordernis globaler Modellanalysen

Den Einfluss einzelner Parameter auf das Berechnungsmodell untersuchen lokale Sensitivitätsanalysen mit vergleichsweise geringem Berechnungsaufwand. Dazu wird lokal um einen Referenzzustand die Ableitung des Berechnungsergebnisses $y$ nach dem jeweiligen Parameter $x_i$ gebildet, indem dieser jeweils separat um einen Wert $\Delta x_i$ variiert wird (vgl. Abs. 3.7.1). Für lineare Modelle ist dies ausreichend (und exakt), um Sensitivitäten und quantitative Einflüsse abzuleiten. Bei nichtlinearen Modellen könnten so jedoch Interaktionen zwischen den Parametern „übersehen“ oder aufgrund einer ungünstigen Wahl des Referenzzustands $\boldsymbol{x}^*$ wenig relevante Bereiche des Modells untersucht werden.

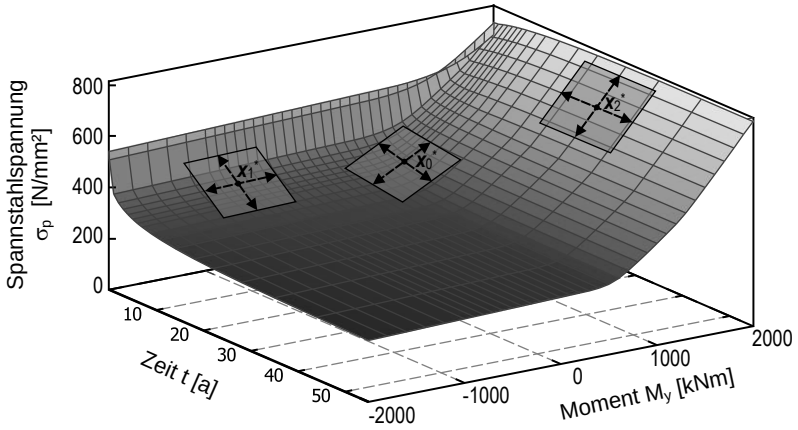



Bild 6.2: Abhängigkeit lokaler Sensitivitätsanalysen von der Wahl des Referenzzustands $\boldsymbol{x}_i^*$ anhand der zeitabhängigen $M$-$\sigma$-Beziehung

Übertragen auf die Untersuchung des Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer sollen die Grenzen lokaler Analysen zunächst anhand der zeitabhängigen $M$-$\sigma$-Beziehung in Bild 6.2 gezeigt werden. Diese stellt ein weniger komplexes und räumlich visualisierbares Teilmodell der Ermüdungsprognose dar. Spannkraftverluste verändern, wie nach Bild 4.20, die Lage und Form der $M$-$\sigma$-Beziehung in Abhängigkeit der Zeit, sodass sich die Spannstahlspannung $\sigma_p$ (hier die Zielgröße) als Funktion zweier Variablen, des Biegemoments $M_y$ und der Zeit $t$, ergibt. Für Biegemomente, die zu Beanspruchungen unterhalb des Dekompressionszustands führen, liegt linear-elastisches Tragverhalten vor. Ab etwa $M_y > 300$ kNm (für $t = 50$ a) bzw. $> 800$ kNm (für $t = 1$ d) beginnt im vorliegenden Fall der Übergang in den Zustand II.

Im Folgenden wird zunächst der Einfluss der Referenzstelle $\boldsymbol{x}^*$ auf lokale Sensitivitätsanalysen untersucht, anschließend wird betrachtet, wie eine Erweiterung der lokalen Sensitivitätsindizes auch nichtlineare Modellbereiche besser erfasst. Zuletzt werden die Ergebnisse der lokalen Sensitivitätsanalyse am Prognosemodell zusammenfassend dargestellt.

### Einfluss der Referenzstelle

Wie sich die Wahl des Referenzzustands, in Form des Basisvektors der Parameter $\boldsymbol{x}^*$, auf die lokale Sensitivitätsanalyse auswirkt zeigt Bild 6.2. An drei exemplarischen Referenzstellen $\boldsymbol{x}_i^*$ wird jeweils der lokale Einfluss der Parameter (Moment $M_y$ und Zeit $t$) analysiert, indem diese separat in einem vorgegebenen Wertebereich variiert werden (gestrichelte Pfeile in Bild 6.2):

- $\boldsymbol{x}_1^*$ liegt im linear-elastischen Bereich; somit ist der Einfluss des Biegemoments vergleichsweise gering. Zudem liegt $\boldsymbol{x}_1^*$ in der frühen Phase der Standzeit, in der das Modell wesentlich von den zeitabhängigen Spannkraftverlusten beeinflusst wird. Hier wird $t$ aufgrund seines hohen Gradienten als maßgebender Modellparameter identifiziert.
- $\boldsymbol{x}_2^*$ stellt einen Referenzzustand im ausgeprägten Zustand II mit weitgehend abgeschlossenen Umlagerungen und Spannkraftverlusten dar; hier dominiert das Moment mit steilem Gradienten, der Einfluss der Zeit ist dagegen gering (Gradient nahezu null).

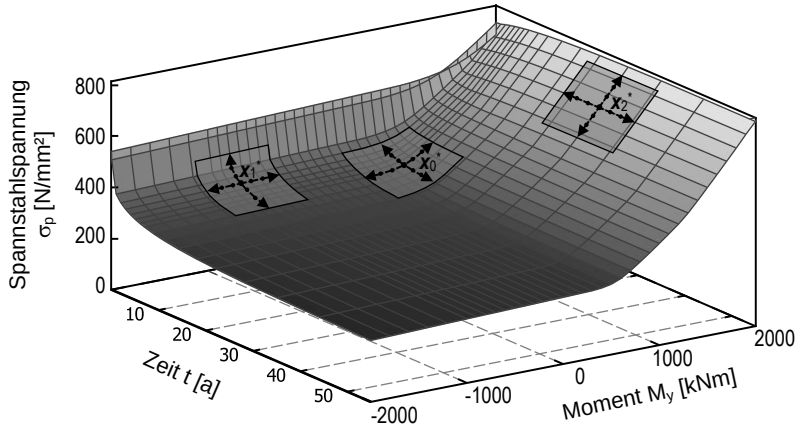



Bild 6.3: Einfluss der schrittweisen Ermittlung lokaler Sensitivitätsindizes zur Untersuchung von Krümmungen im Modellergebnis bzw. möglichen Interaktionen

- $\boldsymbol{x}_0^*$ ist ein Referenzzustand, der sowohl zeit- als auch lastabhängige Sensitivität aufweist. Sowohl die zeitlichen Spannkraftverluste als auch das Tragverhalten im Zustand I und II beeinflussen die Sensitivität; hier sind beide, $t$ und $M_y$, relevante Modellparameter.

Der Vergleich verdeutlicht die wesentlichen Nachteile lokaler Sensitivitätsanalysen eines nichtlinearen Modells. Da im linear-elastischen Zustand I ($\boldsymbol{x}_1^*$) andere Modellparameter maßgebenden Einfluss haben als im reinen Zustand II mit zeitlich asymptotischem Verlauf der Spannkraftverluste ($\boldsymbol{x}_2^*$), empfehlen sich höherwertige globale Untersuchungsmethoden, wie sie in den folgenden Abschnitten 6.3 und 6.4 vorgestellt werden. Das Beispiel zeigt aber auch, dass lokale Untersuchungen der Sensitivitäten bei sinnvoller Wahl bzw. Lage des Referenzzustands viele Modelleinflüsse erfassen können; hier etwa für $\boldsymbol{x}_0^*$. Allerdings ist die Wahl einer Referenzstelle bei Modellen mit einer Vielzahl von Basisvariablen i. d. R. nicht ohne vorherige, umfängliche Untersuchungen oder gute Kenntnis des Modells möglich.

### Nichtlineares Modellverhalten und Interaktionen

Wie an dem Beispiel gezeigt werden konnte, sind lokale Sensitivitätsanalysen nur bedingt für nichtlineare Modelle geeignet. Zudem führen Interaktionen in Form von Kovarianzen zwischen den Parametern dazu, dass hohe Sensitivitätsindizes zwar relevante Parameter kennzeichnen, ein geringer Sensitivitätsindex jedoch im Umkehrschluss nicht zwangsläufig einen wenig relevanten Parameter ausweist [260].

Den Einfluss solcher Interaktionen veranschaulicht Bild 6.3. Die dort gezeigten Rechtecke um eine Referenzstelle stellen den untersuchten Wertebereich dar, wobei tatsächlich jeder Parameter separat variiert wird (gestrichelte Pfeile), der jeweils andere ist auf seinen Mittelwert fixiert. Eine kombinierte Variation beider Parameter wird nicht betrachtet. Somit wird etwa die deutlich gekrümmte obere Ecke für die Stützstelle $\boldsymbol{x}_0^*$ ($t$ klein und $M_y$ groß) nicht betrachtet.

Die lokalen Sensitivitätsindizes $S_i^{lokal}$ berechnen sich gemäß Abs. 3.7.1 nach Gl. (6-1). Zur Vergleichbarkeit der Maßzahlen werden sie auf die Breite des jeweiligen Intervalls (hier: $\pm 3\sigma$ um den Referenzwert) normiert:

$$S_i^{lokal} = \frac{6\,\sigma_{x,i}}{\sigma_y}\,\frac{f\left(x_1{}^*, \ldots\, x_i{}^* + \Delta x_i, \ldots x_q{}^*\right) - f\left(x_1{}^*, \ldots\, x_i{}^*, \ldots x_q{}^*\right)}{\Delta x_i} \tag{6-1}$$

In Erweiterung dieses Ansatzes, der lediglich den Gradienten zwischen zwei Punkten ($x_i^*$ und $x_i^* + \Delta x_i$) untersucht, werden jeweils $m$ Differenzen aus $m + 1$ Modellergebnissen im Wertebereich gebildet, um nichtlineare Einflüsse um die Referenzstelle zu berücksichtigen. So wird die vereinfachte Linearisierung mit einem Gradienten an der Referenzstelle ($m = 2$, lineare Pfeile in Bild 6.2) durch eine stückweise linearisierte Annäherung (gekrümmte Pfeile in Bild 6.3) ersetzt. Dazu wird der Wertebereich eines Parameters in $m = 10$ Subintervalle geteilt und in jedem Intervall $j$ der Gradient als Sensitivitätsindex $S_{ij}^{lokal}$ ermittelt. Der so modifizierte Sensitivitätsindex $S'_i{}^{lokal}$ berechnet sich nach Gl. (6-2) aus dem Mittelwert von $m$ einzelnen Sensitivitätsindizes $S_{ij}^{lokal}$. Seine Standardabweichung $\sigma(S'_i{}^{lokal})$ ergibt sich nach Gl. (6-3) und weist das Krümmungsmaß an der Referenzstelle aus. Dieses ist etwa für die Zeit $t$ an der Stützstelle $\boldsymbol{x}_1^*$ bzw. für beide Parameter bei $x_0^*$ groß, wie Bild 6.3 anhand der Krümmung der gestrichelten Pfeile zeigt. Für lineare Einflüsse oder Modelle ist sie hingegen null (vgl. $\boldsymbol{x}_1^*$ in Bild 6.3).

$$S'_i{}^{lokal} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m} S_{ij}{}^{lokal} \tag{6-2}$$

$$\sigma\left(S'_i{}^{lokal}\right) = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(S_{ij}{}^{lokal} - S'_i{}^{lokal}\right)^2} \tag{6-3}$$

Für hohe Standardabweichungen $\sigma(S'_i{}^{lokal})$ empfehlen sich globale Sensitivitätsuntersuchungen, da das nichtlineare Berechnungsergebnis oftmals mit Parameterinteraktionen im Modell einhergeht, wie etwa die stark ansteigende obere „Ecke“ des Rechtecks bei $\boldsymbol{x}_0^*$ in Bild 6.3 indiziert.

### Lokale Sensitivitätsindizes für das Prognosemodell

Angewendet auf das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer nach Kap. 4 zeigt die Ermittlung lokaler Sensitivitätsindizes $S_i^{lokal}$ bzw. ihrer angepassten Form $S'_i{}^{lokal}$, dass für das Referenzbauwerk nach Kap. 7 folgende Modellparameter maßgebenden Einfluss haben:

- die Spannkraftverluste anhand des Skalierungsfaktors $a_{KS}$,
- den LKW-Typ 3 des ELM 4 anhand seines Skalierungsfaktors $w_3$,
- die Wöhlerlinienparameter des Dauerfestigkeitsbereichs ($\Delta\sigma(N^*)$ und $k_2$)
- die Temperaturgradienten $\Delta T_{My} \leq$ -7 K
- die E-Moduln von Beton und Spannstahl
- die Spannstahlmenge anhand der Querschnittsfläche $A_p$ und
- die initiale Vordehnung des Spannstahls $\varepsilon_{p,0}{}^{(0)}$.

Eine Zusammenstellung der lokalen Sensitivitätsindizes $S'_i{}^{lokal}$ aller Modellparameter sowie der Standardabweichungen $\sigma(S'_i{}^{lokal})$ enthält Anhang D. Die ausführlichen Ergebnisse zeigen auch, dass etwa die Steigung des Zeitfestigkeitsbereichs der Wöhlerlinie $k_1$ und die Dehngrenze des Spannstahls $f_{p0,2}$ keinen Einfluss auf das Ergebnis haben ($S'_i{}^{lokal} = 0$). Dies verdeutlicht erneut die

Grenzen der hier vorgestellten Sensitivitätsanalysen. Denn obwohl diese Parameter für bestimmte Regionen des Modells offensichtlich restriktiven Charakter haben (bei Steigerung der Belastung bis in den Bereich der statischen Grenztragfähigkeit reduzieren $f_{p0,2}$ und $k_1$ die Lebensdauer maßgeblich), haben sie in der Auswertung aufgrund der Limitierung durch die gewählten Wertebereiche und Referenzstellen keinen Einfluss.

Aufgrund der zuvor beschriebenen Einschränkungen lokaler Verfahren und der signifikanten Nichtlinearität des Prognosemodells können nur erste Erkenntnisse aus der lokalen Untersuchung abgeleitet werden. Für eine zuverlässige und aussagekräftige Modellanalyse mit Berücksichtigung von Interaktionen werden im Folgenden globale Verfahren verwendet.

## 6.3 Parameterreduzierung mittels EE-Methode

Mit dem Verfahren des elementaren Einflusses (EE, *engl.: elementary effect method*) werden im Rahmen der Modellanalyse weniger relevante Modellparameter identifiziert. Im Gegensatz zur lokalen Sensitivitätsanalyse untersucht das Verfahren den gesamten Wertebereich der Basisvariablen und erfasst somit auch deren nichtlineares Zusammenwirken (Interaktionen) in verschiedenen Regionen des Parameterraums. Ziel ist hier die Reduzierung der zu untersuchenden Anzahl der Basisvariablen in der stochastischen Lebensdauerprognose und in höherwertigen Modellanalysen [51, 215]. Das generelle Vorgehen, die Hintergründe sowie die numerische Umsetzung der EE-Methode erläutert Abs. 3.7.2. Hier werden wesentliche Schritte nur zusammenfassend für die Analyse des Prognosemodells aus Kap. 4 aufbereitet.

Die Wertebereiche der $q$ Modellparameter spannen einen $q$-dimensionalen Raum auf, der schrittweise von einer Ecke $\boldsymbol{x}^{(1)}$ zur gegenüberliegenden $\boldsymbol{x}^{(q+1)}$ durchlaufen wird; vgl. Bild 3.9. Dieses Durchlaufen des Wertebereichs wird als ein *Weg* bezeichnet. Dazu wird je ein Parameter zwischen zwei Berechnungen des Modells um ein Inkrement $\Delta$ erhöht. Durch Normieren des $q$-dimensionalen Raums auf einen ($q$-dimensionalen) Einheitsraum [0; 1] ist dieses Inkrement ($\Delta > 0{,}5$) für alle Parameter gleich [179, 215]. Im Rahmen des Datensamplings wird der normierte Wertebereich linear auf den individuellen Wertebereich jedes Parameters transformiert, das Inkrement $\Delta$ dementsprechend. Durch Wiederholung dieser Wege mit unterschiedlichen Startpunkten $\boldsymbol{x}^{(1)}$ und variabler Schrittfolge wird eine Vielzahl von Wegen und damit unterschiedliche Modellregionen mit potentiellen Parameterinteraktionen untersucht.

Aus der Differenz zweier Schritte leitet sich der elementare Einfluss $EE_\mathrm{i}$ des Parameters $i$ als auf das Inkrement $\Delta$ normierte Differenz der Modellergebnisse $y$ mit $x_\mathrm{i}^*$ und $x_\mathrm{i}^* + \Delta$ ab (Gl. (3-76)). Für insgesamt $r$ Wege werden die Werte $EE_{\mathrm{i,j}}$ ermittelt. Die daraus abgeleiteten Kennwerte des Verfahrens sind:

- der Mittelwert $\overline{EE}_\mathrm{i}$ der $EE_{\mathrm{i,j}}$ als Maß des Einflusses des Parameters $i$ (Gl. (3-77)),
- der Mittelwert $\overline{EE}_\mathrm{i}^*$ der Absolutwerte $|EE_{\mathrm{i,j}}|$, der weniger empfindlich gegenüber vorzeichenbedingten Fehlinterpretationen ist, (Gl. (3-78)) und
- die Standardabweichung $s_\mathrm{i}$ der $EE_{\mathrm{i,j}}$ als Maßzahl der Interaktionen (Gl. (3-79)).

| Berechnungen des Modells $n$ = 24 | Parameter $q$ = 23 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,75 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | **0,9167** | 0,5833 | 0 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | **0,75** | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | **0,333** | 0,5833 | 0 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | **0,1667** | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0,5833 | 0 | **0,1667** | 0,9167 | 0,1667 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0,5833 | 0 | **0,75** | 0,9167 | 0,1667 | 0,1667 | 0,9167 | 0,1667 | 0,75 | 0 | **0,1667** | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0,5833 | 0 | 0,75 | 0,9167 | 0,1667 | 0,1667 | **0,9167** | 0,1667 | 0,75 | 0 | **0,75** | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0,5833 | 0 | 0,75 | **0,9167** | 0,1667 | 0,1667 | **0,333** | 0,1667 | 0,75 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | **0,5833** | 0 | 0,75 | **0,333** | 0,1667 | 0,1667 | 0,333 | 0,1667 | 0,75 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | **0** | 0 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,333 | 0,1667 | **0,75** | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,5833 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,333 | 0,1667 | **0,1667** | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | **0,5833** |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | **0,1667** | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | **0** |
| | 0,1667 | 0,1667 | **0** | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | **0,75** | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | **0,5833** | 0,1667 | **0,5833** | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,1667 | **0** | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | **0** | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | **0,5833** | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | **0** | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | **0,5833** | 0,75 | **0** | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,1667 | 0 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | **0,1667** | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | **0,5833** | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | **0,1667** | 0 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | **0,75** | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | **0,1667** | 0,5833 | **0,75** | 0 | 0,75 | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | **0,75** | 0,5833 | 0,75 | 0 | **0,75** | 0,333 | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 | **0,1667** | **0,333** | 0 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 | 0,1667 | **0,9167** | **0** | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,1667 | 0 |
| | 0,1667 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,9167 | **0,5833** | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | 0,1667 | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | **0,1667** | 0 |
| | 0,1667 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,9167 | 0,5833 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | **0,1667** | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | **0,75** | 0 |
| | 0,1667 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 | 0,1667 | 0,9167 | 0,5833 | 0,333 | 0 | 0,5833 | 0,75 | 0,333 | 0,75 | 0,75 | 0,333 | **0,75** | 0,1667 | 0,5833 | 0,75 | 0,5833 | 0,75 | 0 |

Bild 6.4: Exemplarische Samplematrix $\boldsymbol{B}^*$ der EE-Methode

Mittels EE-Methode sollen diejenigen Variablen mit geringem Einfluss auf das stochastische Berechnungsergebnis des Prognosemodells aus Kap. 4 mit $q = 23$ variablen Parameter ermittelt werden. Diese können im Anschluss auf konstante Werte gesetzt werden (*factor fixing*) [215]. I. d. R. wird dazu in folgenden Modellanalysen ihr Mittelwert als fester Wert verwendet. Alternativ sind auch Quantile als konservative Abschätzungen möglich, sofern eine solche Aussage eindeutig möglich ist.

Da mit dem Verfahren keine Verteilungsfunktionen (und -formen) untersucht werden können, ist für jeden Parameter $i$ ein Wertebereich festzulegen [179]. Mit $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$ schließt dieser im Falle einer Normalverteilung 99,8 % der möglichen Realisationen jeder Basisvariablen ein. Für die grundlegende Untersuchung eines Modells sind ggf. größere Wertebereiche sinnvoll, etwa um unterschiedliche Festigkeitsklassen in eine Modelluntersuchung einzuschließen.

Entsprechend dem Vorgehen zum Datensampling im Rahmen der EE-Methode in Abs. 3.7.2, wird jeder normierte Wertebereich [0; 1] in $p - 1$ Subintervalle zerlegt, wobei hier $p = 7$ in Abweichung zu der Empfehlung nach [215] gewählt wird. Damit ergibt sich die normierte Schrittweite zwischen den untersuchten Realisationen $\Delta = p/(2p - 2) = 0{,}5833$ nach Gl. (3-80) und somit Intervallbreiten im Einheitsraum von $1/(p - 1) = 0{,}1667$.

Einen – mit dem Verfahren des Datensamplings generierten – Weg fasst die normierte Matrix $\boldsymbol{B}^*$ zusammen, die in Bild 6.4 beispielhaft dargestellt ist. Sie zeigt, dass zwischen zwei Modellberechnungen (Zeilen) nur ein Parameter (Spalten) verändert wird, die übrigen bleiben konstant. Die Berechnung des Modells erfolgt aus einem Set (Zeile) von Realisationen der Basisvariablen, wobei diese durch Erweiterung des [0; 1]-Intervalls auf den Wertebereich des jeweiligen Parameters generiert werden. Aus nur 24 Modellberechnungen können so für jeden der 23 Parameter je zwei Berechnungsergebnisse zur Ermittlung der $EE_{i,j}$ verwendet werden. Für den Parameter $i$ sind dies die Berechnungsergebnisse vor und nach seiner Änderung (fett in Bild 6.4). Mit diesem Vorgehen wird jede einzelne Berechnung (Zeile) für die Untersuchung von zwei Parametern genutzt, was eine wesentliche Reduzierung der Rechenzeit bewirkt.

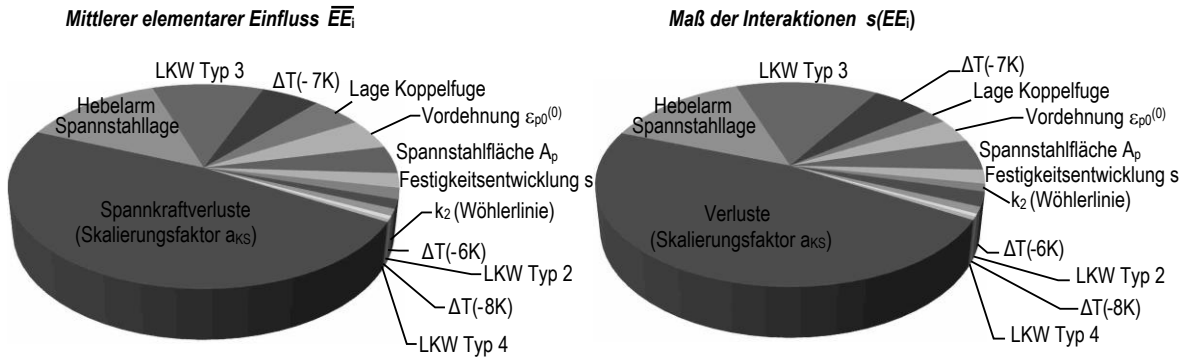



Bild 6.5: Mittlerer Einfluss nach EE-Methode (links), Standardabweichung $s_i$ der $EE_i$ (rechts)

Mittels Distanzmatrizen werden aus $r_0 = 1000$ Samplematrizen $\boldsymbol{B}^*$ die $r = 10$ unähnlichsten ausgewählt [50]. Die einzelnen Matrizen $\boldsymbol{B}^*$ unterscheiden sich in der Reihenfolge der Änderung der Parameter ($q^2$ mögliche Kombinationen), dem Subintervall, aus dem jeweils die erste Realisation des Parameters $i$ für den Startpunkt $\boldsymbol{x}^{(1)}$ ($q^r$ mögliche Kombinationen, erste Zeile in Bild 6.4) gewählt wird, und damit verbunden der Entscheidung, ob der Parameter $i$ um $\Delta$ zu erhöhen oder zu reduzieren ist. Insgesamt werden $\binom{1000}{2}$ = 499500 Abstandsmaße nach Gl (3-83) zwischen den Matrizen ermittelt. Die Kombination der $r$ größten Abstandsmaße dient der Berechnung der $EE_i$.
Anhang D enthält die ausführlichen Ergebnisse der drei Kennwerte der EE-Methode für das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer des modifizierten Referenzbauwerks nach Kap. 7. Eine Zusammenfassung zeigt Bild 6.5 anhand des mittleren elementaren Einflusses $\overline{EE}_i$ (links) und der Standardabweichung $s_i$ (rechts) für die relevanten Modellparameter. Auf die jeweiligen Einflusszahlen wird verzichtet, da deren absolute Größe keine unmittelbare Aussagekraft besitzt. Die Parameter mit Werten nahe null sind zwecks Übersicht weggelassen.
Der Wert $\overline{EE}_i$ beschreibt, welche Auswirkung die Änderung des Parameters $i$ auf das Berechnungsergebnis hat. Da die Form der Verteilung nicht betrachtet wird, entspricht dies einer Veränderung einer deterministischen Größe bzw. einer Mittelwertverschiebung. Hier sind die Spannkraftverluste $a_{KS}$, die vertikale Spannstahllage $z'_{p5}$ und der LKW-Typ 3 des ELM 4 mit $w_3$ maßgebend. Anders die Standardabweichung $s_i$, die als Maß der Interaktionen dient, wobei sich hier nahezu dieselbe Reihenfolge zeigt. Da sich keine Vorzeichenwechsel der untersuchten Basisvariablen in ihrem Wertebereich einstellen (vgl. Anhang D), sind die mittleren elementaren Einflüsse $\overline{EE}_i$ und diejenigen für deren Absolutwerte $\overline{EE}_i^*$ identisch.
Da das primäre Ziel die Reduzierung der Berechnungsvariablen ist, sind die Parameter mit geringen $\overline{EE}_i$ und $s_i$ entscheidend: Dies sind für das Prognosemodell etwa die Betondruckfestigkeiten $f_c$ und die LKW-Typen 1 und 5 des ELM 4, die einen sehr geringen Einfluss auf das Modellergebnis ausweisen und demnach auf einen konstanten Wert fixiert werden können.

Durch die Kenntnis der weniger relevanten Modellparameter reduziert sich das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer hier von anfänglich $q = 23$ Basisvariablen auf 14. Die fixierten Parameter weisen für das Referenzbauwerk $\overline{EE}_i < 0{,}02$ und $s_i < 0{,}04$ auf, was als vergleichsweise geringer Einfluss aufgefasst wird. Dazu sind mit $(q + 1) \cdot r$ (hier $(23 + 1) \cdot 10 = 240$) ver-

gleichsweise wenige Berechnungsdurchläufe erforderlich. Somit stellt die Methode ein effizientes Verfahren zur Vereinfachung des Berechnungsmodells dar.

## 6.4 Quantitative Parameterbewertung mit varianzbasierten Sensitivitätsindizes

Varianzbasierte Sensitivitätsanalysen ermöglichen im Gegensatz zu lokalen Verfahren eine Modellanalyse im gesamten Wertebereich der Parameter. Wesentlicher Vorteil ist es, dass bei nichtlinearen Modellen auch das Maß des Zusammenwirkens der Parameter in allen Modellbereichen erfasst wird; dies geht jedoch mit erhöhtem Berechnungsaufwand einher. Zudem quantifizieren varianzbasierte Verfahren, in Erweiterung zur EE-Methode, mathematisch begründet den Einfluss eines Parameters auf die Varianz des Berechnungsergebnisses. Die mathematische Herleitung und Hintergründe beinhaltet Abs. 3.7.3. Dort ist auch das generelle Vorgehen zur numerischen Umsetzung beschrieben. Die hier betrachteten Sensitivitätsindizes sind:

- Sensitivitätsindizes erster Ordnung ($S_i$), die den direkten Einfluss des Parameters *i* auf die Varianz des Berechnungsergebnisses beschreiben und
- totale Sensitivitätsindizes ($S_{Ti}$), die den Einfluss des Parameters *i* zusammen mit all seinen, im Modell möglichen, Interaktionen anhand der Kovarianzen beschreiben.

Wie auch bei den vorherigen Ansätzen sei auf die Abhängigkeit der Sensitivitätsindizes von der Schätzung der Varianz der jeweiligen Basisvariablen hingewiesen. Ein offensichtlich relevanter Modellparameter könnte fälschlicherweise aufgrund sehr gering gewählter Streumaße als wenig relevant identifiziert werden. Somit ist auch hier eine Abhängigkeit der Sensitivitätsindizes von den gewählten Randbedingungen und Eigenschaften der untersuchten Parameter gegeben.

### Erzeugung der Samplematrizen

Die numerische Ermittlung der Sensitivitätsindizes basiert auf zwei unabhängigen Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$, die je $n$ Realisationen der $q$ Parameter enthalten. Die Sensitivitätsindizes werden aus den Korrelationskoeffizienten der Ergebnisvektoren aus „gemischten“ Matrizen $\boldsymbol{C}_i$ und denen der ursprünglichen Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ abgeleitet (vgl. Abs. 3.7.3). Dabei ist die Unabhängigkeit der Samplematrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ von elementarer Bedeutung, da andernfalls Scheinkorrelationen (vgl. S. 183) auftreten können, die sich in die Sensitivitätsindizes übertragen [103].

Als Modifikation des bestehenden Verfahrens von SALTELLI et al. bzw. SOBOL‘ werden die Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ im Rahmen der Arbeit nicht durch ein gemeinsames Random-Sampling mit Quasi-Zufallszahlen ($2n \times q$) und anschließende Aufteilung generiert (Bild 6.6, links: *urspr. Sampling*) [215, 239], sondern durch Prüfen der Korrelationseigenschaften zwischen den Basisvariablen und entsprechende Anpassungen. Dazu wird das Verfahren zum Sampling korrelierter Eingangsparameter nach Abs. 3.6 verwendet, wobei hier die „Ziel“-Korrelation die Unkorreliertheit, also eine Einheitsmatrix, ist.

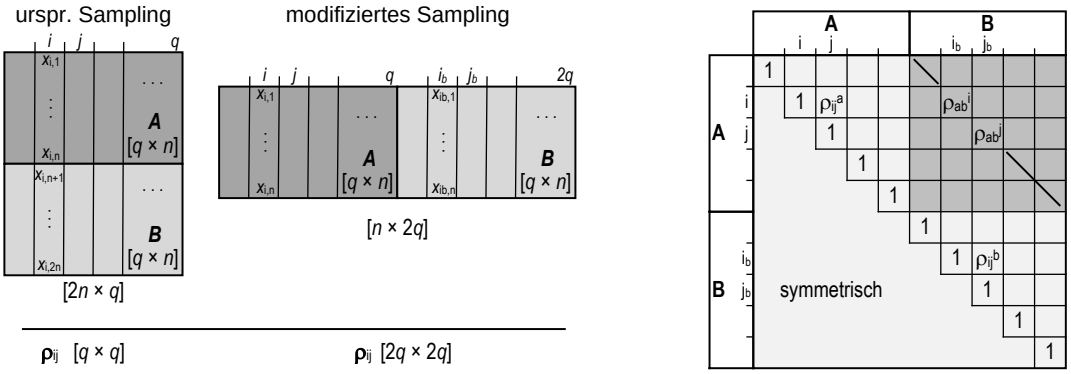



Bild 6.6: Kombination der Samplematrizen ***A*** und ***B*** mit zug. Umfang der Korrelationsmatrix (links); Korrelationsmatrix beim modifizierten Sampling (rechts)

Die $q$ Spalten der Matrix ***A*** enthalten die Realisationen der Basisvariablen $X_i$, die Realisationen in Matrix ***B*** werden als davon unabhängige Basisvariablen $X_i$‘ angefügt (Bild 6.6, links: *modifiziertes Sampling*). Für diese Matrix ($n \times 2q$) entsteht somit eine erweiterte (verdoppelte) Korrelationsmatrix ($2q \times 2q$) in Bild 6.6 rechts, deren oberer und unterer Quadrant an der Hauptdiagonalen ($q \times q$) die „innere“ Korrelationsmatrix der Basisvariablen der zwei Samplematrizen ($\rho_{ij}$ für die Samplematrizen ***A*** bzw. ***B***) darstellt. Die jeweils zugrundeliegende Matrix ist durch den hochgestellten Index ($a$ oder $b$) gekennzeichnet. Der in Bild 6.6 (rechts) dunkelgrau unterlegte Quadrant abseits der Hauptdiagonalen enthält die Korrelationskoeffizienten zwischen den Matrizen ***A*** und ***B***. Dabei beschreiben die Einträge $\rho_{ab}{}^{i}$ auf der Nebendiagonalen die Korrelationskoeffizienten der jeweiligen Basisvariablen $X_i$ und $X_i{}^{‘}$ (Parameter $i$) aus den Matrizen ***A*** und ***B***. Diese geben das Maß der Abhängigkeit zwischen den – idealerweise vollständig unkorrelierten – Samplematrizen an, das direkte Auswirkungen auf die Unabhängigkeit der damit erzeugt Ergebnisvektoren ***a*** und ***b*** hat.

Da ein wiederholtes Sampling weitaus weniger Berechnungsaufwand erfordert als die (numerische) Ermittlung der Sensitivitätsindizes, kann, alternativ zum Vorgehen in Abs. 3.6, eine Vielzahl von Samplematrizen erzeugt und deren Korrelationseigenschaften untersucht werden. Vereinfacht wird hier eine Kombination der Matrizen ***A*** und ***B*** gewählt, die in den relevanten Bereichen der Korrelationsmatrix, also den Quadranten an der Hauptdiagonalen (für die „inneren“ Korrelationseigenschaften) und der Nebendiagonalen nach Bild 6.6 rechts (für die Korrelation des Parameters $i$ aus ***A*** und ***B***), die geringsten Korrelationskoeffizienten enthält. Dazu kann ein Grenzwert $\rho_{max}$ nahe null festgelegt werden, der einzuhalten ist $|\rho_{ij}| < \rho_{max}$. Eine weitere Alternative stellt der sukzessive Aufbau der Samplematrizen dar, indem jeweils eine neue Spalte aus einem zufälligen Sampling erzeugt wird und diese nur dann beibehalten wird, wenn alle von ihr abhängigen Korrelationskoeffizienten den Grenzwert einhalten.

Durch die Verwendung der verbesserten Samplematrizen mit Realisationen der Basisvariablen können im Rahmen der Berechnung der Sensitivitätsindizes die Anzahl der Berechnungsdurchläufe und der Einfluss von Scheinkorrelationen reduziert werden. Dies bestätigt die Konvergenzstudie im folgenden Abschnitt.

Für das ursprüngliche Verfahren zur Generierung der Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ ist das elementare Random-Sampling zu verwenden, da beide Matrizen in einem Schritt erzeugt werden. Zur Verbesserung wird die Verwendung von Quasi-Zufallszahlen empfohlen [239]. Dagegen ist bei dem hier vorgestellten Verfahren, das sich aus zwei unabhängigen Matrizen zusammensetzt und deren Korrelationseigenschaften prüft, grundsätzlich das Samplingverfahren beliebig. Im Rahmen der Arbeit wird das Latin-Hypercube-Sampling verwendet, welches den Parameterraum gleichmäßiger abdeckt als andere.

### Numerische Ermittlung der Sensitivitätsindizes und ihrer Konvergenz

Mit den generierten Samplematrizen erfolgen gemäß Abs. 3.7.3 die Simulationen als numerische Berechnungen des Modells. Diese erzeugen die Ergebnisvektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ sowie $q$ Ergebnisvektoren $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ (mit $i = 1, 2, \ldots q$). Für die Ermittlung ihrer Korrelationskoeffizienten, aus denen sich die Sensitivitätsindizes ableiten, werden der Mittelwert $\mu_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}$ und die Varianz $\boldsymbol{\sigma}_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}{}^2$ aus beiden Ergebnisvektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ gemeinsam bestimmt. Deren Unabhängigkeit und eine somit verdoppelte Stichprobe ($2n$) ermöglichen durch eine gemeinsame Auswertung eine verbesserte Schätzung der Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_\mathrm{i}$ und der totalen Sensitivitätsindizes $S_\mathrm{Ti}$ [103, 120]:

$$S_i = \frac{1}{n-1}\sum_{m=1}^{n}\frac{\left(a_m - \mu_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}\right)\left(c_{i,m} - \mu_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}\right)}{\sigma_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}{}^2} \tag{6-4}$$

$$S_{Ti} = 1 - \frac{1}{n-1}\sum_{m=1}^{n}\frac{\left(b_m - \mu_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}\right)\left(c_{i,m} - \mu_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}\right)}{\sigma_{y(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}{}^2} \tag{6-5}$$

Der Sensitivitätsindex erster Ordnung des Parameters $i$ (nach Gl. (6-4)) stellt die Korrelation zwischen den Ergebnisvektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ dar. Dabei ist $\boldsymbol{a} = \mathrm{Y}(\boldsymbol{A})$ das Simulationsergebnis der Samplematrix $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{c}_\mathrm{i} = \mathrm{Y}(\boldsymbol{C}_\mathrm{i})$ das Simulationsergebnis der „gemischten" Matrix $\boldsymbol{C}_\mathrm{i}$, die sich für die Spalten $j \neq i$ aus Matrix $\boldsymbol{B}$ und in Spalte $i$ aus derjenigen von Matrix $\boldsymbol{A}$ zusammensetzt. Sofern der (direkte) Einfluss des Parameters $i$ auf das Modell groß ist, sind sich $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ ähnlich, andernfalls ist $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ zu $\boldsymbol{b}$ ähnlich und demnach von $\boldsymbol{a}$ unabhängig, vgl. [103]. Tabelle 6.1 fasst die Interpretation der Sensitivitätsindizes anhand von Korrelationskoeffizienten zusammen. Diese ergänzt die Interpretation der Indizes nach Tabelle 3.2.

Tabelle 6.1: Interpretation der Ermittlung der Sensitivitätsindizes anhand von Korrelationen

| **Einfluss der Varianz des Parameters *i*** | **$S_\mathrm{i}$ oder $S_\mathrm{Ti}$** | **Korrelation** | **Eigenschaft** |
|---|---|---|---|
| groß (erster Ordnung) | $S_\mathrm{i}$ groß | $\rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{a})$ groß | $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ ist $\boldsymbol{a}$ sehr ähnlich |
| gering (erster Ordn.) | $S_\mathrm{i}$ gering | $\rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{a})$ gering | $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ ähnelt $\boldsymbol{a}$ kaum |
| große Interaktion | $S_\mathrm{i}$ gering,<br>$S_\mathrm{Ti}$ groß | $\rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{a})$ gering<br>$\rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{b})$ gering | $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ ist weder $\boldsymbol{b}$ noch<br>$\boldsymbol{a}$ (wesentlich) ähnlich |
| geringe Interaktion | $S_\mathrm{Ti} \approx S_\mathrm{i}$ | $\rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{a}) \approx 1 - \rho(\boldsymbol{c}_\mathrm{i},\boldsymbol{b})$ | $\boldsymbol{c}_\mathrm{i}$ ähnelt $\boldsymbol{b}$ in dem Maße, in dem es $\boldsymbol{a}$ nicht ähnlich ist |

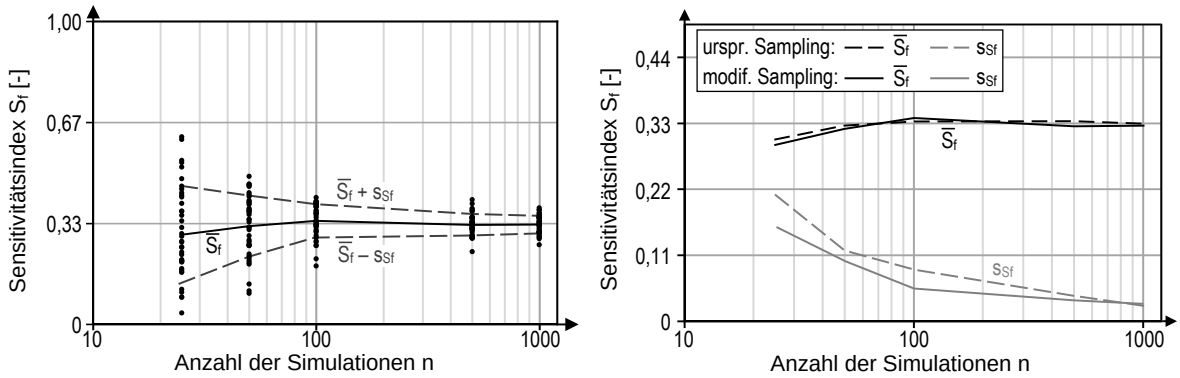



Bild 6.7: Beispielhaftes Konvergenzverhalten des Sensitivitätsindex (links); Vergleich von ursprünglichem und modifiziertem Sampling (rechts)

Das Konvergenzverhalten numerisch ermittelter Sensitivitätsindizes zeigt Bild 6.7 (links) für ein beispielhaft untersuchtes, additives Modell aus drei Parametern gleicher Varianz und demnach gleichen Einflusses. Für diesen Fall ist es möglich, alle sechs Sensitivitätsindizes ($S_i$ und $S_{Ti}$ mit $i = \{f, g, h\}$) analytisch zu ermitteln; sie sind jeweils $S_i = S_{Ti} = 1/3$. Dementsprechend sind ihre Summen $\Sigma S_i = \Sigma S_{Ti} = 1$. Das Konvergenzverhalten wird anhand der sukzessiven Steigerung der Simulationsanzahl $n$ in je 40 wiederholten Berechnungen (Punkte in Bild 6.7, links) des Sensitivitätsindex erster Ordnung für den Parameter $f$ dargestellt. Eine ausführliche Darstellung des Beispiels zum Konvergenzverhalten beinhaltet Anhang D. Es zeigt sich, dass selbst für einfache Modelle, eine sehr hohe Simulationsanzahl ($n \geq 1000$) erforderlich ist, um stabile Ergebnisse zu erhalten. Zur Bewertung des Konvergenzverhaltens sind in Bild 6.7 (links) zudem die berechneten Mittelwerte $\overline{S}_i$, sowie $\overline{S}_i \pm s_{Si}$ als Streuband aus jeweils 40 Wiederholungen für die gleiche Simulationsanzahl $n$ dargestellt.

Bild 6.7 (rechts) zeigt in Ergänzung das Konvergenzverhalten (exemplarisch für einen der drei Parameter; übrige in Anhang D) bei Verwendung des ursprünglichen Samplings mit Aufteilung einer einzelnen Matrix ($2n \times q$) in $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ (gestrichelte Linien). Im Vergleich dazu erreicht das hier vorgestellte, modifizierte Verfahren zur Generierung der Samplematrizen (durchgezogene Linien) ein leicht verbessertes Konvergenzverhalten. Dies drückt sich insbesondere in der Standardabweichung (graue Linien) aus 40 wiederholten Berechnungen der $S_i$ aus. Es zeigt sich eine verbesserte Konvergenz der Indizes.

### Korrekturverfahren bei Scheinkorrelationen

Trotz des verbesserten Ansatzes zur Wahl der Samplematrizen wird eine ideale Unkorreliertheit der Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ ($\rho_{ab}^{\,i} = 0$) i. d. R. nicht erreicht. Diese Abweichung pflanzt sich in das Berechnungsergebnis als sogenannte Scheinkorrelation fort, sodass der Korrelationskoeffizient $\rho_{ab}$ zwischen den Ergebnisvektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ meist nicht seinem Erwartungswert null entspricht.

Ähnlich verhält es sich für die weiteren Korrelationen: Für Parameter ohne Einfluss auf das Modell müssen der Ergebnisvektor des gemischten Sets $\boldsymbol{c}_i$ und Vektor $\boldsymbol{b}$ identisch sein (vgl. Tabelle 6.1). Der Erwartungswert des Sensitivitätsindex erster Ordnung ist zugleich $S_i = 0$ ($= \rho_{ai}$). Tatsächlich nähert sich $S_i$ jedoch dem Korrelationskoeffizienten $\rho_{ab}$ an ($S_i = \rho_{ai} \rightarrow \rho_{ab}$). Um dieses

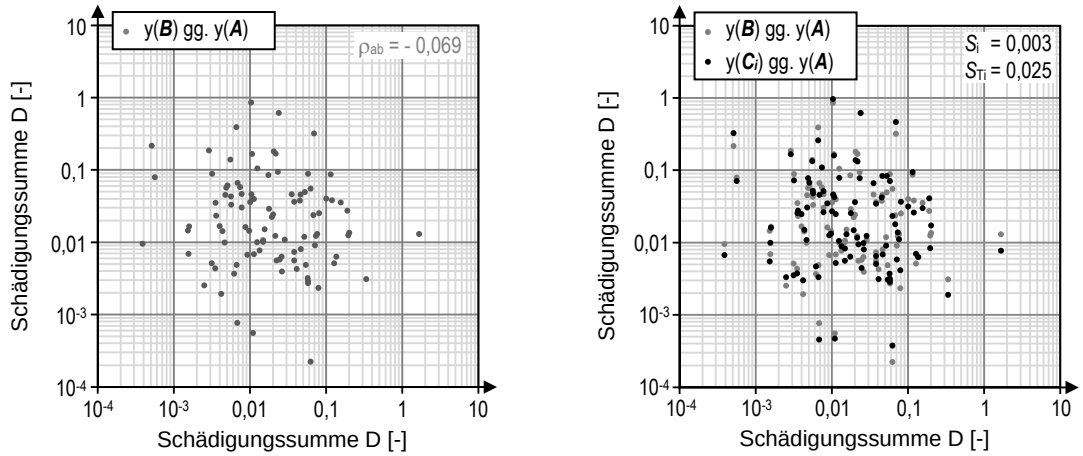



Bild 6.8: Einfluss von Scheinkorrelationen (log. Darstellung)

Defizit zu beheben wird ein Verfahren zur Korrektur solcher Scheinkorrelationen nach [103] adaptiert. Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ werden für $S_{i,0} < 0{,}5$ um den Korrelationskoeffizienten $\rho_{ab}$ nach Gl. (6-6) korrigiert, gleiches gilt für die globalen Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$, die nach Gl. (6-7) angepasst werden, wenn diese nahe 1 sind ($S_{Ti,0} > 0{,}5$).

$$S_i = S_{i,0} - \rho_{ab} \quad \text{für } S_{i,0} < 0{,}5 \tag{6-6}$$

$$S_{Ti} = S_{Ti,0} + \rho_{ab} \quad \text{für } S_{Ti,0} > 0{,}5 \tag{6-7}$$

Dabei bezeichnet der Index „0“ die ursprünglich ermittelten Sensitivitätsindizes nach Gln. (6-4) und (6-5). Für große Sensitivitätsindizes ($S_{i,0} > 0{,}5$) ist der durch eine Korrektur begangene Fehler größer als ohne Korrektur, weshalb für diese Fälle auf eine Anpassung verzichtet wird [103].

Bild 6.8 zeigt den Einfluss von Scheinkorrelationen anhand zweier Streudiagramme für die summierte Ermüdungsschädigung $D$ in logarithmischer Darstellung. Links sind die Modellergebnisse $y_i$ der (planmäßig) unkorrelierten Samplematrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ gegenübergestellt. Die Berechnung des Korrelationskoeffizienten zeigt, dass tatsächlich eine geringe Korrelation $\rho_{ab} = -0{,}069$ vorliegt. Wird diese nicht korrigiert, fließt sie in die Berechnung der Sensitivitätsindizes ein. In Bild 6.8 (rechts) ist das Berechnungsergebnis einer Matrix $\boldsymbol{C}_i$ über das Ergebnis $\boldsymbol{a}$ dargestellt. Es zeigt sich eine große Ähnlichkeit mit dem Ergebnis $y(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{b}$ (graue und schwarze Punkte nah beieinander) und große Unabhängigkeit von $y(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{a}$ (gleichmäßige Verteilung der Punkte), was einem geringen Korrelationskoeffizienten und Sensitivitätsindex $S_i$ entspricht. Allerdings strebt der nicht-korrigierte Sensitivitätsindex $S_{i,0}$ für sämtliche Parameter mit geringem Einfluss gegen den Korrelationskoeffizienten $\rho_{ab}$; dies führt hier zu negativen Sensitivitätsindizes ($S_{i,0} = -0{,}066$), was definitionsgemäß nicht möglich ist. Mit dem Korrekturverfahren sind für das untersuchte Modell alle $S_i$ positiv und diejenigen, der weniger relevanten Parameter, nahe null.

### Sensitivitätsindizes zur Bewertung des Parametereinflusses

Die Berechnung der globalen Sensitivitätsindizes $S_i$ und $S_{Ti}$ erfolgt auf Basis der Korrelationskoeffizienten nach Gln. (6-4) und (6-5). Die Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ ermitteln den Anteil der Varianz $V(X_i)$ eines Parameters $i$ an der Varianz des Berechnungsergebnisses $V(Y)$

und dienen als quantitative Maßzahl des direkten Einflusses. Die totalen Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ ermitteln zusätzlich auch solche Anteile an der gesamten Varianz V($Y$), die sich aus der Kovarianz zu anderen Parametern V($X_i$,$X_j$), V($X_i$,$X_j$,$X_k$) usw. ergeben.

Mit dem Ansatz der Varianzzerlegung nach Abs. 3.7.3 ist grundsätzlich auch die Untersuchung solcher Kovarianzen in Form von Sensitivitätsindizes höherer Ordnung möglich. Jedoch sind für jede Kovarianz V($X_i$,$X_j$) entsprechend $n$ zusätzliche Simulationen erforderlich, da für eine weitere Matrix $\boldsymbol{C}_{i,j}$ der Ergebnisvektor $\boldsymbol{c}_{i,j}$ zu ermitteln ist. $\boldsymbol{C}_{i,j}$ ergibt sich dazu in Analogie zu den Matrizen $\boldsymbol{C}_i$, indem sie aus Matrix $\boldsymbol{B}$ gebildet wird; einzig die Spalten $i$ und $j$ entstammen $\boldsymbol{A}$. Nach dem gleichen Vorgehen können auch höhere Kovarianzen V($X_i$,$X_j$,$X_k$) etc. mit den Matrizen $\boldsymbol{C}_{i,j,k}$ untersucht werden. Ist nur der Einfluss spezifischer (erwarteter) Kovarianzen von Interesse, kann die gezielte Analyse weniger zusätzlicher Kombinationen erfolgen, sollen dagegen alle Kovarianzen einzeln untersucht werden, erhöht sich der Berechnungsaufwand wesentlich ($2q$ - 1 mögliche Sensitivitätsindizes je Parameter $i$ [215]). Diese werden hier nicht weiter betrachtet.

Zur Untersuchung des numerischen Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer nach Kap. 4 werden jeweils $n$ = 100 Simulationen durchgeführt. Somit sind für $q$ = 19 untersuchte Parameter nach Bild 6.10 insgesamt (19 + 2) · 100 = 2100 numerische Berechnungen der Ermüdungslebensdauer bzw. der Schädigungssumme nach $t$ = 200 a erforderlich. Aufgrund der dafür benötigten Rechenzeit wird auf einen größeren Umfang und die Untersuchung einzelner Kovarianzen mit Sensitivitätsindizes höherer Ordnung ebenso verzichtet wie auf mehr Simulationen für ein verbessertes Konvergenzverhalten.
Die hier dargestellten Auswertungen werden an einem modifizierten Referenzfall durchgeführt; vgl. Abs. 4.7. Sie sind daher beispielhaft und nur bedingt allgemeingültig. Grundsätzlich werden wesentlich größere Simulationsumfänge empfohlen. Zudem ist keine generelle Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Bauwerke gegeben. Sie können aber als repräsentative Richtwerte bei gleichartigen Strukturen und Randbedingungen aufgefasst werden und verdeutlichen das konzeptionelle Vorgehen.

Ausgewählte Streudiagramme sind in Bild 6.9 für drei von 19 Parametern dargestellt, um die Interpretation der Sensitivitätsindizes zu verdeutlichen:

- Die Betondruckfestigkeit $f_c$ (als „Steuerungsparameter“ der Betoneigenschaften) hat in den Grenzen ihrer Varianz nahezu keinen Einfluss auf das Modellergebnis. Dementsprechend ist die Korrelation zwischen den Ergebnissen $y(\boldsymbol{C}_{fc}) = \boldsymbol{c}_{fc}$ und $\boldsymbol{b}$ groß; die schwarzen Punkte im Streudiagramm liegen nahezu auf einer Geraden. Der Sensitivitätsindex $S_{fc}$ als Korrelation zwischen $\boldsymbol{c}_{fc}$ und $\boldsymbol{a}$ ($\rho(\boldsymbol{c}_{fc},\boldsymbol{a})$) ist demnach gering (Bild 6.9, links).
- Der Einfluss des Steigungsparameters der Wöhlerlinie im Dauerfestigkeitsbereich $k_2$ ist im Vergleich größer. Dies spiegelt sich in einer höheren Streuung seiner Ergebnisgrößen $\boldsymbol{c}_{k2}$ gegenüber $\boldsymbol{b}$ wider (schwarze Punkte in Bild 6.9, Mitte); dagegen ist $\boldsymbol{c}_{k2}$ nahezu unabhängig von $\boldsymbol{a}$ (große Streuung der grauen Punkte). Beides hat einen höheren totalen Sensitivitätsindex $S_{T,k2}$ bei kleinem $S_{k2}$ zur Folge und weist nennenswerte Interaktionen aus.

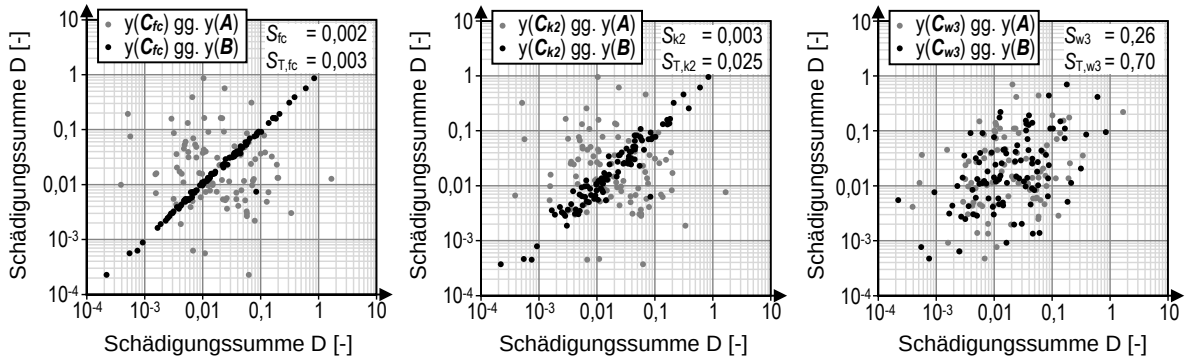



Bild 6.9: Streudiagramme der Ergebnisgrößen (log. Darstellung) für einen unbedeutenden (links), wenig einflussreichen (Mitte) und den maßgebenden Modellparameter (rechts)

- Für den hier maßgebenden Parameter $w_3$, der die Last des LKW-Typs 3 skaliert, zeigt sich eine Abhängigkeit seines Ergebnisses $y(\boldsymbol{C}_{w3}) = \boldsymbol{c}_{w3}$ von $\boldsymbol{a}$ (im Vergleich reduzierte Streuung der grauen Punkte in Bild 6.9, rechts). Dies hat eine höhere Korrelation $\rho(\boldsymbol{c}_{w3},\boldsymbol{a})$ zur Folge und dementsprechend auch einen größeren Sensitivitätsindex $S_{w3}$. Aus der, im Vergleich zu den anderen Parametern, höheren Unabhängigkeit von $\boldsymbol{b}$ (größere Streuung der schwarzen Punkte), leitet sich zudem ein größerer totaler Sensitivitätsindex $S_{T,w3}$ ab.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsindizes aller Basisvariablen fasst Bild 6.10 zusammen. Anhand des Sensitivitätsindex erster Ordnung $S_i$ (oben links) zeigt sich der direkte Einfluss jedes Parameters auf die Varianz des Berechnungsmodells. Hier haben für das modifizierte Referenzbauwerk der LKW-Typ 3 des ELM 4 ($S_{w3} = 0{,}26$), die zeitabhängigen Spannkraftverluste in Form des Skalierungsfaktors $a_{KS}$ ($S_{aKS} = 0{,}15$) und die Lage des Bemessungsquerschnitts der Koppelfuge $x_{KF}$ ($S_{xKF} = 0{,}05$) maßgeblichen Einfluss. Definitionsgemäß ist stets $\Sigma S_i \leq 1$ und für additive Modelle genau eins (vgl. *Eigenschaften der Sensitivitätsindizes* in Anhang D). Für das Prognosemodell ist hier $\Sigma S_i = 0{,}49$ (< 1), somit sind relevante Interaktionen zwischen den Parametern zu erwarten.

Der totale Sensitivitätsindex $S_{Ti}$ (Bild 6.10, oben rechts) erfasst sowohl den Anteil der Varianz $V(X_i)$ des Parameters *i* selbst, als auch sämtliche seiner Kovarianzen, also zusätzlich alle Interaktionen mit anderen Parametern. Er ist das Maß des gesamten Einflusses eines Parameters auf das Modell. Hier haben weiterhin die zuvor genannten Parameter wesentlichen Einfluss ($S_{T,w3} = 0{,}70$, $S_{T,aKS} = 0{,}53$, $S_{T,xKF} = 0{,}30$). Zusätzlich ist hier die jährliche Zunahme der Verkehrsmenge $dn/dt$ ($S_{T,n} = 0{,}28$) von Bedeutung. Geringer zu werten sind etwa die Spannstahleigenschaften in Form der Querschnittsfläche $A_p$ (beschreibt die Spannstahlmenge, $S_{T,Ap} = 0{,}04$) und die initiale Vordehnung $\varepsilon_{p0}^{(0)}$ ($S_{\varepsilon p0} = 0{,}01$); gleiches gilt für die Temperaturgradienten $\Delta T$ ($S_{\Delta T,i} \leq 0{,}01$).

Die Summe der totalen Sensitivitätsindizes ist für das Modell $\Sigma S_{Ti} = 1{,}93$. Die wesentliche Abweichung von eins ($\Sigma S_{Ti} = 1$ für additive Modelle) bzw. von $\Sigma S_i = 0{,}49$ weist erneut auf relevante Interaktionen im Prognosemodell hin (vgl. auch Tabelle 3.2 in Abs. 3.7.3).

Dritte zentrale Kenngröße ist die Differenz $S_{Ti} - S_i$. Diese gibt das Maß der Interaktionen eines Parameters *i* an (vgl. Tabelle 3.2 in Abs. 3.7.3), indem sie alle höheren Sensitivitätsindizes ($S_{ij}$,

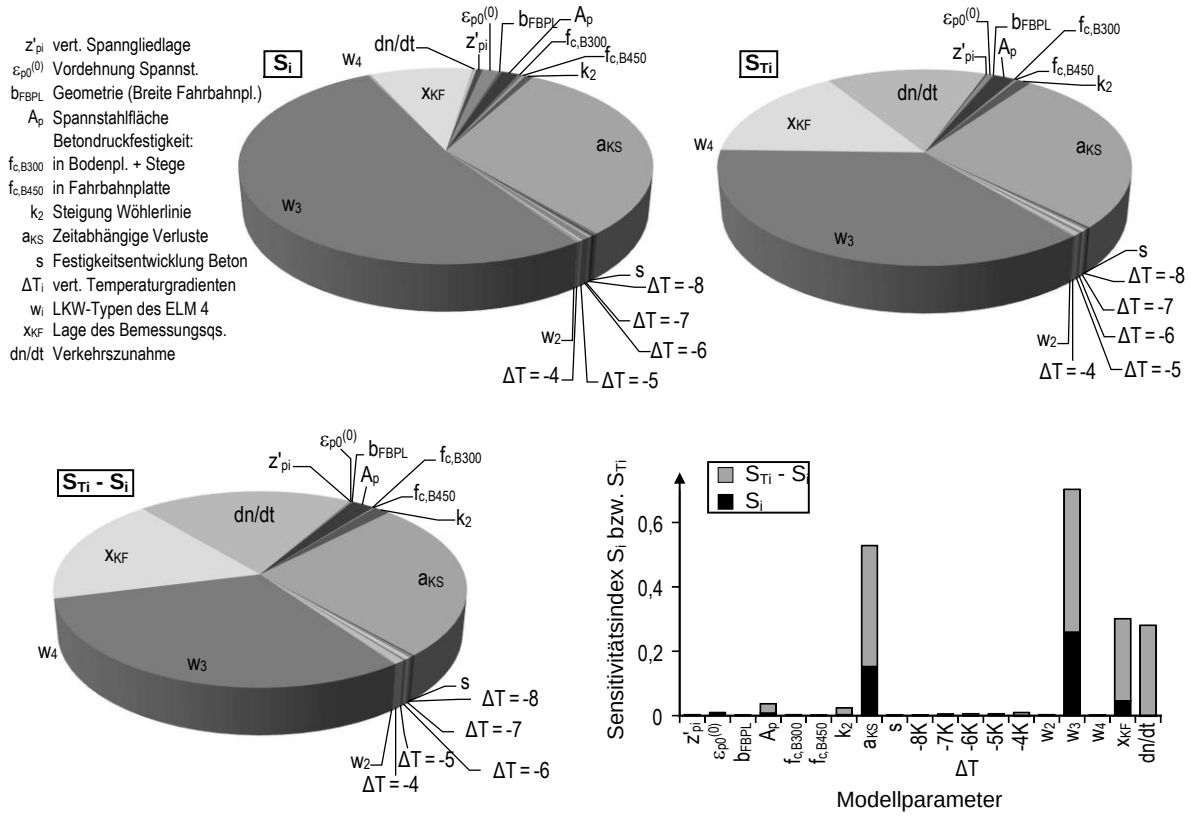



Bild 6.10: Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ (oben links), totale Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ (oben rechts) und Maß der Interaktionen $S_{Ti}$ - $S_i$ (unten links); als Balkendiagramm (unten rechts)

$S_{ijk}$, …), also den Einfluss der Kovarianzen des Parameters $i$ mit anderen Parametern $j \neq i$, zusammenfasst; sie ist in Bild 6.10 unten links dargestellt. Auch hier sind die zuvor maßgebenden Parameter dominant: die Lasten ($w_3$), zeitabhängige Spannkraftverluste ($a_{KS}$), die Lage des Bemessungsquerschnitts ($x_{KF}$) und die Zunahme der Verkehrsbelastung ($dn/dt$) weisen die größten Werte auf. Die weiteren Parameter beeinflussen die Varianz des Ergebnisses in Form von Interaktionen nur wenig. Dies zeigt ebenfalls das Balkendiagramm in Bild 6.10 unten rechts anhand der grauen Balken.

Bei der Interpretation der Sensitivitätsindizes sei erneut darauf hingewiesen, dass stabile Ergebnisse eine hohe Simulationsanzahl erfordern. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Sensitivitätsindizes im Bereich der Scheinkorrelation liegen, also sehr gering sind. Weiterhin sind die Ergebnisse, auch wenn das Verfahren einer globalen Sensitivitätsanalyse entspricht, vom Wertebereich der Parameter bzw. deren vorgegebener Varianz abhängig. So hat etwa die Steigung der Wöhlerlinie ($k_2$) einen geringen Einfluss auf das Modell, da ihre Standardabweichung hier vergleichsweise gering gewählt wurde. Die detaillierten Ergebnisse sind in Anhang D tabelliert.

### Einfluss der Verteilungsform der Zielgröße

Die Sensitivitätsindizes werden aus den (linearen) Korrelationskoeffizienten nach PEARSON ermittelt, also als Korrelationskoeffizienten der Ergebnisgrößen $\boldsymbol{y}_i$, welche der Ermüdungsschädigung $D$ am Ende der Lebensdauersimulation ($t$ = 200 a) entspricht. Im Kontext von Ermüdungs-

vorgängen und Lebensdauerprognosen ist der lineare Korrelationskoeffizient jedoch meist ungeeignet (vgl. Abs. 3.1), da nichtlineare Zusammenhänge nicht sinnvoll abgebildet und die Ränder stärker gewichtet werden. Deshalb wird, um weiterhin einen mathematisch konsistenten Zusammenhang zu erhalten, die Zielgröße – die sich gemäß Abs. 4.7 einer Log-Normalverteilung annähert – in den logarithmischen Raum transformiert. Dadurch sind die Ergebnisvektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}_i$ in Näherung normalverteilt. Dies zeigt Bild 6.11 grafisch in der Gegenüberstellung des nichtlogarithmisch dargestellten Streudiagramms im Vergleich mit der logarithmierten Schädigungssumme log($D$). Zudem weisen die schwach besetzten Ränder der Streudiagramme hier auf das Erfordernis einer höheren Simulationsanzahl $n$ hin.

Da die Zielgröße ein frei wählbarer Parameter ist, wird diese im Folgenden als die logarithmische Schädigungssumme log($D$) definiert. Durch die Transformation in den logarithmischen Raum bleiben die grundlegenden Eigenschaften der Ergebnisgröße erhalten, einzig ihre Schiefe und Streubreite werden reduziert und die diskrete Verteilung nähert sich der Normalverteilung an. Die nach Transformation ermittelten Sensitivitätsindizes zeigen sich weniger empfindlich gegenüber den einzelnen Randwerten. Dabei wird zugleich der dominante Einfluss der maßgebenden Parameter reduziert, welcher bei geringem Simulationsumfang auf die schwach besetzten Ränder zurückgeführt werden kann. Folglich sinken deren – von modell- und bauwerksspezifischen Eigenschaften der Basisvariablen abhängigen – Sensitivitätsindizes. Die Transformation bietet somit eine verbesserte Abbildung des tatsächlichen Modellverhaltens.

Durch die Transformation wird auch der Anteil weiterer Modellparameter an der Varianz des Ergebnisses deutlich. Nun sind es sieben Parameter mit $S_{Ti} > 0{,}05$, im Vergleich zu vier Parametern des nicht-transformierten Modells. Bild 6.12 zeigt die Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ (oben links), totale Sensitivitätsindizes (oben rechts) sowie das Maß der Interaktionen $S_{Ti} - S_i$ (unten links). Durch die Transformation wird etwa der Einfluss der beiden anderen untersuchten LKW-Typen 2 ($w_2$) und 4 ($w_4$) in Interaktion mit anderen Parametern verstärkt ($S_{T,w2} = 0{,}24$ und $S_{T,w4} = 0{,}14$).

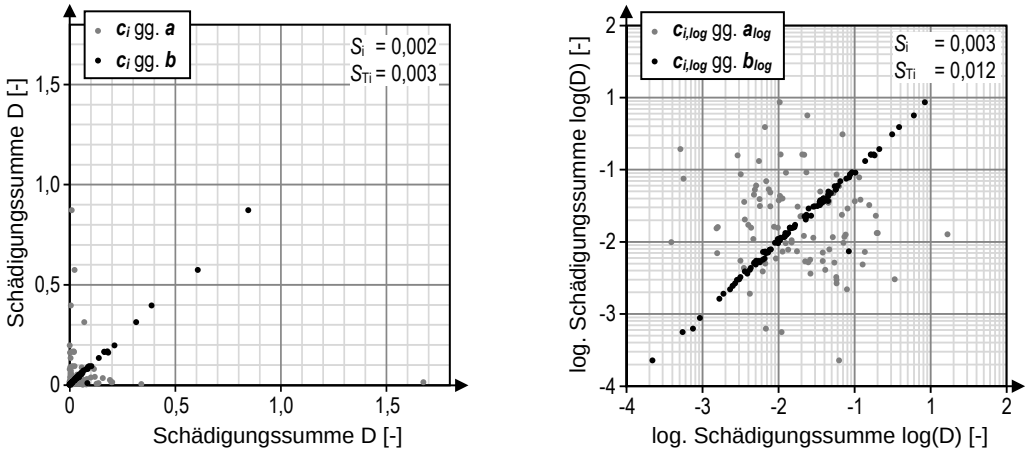



Bild 6.11: Gegenüberstellung der Auswertungen der original-skalierten (links) und der logarithmisch transformierten Zielgröße (rechts)

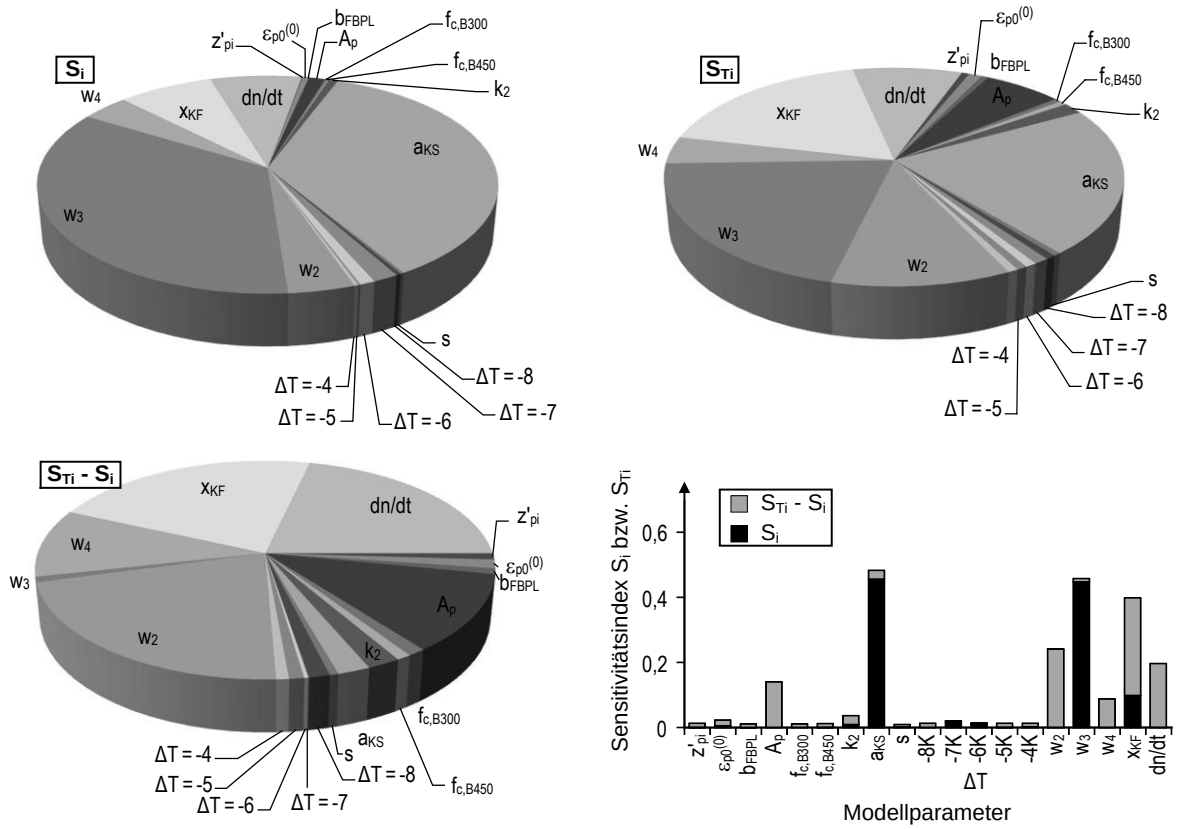



Bild 6.12: Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ (oben links), totale Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ (oben rechts) und deren Differenz $S_{Ti}$ - $S_i$ als Maß der Interaktionen (unten links) für die log-transformierte Zielgröße; als Balkendiagramm (unten rechts)

Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass im untersuchten Modell durch die Transformation ein wesentlich höherer Korrelationskoeffizient $\rho_{ab}$ = -0,192 zwischen ***a*** und ***b*** entsteht. Dies kann auf geringe Anzahl der Simulationen $n$ zurückgeführt werden, weshalb die Ergebnisse insbesondere für niedrige Sensitivitätsindizes nur bedingt gültig sind. Dies spiegelt sich auch in der Tatsache wider, dass einzelne $S_i$ (nahe null) selbst nach Korrektur der Scheinkorrelation negativ sind; etwa $S_{w2}$ = -0,052.

## 6.5 Modifizierte Sensitivitätsindizes zur Bewertung von Monitoringmaßnahmen

Die zuvor ermittelten Sensitivitätsindizes dienen als quantitative Maßzahlen des Einflusses der Varianz auf das Modell. Sie stellen den Anteil eines Parameters an der Varianz des gesamten Modells dar. Allerdings bewerten die Sensitivitätsindizes aleatorische und epistemische Streuungen bzw. Unsicherheiten des Modells gemeinsam. Somit kann zwar die Aussage getroffen werden, welches die maßgebenden Modellparameter sind, jedoch nicht, welche im Rahmen einer Kenntnissteigerung – etwa eines Monitorings – das größte Potential zur Genauigkeitsverbesserung haben; Messungen und Monitoring reduzieren einzig die epistemische Unsicherheit. Kap. 5 enthält Werte um diesen Anteil reduzierter Varianzen, die mit verschiedenen Monitoringansätzen

und Messverfahren erreicht werden können. Da das Maß der Varianzreduktion stets verfahrens- und parameterabhängig ist, führt die Messung (bzw. verbesserte Kenntnis) des maßgebenden Modellparameters nicht zwangsläufig zu einer Verbesserung der Prognosequalität.

Dazu wird in diesem Abschnitt eine modifizierte Form der Sensitivitätsindizes vorgestellt, die den Nutzen, also das Maß der Varianzreduzierung, quantifizieren soll. Diese basiert auf der Varianzzerlegung und den grundsätzlichen Definitionen varianzbasierter Sensitivitätsindizes.

Eine ebenfalls mögliche Mittelwertverschiebung der stochastischen Basisvariablen wird hier nicht betrachtet. Das Maß solcher Veränderungen wäre, basierend auf initialen Annahmen, nur schwerlich quantifizierbar. Jedoch kann hierfür die Auswertung des elementaren Einflusses eine qualitative Aussage über mögliche Auswirkungen geben, indem eine Rangfolge der Parameter gebildet wird.

### Modifizierte Sensitivitätsindizes

Zur Bewertung des Nutzens einer Varianzreduzierung durch Monitoring oder Bauwerkmessungen wird das Verfahren der varianzbasierten Sensitivitätsindizes adaptiert. Im Folgenden bezeichnet $X_i^*$ solche Parameter $X_i$, deren Varianz durch eine Kenntnissteigerung reduziert wird. Zur Abgrenzung kennzeichnet $X_{i,0}$ nicht-reduzierte Parameter. Das Berechnungsergebnis des „besten“ Modells mit reduzierten Varianzen aller Parameter sei $Y^*$ (entspricht dem Ergebnis in Abs. 5.7).

$$Y^* = f\left(X_1^*, \dots X_i^*, \dots X_q^*\right) \tag{6-8}$$

Analog wird das ursprüngliche (nicht-varianzreduzierte) Berechnungsergebnis mit $Y_0$ bezeichnet (entspricht dem Ergebnis in Abs. 4.7). Die Differenz der Varianzen beider Modelle $\Delta V^*$ stellt das Maß der maximal erreichbaren Varianzreduktion dar.

$$\Delta V^* = V(Y_0) - V(Y^*) \tag{6-9}$$

Das Prinzip der Varianzzerlegung kann darauf übertragen werden. Dabei ist die Varianzzerlegung des initialen Modells (vgl. Abs. 3.7.3):

$$V(Y_0) = \sum_{i=1}^{q} V_{i,0} + \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[V_{i,j,0} + \dots + V_{1,2\dots q,0}\right] \tag{6-10}$$

Die Varianzzerlegung des vollständig verbesserten („besten“) Modells ist analog dazu:

$$V(Y^*) = \sum_{i=1}^{q} V_i^* + \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[V_{i,j}^* + \dots + V_{1,2\dots q}^*\right] \tag{6-11}$$

Demnach kann die Reduzierung der Varianz nach Gl. (6-9) ebenfalls durch eine Zerlegung beschrieben werden:

$$\Delta V^* = \sum_{i=1}^{q} V_{i,0} + \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[V_{i,j,0} + \dots + V_{1,2\dots q,0}\right] - \sum_{i=1}^{q} V_i^* - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j>i}^{q}\left[V_{i,j}^* + \dots + V_{1,2\dots q}^*\right] \tag{6-12}$$

Die Reduzierung der einzelnen Varianzanteile des Berechnungsergebnisses sei:

$$\Delta V_i = V_{i,0} - V_i^* \tag{6-13}$$

Die Reduzierung höherer Kovarianzen sei analog $\Delta V_{\mathrm{i,j}}$. Somit kann die additive Gl. (6-12) umgeformt werden:

$$\Delta V^* = \sum_{i=1}^{q} \Delta V_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{j>i}^{q} \left[\Delta \mathrm{V}_{i,j} + \cdots + \Delta V_{1,2\ldots q}\right] \tag{6-14}$$

Es wird angenommen, dass stets nur die Varianz $V_{\mathrm{i}}^*$ eines Parameters *i* selbst (durch Messungen) beeinflussbar ist. Die Kovarianzanteile ($V_{\mathrm{i,j}}^*$, … $V_{1,2\ldots q}^*$) sind abgeleitete, nicht direkt messbare Größen. Ihre Reduzierung ($\Delta V_{\mathrm{i,j}}$, … $\Delta V_{1,2\ldots q}$) ist unmittelbar von $\Delta V_{\mathrm{i}}$ abhängig, weshalb ihre separierte Betrachtung hier nicht sinnvoll erscheint. Zur Berechnung von quantifizierenden Indizes wird deshalb das Berechnungsergebnis bei Änderung spezifischer Parameter betrachtet: Wird einzig die Varianz des Parameters *i* von $\mathrm{V}(X_{\mathrm{i},0})$ auf $\mathrm{V}(X_{\mathrm{i}}^*)$ reduziert, ist das Ergebnis des Berechnungsmodells:

$$Y = f\left(X_{1,0}, \ldots X_{i-1,0}, X_i^*, X_{i+1,0}, \ldots X_{q,0}\right) = Y\left(X_{j\neq i,0}, X_i^*\right) \tag{6-15}$$

Die daraus resultierende Varianz wird mit $\mathrm{V}(Y(X_{\mathrm{j}\neq\mathrm{i},0}, X_{\mathrm{i}}^*))$ bezeichnet. Die Differenz zur Varianz des ursprünglichen Berechnungsmodells $\mathrm{V}(Y_0)$ stellt die Verbesserung (Varianzreduzierung $\Delta V_{\mathrm{i}}$) des Modells infolge Parameter *i* dar. Sie schließt die (teilreduzierte) Kovarianz mit anderen Parametern mit ein.

$$\Delta V_i^* = V(Y_0) - V\left(Y\left(X_{j\neq i,0}, X_i^*\right)\right) \tag{6-16}$$

Die Reduktion der Varianz durch verbesserte Kenntnis zweier oder mehrerer Parameter ergibt sich dementsprechend zu:

$$\Delta V_{i,j}^* = V(Y_0) - V\left(Y\left(X_{k\neq i,k\neq j,0}, X_i^*, X_j^*\right)\right) \tag{6-17}$$

Durch sukzessive Erhöhung der Anzahl verbesserter Parameter wird schließlich der komplementäre Fall zu den Gln. (6-15) und (6-16) erreicht:

$$Y = f\left(X_1^*, \ldots X_{i-1}^*, X_{i,0}, X_{i+1}^*, \ldots X_q^*\right) = Y\left(X_{i,0}, X_{j\neq i}^*\right) \tag{6-18}$$

Die daraus resultierende Varianzreduzierung im Vergleich zum ursprünglichen Modell $Y_0$ ist:

$$\Delta V_{j\neq i}^* = V(Y_0) - V\left(Y\left(X_{i,0}, X_{j\neq i}^*\right)\right) \tag{6-19}$$

In Anlehnung an die ursprünglichen Sensitivitätsindizes leitet sich der modifizierte Sensitivitätsindex erster Ordnung $S_{\mathrm{i}}^*$ als bezogene Größe der Varianzreduzierung, im Verhältnis zu der maximal erreichbaren Varianzreduzierung $\Delta V^*$ nach Gl. (6-9), ab:

$$S_i^* = \frac{\Delta V_i^*}{\Delta V^*} = \frac{V(Y_0) - V\left(Y\left(X_{j\neq i,0}, X_i^*\right)\right)}{V(Y_0) - V(Y^*)} \tag{6-20}$$

Da dieser bereits Interaktionen des Modells erfasst (also die Kovarianzen beeinflusst), besteht keine direkte Analogie zum totalen Sensitivitätsindex $S_{\mathrm{Ti}}$. Stattdessen wird ein modifizierter komplementärer Sensitivitätsindex $S_{\mathrm{j}\neq\mathrm{i}}^*$ formuliert, der die Varianzreduktion aller Parameter außer *i* in Bezug auf $\Delta V^*$ beschreibt:

$$S_{j\neq i}^{*} = \frac{\Delta V_{j\neq i}^{*}}{\Delta V^{*}} = \frac{V(Y_0) - V\left(Y\left(X_{i,0}, X_{j\neq i}^{*}\right)\right)}{V(Y_0) - V(Y^{*})} \tag{6-21}$$

Somit geben die modifizierten Sensitivitätsindizes keine direkte Auskunft über den Einfluss eines Parameters auf das Modell, sondern einzig über den Einfluss von dessen Varianzreduzierung.

Zudem zeigt das Beispiel auf S. 193 ff., dass eine signifikante Abhängigkeit von der Verteilungsform der Parameter besteht. Bei nicht normalverteilten Zielgrößen wie etwa der Ermüdungsschädigung, die hier log-normalverteilt ist, erweisen sich die Kennwerte als sehr sensitiv bzgl. der Ränder der Verteilung. Dann ist eine Transformation in den normalverteilten Raum sinnvoll, um die Modelleinflüsse bzgl. der eigentlichen Verteilungsform zu untersuchen und die Konvergenz der Ergebnisse zu verbessern.

### Numerische Umsetzung

Zur numerischen Berechnung der $S_i^{*}$ wird das Vorgehen aus Abs. 6.4 adaptiert. Aus zwei Samplematrizen $\boldsymbol{A}^{*}$ und $\boldsymbol{B}$ werden $q$ weitere Matrizen $\boldsymbol{C}_i^{*}$ durch Vertauschen der Spalten gebildet.
Wesentliche Änderung zur Berechnung der ursprünglichen varianzbasierten Sensitivitätsindizes ist die Modifikation der Matrix $\boldsymbol{A}$, die durch eine varianzreduzierte Matrix $\boldsymbol{A}^{*}$ ersetzt wird. Diese entsteht aus einem Sampling aller „verbesserten" Basisvariablen mit reduzierten Varianzen $V(X_i^{*})$. Matrix $\boldsymbol{B}$ hingegen enthält weiterhin Realisationen eines Samplings des ursprünglichen Modells mit $V(X_{i,0})$.
Für $(q + 2)$ Samplematrizen werden die Berechnungsergebnisse $\boldsymbol{a}^{*}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}_i^{*}$ des Modells ermittelt. Dabei entspricht $\boldsymbol{b}$ dem Output des ursprünglichen Modells $Y_0$ und der Ergebnisvektor $\boldsymbol{a}^{*}$ dem Berechnungsergebnis bei Varianzreduzierung aller Parameter $Y^{*}$. Die $\boldsymbol{c}_i^{*}$ beschreiben demnach das Modellergebnis bei Verbesserung bzw. Kenntnissteigerung eines einzelnen Parameters.

Zusammengefasst gilt:

- $\boldsymbol{A}^{*}$ ist die Samplematrix der verbesserten varianzreduzierten Basisvariablen $X_i^{*}$,
- $\boldsymbol{B}$ enthält die Realisationen des ursprünglichen Modells mit $X_{i,0}$,
- Matrix $\boldsymbol{C}_i^{*}$ entspricht $\boldsymbol{B}$ (Spalten $j \neq i$), nur Spalte (bzw. Parameter) $i$ entstammt $\boldsymbol{A}^{*}$.
- Sie erzeugen die numerischen Berechnungsergebnisse (Modelloutput):

$$\boldsymbol{a}^{*} = Y(\boldsymbol{A}^{*}) = Y(X_i^{*}) \tag{6-22}$$

$$\boldsymbol{b} = Y(\boldsymbol{B}) = Y\left(X_{i,0}\right) \tag{6-23}$$

$$\boldsymbol{c}_i^{*} = Y(\boldsymbol{C}_i^{*}) = Y\left(X_{j\neq i,0}, X_i^{*}\right) \tag{6-24}$$

Der modifizierte Sensitivitätsindex aus der numerischen Berechnung leitet sich aus Gl. (6-20) ab:

$$S_i^{*} = 1 - \frac{V(\boldsymbol{c}_i^{*}) - V(\boldsymbol{a}^{*})}{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{a}^{*})} = \frac{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{c}_i^{*})}{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{a}^{*})} \tag{6-25}$$

Dabei können drei wesentliche „Grenzfälle" identifiziert werden:

- Der Parameter $X_i$ hat keinen (nennenswerten) Einfluss auf das Modell ($S_{Ti} \approx 0$). Das Berechnungsergebnis bleibt unabhängig von dem Maß seiner Varianzreduktion (nahezu) gleich: $V(\boldsymbol{c}_i^*) \approx V(\boldsymbol{b})$. Somit ist auch der modifizierte Sensitivitätsindex $S_i^* \approx 0$.
- Der Parameter $X_i$ hat einen nennenswerten Einfluss auf das Modell ($S_{Ti} >> 0$), aber das Maß seiner Varianzreduzierung ist gering ($\Delta V_i^* \rightarrow 0$). Es entsteht keine relevante Verbesserung. Somit ist der modifizierte Sensitivitätsindex ebenfalls gering $S_i^* \rightarrow 0$, da $V(\boldsymbol{c}_i^*)$ und $V(\boldsymbol{b})$ näherungsweise gleich sind.
- Der Parameter $X_i$ hat sowohl relevanten Einfluss auf das Modell ($S_{Ti} >> 0$) und bewirkt zudem eine nennenswerte Varianzreduktion im Berechnungsmodell. Damit sind $V(\boldsymbol{c}_i^*)$ und $V(\boldsymbol{b})$ verschieden. Bei sehr dominantem Einfluss von $X_i^*$ nähert sich $V(\boldsymbol{c}_i^*)$ dem Wert von $V(\boldsymbol{a})$ an; dementsprechend strebt $S_i^* \rightarrow 1$.

Numerische Beispielrechnungen zeigen, dass die ermittelten Indizes in Abhängigkeit von der Konvergenz des Modells sehr sensitiv sind. Für stabile Ergebnisse sind teilweise mehrere tausend bis zehntausend Simulationen erforderlich. Insbesondere solche Parameter mit relevantem Modelleinfluss ($S_{Ti} >> 0$) aber geringer Varianzreduktion erweisen sich als sehr sensitiv.

Zur Ermittlung der komplementären Indizes $S_{j \neq i}^*$ sind weitere $q$ Samplematrizen und damit auch $n \cdot q$ Simulationen erforderlich. Diese zusätzlichen Samplematrizen $\boldsymbol{D}_i^*$ setzen sich vorrangig aus der „verbesserten" Matrix $\boldsymbol{A}^*$ (Spalten $j \neq i$) und der Spalte $i$ aus der ursprünglichen Matrix $\boldsymbol{B}$ zusammen (analog zu [214]). Mit der Varianz $V(\boldsymbol{d}_i^*)$ des daraus resultierenden Berechnungsergebnisses $Y(\boldsymbol{D}_i^*) = \boldsymbol{d}_i^*$ wird der komplementäre modifizierte Sensitivitätsindex $S_{j \neq i}^*$ gemäß Gl. (6-26) ermittelt:

$$S_{j \neq i}^* = \frac{V(\boldsymbol{d}_i^*) - V(\boldsymbol{a}^*)}{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{a}^*)} = 1 - \frac{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{d}_i^*)}{V(\boldsymbol{b}) - V(\boldsymbol{a}^*)} \tag{6-26}$$

Auf die Auswertung der komplementären Sensitivitätsindizes oder weiterer kombinierter Reduzierungen (etwa $S_{i,j}^*$ oder $S_{i,j,k}^*$) wird im Folgenden jedoch verzichtet, da dies nur in Verbindung mit vorausgehenden, sehr aufwendigen Untersuchungen dieser spezifischen Kombinationen anhand der entsprechenden Sensitivitätsindizes ($S_{i,j}$ oder $S_{i,j,k}$) sinnvoll ist.

### Beispiel

Das prinzipielle Vorgehen zur Ermittlung modifizierter Sensitivitätsindizes sei anhand eines weniger rechenaufwendigen Beispiels gezeigt. Mit diesem ist eine ausreichende Anzahl von Simulationsdurchläufen unter Wahrung einer akzeptablen Rechenzeit im Rahmen der Arbeit möglich. Es wird ein Berechnungsmodell aufgestellt, das die wesentlichen Elemente und Rechenvorgänge enthält (Wöhlerlinie mit dem Einfluss des Logarithmus, Spannungsberechnung im Zustand II usw.). Die ausführlichere Beschreibung des Rechengangs enthält Anhang D. Das Modell entspricht einer Lebensdauerberechnung für einen Spannbetonträger mit rechtwinkligem I-Querschnitt bei nichtlinearer Spannungsberechnung nach KRÜGER & MERTZSCH [144, 145]. Beanspruchungen erzeugt ein einzelnes Lastfahrzeug unter zeitabhängig sinkender Vorspannung infolge Kriechen und Schwinden. Der Querschnitt nach Bild 6.13 ist dem halben Querschnitt des

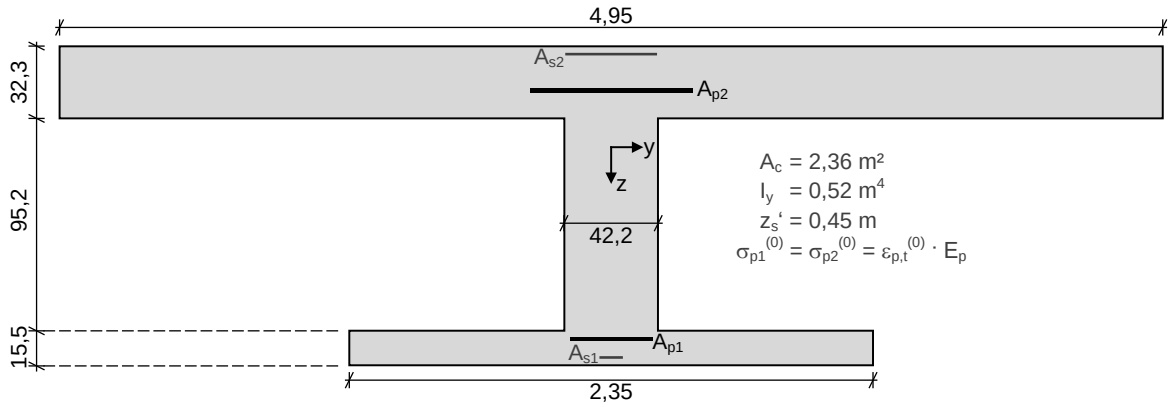



Bild 6.13: Querschnitt des Beispiels in Anlehnung an das Referenzbauwerk

Referenzbauwerks nachempfunden. Durch eine sehr grobe Zeitdiskretisierung ($\Delta t$ = 50 a) werden nur wenige Berechnungsdurchläufe benötigt. Mittels Wöhlerlinien und wachsender jährlicher Lastwechselzahl wird eine Schädigungssumme $D_{ges}$ nach $t$ = 200 a bestimmt.

Die 16 Basisvariablen dieses Modells sind (vgl. auch Tabelle 6.2): die Obergurtbreite $b_f$, als repräsentative Variable der Geometrie, die statische Nutzhöhe der unteren Spannstahllage $d_{p1}$, der Skalierungsfaktor der Spannkraftverluste $\alpha_{KS}$, fünf Temperaturgradienten $\Delta T_i$, die Querschnittsfläche des Spannstahls $A_{p1}$ und zwei Parameter der Wöhlerlinie ($\Delta\sigma(N^*)$ bei $10^6$ Lastwechseln und die konstant angenommene Steigung der Wöhlerlinie $k_2$ (somit *„Miner elementar“*)) sowie die E-Moduln von Beton $E_c$ und Spannstahl $E_p$. Für alle Parameter wird vereinfachend eine Normalverteilung angenommen. Die Lebensdauerprognose erfolgt vereinfacht in fünf Zeitschritten mit fünf Temperaturgradienten entsprechender Häufigkeit und einem einzelnen Fahrzeugtyp (ELM 4, Fahrzeug 3). Somit sind je Lebensdauersimulation 25 Spannungsschwingbreiten bzw. 50 Spannstahlspannungen aus variablen Biegemomenten und Widerständen zu ermitteln.

Die Spannungsberechnung nach KRÜGER & MERTZSCH erfordert dabei die Nullstellenermittlung eines Polynoms dritten Grades [145]. Dies erfolgt mit ausreichend großer Genauigkeit, in 100 Iterationen mittels Bisektionsverfahren (vgl. [204]). Zudem werden die ursprünglichen Grenzen der bezogenen Druckzonenhöhe $\xi$ über den Querschnittsrand hinaus erweitert ($0 < \xi \leq 2$), sodass auch linear-elastische (überdrückte) Spannungszustände erfasst werden. Die dabei zu treffende Fallunterscheidung bzgl. der Lage der Nulllinie (Obergurt, Steg, Untergurt) erfolgt ebenfalls iterativ, indem die getroffene Annahme geprüft und die Berechnung bei Ablehnung mit einer korrigierten Annahme wiederholt wird.

Die (frei) gewählten Kennwerte der Basisvariablen des Beispiels enthält Tabelle 6.2. Zudem sind dort die varianzbasierten, globalen Sensitivitätsindizes $S_i$ und $S_{Ti}$ (vgl. auch Bild 6.14, links) und die reduzierten Varianzen (als verbesserte Standardabweichung und als das Verhältnis von verbesserter zu ursprünglicher Varianz) aufgeführt. Für die Ermittlung der Sensitivitätsindizes wird das Berechnungsergebnis in den logarithmischen Raum transformiert ($y_i = \log(x_i)$), sodass die Daten augenscheinlich normalverteilt sind.

Tabelle 6.2: Stochastische Kennwerte der urspr. und verbesserten Basisvariablen der Beispielrechnung

| **Parameter** | **urspr. Kennwerte** | | **Verbesserung** | | **Sensitivitätsindizes** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\mu_0$ | $\sigma_0$ | $\sigma^*$ | $V^*/V_0$ | $S_i$ | $S_{Ti}$ |
| Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}$ [‰] | 2,175 | 0,1 | 0,03 | 0,09 | 0,05 | 0,12 |
| E-Modul Spannst. $E_p$ [N/mm²] | 205 000 | 6150 | 4900 | 0,63 | ~ 0 | 0,06 |
| Querschnittsfl. Spannst. $A_{p1}$ [cm²] | 26,55 | 0,424 | 0,192 | 0,21 | 0,01 | 0,04 |
| Stat. Nutzhöhe Spannst. $d_{p1}$ [m] | 1,31 | 0,01 | 0,002 | 0,04 | 0,002 | 0,02 |
| Skalierung der Verluste $a_{KS}$ [-] | 1,0 | 0,1 | 0,05 | 0,25 | 0,18 | 0,26 |
| Wöhlerlinie: Knickpunkt $\Delta\sigma(N^*)$ [N/mm²] | 120 | 8,0 | 7,5 | 0,88 | 0,11 | 0,11 |
| Wöhlerlinie: Steigung $k_2$ [-] | 7,0 | 0,5 | 0,3 | 0,36 | 0,004 | 0,01 |
| E-Modul Beton $E_c$ [N/mm²] | 33 000 | 3000 | 1500 | 0,25 | 0,02 | 0,04 |
| Geometrie: Obergurtbreite $b_f$ [m] | 4,95 | 0,50 | 0,0025 | < 0,01 | 0,01 | 0,05 |
| Zunahme d. Lasthäufigkeit *dn/dt* | 15 000 | 5000 | 4750 | 0,90 | 0,02 | 0,02 |
| Skalierung d. ELM4-Fz. 3 $w_3$ [-] | 1,0 | 0,10 | 0,10 | 1,0 | ~ 0 | 0,05 |
| Temperaturgradient: $\Delta T$(-4 K) | 1,0 | 0,20 | 0,141 | 0,50 | ~ 0 | 0,02 |
| $\Delta T$(-5 K) | 1,0 | 0,20 | 0,141 | 0,50 | 0,01 | 0,04 |
| $\Delta T$(-6 K) | 1,0 | 0,20 | 0,141 | 0,50 | 0,06 | 0,18 |
| $\Delta T$(-7 K) | 1,0 | 0,20 | 0,141 | 0,50 | 0,18 | 0,29 |
| $\Delta T$(-8 K) | 1,0 | 0,20 | 0,141 | 0,50 | 0,14 | 0,24 |

Die Parameter wurden zur Veranschaulichung des Prinzips so gewählt, dass jeweils relevante und weniger relevante Parameter Varianzreduzierungen in starkem und geringem Maße erfahren:

- $\Delta\sigma(N^*)$ (vgl. Bild 6.14) ist ein relevanter Parameter ($S_{Ti}$ = 0,11) mit vergleichsweise geringer Varianzreduzierung um 12 % ($V^*/V_0$ = 0,88),
- der Skalierungsfaktor der zeitabhängigen Verluste $a_{KS}$ ist für das Modell bedeutend ($S_{Ti}$ = 0,26), seine Varianz wird wesentlich um 75 % reduziert,
- die Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}$ hat mit $S_{Ti}$ = 0,12 mittleren Einfluss, ihre Varianz wird wesentlich um 91 % reduziert,
- die Varianz aller (der maßgebenden und der nahezu unbedeutenden) Temperaturgradienten $\Delta T_i$ ($0{,}02 \le S_{Ti} \le 0{,}29$) wird jeweils um 50 % reduziert,
- die Varianz der nahezu unbedeutenden Obergurtbreite ($S_{Ti}$ = 0,05) wird infolge der Kenntnissteigerung quasi auf einen deterministischen Wert gesetzt ($V^*/V_0 \to 0$).

Durch die ungleichmäßige Verbesserung der Parameter ist eine Unterscheidung der modifizierten Sensitivitätsindizes $S_i^*$ von den ursprünglichen Sensitivitätsindizes $S_i$ und $S_{Ti}$ zu erwarten.

Die Ergebnisse mit $n$ = 10000 Realisationen sind in Bild 6.14 (rechts) und Tabelle 6.3 enthalten. Erwartungsgemäß bewirken diejenigen Parameter ohne relevanten Einfluss auf das Modell – also geringem $S_i$ bzw. $S_{Ti}$ – auch keine nennenswerte Verbesserung infolge ihrer Varianzreduzierung (hier $k_2$, $d_{p1}$, *dn/dt*, $\Delta T$(-4 K) mit $S_i^* \approx 0$). Aufgrund der geringen Verbesserung der Varianz um

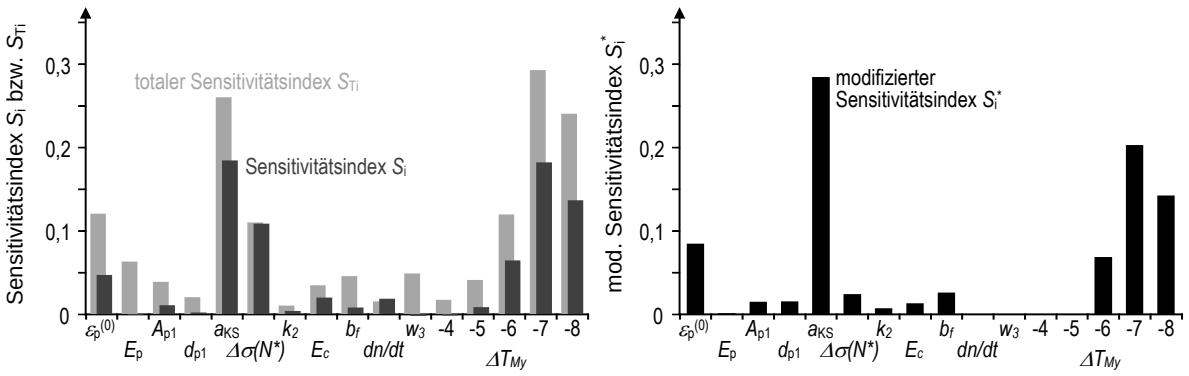



Bild 6.14: Sensitivitätsindizes (links) und modifizierte Sensitivitätsindizes des Beispiels (rechts)

„nur“ 12 % ist der modifizierte Sensitivitätsindex $S_i^*$ für $\Delta\sigma(N^*)$ ebenfalls gering. Die maßgebenden Parameter $a_{KS}$ und $\Delta T$(-7 K) mit relevanter Varianzreduzierung bewirken gleichsam die größte Varianzreduzierung im Berechnungsergebnis (größte $S_i^*$).

Die Ermüdungsschädigung als Zielgröße weist aufgrund der gewählten Einzelstreumaße aus Tabelle 6.2 eine sehr große Streuung von mehreren Zehnerpotenzen auf, wie Bild 6.15 (links) anhand der Dichtefunktionen des ursprünglichen Modells und verschiedener verbesserter Varianten zeigt. Aus Anpassungstests (vgl. Abs. 3.4 und 4.7) kann abgeleitet werden, dass die Verteilung der Daten einer Log-Normalverteilung entspricht. Deshalb werden die statistischen Kennwerte $\lambda$ und $\zeta$ der Log-Normalverteilung (vgl. Abs. 3.2; sie entsprechen $\mu_y$ und $\sigma_y$ der logarithmischen Daten $y_i = \ln(x_i)$) aus den Stichproben bestimmt. Anhand ihrer Zusammenstellung in Tabelle 6.3 sind die Simulationsergebnisse vergleichbar.

Die Nutzungsdauer leitet sich aus dem oberen Rand der Verteilung der Schädigungssumme ab. Dieser weist aufgrund der Schiefe der Verteilung zugleich die signifikanten Änderungen auf (vgl. Bild 6.15). Deshalb sind in Tabelle 6.3 die, aus der stetigen Verteilung abgeleiteten, 90 %- und 99 %-Quantile ($D_{0,90}$ und $D_{0,99}$) dargestellt. Ihre relative Verbesserung im Vergleich zum initialen Berechnungsmodell (aus ***b***) zeigt eine wesentliche Analogie zu den Werten der modifizierten Sensitivitätsindizes. Große Indizes $S_i^*$ gehen mit gleichsam großen Verbesserungen der Quantile einher. Vereinzelte Verschlechterungen (negative relative Veränderungen) bzgl. des ursprünglichen Modells werden auf simulationsbedingte Abweichungen zurückgeführt.

In Bild 6.15 sind ergänzend ausgewählte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (pdf) und Verteilungsfunktionen (cdf) infolge der Verbesserung eines einzelnen Parameters in grau dargestellt.

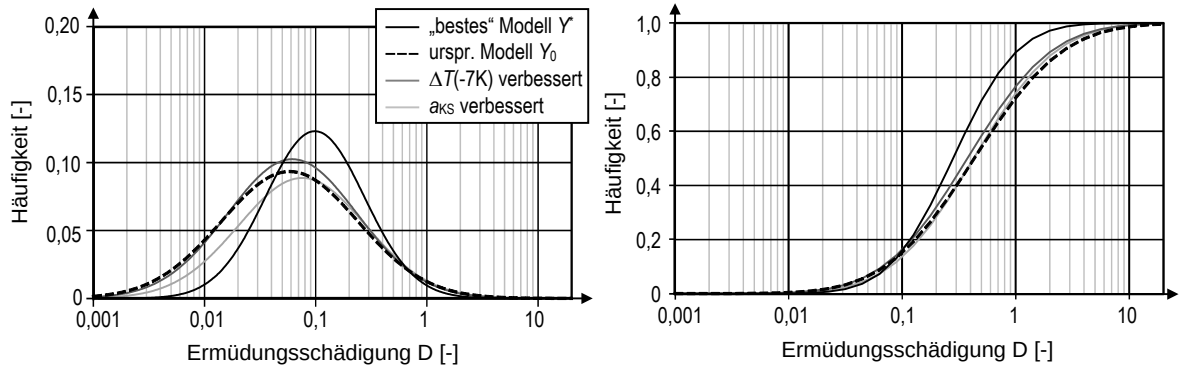



Bild 6.15: Dichte- (links) und Verteilungsfunktion (rechts) bei reduzierten Varianzen

Die Dichtefunktionen (links) verdeutlichen die Varianzreduzierung: Für $a_{KS}$ und $\Delta T$(-7 K) als jeweils alleinig verbesserten Parameter wird eine Abweichung vom ursprünglichen Modell (gestrichelt) hin zu der Verteilung des „besten" Modells (schwarze Linie) erreicht. Infolge der Varianzreduzierung heben sich ihre Verteilungen merklich von $Y_0$ ab und weisen reduzierte Streubreiten auf. Die Verteilungsfunktionen in Bild 6.15 (rechts) zeigen, dass erwartungsgemäß beide Kurven zwischen der des (schlechtesten) Ursprungsmodells $Y_0$ und der des „besten" Modells $Y^*$ liegen und vergleichsweise geringe Mittelwert- bzw. Medianverschiebungen (50 %-Quantil) entstehen. Jedoch bewirkt die Varianzreduzierung der beiden betrachteten Parameter nur eine Teilverbesserung hin zum „besten" Modell. Erst durch gleichzeitige Verbesserung aller relevanten Parameter würde das „beste" Modell erreicht.

Tabelle 6.3: Ergebnisse der modifizierten Sensitivitätsindizes und Modellverbesserungen

| **Parameter** | **Verteilung infolge der Verbesserung $c_i^*$** | | | | **relative Verbesserung** | | **mod. Sensitivitätsindex** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\lambda$ | $\zeta$ | $D_{0,90}$ | $D_{0,99}$ | $D_{0,90}$ | $D_{0,99}$ | $S_i^*$ |
| Vordehnung $\varepsilon_p^{(0)}$ [‰] | -1,94 | 3,189 | 8,535 | 238,8 | + 11 % | + 16 % | 0,09 |
| E-Modul Spannst. $E_p$ [N/mm²] | -1,93 | 3,254 | 9,350 | 280,2 | + 1 % | + 1 % | 0,001 |
| Spannstahlquerschn. $A_{p1}$ [cm²] | -1,94 | 3,243 | 9,156 | 271,3 | + 3 % | + 4 % | 0,02 |
| Stat. Nutzhöhe Spannst. $d_{p1}$ [m] | -1,93 | 3,243 | 9,283 | 275,0 | + 2 % | + 3 % | 0,02 |
| Skalierung d. Verluste $a_{KS}$ [-] | -1,95 | 3,026 | 6,851 | 161,8 | + 31 % | + 45 % | 0,29 |
| Wöhlerlinie: Knickpunkt $\Delta\sigma(N^*)$ [N/mm²] | -1,92 | 3,236 | 9,291 | 273,2 | + 2 % | + 4 % | 0,03 |
| Wöhlerlinie: Steigung $k_2$ [-] | -1,93 | 3,249 | 9,324 | 278,0 | + 1 % | + 2 % | 0,01 |
| E-Modul Beton $E_c$ [N/mm²] | -1,97 | 3,245 | 8,893 | 263,9 | + 7 % | + 7 % | 0,01 |
| Geometrie: Obergurtbreite $b_f$ [m] | -1,96 | 3,235 | 8,857 | 260,1 | + 7 % | + 9 % | 0,03 |
| Zunahme d. Lasthäufigkeit $dn/dt$ | -1,93 | 3,257 | 9,406 | 282,7 | + 0 % | + 0 % | ~ 0 |
| Skalierung d. ELM4-Fz. 3 $w_3$ [-] | -1,92 | 3,262 | 9,556 | 288,7 | - 1 % | - 2 % | ~ 0 |
| Temperaturgradient: $\Delta T$(-4 K) | -1,96 | 3,284 | 9,469 | 292,8 | - 0 % | - 4 % | ~ 0 |
| $\Delta T$(-5 K) | -1,98 | 3,260 | 9,004 | 271,4 | + 5 % | + 4 % | ~ 0 |
| $\Delta T$(-6 K) | -2,08 | 3,201 | 7,519 | 213,2 | + 23 % | + 26 % | 0,07 |
| $\Delta T$(-7 K) | -2,25 | 3,094 | 5,570 | 141,1 | + 46 % | + 53 % | 0,20 |
| $\Delta T$(-8 K) | -2,19 | 3,143 | 6,268 | 167,1 | + 38 % | + 43 % | 0,14 |
| *„bestes" Modell* $\boldsymbol{a}^*$ | *-2,92* | *2,349* | *1,099* | *12,8* | + 100 % | + 100 % | - |
| *urspr. Modell* $\boldsymbol{b}$ | *-1,93* | *3,255* | *9,433* | *283,0* | ± 0 | ± 0 | - |

## Modifizierte Sensitivitätsindizes des Prognosemodells aus Kapitel 4

Die Untersuchungen des Prognosemodells aus Kap. 4 erfolgen abschließend und aufgrund seines hohen Berechnungsaufwands nur mit geringer Simulationsanzahl. Dies spiegelt sich in den Ergebnissen und Verteilungen wider, weshalb erneut auf das grundlegende Erfordernis eines ausreichend großen Simulationsumfangs hingewiesen sei. Die anfänglichen $n = 100$ Simulationen (somit insgesamt $n \cdot (2 + q)$ Simulationen für die modifizierten Sensitivitätsindizes) werden für

ausgewählte Parameter sowie für die Matrizen $\boldsymbol{A}^*$ und $\boldsymbol{B}$ durch weitere 100 Simulationen ergänzt, um erste Aufschlüsse über das Konvergenzverhalten zu geben. Die konsistente Erweiterung eines bestehenden Samples, das mittels Latin-Hypercube-Sampling erstellt wurde, thematisiert [223].

Aus den Ergebnissen der Sensitivitätsindizes nach Abs. 6.4 werden zunächst weniger relevante Modellparameter identifiziert. Wie zuvor gezeigt wurde, hat ihre Varianzreduzierung keinen Nutzen für die Zielgröße, weshalb auf die Ermittlung ihrer modifizierten Sensitivitätsindizes verzichtet wird. So wird der Berechnungsaufwand reduziert. Sie verbleiben jedoch aber als streuende Basisvariablen im Modell. Zudem kann durch ein angepasstes Sampling die erneute Berechnung der Modellergebnisse $\boldsymbol{b}$ entfallen, da die Samplematrix $\boldsymbol{B}$ für beide Verfahren identisch ist.

Das Simulationsergebnis $\boldsymbol{b}$ korrespondiert zu dem Ergebnis des Prognosemodells nach Abs. 4.7, analog korrespondiert das Ergebnis für $\boldsymbol{A}^*$ mit den Auswertungen, des durch Messungen verbesserten Modells nach Abs. 5.7; geringe Abweichungen zu den vorherigen Ergebnissen sind auf Modellvereinfachungen und Parameterreduzierungen zurückzuführen. Die hier untersuchten Parameter entsprechen somit den Abgaben bzw. Verbesserungen in Tabelle 5.7. Eine Zusammenfassung der reduzierten Streuungen sowie der varianzbasierten Sensitivitätsindizes enthält Tabelle 6.4 für die verbliebenen Basisvariablen.

Tabelle 6.4: Initiale und reduzierte Streuungen untersuchter Parameter und deren Sensitivitätsindizes

| **Parameter** | **initiale und verbesserte Streuung** | | | **Sensitivitätsindizes** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_0$ | $\sigma^*$ | $V^*/V_0$ | $S_i$ | $S_{Ti}$ |
| Vordehnung ($t$ = 0) $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ [‰] | 0,1 | **0,03** | 0,09 | 0,006 | 0,02 |
| Spannstahlquerschnitt $A_p$ [cm²] | 0,106 | **0,048** | 0,21 | ~ 0 | 0,14 |
| Steigung d. Wöhlerlinie $k_2$ | 0,5 | **0,3** | 0,36 | 0,01 | 0,04 |
| Skalierungsfaktor der Spannkraftverluste $a_{KS}$ | 0,1 | **0,05** | 0,25 | 0,46 | 0,48 |
| Betondruckfestigkeit $f_{c,Fb}$ [N/mm²] | 5,0 | **4,0** | 0,64 | ~ 0 | 0,01 |
| maßg. Spanngliedlage $z'_{pi}$ [m] | 0,005 | **0,002** | 0,16 | 0,001 | 0,01 |
| Geometrie anhand $b_{FBPL}$ [m] | 0,3 | **0,0025** | ~ 0 | 0,001 | 0,01 |
| Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ [m] | 0,1 | **0,02** | 0,04 | 0,10 | 0,40 |
| jährl. Verkehrszunahme *dn/dt* | 10000 | **0** | 0 | ~ 0 | 0,20 |

Die Ergebnisse der modifizierten Sensitivitätsindizes sind in Tabelle 6.5 in Abhängigkeit des Simulationsumfangs dargestellt. Erwartungsgemäß können nur solche Parameter eine wesentliche Verbesserung des Modells, und somit nennenswerten, modifizierte Sensitivitätsindizes, erzeugen, die relevanten Einfluss auf das Berechnungsmodell ($S_{Ti} >> 0$) und eine nennenswerte Varianzreduzierung ($V^*/V_0 << 1$) aufweisen; vgl. Tabelle 6.4. Dies sind im Fall des Prognosemodells für das Referenzbauwerk die Querschnittsfläche des Spannstahls $A_p$, die Steigung der Wöhlerlinie $k_2$, der Skalierungsfaktor der Spannkraftverluste $a_{KS}$, die Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ und

die jährliche Verkehrszunahme *dn/dt*. Die übrigen Parameter sind entweder für das Modell nicht relevant (etwa $b_{FBPL}$), oder ihre Varianz kann nicht, bzw. nur geringfügig, durch Messungen reduziert werden (etwa $f_c$).

Tabelle 6.5: Modifizierte Sensitivitätsindizes und Verteilungsparameter in Abh. des Simulationsumfangs

| **Parameter** | $S_i^*$ | | $\lambda$ | | $\zeta$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ = | 100 | 200 | 100 | 200 | 100 | 200 |
| Vordehnung ($t$ = 0) $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ [‰] | < 0 | | -3,850 | | 1,5716 | |
| Spannstahlquerschnitt $A_p$ [cm²] | << 0 | << 0 | -4,347 | -4,353 | 1,6149 | 1,5626 |
| Steigung d. Wöhlerlinie $k_2$ | << 0 | << 0 | -4,429 | -4,145 | 1,6351 | 1,5780 |
| Spannkraftverluste $\alpha_{KS}$ | 0,68 | 0,33 | -4,713 | -4,288 | 1,2848 | 1,4134 |
| Betondruckfestigkeit $f_{c,B300}$ [N/mm²] | ~ 0 | | -3,850 | | 1,6149 | |
| maßg. Spanngliedlage $z'_{pi}$ [m] | 0,02 | | -3,848 | | 1,5549 | |
| Geometrie anhand $b_{FBPL}$ [m] | ~ 0 | | -3,848 | | 1,5604 | |
| Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ [m] | 0,35 | 0,39 | -3,826 | -3,836 | 1,4227 | 1,3935 |
| jährl. Verkehrszunahme *dn/dt* [SV/a] | 0,02 | | -3,844 | | 1,5541 | |
| *„bestes" Modell* $\boldsymbol{a}^*$ | - | | -4,338 | -4,346 | 1,1285 | 1,1637 |
| *urspr. Modell* $\boldsymbol{b}$ | - | | -3,849 | -3,854 | 1,5605 | 1,5212 |

Aufgrund des geringen Simulationsumfangs und der nur geringen Verbesserung zwischen ursprünglichem und „bestem" Modell ($\zeta(\boldsymbol{a}^*) - \zeta(\boldsymbol{b}) \approx 0{,}36$) sind die modifizierten Sensitivitätsindizes (noch) mit großer Unsicherheit behaftet. So reduziert sich etwa der modifizierte Sensitivitätsindex für $a_{KS}$ durch weitere 100 Simulationen (somit $n$ = 200) auf etwa die Hälfte. Die weniger dominanten Modellparameter $k_2$ und $A_p$ weisen simulationsbedingt sogar – mathematisch auszuschließende – negative Indizes auf. Dies wird auf ihren nennenswerten Einfluss ($S_{Ti} >> 0$) zurückgeführt, der jedoch, aufgrund des geringen Simulationsumfangs, eine höhere Varianz $V(\boldsymbol{c}_i^*)$ im Vergleich zu initialen Varianz $V(\boldsymbol{b})$ bewirkt (hier: $\zeta(\boldsymbol{c}_i^*) > \zeta(\boldsymbol{b})$).

Die Untersuchung des Modells mit einem größeren (aber weiterhin nicht ausreichenden) Simulationsumfang ($n$ = 200) zeigt, dass nach 100 Simulationen noch keine zufriedenstellende Konvergenz erreicht ist. Dies wird etwa an der signifikanten Veränderung der Mittelwerte λ und Streumaße ζ in Tabelle 6.5 deutlich. Insbesondere die Standardabweichung der logarithmierten Daten ζ zeigt deutliche Veränderungen mit steigendem Simulationsumfang (dies begründet zudem die vereinzelt negativen $S_i^*$). Damit stellen die Indizes hier nur eine erste Tendenz, aber keine zuverlässigen Ergebnisse dar. Dies spiegelt sich auch im Vergleich der diskreten Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit von $n$ in Bild 6.16 wider. Insbesondere die Ränder (maßgeblich für die Varianz des Simulationsergebnisses) weisen bei geringem Simulationsumfang offensichtliche Unstetigkeiten auf. So fällt etwa der Verlauf für $a_{KS}$ bei 100 Simulationen (Bild 6.16, oben links) am oberen Rand unter die Verteilung des besten Modells $\boldsymbol{a}^*$, was ebenfalls mathematisch auszuschließen ist. Bereits 100 weitere Simulationen beheben dieses Defizit (Bild 6.16, unten links).

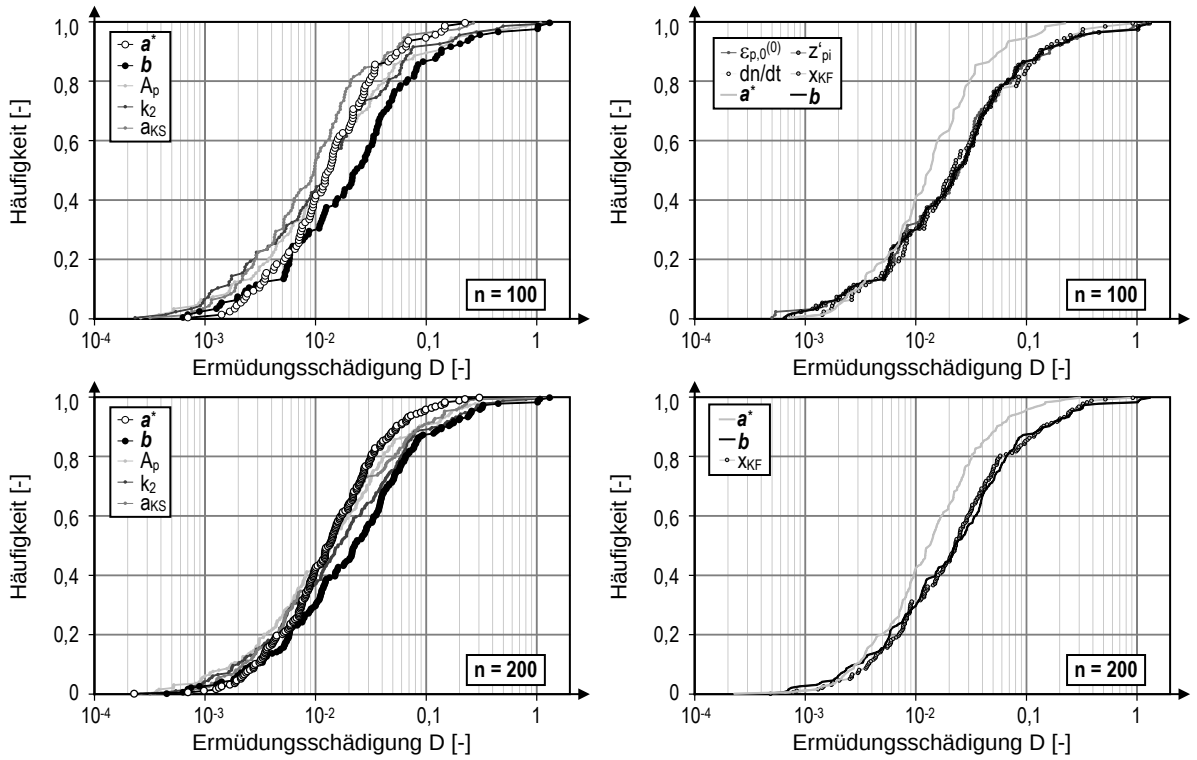



Bild 6.16: Diskrete Häufigkeitskurven bei Varianzreduzierung je eines Parameters ($\boldsymbol{c}_i^*$) im Vergleich mit dem besten ($\boldsymbol{a}^*$) und ursprünglichen Modell ($\boldsymbol{b}$) in Abhängigkeit des Simulationsumfangs

Die Häufigkeitskurven infolge Varianzreduzierung ausgewählter Parameter sind in Bild 6.16 jeweils links dargestellt; diese ergänzen die Histogramme und daraus abgeleitete Dichtefunktionen in Bild 6.17. Durch die Änderung nur eines Parameters wird die Annäherung an das „beste" Modell ($\boldsymbol{a}^*$) erkennbar. Der Parameter $x_{KF}$ bewirkt eine Varianzreduzierung im Bereich kleiner Schädigungssummen und ist in Bild 6.16 unten rechts und Bild 6.17 rechts separat dargestellt.

Bei wesentlich höherem Simulationsumfang lässt sich, wie das vorangehende Beispiel belegt, eine zuverlässige Aussage über den Nutzen spezifischer Varianzreduzierungen infolge Monitorings oder von Einzelmessungen erwarten. Für Parameter mit hohem modifiziertem Sensitivitätsindex kann folglich eine Messung ein effizientes Hilfsmittel sein, sofern sie die erwartete bzw. angenommene Varianzreduzierung erreicht.

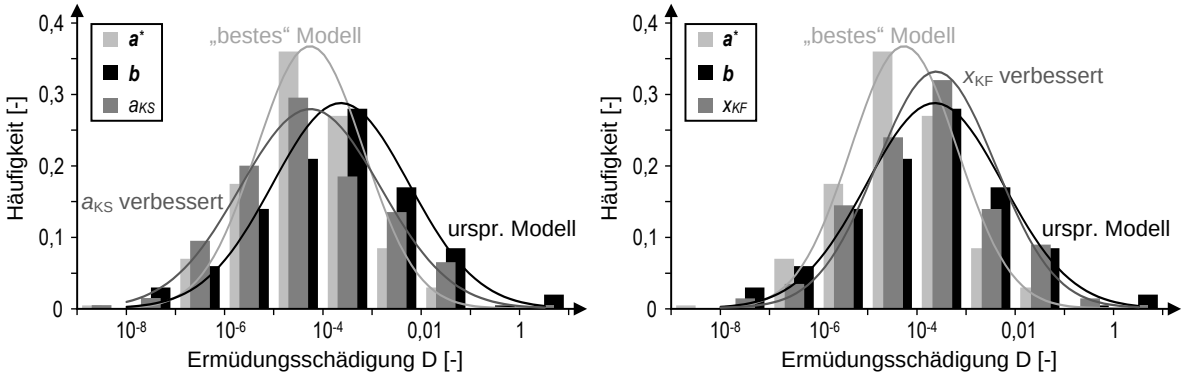



Bild 6.17: Histogramme und abgeleitete Dichtefunktionen bei Varianzreduzierung

# 7. LEBENSDAUERPROGNOSE AM REFERENZBAUWERK

*Während in den vorangegangenen Kapiteln die Randbedingungen der Lebensdauerprognose stets mit generalisierten und möglichst viele Standardfälle abdeckenden Annahmen erstellt wurden, sollen in diesem Kapitel die Ergebnisse verbesserter Lebensdauerprognosen eines realen Bauwerks dargestellt werden. Das Referenzbauwerk war eine etwa 50 Jahre alte Spannbetonhochstraße in Düsseldorf (Abs. 7.1), die mit umfangreicher Messtechnik für ein mehrwöchiges Monitoring ausgestattet wurde. Aufgrund ihres feststehenden Rückbaus konnten zahlreiche Materialproben entnommen werden (Abs. 7.2). Der Ablauf des Monitorings sowie weiterer Einzelmessungen ist in Abschnitt 7.3 dargestellt. Die wesentlichen Messergebnisse und deren Auswertung fasst Abschnitt 7.4 zusammen. Die Ergebnisse der Lebensdauerprognose unter verbesserter Genauigkeit enthält der abschließende Abschnitt 7.5.*

Es sei darauf hingewiesen, dass die Untersuchungen den Schwerpunkt allein auf die Spannstahlermüdung setzen, wobei etwa die Korrosion, die insbesondere im Bereich von Rissen die Dauerhaftigkeit maßgeblich beeinträchtigen kann, nicht untersucht wurde. Dadurch stellen die Ergebnisse auch lediglich eine Verbesserung der prognostizierten Lebensdauer unter reiner Spannstahlermüdung dar. Andere Schädigungsmechanismen, die ebenso zu einer Verkürzung der Nutzungsdauer führen können, wurden hier nicht untersucht und haben – neben Beeinträchtigungen des Verkehrsraums – zu der Entscheidung für einen Ersatz der Hochstraße geführt (vgl. [219]). Zudem stützen sich die Untersuchungen auf eine einzelne, als maßgebend identifizierte und für Messungen während des Rück- und Ersatzneubauprozesses günstig gelegene Koppelfuge. Andere Bereiche der Brücke können damit ebenso wenig beurteilt werden, wie die Wirksamkeit getroffener Verstärkungsmaßnahmen; hier das Stellen von Hilfsstützen (vgl. Abs. 7.1).

## 7.1 HOCHSTRAßE „PARISER STRAßE“

Die Hochstraße „*Pariser Straße 1*“ in Bild 7.1 wurde im Zuge der ersten großen Konjunkturphase des Spannbetonbrückenbaus nach dem zweiten Weltkrieg in den Jahren 1959 und 1960 errichtet. Als Spannbetonbrücke im nachträglichen Verbund war sie ein Teil des sogenannten „Heerdter Dreiecks“, einem Knotenpunkt der linksrheinischen Stadtautobahn in Düsseldorf. Ihr zweispuriger Überbau, mit einzelligem Hohlkasten als Regelquerschnitt, stellte den Anschluss der Bundesstraße B7 (Brüsseler Straße) an den Rheinallee-Tunnel in Richtung der Rheinkniebrücke her und band die Düsseldorfer Innenstadt an das Bundesautobahnnetz (A52) an. Die Gegenrichtung führte ein ähnliches Schwesterbauwerk (vgl. [33, 34]).

Der im Grundriss leicht gekrümmte zwölffeldrige Spannbetondurchlaufträger überspannte eine Gesamtlänge von 302 m (bzw. 218 m), wobei eine Y-förmige Verzweigung das nordwestliche Brückenende in einen vier- und einen einfeldrigen Ast teilte. Der nach Norden abzweigende,



Bild 7.1: Hochstraße „Pariser Straße 1“ in Düsseldorf

vierfeldrige Ast wurde aus verkehrstechnischen Gründen schon nach wenigen Monaten dauerhaft außer Betrieb genommen. Die Feldweiten betrugen zwischen 19,9 m und 32,2 m, im Mittel etwa 25 m, wobei das längste Feld (VIII - IX) die Pariser Straße samt zweigleisiger Straßenbahnlinie überbrückte. Neotopflager (Ø 70 cm) auf mit Bohrpfählen gegründeten Stahlbetonstützen (Ø 1,20 m) stellten die Lagerung des Überbaus mit lichten Höhen zwischen 3,5 und 9,8 m dar. Im Bereich der Verzweigung wurde die Stützenzahl auf zwei, je Stützachse, erhöht. An den Widerlagern stellten Rollenlager die Verschiebbarkeit in Längsrichtung sicher.

Ein 1,43 m hoher, einzelliger Hohlkasten mit einer Gesamtbreite von 9,90 m war der Regelquerschnitt. Dieser ging im Bereich der Verzweigung in einen zwei- und dreizelligen Hohlkasten über. Vouten ab den Fünftelspunkten weiteten Stege und Bodenplatte auf, die an vollwandige Querträger über den Stützen anschlossen.

Der Großteil der Spannglieder in Längsrichtung verlief, zueinander leicht versetzt, dem Momentenverlauf folgend; ergänzt durch Stützzulagen und wenige geradlinig verlaufende Stränge. Die Spannglieder waren Einzelspannglieder aus Rundstählen (Ø 26 mm), St 80/105 (gereckt und angelassen) der Firma Dyckerhoff & Widmann, die in Hüllrohren (gewelltes Blech, Ø ca. 30 mm, $t$ = 0,24 mm) mit Einpressmörtel verpresst lagen und an den Kopplungen über Stoßmuffen verbunden waren. Entsprechend der damaligen Vorschriften [61] betrug die dauerhaft zulässige Vorspannkraft $P_{\text{zul}}$ = 307 kN je Spannglied und entsprach 55 % der Bruchspannung des Spannstahls:

$$P_{\text{zul}} = \min\{0.75\,\beta_{0.2}, 0.55\,\sigma_{Br}\} \cdot A_p \qquad (7\text{-}1)$$

Zudem war die Brückenquerrichtung in Boden- und Fahrbahnplatte nahezu geradlinig vorgespannt.

Die Verbindung der in Ortbeton hergestellten 13 Abschnitte von einem Fünftelspunkt hinter der jeweiligen Stütze zum nächsten erfolgte über Koppelfugen, beginnend am Festpunkt in Achse VII. Dabei wurde stets zunächst die Bodenplatte gemeinsam mit den Stegen (Betonsorte B450)

betoniert, drei bis sieben Tage später die Fahrbahnplatte (B300) ergänzt. Eine weitere Woche darauf folgte der Spannvorgang mit voller Vorspannung. Da nach wenigen Jahren Risse an einzelnen Koppelfugen festgestellt wurden, ergaben Nachrechnungen das Erfordernis von Hilfsstützen nahe den Koppelfugen. Dazu wurden 1978 an vier Stellen Hilfsstützen aus Stahlrundprofilen ($D_{\text{außen}}$ = 406,4 mm, $s$ = 20 mm, St 370, nach DIN 2448) aufgestellt – 1992 folgten weitere an drei zusätzlichen Stellen. Diese lagerten auf flachgegründeten Stahlbetonfundamenten und erzeugten eine Pendelstützwirkung in Längsrichtung. Die planmäßige Anpressung mit 200 kN je Stütze sollte eine Mindesttragwirkung sicherstellen. Auch aus Gründen der Verkehrssicherheit (Stahlhilfsstützen im Lichtraumprofil der Pariser Straße) wurde das Bauwerk im Oktober 2012 rückgebaut und durch einen Neubau ersetzt [219].

Anmerkung: Die Wirkung der Hilfsstützen als Federn, die die Biegebeanspruchung planmäßig reduzierten, führte zu geringen Spannungsschwingbreiten in den maßgebenden Spanngliedern der Koppelfuge. Während des Untersuchungszeitraums konnte hier deshalb kein Übergang des Querschnitts in den Zustand II festgestellt werden, wodurch die Auswertungen in Abs. 7.4 und 7.5 auf nahezu linear-elastischen Beanspruchungen basieren und somit Interaktionseffekte für den Zustand II nicht erfassen. Weitere Ausführungen zum Bauwerk und den durchgeführten Untersuchungen enthalten [31, 219].

## 7.2 Messtechnische Ausrüstung

Um den Nutzen von Monitoringmaßnahmen zu untersuchen, wurde das Bauwerk mit dem Fokus auf eine der Koppelfugen (Feld X-XI in Bild 7.2 und Bild 7.3) und der Ermüdungslebensdauer als Zielgröße untersucht. Ein wesentliches Element stellt dabei eine Dehnungsmessung unter Verkehr dar. Der bevorstehende Abriss ermöglichte dazu die direkte Applikation der DMS am freigelegten Spannstahl in der Koppelfuge. Durch die unmittelbare Messdatenerfassung am maßgebenden Bauteil stellen diese Messergebnisse den höchsten Grad der Genauigkeit dar und dienen als Referenz der übrigen Messverfahren (vgl. Bild 5.1 und Abs. 7.5).

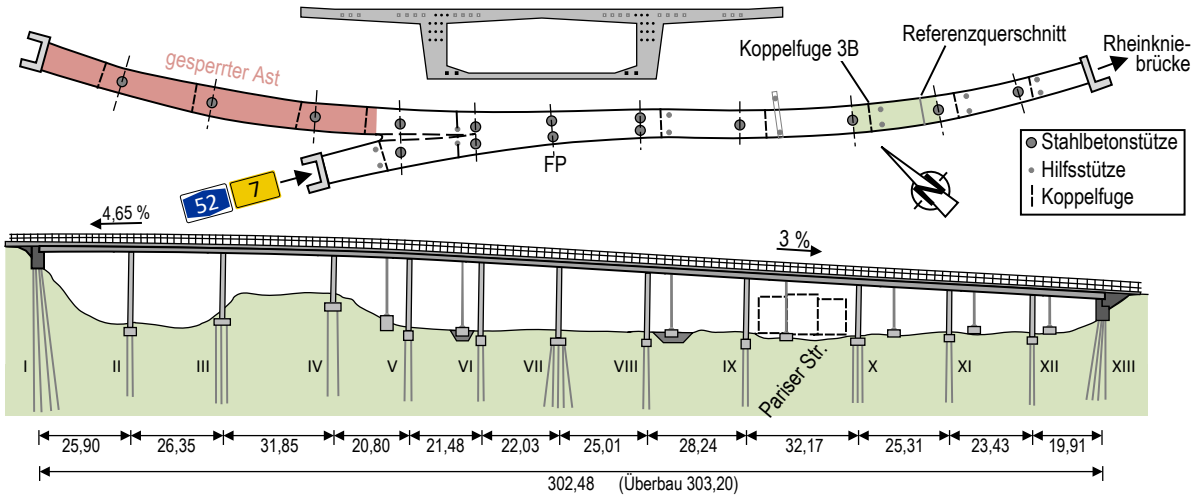



Bild 7.2: Draufsicht, Ansicht und Koppelfugenquerschnitt der Hochstraße „Pariser Straße 1“

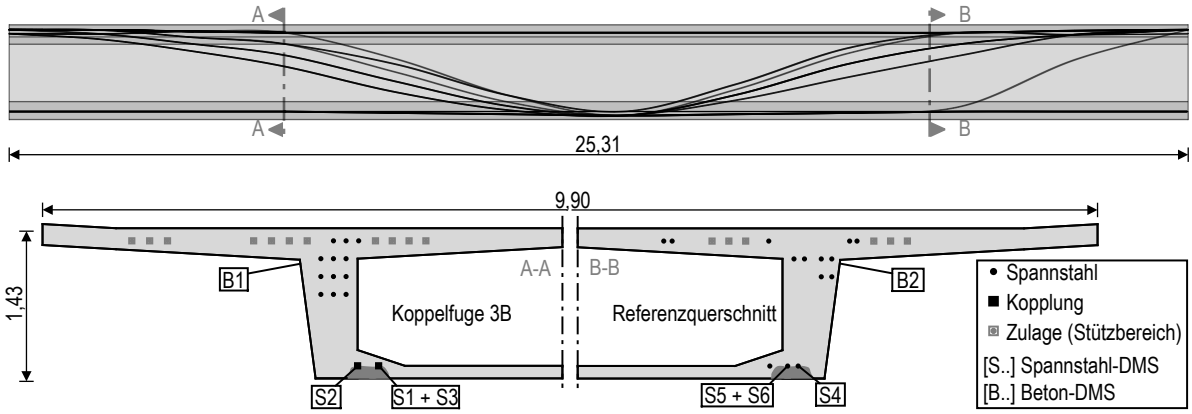



Bild 7.3: Spanngliedverlauf in Feld X-XI; Koppelfugen- und Referenzquerschnitt mit Messtechnik

Das mehrwöchige Dehnungsmonitoring erfolgte mit insgesamt acht DMS mit einer Temperaturkompensation in Viertelbrückenschaltung. Zur Redundanz wurden je Messstelle drei DMS an zwei freigelegten Spannstählen in der Koppelfuge und einem Referenzquerschnitt, äquidistant zur nächsten Stütze im selben Feld gelegen (Bild 7.3), verwendet. Diese wurden durch je zwei DMS auf Beton am oberen Rand des Stegs ergänzt. Vorausgehende Berechnungen des Tragwerks identifizierten die untere (geradlinig verlaufende) Spannliedlage (Bild 7.3) als maßgebend für Ermüdung.

Die notwendige Messrate wurde gemäß Abs. 5.6 aus der Eigenfrequenz der hier maßgebenden Schwingungsform für Biegung in der Koppelfuge zu 100 Hz ermittelt. Für das Referenzbauwerk war dies die dritte Eigenform (Bild 7.4). Mit 6,0 Hz liegt diese unter dem hochfrequenten Schwingungsanteil von 10 – 15 Hz für LKW. 100 Hz sind demnach, als etwa das Zehnfache der relevanten Schwingungsanteile, ausreichend.

Neben der Dehnungsmessung erfolgte ein Temperaturmonitoring mit acht Sensoren – sechs im Beton, zwei an der Luft – in Feldmitte. Die Thermoelemente vom Typ *K* wurden in Bohrlöcher gelegt und diese mit Dichtmaterial verfüllt, um Verfälschungen der Messung durch die Lufttemperatur zu verhindern. Gemeinsam mit den Lufttemperatursensoren liefen diese in einem Datenlogger (Fluke Hydra Series II – 2625A) zusammen. Aufgrund der klimatisch erzeugten Schwingungsperiode des Tagestemperaturverlaufs reicht hierzu eine deutlich geringere Messrate mit etwa $f_{\mathrm{Temp}} = 1/3600$ Hz (eine Messung pro Stunde) aus. Da die Temperaturverteilung über die Bauwerkslänge bei geringen Krümmungen zumeist als konstant angesehen werden kann (vgl. Abs. 2.4 und 4.4), wurde ein Messquerschnitt nahe der Feldmitte gewählt. So reduzierte sich zugleich die Gefahr, während des Bohrvorgangs die Spannglieder in den Stegen zu beschädigen (vgl. Bild 7.3). Die Positionierung der Thermoelemente im Beton erfolgte symmetrisch verteilt mit je zwei Elementen im Steg und je einem mittig in Boden- und Fahrbahnplatte. Die Messdaten dienten der Verifikation der numerischen Temperaturberechnung, weshalb keine Anforderungen an die exakte Positionierung bzw. Soll-Lage bestanden; einzig die genaue Bestimmung ihrer Ist-Lage war hier entscheidend. Zur Überprüfung der numerisch ermittelten Innenlufttemperatur war ein Sensor im Hohlkasten befestigt, ein weiterer unterhalb der Brücke, etwa 5 m über dem Grund, und somit vor direkter Sonnenstrahlung geschützt.

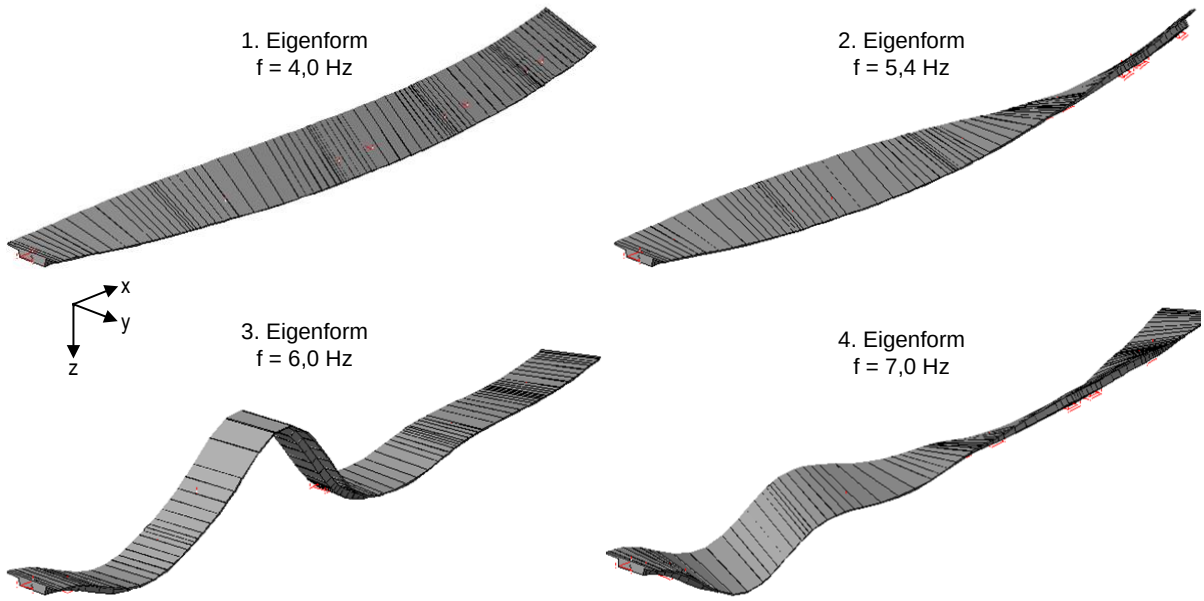



Bild 7.4: Numerisch ermittelte Eigenformen der Hochstraße (reduziert auf fünf Felder)

Nach dauerhafter Umlegung des Verkehrs auf den Ersatzneubau, wurde die bestehende Messtechnik für die Modellkalibrierung ergänzt. Zudem konnten Materialproben in Form von Bohrkernen der unterschiedlichen Betonsorten sowie Spannstahlproben entnommen werden. Details der Bohrkernuntersuchungen enthalten Abs. 7.4 und Anhang C. Dort ist ebenso die Prüfung der Spannstähle samt zugehöriger Auswertung beschrieben. Im Zuge der Modellkalibrierung wurde eines der Spannglieder bei gleichzeitiger Dehnungsmessung durchtrennt, was einen stichprobenhaften Rückschluss auf die Spannkraftverluste ermöglicht (vgl. Abs. 7.4).

## 7.3 MESSPROGRAMM

Das Dehnungsmonitoring unter Verkehr erfolgte bauablaufbedingt für einen Zeitraum von etwa vier Wochen. Bild 7.5 fasst die Messergebnisse mit dem gleitenden Mittelwert (schwarze Linie), und lokalen Minimal- (blau) und Maximalwerten (rot) der Dehnungen (Sensor S3) zusammen. Der gleitende Mittelwert beschreibt die täglichen, temperaturbedingten Dehnungsänderungen im globalen Verlauf. Dieser wird für die späteren Auswertungen herausgefiltert. Zählverfahren sind zeitunabhängig und erfassen, durch ihren Algorithmus bedingt, die Schwingung einer einzelnen Fahrzeugüberfahrt nicht unmittelbar als einen geschlossenen Zyklus. Zur Abbildung zeitabhängiger Einflüsse der Verkehrsbeanspruchungen ist eine vereinfachte Schwingbreite in grau auf der sekundären Skala in Bild 7.5 dargestellt. Diese ergibt sich als Differenz der oberen und unteren lokalen Extremwerte in einem 20 s-Intervall. Sie zeigt beispielsweise, dass erwartungsgemäß geringere Beanspruchungen an den Wochenenden (hellgrau unterlegt) entstehen. Zudem enthält der Verlauf den Ausfall der Dehnungsmessung zu zwei Zeitpunkten (5. und 6.9.) durch eine unterbrochene Stromversorgung und die, durch den Bauprozess des Ersatzneubaus bedingten, Verkehrseinschränkungen (zul. Geschwindigkeit / Reduktion der Fahrspuren) auf der Hochstraße.

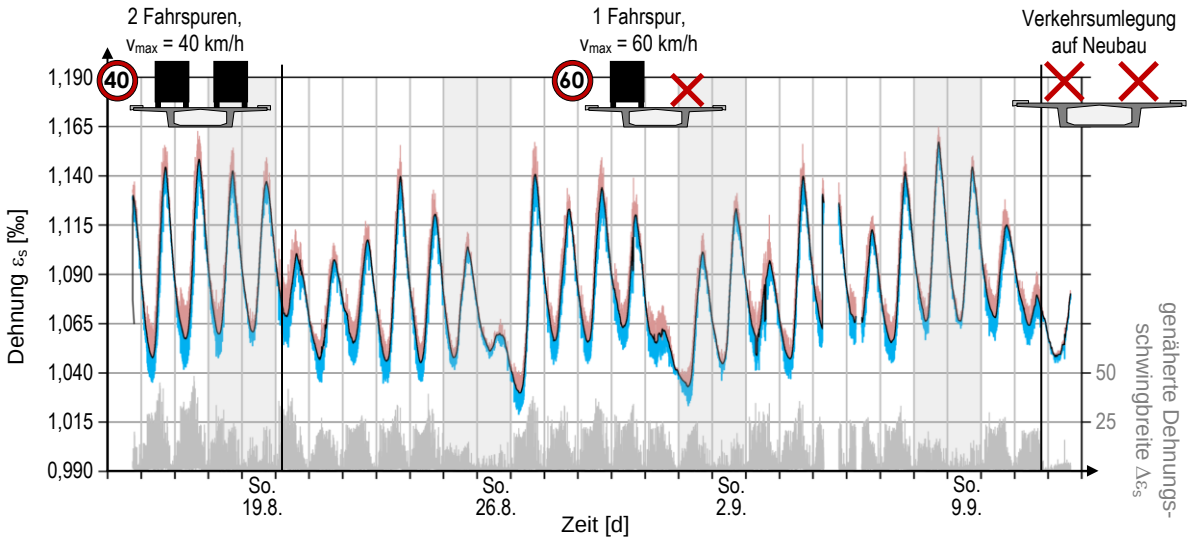



Bild 7.5: Vierwöchiger Dehnungsverlauf (S3) mit vereinfachter Dehnungsschwingbreite (unten)

Die Temperaturmessungen erfolgten für einen Zeitraum von etwa acht Wochen. Für den außenliegenden Temperatursensor zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den angesetzten Klimadaten des DWD, wobei die Messung vor Ort zumeist etwas geringere Amplituden aufweist. Diese werden auf Temperaturabstrahlungen des Bauwerks und eine damit verbundene dämpfende Wirkung auf den Temperaturverlauf zurückgeführt.

## 7.4 Analyse der Messergebnisse und Laborprüfungen

Im Folgenden wird die Auswertung der Messergebnisse zusammenfassend dargestellt. Detaillierte Ausführungen zu den Untersuchungen am Referenzbauwerk und den zugehörigen Auswertungen enthalten [31, 219, 220]; Kap. 5 beinhaltet die methodischen Hintergründe und das generelle Vorgehen der hier verwendeten Verfahren.

### Spannkraftverluste aus dem Dehnungsrückgang

Mit dem Durchtrennen eines Spanngliedes kann seine verbliebene Vorspannung zum Zeitpunkt der Untersuchungen (i. d. R. $t \rightarrow \infty$) erfasst und daraus der Anteil sofortiger und zeitabhängiger Spannkraftverluste abgeleitet werden. Am Referenzbauwerk konnte aus statischen Gründen nur ein einzelnes von 28 Spanngliedern in der Koppelfuge durchtrennt werden. Somit ist keine statistisch begründete Aussage über die generellen Spannkraftverluste am Bauwerk möglich und keine generelle Übertragbarkeit auf andere Spannglieder oder Felder gegeben – jedoch wird eine Tendenz deutlich.

Der unmittelbar neben der Schnittstelle liegende DMS S3 misst den Dehnungsrückgang während des Trennvorgangs; Bild 7.6 (links). Mit einer Dehnungsdifferenz von $\Delta\varepsilon_p$ = 1,065 ‰ und dem E-Modul des Spannstahls gemäß [47] ergibt sich die verbliebene Vorspannung zu:

$$\sigma_p{}^{(0)} = \Delta\varepsilon_p \, E_p = 1{,}065 \cdot 10^{-3} \cdot 205000 = 218{,}3 \; N/mm^2 \qquad (7\text{-}2)$$

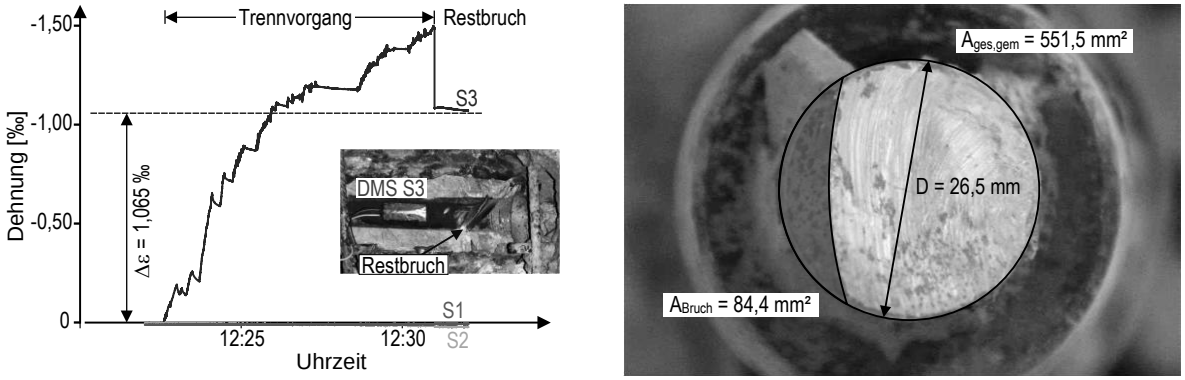



Bild 7.6: Dehnungen beim Durchtrennen eines Spannglieds (links); Schnitt- und Bruchfläche (rechts)

Ergänzend ist in Bild 7.6 (rechts) der durchtrennte Querschnitt des nachträglich entnommenen Spannstahls dargestellt. Aus der Restbruchfläche (etwa 15,3 % von $A_{p,ges}$) und der geschätzten mittleren Zugfestigkeit ($\sigma_{Br,k}$ = 1030 N/mm² → $\sigma_{Br,m} \approx$ 1300 N/mm²) leitet sich die Vorspannkraft (≈ 110 kN) ab. Diese dient zur Verifikation der aus dem Dehnungsrückgang ermittelten Vorspannung (218,3 N/mm² · 551,5 mm² = 120,4 kN) im Spannstahl. Die generelle Plausibilität der Messergebnisse ist damit gegeben, geringe Abweichungen können verschiedene Ursachen (Durchtrenngeschwindigkeit, Genauigkeit der Flächenmessung usw.) haben.

Die experimentell ermittelte wird mit der maximal zulässigen Vorspannkraft verglichen, die sich aus dem Kriterium der zum Zeitpunkt der Herstellung gültigen DIN 4227:1953 [61] ergibt und gemäß der Bauwerksdokumentation auch vollständig aufgebracht wurde:

$$\sigma_{p,0,zul} = \min\{0{,}75\,\beta_{0,2};\ 0{,}55\,\sigma_{Br}\} = 566{,}3\ N/mm^2$$

Demnach entspricht die nach 53 Jahren gemessene, verbliebene Vorspannung etwa 39 % des ursprünglichen, planmäßigen Werts. Unter Berücksichtigung der initialen Verluste aus Spanngliedreibung, die sich nach gängigen Verfahren und mit Angaben der Zulassung ($\mu$ = 0,26 und $k$ = 0,5 °/m) für die nahezu geradlinig verlaufenden Spannglieder zu $\alpha$ = 0,065 berechnen, weist das untersuchte Spannglied sehr hohe zeitabhängige Verluste von etwa 54,5 % auf.

Die Nachrechnung zeitabhängiger Verluste aus Kriechen und Schwinden mit dem Modell B3 (vgl. Abs. 4.5.2) und dem Ansatz des EUROCODE 2 [72] ist ausführlich in [220] dargestellt. Für das untersuchte Spannglied und unter ungünstiger Annahme unbekannter Modellgrößen wie des *w*/*z*-Werts resultieren diese zu 16,9 % (EUROCODE) bis 17,4 % (Modell B3) und sind damit weitaus geringer als die gemessenen.

Die Untersuchungen an etwa 50 Jahre alten Einfeldträgern mit parabelförmiger Vorspannung von SCHWEIGHOFER et al. geben für den untersuchten Spanngliedtyp (dort ebenfalls DYWIDAG Rundstähle Ø 26 mm, St 80/105) Referenzwerte aus einer größeren Stichprobe. Die dabei gemessenen Verluste liegen mit etwa 40 % ebenfalls signifikant über den rechnerisch bestimmten Werten, die für unterschiedliche Szenarien zwischen 25,7 % und 32,2 % schwanken [233].

Die Ursache für die unerwartet hohen Abweichungen der messtechnisch ermittelten Verluste zu den prognostizierten Werten ist nicht eindeutig nachvollziehbar. Diese können auf unzureichende Prognosen der zeitabhängigen Verluste, lokal stark erhöhte Kriech- und Schwindverluste im

Bereich vor der Spanngliedkopplung [138], Änderungen im Tragsystem durch die Hilfsstützen oder Fehler im Spannvorgang zurückgeführt werden. Sie ermöglichen keine allgemeingültige Aussage, die auf die übrigen Spannglieder oder andere Bereiche übertragbar wäre. Trotzdem werden im Rahmen der Untersuchungen die Vorspannungen der einzelnen Spanngliedstränge (auf der sicheren Seite) über einen zeitabhängigen Faktor $\alpha_p(t)$ so skaliert, dass sich für die untere Spanngliedlage zum Zeitpunkt $t$ = 53 a Verluste von 54,5 % einstellen.

### Dauerschwingversuche

Für ein Bestandsbauwerk stellt die versuchsbasierte Ermittlung der Wöhlerlinie einen Sonderfall dar. Im Regelfall stehen keine Proben des verwendeten Spannstahls zur Verfügung. Im Fall des Referenzbauwerks konnten zehn verwendbare Proben im Rahmen des Abbruchvorgangs entnommen werden. Dies ist grundsätzlich für die Bestimmung statistisch abgesicherter Quantilwerte nach dem „interaktiven Verfahren“ (vgl. Abs. 5.2.3) nicht ausreichend, gibt aber eine gute Tendenz wieder.

Die Versuchsergebnisse enthält Bild 7.7 (links). Als Durchläufer werden im Rahmen der Versuche solche Proben gewertet, die nach $2 \cdot 10^6$ Lastzyklen kein Versagen aufweisen und auch bei erneuter Belastung auf höherer Laststufe nicht wesentlich von dem – aus den ersten Versuchsergebnissen geschätzten – Streuband der Wöhlerlinie abweichen. Durch Reibermüdung traten während der Prüfungen Brüche an der Einspannung auf, weshalb die dabei ermittelten Ermüdungswiderstände eine untere Grenze darstellen. Tatsächlich können größere Lastwechselzahlen erwartet werden.

Die Prüfung erfolgte in einer 1 MN-Prüfmaschine der Versuchshalle der Ruhr-Universität Bochum (KIB-KON). Die Prüffrequenz variierte je nach Lastamplitude zwischen 4 - 6 Hz und war für geringere Beanspruchungen größer. Die untersuchten Spannungsschwingbreiten (im Rahmen der Versuche mit $\Delta S$ bezeichnet) liegen alle im Intervall 125 N/mm² (Durchläufer) ≤ $\Delta S$ ≤ 726,9 N/mm².

Die mittlere Wöhlerlinie wird entsprechend der Beschreibungen in [36, 165] nach jedem Versuchsdurchlauf durch eine verbesserte Schätzung angepasst. Nach Abschluss der Untersuchungen wurde eine (konstante) Standardabweichung der Wöhlerlinie $\sigma(\Delta S)$ = 44,9 N/mm² (Bild 7.7, rechts) ermittelt. Diese weist eine gute Übereinstimmung zu den Auswertungen von Versuchs-

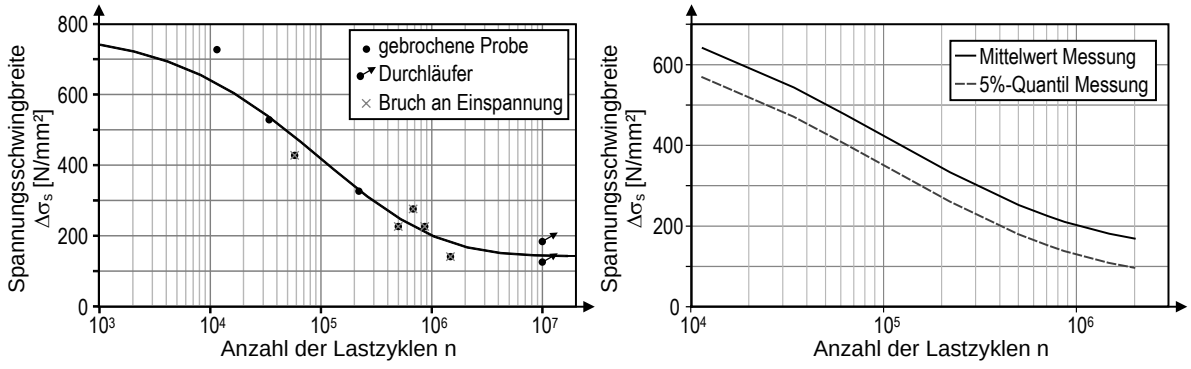



Bild 7.7: Versuchsergebnisse des Dauerschwingversuchs (links); Mittelwert und 5 %-Quantil (rechts)

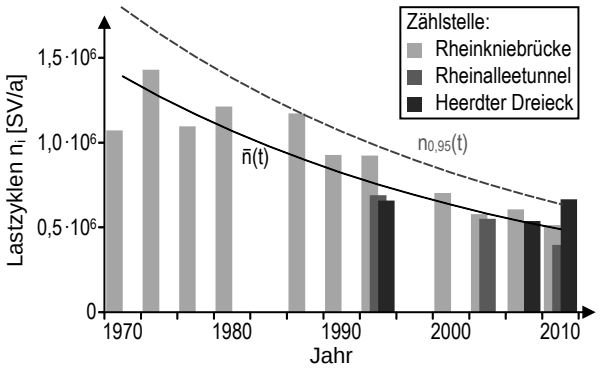



Bild 7.8: Approximation der Schwerverkehrszählungen

reihen der Literatur in Abs. 5.2.3 auf. Aufgrund der nur geringen Unterschiede ihres 5 %-Quantils zu den entsprechenden Wöhlerlinien der Regelwerke, wird hier keine Verbesserung der Ermüdungslebensdauerprognose erwartet. Im Dauerfestigkeitsbereich wird die prinzipiell konservative Wöhlerlinie des MODEL CODE sogar unterschritten, was auf die Brüche an der Einspannstelle infolge Reibermüdung und den geringen Probenumfang zurückgeführt wird.

Drei vorausgehende statische Prüfungen der Spannstahlproben ergänzen die Dauerschwingversuche, da das interaktive Verfahren eine Schätzung der statischen Festigkeit erfordert. Die dabei ermittelten Zugfestigkeiten und 0,2 %-Dehngrenzen entsprachen üblichen mittleren Kennwerten des Spannstahls. Einzig der E-Modul wies eine deutliche Abweichung auf: der Mittelwert von drei Messungen lag mit $E_p$ = 195000 N/mm² etwa 5 % unter der Vorgabe der Nachrechnungsrichtlinie [47].

### Verkehrsentwicklung

Ergebnisse der Verkehrszählungen über einen Zeitraum von mehr als 40 Jahren aus dem direkten Umfeld der Hochstraße konnten vom Projektpartner, der Stadt Düsseldorf, zur Verfügung gestellt werden (Bild 7.8).

Die Auswertung der detaillierten Verkehrszählungen verschiedener Zählstellen zwischen 1992 und 2005 zeigen, dass dort eine Belastung aus Schwerverkehr von ca. 1500 SV/16h (1992: 1600 SV/16h; 2005: 1400 SV/16h) auftrat. Der darin nicht erfasste Nachtanteil wird zu 10 % angenommen und führt zu einer täglichen Schwerverkehrsstärke DTV-SV ≈ 1700 SV/24h. Die Gesamtverkehrsbelastung liegt in diesem Zeitintervall bei etwa 52300 Kfz/24h und wird ebenfalls mit 10 % Nachtanteil aus den Zählungen (47500 Kfz/16h) bestimmt. Die jährliche Schwerverkehrsbelastung beträgt demnach etwa $0{,}62 \cdot 10^6$ SV/a und entspricht 3,3 % des Gesamtverkehrs.

Im Vergleich mit den Ansätzen der gängigen Regelwerke zeigt sich für den Zeitraum des Monitorings eine gute Übereinstimmung zu der Vorgabe des EUROCODE 1 [70]: In Abhängigkeit der Verkehrskategorie weist dieser für die Hochstraße eine jährliche Schwerverkehrsmenge zwischen $N_{obs} = 0{,}138 \cdot 10^6$ (Kat. 2) und $N_{obs} = 0{,}55 \cdot 10^6$ SV/a (Kat. 3) aus, inklusive einer pauschalen Erhöhung von 10 % für den zweiten Fahrstreifen (Abs. 2.5).

Die Auswertung aller Messungen dreier, für die Hochstraße repräsentativer Verkehrszählstellen zeigt Bild 7.8. Anhand der Daten wird ein abfallender Trend deutlich, der hier durch einen exponentiell fallenden Ansatz beschrieben wird. Dieser dient auch zur Extrapolation zukünftiger Lastwechselzahlen. Als konservative Abschätzung wird dessen 95 %-Quantil $n_{0,95}(t)$ für die Berechnung der Ermüdungsschädigung nach Abs. 5.4.1 angesetzt (Bild 7.8). Einflüsse unterschiedlicher Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Verkehrshäufigkeit enthalten die Abschnitte 4.5.3 und 4.5.4.

Informationen über die Verteilung und relative Häufigkeit unterschiedlicher LKW-Typen liegen aus üblichen Verkehrszählungen nicht vor. Im Rahmen der Untersuchungen werden deshalb weiterhin die Fahrzeugtypen der Ermüdungslastmodelle 3 und 4 mit ihren relativen Häufigkeiten gemäß EUROCODE 1-2 [70] bzw. Nachrechnungsrichtlinie [47] angesetzt.

### Modellkalibrierung

Das generelle Vorgehen zur Kalibrierung des numerischen Berechnungsmodells wurde bereits in Abs. 5.3 beschrieben. Nach dem gleichen Ansatz erfolgt die Modellkalibrierung hier für das Referenzbauwerk „*Pariser Straße 1*“.

Mit dem Fokus auf die untersuchte Koppelfuge wurde die Kalibrierung anhand einer Probebelastung durchgeführt (Bild 7.9). Das dabei verwendete Fahrzeug, ein vollbeladenes Müllfahrzeug (Modell: MAN TGS 26.320 6x2-2 BL), eignete sich aufgrund seines geringen Achsabstands (5,55 m zwischen Vorder- und zweiter Hinterachse) für die geringen Stützweiten und die zusätzliche Wirkung der Hilfsstützen besser, als etwa ein Sattelzug, der potentiell zusätzliche relevante Belastungen im Nachbarfeld erzeugt hätte. Das Fahrzeug stellte das Düsseldorfer Entsorgungsunternehmen AWISTA zur Verfügung. Sein Gesamtgewicht ergab eine Wägung im Anschluss an die Messungen zu 26,34 t. Die Last verteilte sich, gemäß der technischen Fahrzeugdaten, mit 61,0 kN auf die Vorderachse und 197,4 kN auf die hintere Doppelachse. Der Abstand der Vorderachse zur ersten Hinterachse war 4,20 m und weitere 1,35 m zur zweiten.

Die Lastpositionen für maßgebende Momentenbeanspruchungen in der Koppelfuge ergeben sich aus der Einflusslinie des initialen, planbasierten Berechnungsmodells (Bild 7.10). Für die Positionierung des Fahrzeugschwerpunkts direkt über der Koppelfuge entsteht das maximale Biegemoment, das maximal negative Moment wird bei einer Laststellung im Nachbarfeld, ca. 12,8 m



Bild 7.9: Verformungsmessung während der Probebelastung

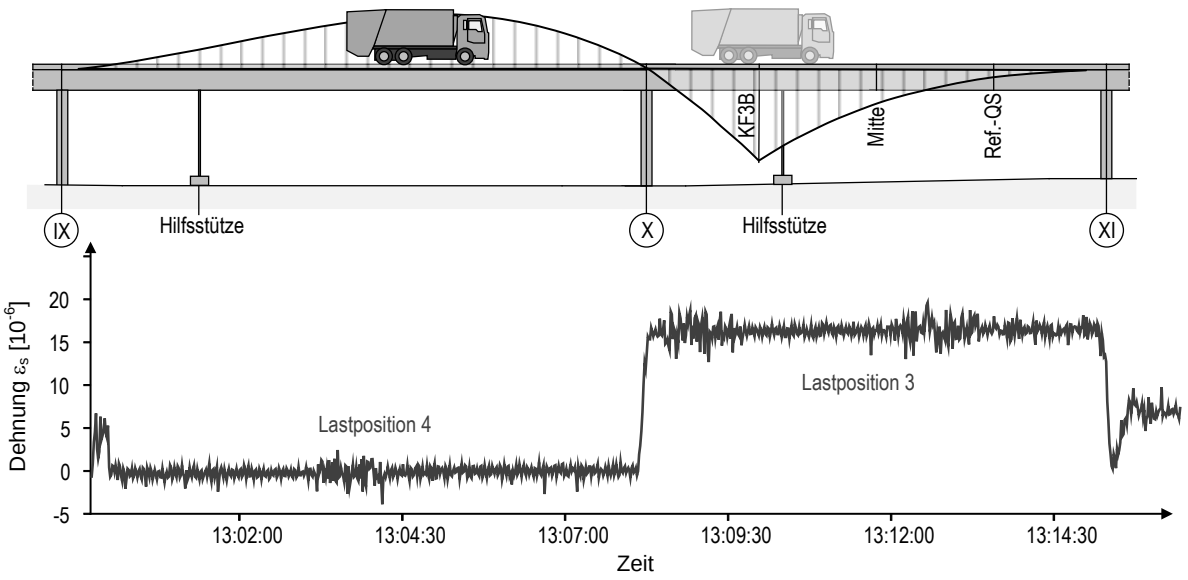



Bild 7.10: Maßg. Lastpositionen gem. Einflusslinie (oben); zug. Dehnungsverläufe DMS S1 (unten)

jenseits der Stützachse X, erzeugt. Die vier untersuchten Lastpositionen (LP 1 - 4) – an den beiden maßgebenden Stellen im Längssystem, jeweils mittig und exzentrisch am rechten Fahrbahnrand – zeigt Bild 7.11. Nach mehreren Minuten Standzeit folgte die Aufnahme der Messdaten. Die Dehnungsverläufe zeigen, dass sich nach ca. zwei Minuten ein asymptotischer Verlauf der quasi-statischen Bauwerksreaktionen einstellte (Bild 7.10). In Ergänzung der statischen Belastungen ermöglichten zwei Überfahrten mit 30 bzw. 40 km/h den Vergleich der Schwingungsantwort mit derjenigen aus dem gemessenen Straßenverkehr.

Die bestehende Messtechnik des Monitorings wurde für die Probebelastung um zusätzliche Dehnungs- und geodätische Verformungsmessungen erweitert. DMS an den Hilfsstützen und in Feldmitte am unteren Stegrand auf dem Beton ergänzten die vorhandene Messtechnik, um u. a. die tatsächliche Tragwirkung der Hilfsstützen zu erfassen. Mit einem Viertel der erwarteten Dehnungen wiesen diese – bei Annahme relativ genauer Kenntnis der Steifigkeit des Stützenprofils – eine deutlich geringere Federsteifigkeit aus ihrem Zusammenwirken mit der Anpressung und der Gründung auf.

Die vertikale Verformungsmessung erfolgte mittels Präzisionsnivellement (Standardabweichung $\sigma(\Delta h) < 1$ mm/km) durch das Vermessungs- und Liegenschaftsamt der Stadt Düsseldorf. An sechs definierten Messpunkten wurden vorab Messbolzen gesetzt und Verformungen für jede statische Lastposition aufgenommen. Die sechs Messpunkte umfassten die Feldmitte, die Koppelfuge und die Stützenachse X, jeweils am linken und rechten Querschnittsrand auf der Kappe (Bild 7.9 und Bild 7.11). Je Lastposition standen somit die Ergebnisse von sechs Verformungs- und zehn Dehnungsmessungen zur Verfügung. Die Überfahrten in konstanter Geschwindigkeit wurden allein durch die Dehnungsmessung erfasst; den Einsatz von Laserscans zur dynamischen Verformungsmessung beschreibt [150]. Die Modellkalibrierung nach Abs. 5.3 erfolgte primär auf Basis der vertikalen Verformungen, also mit insgesamt 24 Messdaten.

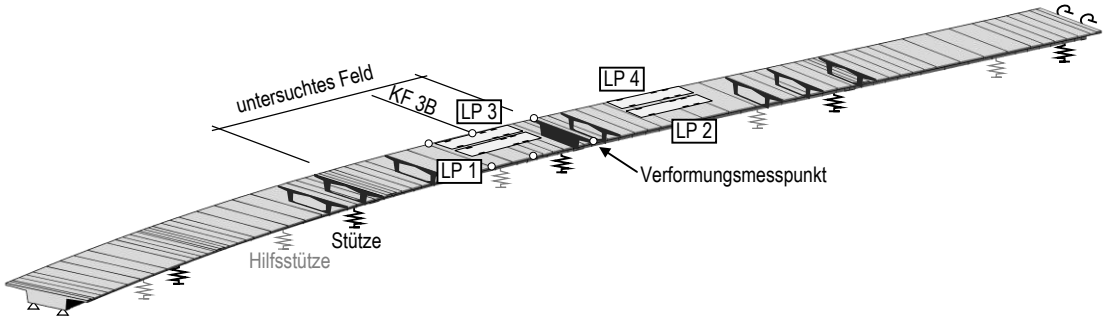



Bild 7.11: Lastpositionen und geodätische Verformungsmesspunkte im FE-Modell

Zur Modellkalibrierung werden verschiedene Modellkandidaten aufgestellt, die die ungenau bekannten Parameter, wie etwa die Steifigkeitsverteilung in der Fahrbahnplatte ($b_{\text{eff}}$) oder Materialeigenschaften innerhalb ihres Wertebereichs, variieren. Die Ergebnisse separierbarer messtechnischer Untersuchungen wie etwa der Dehnungsmessung an den Hilfsstützen fließen als Teilkalibrierungen in die Modellverbesserung ein. Die mit Modellkandidaten untersuchten Variationen sind für das Referenzbauwerk:

- die Materialeigenschaften des Betons (maßgeblich des E-Moduls), hier fließen Ergebnisse der Laboruntersuchungen ein,
- die Wirkung der Hilfsstützen,
- die steifigkeitserhöhende Mitwirkung des Asphalts,
- derjenigen der Kappen und
- die Spannungsverteilung in der Fahrbahnplatte (anhand der effektiven Breite $b_{\text{eff}}$).

Für die Modellqualität des Referenzbauwerks stellen die Federsteifigkeit der Hilfsstützen und die Überbausteifigkeit, die von der Asphaltfahrbahn, der effektiven Fahrbahnplattenbreite und den Kappen beeinflusst wird, die maßgebenden Parameter dar. Verschiedene Anpassungen reduzieren die Mittelwertabweichung (vgl. Abs. 5.3) des initialen, planbasierten Modells von ursprünglich $b$ = 2,10 auf 1,01. Die Ergebnisse dazu sind in Bild 5.7 in Abs. 5.3 dargestellt.

Für das dazu verwendete Balkenmodell ist, neben der Kalibrierung, die Ermittlung der Querverteilung zur Lastaufteilung der Beanspruchungen auf die Stege bei exzentrischer Laststellung ein wesentliches Element zur Genauigkeitssteigerung der Spannungsberechnung. Als Alternative zur analytischen Berechnung einer Querverteilung (vgl. [42] und Abs. 4.2.1) kann diese für das Referenzbauwerk direkt aus dem Verhältnis der gemessenen Spannstahldehnungen bei zentrischer und exzentrischer Laststellung abgeleitet werden. Aus Dehnungsmessungen in den vier Lastpositionen leiten sich Querverteilungszahlen als Verhältniswerte bei zentrischer Laststellung (LP 1 und 2 mit $y_{\text{Last}} = 0$) und Positionierung am Rand (LP 3 und 4 mit $y_{\text{Last}} = y_{\text{Rand}}$) ab. Dabei wird angenommen, dass sich bei zentrischer Laststellung ($y_{\text{Last}} = 0$) die Beanspruchungen gleichmäßig auf beide Stege verteilen.

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_p(y_{Rand})}{2\,\varepsilon_p(y=0)} \tag{7-3}$$

Die Ordinaten $\eta_i$ unterscheiden sich für maximales und minimales Biegemoment in der Koppelfuge aufgrund der zwischenliegenden Stütze. Für Belastungen direkt in der untersuchten Koppelfuge (max. $M_y$) entsteht eine höhere Querverteilungsordinate $\eta_{1,KF,+} = 0{,}86$, als für die Belastung im Nachbarfeld: $\eta_{1,KF,-} = 0{,}51$ (min. $M_y$ bzw. Maximum der Einflusslinie). Beide Ordinaten resultieren aus den drei Dehnungsmessungen an der Koppelfuge (S1 – S3) in Form von Mittelwerten. Die Streuungen sind dabei, wie die Standardabweichungen aus den drei Messungen zeigen, mit $s(\eta_{1,KF,+}) = 0{,}064$ und $s(\eta_{1,KF,-}) = 0{,}033$ relativ gering.

### Materialprüfung des Betons

Dem Bauwerk wurden insgesamt 13 Bohrkerne entnommen. Zunächst fünf aus dem Steg, der aus dem Beton der Sorte B450 hergestellt wurde. Dies entspricht nach [91] einer charakteristischen Druckfestigkeit $f_{ck} = 28$ N/mm² bzw. einer heutigen Festigkeitsklasse C30/37. Weitere sechs stammten aus der Fahrbahnplatte, je drei aus den Feldern X-XI und XI-XII. Die Fahrbahnplatte wurde stets wenige Tage nach den Stegen und der Bodenplatte mit einem Beton der Sorte B300 betoniert. Dieser kann einer heutigen Festigkeitsklasse C20/25 mit einer charakteristischen Druckfestigkeit $f_{ck} = 20$ N/mm² zugeordnet werden [91]. Zwei weitere Bohrkerne wurden der Kappe und der auskragenden Fahrbahnplatte entnommen; der Bohrkern der Kappe diente vorrangig der aktualisierten Ermittlung ihrer Wichte.

Aufgrund der Bewehrungsführung und der Bauwerksabmessungen lagen geometrische Einschränkungen für die Bohrkerne vor. Durch den Abstand der Schubbewehrung begrenzt wurde für die Stege ein Bohrkerndurchmesser $Ø \approx 11$ cm gewählt. Verfahrensbedingte und durch Ebenheitsanforderungen der Laborprüfungen erforderliche Begradigungen führten zu variierenden Schlankheiten $\lambda = H/D \approx 1{,}5$. Bei der Entnahme der Bohrkerne der Fahrbahnplatte waren Bewehrungseinschlüsse nicht vermeidbar. Hier wurde ein Bohrkerndurchmesser $Ø \approx 15$ cm gewählt, dessen Schlankheit aufgrund der geringen Fahrbahnplattendicke $\lambda \approx 1$ betrug.

Alle Probekörper wichen somit von der Form des Normzylinders nach DIN EN 12390-1 [65] ab. Deshalb waren für die Interpretation der gemessenen Druckfestigkeiten $f_{core}$ Korrekturen erforderlich, die mit Verfahren zur Umrechnung der Prüffestigkeit von Bohrkernen erfolgen können (vgl. Abs. 5.2.1). Hier wurde der Ansatz der FEMA-Richtlinie [88] verwendet, der durch Anpassungsfaktoren neben den geometrischen Abweichungen auch unterschiedliche Bewehrungseinschlüsse und Schädigungen durch den Bohrprozess erfasst. Die korrigierten und gemessenen Festigkeiten enthält Anhang C; auch im Vergleich mit anderen Verfahren.

Die Ergebnisse der E-Modulprüfung gemäß DIN EN 12390-13 [66] sind ebenfalls in Anhang C ausführlich dargestellt. Für die Auswertung des E-Moduls sind nach [265] Schlankheiten $\lambda \geq 1{,}5$ erforderlich (vgl. Abs. 5.2.1). Dies ist für die Bohrkerne des Stegs eingehalten, für die Fahrbahnplatte nicht. Deshalb sind diese Ergebnisse lediglich ergänzend aufgeführt.

Es zeigt sich, dass trotz des vergleichsweise geringen Probenumfangs und zusätzlicher Einflussfaktoren, wie den Bewehrungseinschlüssen, eine deutliche Steigerung der gemessenen Festigkeiten im Vergleich zu den erwarteten standardisierten Werten erreicht wurde. Für den Beton der

Sorte B300 erhöhte sich die mittlere Betondruckfestigkeit unter Berücksichtigung der Nacherhärtung auf etwa 57,0 N/mm², für die Sorte B450 auf $f_{cm}$ = 74 N/mm². Der E-Modul weicht nur in geringem Maße von den initialen, zeitabhängigen Annahmen ab und wird in den weiteren Auswertungen für beide Betonsorten mit $E_c$ = 33000 N/mm² angenommen. Die jeweils ermittelten Streuungen der Mittelwerte ($\sigma(f_c)$ = 3,4 bzw. 7,0 N/mm²) liegen im Bereich erwartbarer Genauigkeitssteigerungen nach Abs. 5.2.1, bzw. für den Beton der Fahrbahnplatte über der initialen Annahme. Letzteres wird auf Bewehrungseinschlüsse in Kombination mit den erheblichen Geometrieabweichungen (und damit verbundenen behinderten Querdehnungen) zurückgeführt. Einzelne Messwerte zeigen hier offensichtliche Abweichungen (ggf. Ausreißer, Anhang C).

Des Weiteren dienen die Bohrkerne der Anpassung der Lastannahmen, indem aus ihnen die Dichte bzw. Wichte des Betons ermittelt wird und diese in die Untersuchungen in Form einer verbesserten Annahme der Eigenlast einfließt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Anhang C dokumentiert. Gleiches gilt für die Wichte der Kappe und der Asphaltfahrbahn.

### Auswertung der Dehnungsmessung

Die Ergebnisse des Dehnungsmonitorings in Form von Belastungsspektren dienen als Referenz für die folgende Bewertung maximal erreichbarer Genauigkeitssteigerungen durch Bauwerksmessungen und höherwertige Berechnungen des Tragverhaltens, der Beanspruchungen und des Ermüdungsvorgangs. Dazu werden die Messdaten (etwa $1{,}9 \cdot 10^9$ für vier Wochen) zunächst mittels Rainflow-Zählung in ein Beanspruchungshistogramm überführt und in Spannungsschwingbreiten umgerechnet. Da Dehnungen bis in den plastischen Bereich der Spannungs-Dehnungs-Linie unter Ermüdungsbelastung ausgeschlossen werden, erfolgt die Berechnung der Spannungen linear-elastisch über den E-Modul des Spannstahls ($E_p$ = 205000 N/mm²).

Die Rainflow-Zählung erfolgte mit der von CLORMANN & SEEGER vorgeschlagenen Rainflow-HC-Methode [56], die um eine vorausgehende automatisierte Klassierung der Daten erweitert wurde (Abs. 5.6). Sofern die Grenzen des Wertebereichs der Messdaten bereits vorab bekannt sind, oder ausreichend weit gewählt werden, ist eine Aufbereitung der Messdaten damit nahezu in Echtzeit möglich. Die Auswertung der Spannstahldehnungen erfolgte in 64 Klassen mit einer Klassenbreite von $\Delta\varepsilon = 3 \cdot 10^{-6}$, um die bimodale Verteilung im Bereich kleiner Dehnungen ausreichend fein aufzulösen. Durch Zusammenfassen der MARKOV-Matrix zu einem Histogramm (Abs. 5.6) und die Transformation in Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_s$ entsteht das Belastungsspektrum, wie es Bild 7.12 (rechts) für DMS S3 zeigt. Einen Zwischenschritt stellt das räumliche Histogramm der Spannungsschwingbreite über die Mittelspannung $\sigma_m$ in Bild 7.12 (links) dar, das zusätzliche Informationen über die temperaturbedingte Mittelspannung enthält.

Die am Bauwerk ermittelte diskrete Verteilung erfasst, im Vergleich zu den stets gleichen Einzelfahrzeugen der Regelwerke (etwa EUROCODE 1-2), die lokal vorherrschenden – stets individuellen – Belastungen wesentlich detaillierter (Bild 7.12, rechts). Die Form der Verteilung hängt dabei wesentlich von den Fahrzeuggewichten und -beladungen ab. Diese wiederum sind beispielsweise an Industrieansiedlungen und andere, standortabhängige Faktoren geknüpft.

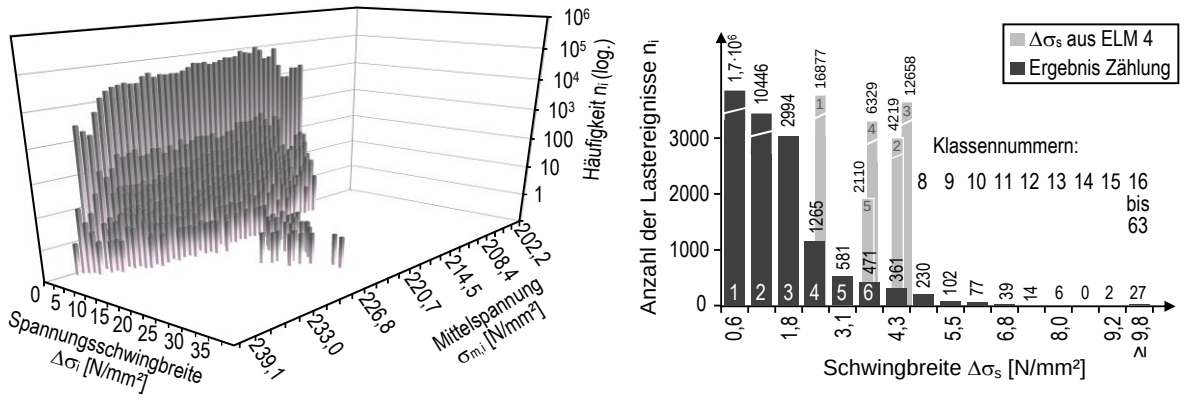



Bild 7.12: Histogramm der Spannungsschwingbreiten während des Monitorings: in räumlicher Darstellung über den Mittelwert (links) und im Vergleich mit den Beanspruchungen des ELM 4 (rechts)

Basierend auf dem Videoabgleich nach Bild 5.9 (rechts) können die folgenden Lastereignisse und Fahrzeugtypen bestimmten Bereichen des Histogramms in Bild 7.12 zugeordnet werden:

- Rauschen der Messung → vorwiegend in Klasse 1
- PKW und leichte Fahrzeuge → vorwiegend in Klassen 1 und 2
- LKW (normal beladen) → Klassen 3 bis 10/11
- Überholende LKW (beide Spuren) → Klassen 10 bis 15
- Zwang aus Temperaturdehnungen und Schwingungsüberlagerungen von Temperatur und Verkehr → ab Klasse 16

Die erste Klasse enthält neben dem Rauschen der Messung zusätzliche Schwingungsanteile, die etwa eine unter der Brücke querende Straßenbahn erzeugte; diese Schwingungen übertrugen sich auf das Bauwerk. Die im Tageszyklus entstehenden hohen Spannungsamplituden der Temperaturänderung machen in Bild 7.12 nur einen sehr geringen Anteil der Gesamtzahl der Lastwechsel am Bauwerk aus (27 von über $10^6$). Für weitere Auswertungen werden sie herausgefiltert, da sie im Verhältnis zu üblichen verkehrsbedingten Spannungsschwingbreiten im Zustand II (ab etwa 40 - 50 N/mm²), sowohl in ihrer Größe, als auch der Häufigkeit (ein Zyklus pro Tag) i. d. R. nicht ermüdungsrelevant sind. Ohne ihre Filterung dominierten sie die rechnerische Ermüdungsschädigung. Diese wird allein aus den, durch die belastungsmindernde Wirkung der Hilfsstützen deutlich reduzierten, verkehrsbedingten Spannungsschwingbreiten berechnet.

Den Vergleich des Belastungsspektrums des Schwerverkehrs mit entsprechenden Belastungen des ELM 4 beinhaltet Bild 7.12 (rechts). Dort sind die diskreten Spannungsschwingbreiten der fünf Standardfahrzeuge entsprechend ihrer Häufigkeit ergänzend dargestellt (hellgrau Balken). Deren Schwingbreiten fallen in den Bereich des zuvor identifizierten LKW-Verkehrs (Klassen 3 bis 11), allerdings treten sie gemäß EUROCODE 1-2 mit wesentlich größerer Häufigkeit auf. Die durch lokale und infrastrukturelle Gegebenheiten bedingten Beladungszustände jedes einzelnen Fahrzeugs werden im ELM 4 nicht berücksichtigt. Stattdessen wird jeder LKW als vollbeladen angenommen. Insbesondere für Brücken im Zuge lokaler Verkehrswege (Kat. 2 oder 3) erzeugt dies relevante Abweichungen zum Ist-Zustand.

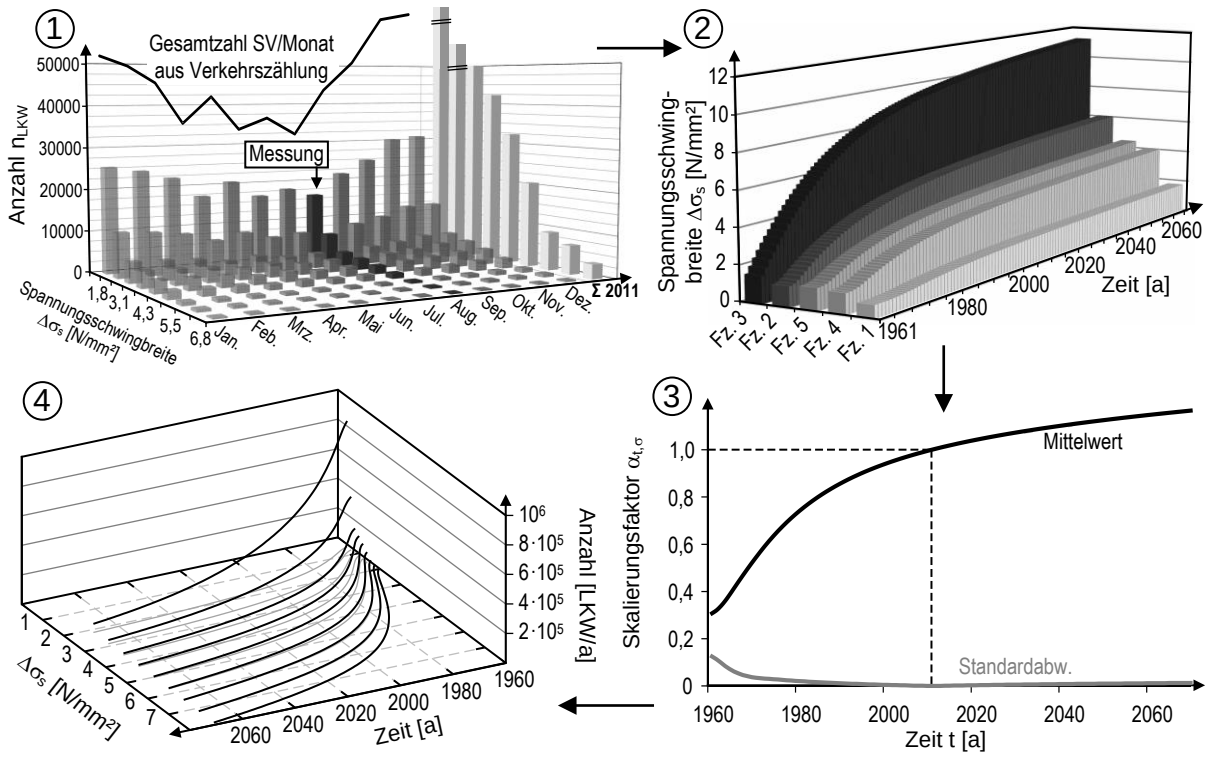



Bild 7.13: Vorgehen zur Extrapolation des Belastungsspektrums: (1) Hochrechnung auf ein Jahr, (2) numerisch berechnete, zeitabh. Beanspruchungen, (3) Ableitung eines Skalierungsfaktors, (4) Überlagerung für zeitabh. Belastungsspektren

## 7.5 LEBENSDAUERPROGNOSE

Für die umfassende Lebensdaueranalyse des Bauwerks ist seine vollständige Belastungshistorie erforderlich, die durch eine Prognose zukünftiger Beanspruchungen mit geeigneten Extrapolationsansätzen ergänzt wird. Hierzu stellt das gemessene Histogramm der Spannungsschwingbreiten die Basis dar. Die Extrapolationen erfolgen über detaillierte Verkehrszählungen und numerisch ermittelte, zeitabhängige Entwicklungen der Beanspruchungen.

Zunächst werden die tagesgenauen Daten einer nahen automatischen Verkehrszählung für das Jahr 2011 genutzt, um das Histogramm der Messungen am Bauwerk von August 2012 (Bild 7.12, rechts) bei gleichbleibender Form (relative Häufigkeiten und Schwingbreiten) auf ein gesamtes Jahr zu extrapolieren (Bild 7.13 (1)). Im Jahresgang zeigt sich, dass der August im Vorjahr der Zeitraum mit der geringsten Schwerverkehrsbeanspruchung war; eine lineare Extrapolation auf seiner Grundlage würde zu einer signifikanten Unterschätzung tatsächlicher Lastwechselzahlen führen. Stattdessen wird das gemessene Histogramm des Augusts anhand der Monatssummen der Verkehrszählung (schwarze Linie in Bild 7.13 (1)) auf das gesamte Jahr (graue Balken) extrapoliert. Die Lasthäufigkeiten anderer Monate ergeben sich folglich aus dem jeweiligen Verhältnisfaktor der Verkehrszählungen multipliziert mit der Monatsmessung August.

Zur weiteren Extrapolation des Histogramms eines Jahres (Zeitpunkt $t = 53$a) auf die bisherige Standzeit und für Prognosen zukünftiger Zeitpunkte ($0 \leq t \leq 100$ a), wird ein vereinfachter zeit-

abhängiger Skalierungsfaktor der Spannungsschwingbreiten verwendet. Dieser ergibt sich aus den Kriech- und Schwindverlusten, die eine Zunahme der Spannungsschwingbreiten im Zeitverlauf erzeugen (Abs. 4.5). Analog zu den Verläufen der fünf Fahrzeuge des ELM 4 im Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer in Kap. 4 werden diese nun am kalibrierten Modell des Referenzbauwerks ermittelt (Bild 7.13 (2)). Daraus leitet sich ein Skalierungsfaktor mit $\alpha_{t,\sigma} = 1{,}0$ für $t = 53$ a ab (Bild 7.13 (3)). Die Standardabweichung des Mittelwerts aus den fünf Verläufen zeigt ebenfalls Bild 7.13 (3). Da diese gering ist, wird $\alpha_{t,\sigma}$ in guter Näherung auf alle Spannungsschwingbreiten und Fahrzeugtypen übertragen. So fließt die zeitabhängige Veränderung der Spannungsschwingbreiten in die Prognose ein, was sich in einer Verschiebung des gesamten Histogramms auf der Abszisse äußert.

Zur Berücksichtigung des langzeitigen Schwerverkehrsaufkommens, wird die Schwerverkehrsanzahl in Form der Näherungsfunktion (siehe S. 209) in die Prognose implementiert. Diese skaliert das Histogramm eines Jahres (hellgrau bzw. Σ 2011 in Bild 7.13 (1)) zusätzlich zur horizontalen Verschiebung entsprechend der jährlichen Schwerverkehrsmenge. So entsteht der Verlauf nach Bild 7.13 (4). Die Situation vor dem Aufstellen der Hilfsstützen wird durch die Messungen nicht erfasst. Sie wird, wie in [217] gezeigt, in einer separaten numerischen Untersuchung betrachtet.

Die abschließende Ermüdungsberechnung erfolgt somit anhand der nichtlinearen, zeitabhängigen Verläufe der Beanspruchungen und Lasthäufigkeiten, die sowohl die zeitabhängige Zunahme der Schwingbreiten infolge Kriechen und Schwinden, als auch das hier abnehmende Schwerverkehrsaufkommen berücksichtigen.

Die Ergebnisse der Lebensdauerprognose werden als bezogene Werte dargestellt. Aufgrund der – durch die Wirkung der Hilfsstützen am Referenzbauwerk – geringen Beanspruchungen des maßgebenden Spannstahls in der Koppelfuge führten sie zu unrealistisch hohen Werten der Lebensdauer unter Ermüdung. Zur Separierung des Nutzens einzelner Maßnahmen wird das initiale Berechnungsmodell sukzessive durch genauere und höherwertige Ansätze zur Ermittlung von Beanspruchungen, Widerständen und des Tragverhaltens verbessert (Abs. 7.2 - 7.4). Die anfänglichen Parameter der Widerstände und Belastungen entstammen i. d. R. den gängigen Regelwerken, hier vorrangig EUROCODE 1-2 und 2-2. Das initiale Berechnungsmodell setzt sich im Wesentlichen aus den folgenden Elementen zusammen:

- FE-Modell und davon losgelöste, schnittgrößenbasierte Spannungsberechnung (nach Abs. 4.2) auf Basis der Bestandspläne und -unterlagen,
- Vorspannung gemäß den Bestandsunterlagen; Kriech- und Schwindverluste nach Modell B3 (die Vordehnung hat aufgrund des linear-elastischen Tragverhaltens hier innerhalb ihres Wertebereichs keinen nennenswerten Einfluss),
- Materialeigenschaften entsprechend den Vorgaben für die jeweilige Beton- bzw. Spannstahlsorte,
- Temperatur nach EUROCODE 1-1-5, als konstanter Temperaturgradient in der häufigen Kombination,

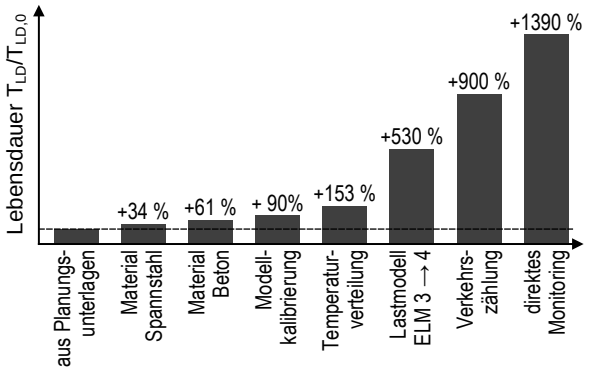



Bild 7.14: Veränderte Ermüdungslebensdauer bei sukzessiver Verbesserung des Modells

- Belastungen mit dem Ermüdungslastmodell 3 als Einzelfahrzeug und
- Lasthäufigkeiten konstant über die gesamte Standzeit nach EUROCODE 1-2.

Die damit berechnete Ermüdungslebensdauer $T_{LD}$ stellt den Referenzzustand (100 %) der Fallstudie nach Bild 7.14 und Bild 7.15 dar. Sie wird sukzessive verbessert, indem die genaueren Betrachtungen der Messungen und die Ergebnisse des Monitorings einfließen. Die Reihenfolge in Bild 7.14 ist dabei frei gewählt und bei der Interpretation zu berücksichtigen. Um den Anteil der einzelnen Maßnahmen an der gesamten Steigerung der Ermüdungslebensdauer zu zeigen, sind die Einflüsse der Maßnahmen in Bild 7.15 einzeln dargestellt.

Zunächst fließen die verbesserten Kennwerte des Materials in die Berechnung ein. Hier zeigt sich, dass der in Messungen ermittelte, reduzierte E-Modul des Spannstahls geringere Spannungen der ausschließlich linear-elastisch beanspruchten Spannglieder erzeugt und sich damit günstig auswirkt[8]. Die im Versuch ermittelten wesentlich höheren Festigkeiten und Steifigkeiten des Betons bewirken eine größere Umlagerung der Beanspruchungen auf diesen und führen demnach ebenfalls zu reduzierten Spannstahlspannungen. Beides fließt in die Modellkalibrierung ein: Diese erfasst zudem weitere Effekte, wie etwa die Steifigkeit der Asphaltfahrbahn und der Kappen sowie die Gründungsverhältnisse detaillierter und führt am Referenzbauwerk insgesamt zu einer Verlängerung der Ermüdungslebensdauer von etwa 90 %.

In einem nächsten Schritt wird anstelle des konstanten Temperaturgradienten, der normativ während der gesamten Standzeit wirkt, das Histogramm der Temperaturgradienten in Überlagerung der jeweiligen Häufigkeit mit Verkehrsbeanspruchung angesetzt. Dies bewirkt eine Steigerung der Ermüdungslebensdauer von zusätzlich etwa 60 %-Punkten bezogen auf den Referenzzustand. Allgemein kann dieser Einfluss kann in Anhängigkeit des Grundmoments, das in der Koppelfuge wesentlich von Zwangsspannungen infolge des Temperaturgradienten bestimmt wird, deutlich steigen.

Die Verwendung des detaillierteren Ermüdungslastmodells 4 anstelle von ELM 3 führt hier zu einer deutlichen Erhöhung der Lebensdauer unter Ermüdung von etwa 380 %-Punkten. Während ELM 3 ein einzelnes, vereinfachtes Fahrzeug mit 60 t Gesamtgewicht mit der Häufigkeit des gesamten Schwerverkehrs ansetzt, beschreibt ELM 4 den realen Verkehr mit fünf Standardfahr-

[8] Dies ist nicht auf Beanspruchungen im Zustand II übertragbar und stellt eine Besonderheit der Fallstudie dar.

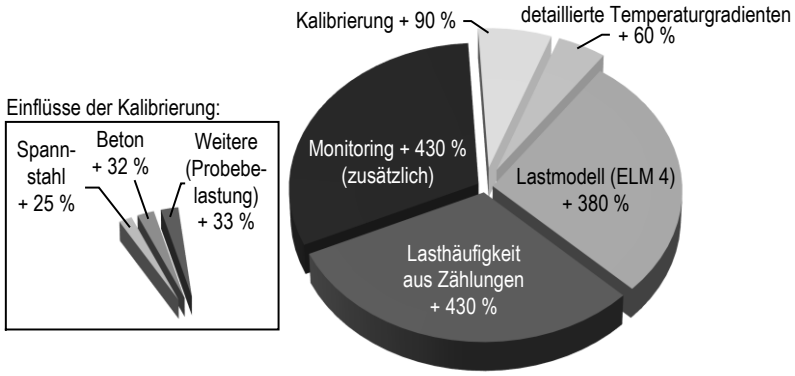



Bild 7.15: Steigerung der Ermüdungslebensdauer durch Messungen und verbesserte Ansätze

zeugen unterschiedlicher Last und Lastverteilung detaillierter. Diese fließen gemäß Nachrechnungsrichtlinie mit einer, der Straßenkategorie angepassten und zeitabhängigen, Häufigkeit ein.

Der Nutzen der bauwerksspezifisch aus Zählungen ermittelten Lasthäufigkeit des Schwerverkehrs führt für die Hochstraße *Pariser Straße 1* zu einer deutlichen Verlängerung der Ermüdungslebensdauer von zusätzlich etwa 430 %-Punkten. Dies ist auf den lokal stark abfallenden Verlauf der Lasthäufigkeit zurückzuführen, der im deutlichen Gegensatz zum allgemeinen Trend stetig zunehmenden Verkehrs steht und bereits im Vergleich zu dem zeitlich konstanten Ansatz des EUROCODE 1-2 eine wesentliche Verlängerung der Ermüdungslebensdauer bewirkt.

Abschließend führt die Extrapolation messtechnisch ermittelter Belastungskollektive zu einer zusätzlichen Verlängerung der Ermüdungslebensdauer von 430 %-Punkten. Darin sind auch solche Einflüsse enthalten, die selbst mit dem „besten“ Berechnungsmodell (alle vorherigen Schritte) nicht erfasst werden können. Dies sind etwa die Beladungen der Fahrzeuge, die lokal tatsächlich vorherrschende relative Verteilung unterschiedlicher Fahrzeugtypen (vgl. auch Tabelle 2.3) und weitere modellabhängige Effekte, die selbst mit dem kalibrierten Modell (zu) konservativ erfasst werden.

Zudem stellt das Monitoring den direkten Weg der Ermittlung von Beanspruchungskollektiven dar und führt auch ohne die vorangegangenen Betrachtungen zu einer direkten Verbesserung der prognostizierten Ermüdungslebensdauer von hier etwa 1390 % im Vergleich zum initialen Modell (vgl. Bild 5.1).

# 8. SCHLUSSFOLGERUNGEN UND AUSBLICK

Messungen bieten erhebliche Potentiale zur Genauigkeitssteigerung der Lebensdauerprognose von Bauwerken unter Spannstahlermüdung. Um dies zu zeigen und mit probabilistischen Verfahren zu belegen, wurde im Rahmen der Arbeit ein ganzheitliches Modell zur Lebensdaueranalyse und -prognose entwickelt. Dessen Grundzüge basieren auf dem Nachweisformat gängiger Regelwerke, die aber insbesondere hinsichtlich der vereinfachenden Lastannahmen erweitert und mit zeitabhängigen Einflüssen kombiniert werden. Durch die umfassende Integration instationärer Prozesse sind detaillierte Lebensdaueranalysen und hochwertige Prognosen möglich. Diese beinhalten im Einzelnen:

- die bauwerksspezifische Ermittlung von Temperaturgradienten für die gesamte Standzeit,
- eine umfassende Lastmodellierung für vorangegangene und zukünftige Beanspruchungszustände in Form von Fahrzeuglasten und -häufigkeiten,
- zeitabhängige Modellierung der Spannkraftverluste infolge Kriechen und Schwinden,
- zeitabhängiges Materialverhalten des Betons sowie
- die Interaktion sämtlicher nichtlinearer Prozesse durch deren Überlagerung.

So wird die gesamte Lebensdauer des Bauwerks, bis zum rechnerischen Ermüdungsversagen bei linearer Schadensakkumulation, als nichtlinearer Prozess abgebildet.

Durch die Erweiterung des Modells um stochastische Basisvariablen sind umfassende Analysen sämtlicher – als potentiell relevant identifizierter – Parameter mittels Monte-Carlo-Verfahren möglich. Es zeigt sich, dass im Rahmen von Lebensdauerprognosen generell sehr große Unsicherheiten der Ermüdungsschädigung zu erwarten sind. Diese sind auf die individuelle Streuung der Modellparameter – etwa die Varianz des Elastizitätsmoduls vom Beton – sowie deren Interaktionen zurückzuführen. Die aus den Simulationsrechnungen ermittelte Streuung der Ermüdungsschädigung bzw. der daraus ableitbaren Lebensdauer liegt im Bereich mehrerer Zehnerpotenzen und kann als log-normalverteilte Größe charakterisiert werden.

Zur Implementierung von Monitoring- und Messergebnissen sowie einer Modellkalibrierung werden zunächst Verfahren vorgestellt, die der Messdatenauswertung, -aufbereitung und -interpretation dienen. Diese konnten im Rahmen der Untersuchung des Referenzbauwerks als wirksame Hilfsmittel identifiziert und an dessen spezielle Randbedingungen angepasst werden. Sie reduzieren die Varianzen der Berechnungsparameter oder verschieben deren Mittelwerte. Dieser Einfluss auf die stochastische Analyse der Ermüdungsschädigung birgt erhebliche Verbesserungspotentiale und wird im Rahmen der Arbeit exemplarisch gezeigt. Dazu werden in der Fachliteratur dokumentierte bzw. erwartete verbesserte Kennwerte der Basisvariablen mit den Messergebnissen am Referenzbauwerk kombiniert und für das verbesserte Modell angesetzt. Die resultierende, augenscheinlich nur geringe Veränderung der Verteilungsfunktion der Ermüdungsschädigung täuscht, da tatsächlich wesentliche Verbesserungen der relevanten Quantile bzw. der Ränder der Verteilung erreicht werden. So leitet sich daraus bspw. eine Reduzierung

der Versagenswahrscheinlichkeit zum Ende des Simulationszeitraums von anfänglich $5{,}0 \cdot 10^{-3}$ auf $6{,}9 \cdot 10^{-5}$ ab. Grundsätzlich sind solche Verbesserungsmaße von etwa zwei Zehnerpotenzen auch für andere, ähnliche Bauwerke und Randbedingungen erwartbar. Somit stellen die numerischen Untersuchungen mit verbesserter Kenntnis die Grenzen erreichbarer Genauigkeiten der Ermüdungslebensdauerprognose dar.

Die probabilistische Untersuchung des Prognosemodells mit verschiedenen Verfahren zur Sensitivitätsanalyse identifiziert maßgebende Modellparameter. Da die Lebensdauerprognose von Spannbetonbrücken im Hinblick auf Ermüdung ein stark nichtlinearer und interaktiver Vorgang ist, sind globale Analyseverfahren sinnvoll. Diese gehen jedoch mit einem erheblich größeren Berechnungsaufwand einher, weshalb die vorgeschaltete, stichpunktartige globale Analyse mittels *Elementary-Effect*-Methode zur Modellvereinfachung dient. Diese reduziert für das Prognosemodell die Parameteranzahl von 23 auf 14, indem die wenig relevanten Variablen auf deterministische Werte fixiert werden. Zudem werden damit solche Modellparameter mit wesentlichem Einfluss einer möglichen Mittelwertverschiebung, bei gleichbleibender Streuung, identifiziert. Für die Untersuchung des Referenzbauwerks sind dies insbesondere die Spannkraftverluste infolge Kriechen und Schwinden und der Einfluss des LKW-Typ 3 des ELM 4, also die Verkehrslast.

Die varianzbasierten Sensitivitätsindizes quantifizieren den Einfluss sämtlicher Basisvariablen, bzw. den Anteil ihrer Varianz an der Varianz der Zielgröße. Das numerische Vorgehen basiert auf den Korrelationseigenschaften der Berechnungsergebnisse unabhängiger Samplematrizen bzw. deren Kombination. Dieses Verfahren konnte durch ein modifiziertes Sampling- und ein Korrekturverfahren erweitert und an die vorliegenden Anforderungen angepasst werden. Konvergenzstudien belegen einerseits eine Effizienzsteigerung und andererseits das Erfordernis von mehreren tausend bis zehntausend Simulationen für stabile Ergebnisse. Anhand der Sensitivitätsindizes können die maßgebenden Parameter identifiziert werden. Für sie sind weitergehende Untersuchungen bzw. Messungen zielführend. Als solche dominanten Modellparameter stellen sich für das Referenzbauwerk einzelne, fahrzeugtypenabhängige Belastungen und Häufigkeiten sowie die Spannkraftverluste und die exakte Lage des Bemessungsquerschnitts heraus.

Eine Erweiterung des Verfahrens stellen die, im Rahmen der Arbeit entwickelten, modifizierten Sensitivitätsindizes dar. Sie basieren ebenso auf der Varianzzerlegung und bieten ein Hilfsmittel zur quantitativen Bewertung der Varianzreduzierung der Basisvariablen. Sie beantworten die Frage: *Welchen Nutzen hat die Messung eines bestimmten Modellparameters?* Während die vorgeschaltete simulationsbasierte Modellanalyse maßgebende Modellparameter identifiziert, können mit diesem Verfahren die unterschiedlichen Verbesserungspotentiale (durch Messungen und Monitoring) bewertet werden. Da die Reduzierung der Streuung in Abhängigkeit des Messverfahrens und der epistemischen Streuung jedes Parameters verschieden ist, fließt dies entsprechend in die Untersuchung ein. So können unterschiedliche Elemente eines Monitorings vorab auf ihren potentiellen Nutzen hinsichtlich der Lebensdauerprognose untersucht und anschließend gezielt eingesetzt werden. Ein vereinfachtes Beispiel belegt die Machbarkeit und stellt die Vor-

teile des Verfahrens heraus, das in der Praxis als Hilfsmittel zur effizienten Planung der „richtigen“ Messungen an gealterten Bauwerken dienen kann.

Am Beispiel eines Referenzbauwerks wird der praktische Nutzen verschiedener Messverfahren im Rahmen einer Fallstudie demonstriert. Hier zeigt sich, dass das beste Berechnungsmodell, das auf einer Vielzahl einzelner Verbesserungen infolge von Messungen basiert, zwar die Nutzungsdauer um etwa das Zehnfache steigert, das tatsächliche Tragverhalten bzw. die Beanspruchungen jedoch weiterhin nicht allumfassend und zutreffend abbildet. Im Fall des Referenzbauwerks beträgt diese Differenz, die insbesondere auf den Einfluss vereinfachender Lastmodelle zurückgeführt wird, etwa 40 %. Somit wird für die beste Kenntnis und die bestmögliche Lebensdauerprognose die direkte, langzeitige und unmittelbare Messung realer Beanspruchungen empfohlen. Diese vermeidet durch unmittelbare Messung real auftretender Beanspruchungen wesentliche Unsicherheiten auf Modell- und Widerstandsebene. So sind sinnvoll planbare Messungen möglich und vielfach größere Nutzungsdauern nachweisbar.

## Ausblick

Die im Rahmen der Arbeit durchgeführten Auswertungen beziehen sich hauptsächlich auf ein ausgewähltes Referenzbauwerk mit speziellen Randbedingungen. Somit ist – trotz Adaption allgemeingültiger Annahmen – nur eine bedingte Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Bauwerke gegeben. Durch eine Erweiterung der Untersuchungen auf andere Bauwerkstypen und deren repräsentative Eigenschaften wie Materialkennwerte, Querschnittsformen oder Tragsysteme wären (begrenzt) allgemeingültigere Aussagen und Empfehlungen möglich.

Einige der verwendeten Monitoring- und Messverfahren umfassen zerstörende und invasive Bauwerksuntersuchungen. Dies bietet zwar, wie gezeigt, die potentiell größten Genauigkeitssteigerungen, ist jedoch für Bestandsbauwerke mit einer angestrebten langfristigen Weiternutzung nur bedingt praktikabel. Deshalb ist die Untersuchung weiterer gängiger und innovativer zerstörungsfreier Messverfahren in Verbindung mit der Implementierung ihrer möglichen Genauigkeitsverbesserung in die Modellanalyse ein vielversprechender Ansatz für allgemeingültigere Aussagen. Zudem ist eine Integration von Kostenkalkulationen in die Bewertung unterschiedlicher Maßnahmen wohl insbesondere für die praktische Anwendung von Interesse. So kann neben der Bewertung des analytischen Nutzens einer Messung auch ihr monetärer Aufwand mit berücksichtigt werden.

Die simulationsbasierten Modellanalysen erfolgten im Rahmen der Arbeit aufgrund des hohen Berechnungsaufwands mit stark reduziertem Simulationsumfang. Das vorgestellte Konvergenzverhalten weist das Erfordernis einer Vielzahl weiterer Modellberechnungen aus. Dies kann zur wesentlichen Verbesserung der Ergebnisse und einer deutlichen Steigerung ihrer Aussagekraft beitragen.

# Anhang A Ergänzung zum Prognosemodell

## Simplex-Downhill-Algorithmus zur Gleichgewichtsermittlung (zu Abs. 4.2.2)

Hier sei das prinzipielle Vorgehen des Algorithmus nach [185] zur numerischen Lösung der Gleichgewichtsberechnung schematisch vorgestellt. Das Verfahren basiert auf einer iterativen Suche nach dem Minimum eines stetigen Zusammenhangs. Ein Programmcode sowie eine ausführliche Erläuterung dazu findet sich bspw. in [204].

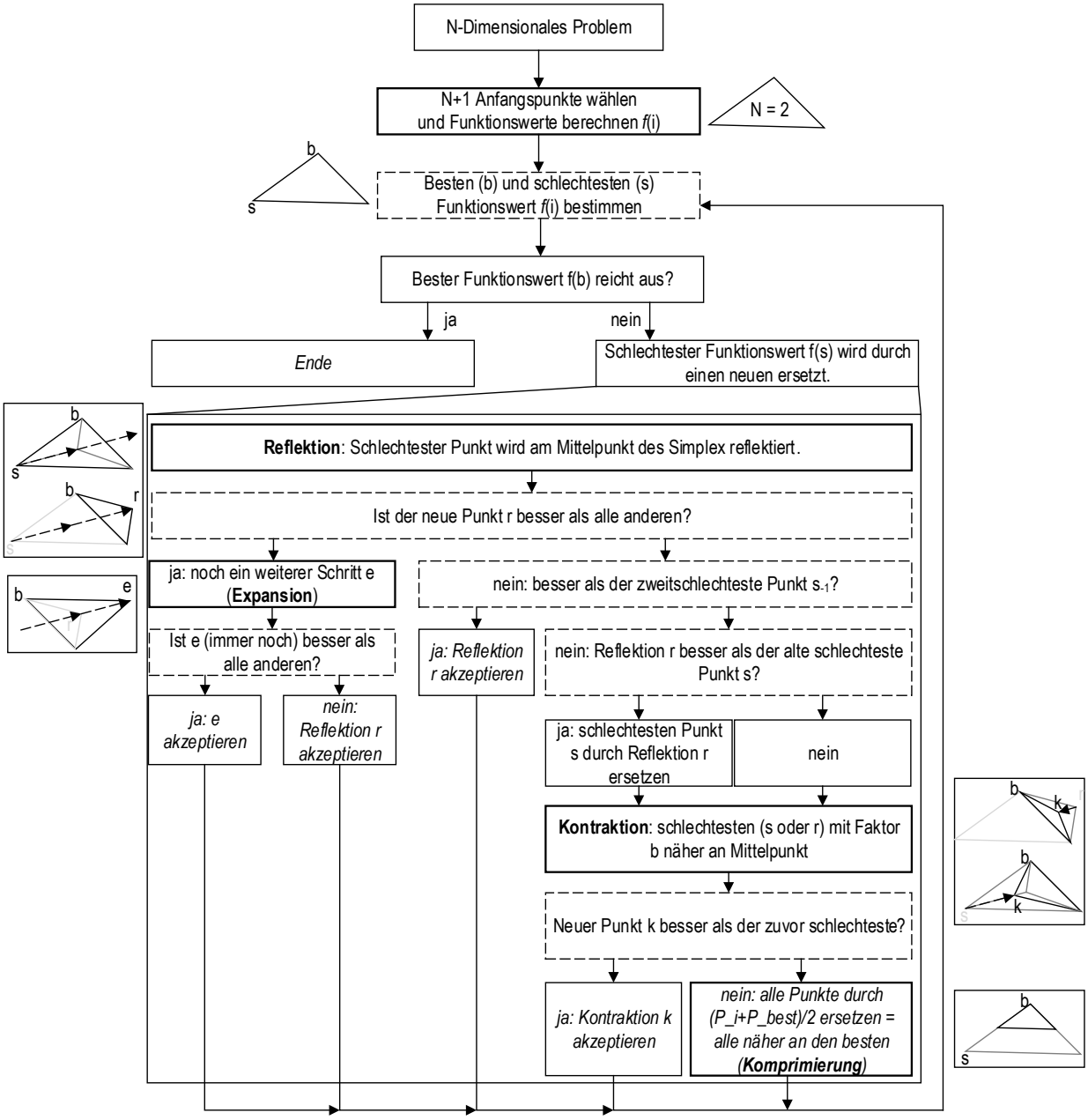



Bild A1: Prinzipielles Vorgehen zur Ermittlung eines Minimums nach [185]

# Anhang B Stochastische Parameter – Ergänzungen

## Stochastische Betrachtung der Vorspannung (zu Abs. 4.6.3)

Tabelle B1: Basisvariablen der stochastischen Untersuchung von Modell B3

| Parameter | Mittelwert | Standard-abweichung | Variations-koeffizient | Verteilung |
|---|---|---|---|---|
| Betondruckfestigkeit $f_c$ [N/mm²] | 50 | 5 | 0,10 | N |
| Zementgehalt $z$ [kg/m³] | 290 | 25 | 0,086 | N |
| Zeitpunkt der Erstbelastung $t_0$ [d] | 7 | 1,4 | 0,20 | N |
| Wasser-Zement-Wert $w/z$ [-] | 0,50 | 0,05 | 0,10 | N |
| Anteil Gesteinskörnung $a/z$ [-] | 6 | 0,5 | 0,083 | N |
| Luftfeuchte $h$ [-] | 0,80 | 0,04 | 0,05 | N |

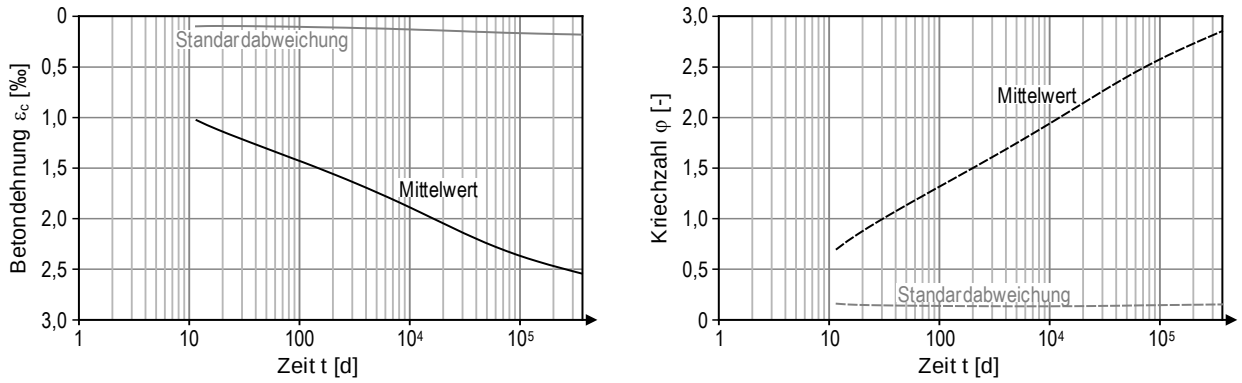



Bild B1: Zeitabhängige Mittelwerte und Standardabweichungen der Simulationen nach Abs. 4.6.3 für die Betondehnung bei Kriechen und Schwinden (links) und die Kriechzahl (rechts)

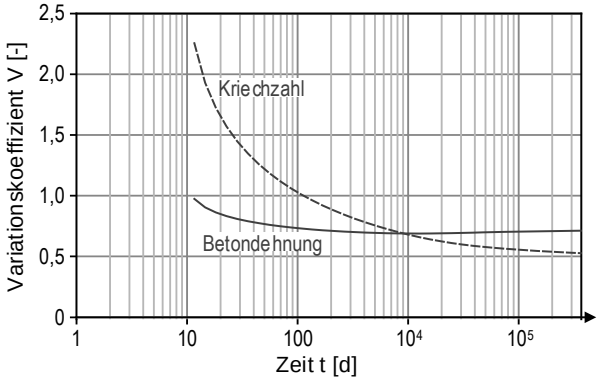



Bild B2: Zeitabhängige Variationskoeffizienten zu den vorherigen Simulationen für die Kriechzahl und die Betondehnung infolge Kriechen und Schwinden

## Einfluss stochastischer Lasthäufigkeitsprozesse auf die Lebensdauerprognose (zu Abs. 4.6.6)

Es werden drei Prozesse zur Beschreibung der jährlichen Lasthäufigkeit betrachtet:

- „*det.*“ = deterministisch (konstant oder linear)
- „*S1*“ = stochastischer Prozess 1 (abhängig vom letzten Messwert)
- „*S2*“ = stochastischer Prozess 2 (unabhängig vom letzten Messwert; Streuung um den deterministischen Prozess“)

Diese werden mit konstanten bzw. nichtlinear steigenden Spannungsschwingbreiten überlagert.

1. Konstante Lasthäufigkeit bzw. stochastischer Prozess um einen konstanten Mittelwert bei konstanter Spannungsschwingbreite ($\Delta\sigma$ = 75,7 N/mm²).

→ Die resultierende Schädigungssumme bzw. Ermüdungslebensdauer ist in allen drei Fällen nahezu identisch. Im Zeitverlauf entstehen einzig für Prozess *S1* geringe Abweichungen.

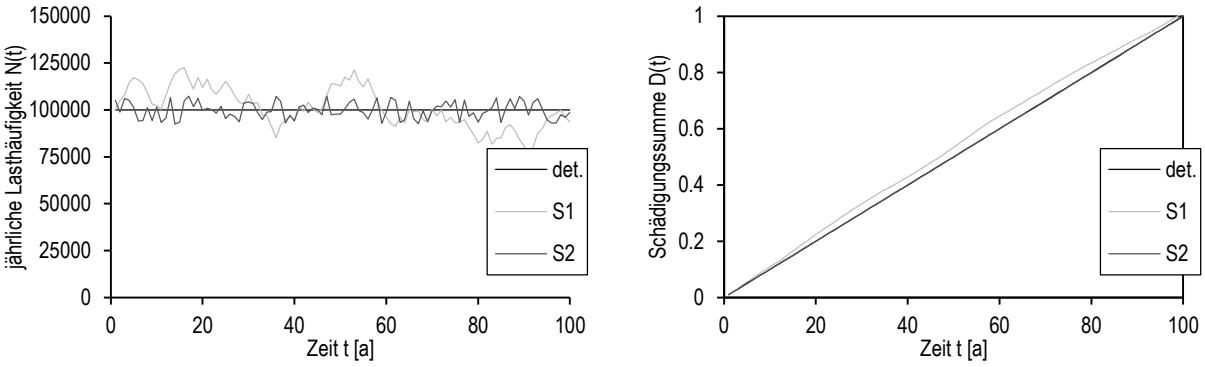



Bild B3: Prozesse der Lasthäufigkeit (links) und zugehörige Ermüdungsschädigungssumme (rechts)

2. Linear steigende Lasthäufigkeit ($dn/dt > 0$) bzw. stochastischer Prozess um einen steigenden Mittelwert ($\mu(dn/dt) > 0$) bei konstanter Spannungsschwingbreite ($\Delta\sigma$ = 53,3 N/mm²).

→ Die resultierenden Schädigungssummen sind in allen drei Fällen sehr ähnlich. Die Abweichung von *S1* (< 10 %) spiegelt dessen Mittelwertabweichung in Bild B4 (links) wider.

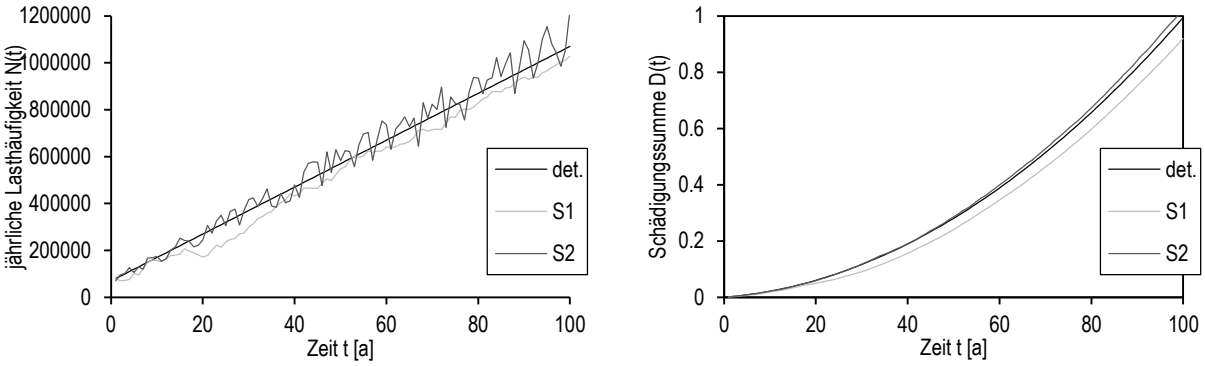



Bild B4: Prozesse der steigenden Lasthäufigkeit (links) und zugehörige Schädigungssumme (rechts)

3. Linear steigende Lasthäufigkeit ($dn/dt > 0$) bzw. stochastischer Prozess um einen steigenden Mittelwert ($\mu(dn/dt) > 0$) bei nichtlinear steigender Spannungsschwingbreite ($26{,}0\ \text{N/mm}^2 < \Delta\sigma(t) < 69{,}0\ \text{N/mm}^2$, nach Bild B6, analog zu Abs. 4.5).

→ Die resultierende Schädigungssumme ist sich auch hier sehr ähnlich (Abweichungen < 1 %).

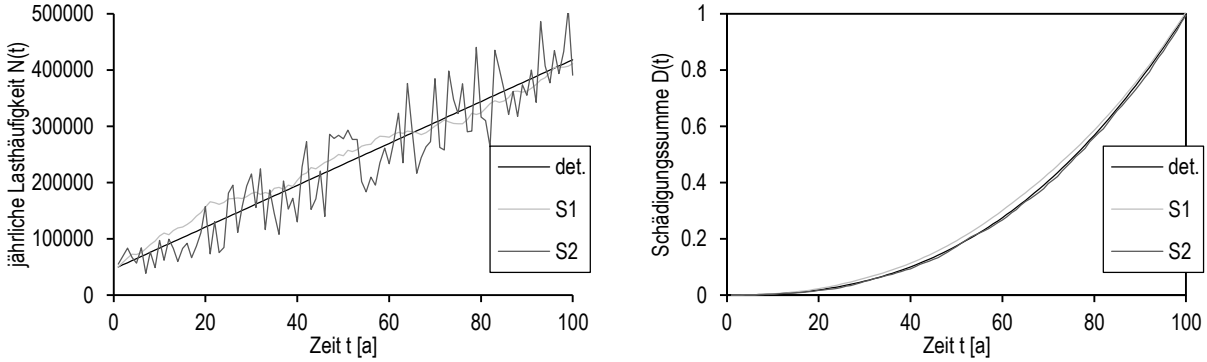



Bild B5: Prozesse der steigenden Lasthäufigkeit (links) und zugehörige Schädigungssumme bei steigender Spannungsschwingbreite (rechts)

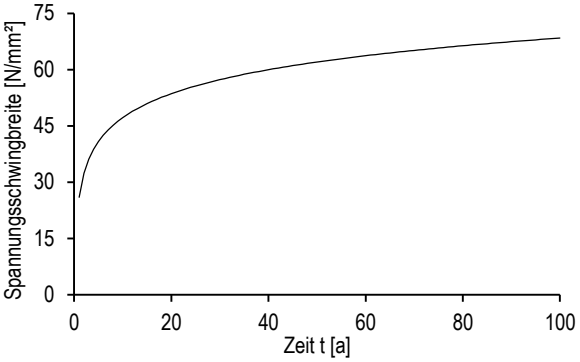



Bild B6: Prozess zeitabhängig wachsender Spannungsschwingbreiten

## Zusammenstellung stochastischer Basisvariablen aus der Literatur

Tabelle B2: Kennwerte stochastischer Basisvariablen aus der Literatur und eigene Annahmen

| Parameter | Variable | | Verteilungsform | Mittelwert μ | Standardabweichung σ | Variationskoeffizient V | Quelle |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Material** | | | | | | | |
| Beton | Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | LN | var. | 5 | var. | [130, 236] |
| | | | N | 28 | *2,2* | 0,08 | [250] |
| | | | N | < 27 | | 0,1-0,2 | [174] |
| | | | N | ≥ 27 | 2,7-5,4 | | |
| | | | | ≤ 55 | | 0,1 | [16] |
| | Zugfestigkeit | $f_{ct} = \alpha_{ct}\, f_{ck}^{2/3}$ | N | 2,2 | | 0,12 | [250] |
| | Korrelationsfaktor | $\alpha_{ct}$ | LN | 0,3 | *0,09* | 0,3 | [130] |
| | Tangentenmodul | $E_{c0} = \alpha_E\, f_{cm}^{1/3}$ | N | | | 0,077 | [174] |
| | | | N | | | 0,05 | [250] |
| | Korrelationsfaktor | $\alpha_E$ | LN | 9500 - 10500 | *1425-1575* | 0,15 | [130] |
| Betonstahl | Streckgrenze [N/mm²] | $f_y$ | LN | 560 | 30 | *0,05* | [130] |
| | | | LN | 550 | 33 | | [236] |
| | | | | 582 | *29,1* | 0,05 | [250] |
| | | | B | 337 | | 0,107 | [175] |
| | | | B | 490 | | 0,093 | |
| | bezogene Querschnittsfläche | $A_s/A_{s,o}$ | N | 1,0 | | 0,02 | [130, 236] |
| | | | LN | 1,01 | | 0,04 | [176] |
| | | | N | 0,99 | | 0,024 | [175] |
| | E-Modul | $E_s$ | N | 210000 | *6300* | 0,03 | [250] |
| | | | det. | 205000 | *0* | | [130] |
| Spannstahl | 0,1 %-Dehngrenze | $f_{p0,1k}$ | N | | | 0,05 | analog zu [130] |
| | Querschnittsfläche | $A_p$ | N | | | *0,02* | analog zu [130] |
| | E-Modul | $E_p$ | N | 205000 | | *0,03* | analog zu [250] |
| Wöhlerlinie Spst. | Knickpunkt [N/mm²] | $\Delta\sigma(N^*)$ | *N* | | *45* | | aus versch. Datenbanken |
| | Steigung Zeitfestigk. | $k_1$ | *LN* | *3* | *0,2* | *0,067* | gewählt |
| | Steigung Dauerfest. | $k_2 = 2\, k_1 + 1$ | *LN* | *7* | *0,5* | *0,071* | gewählt |

| Parameter | Variable | | Verteilungs-form | Mittelwert μ | Standard-abweichung σ | Variations-koeffizient V | Quelle |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Geometrie** | | | | | | | |
| | Maße | $l_i$ | N | | 5 mm | var. | [130] |
| | Maße [cm] (aus Toleranzen) | $l_i$ | N | ≤ 15<br>40<br>≥ 250 | 0,18<br>0,61<br>1,22 | var. | [46] |
| | Maße (für Balken) | $l_i$ | N | 45-69 | 6,4 mm | | [176] |
| | vertikale Spanngliedlage [cm] (abgeleitet aus zul. Maßabweichungen) | $z_{pi}$ | N | < 20<br>20<br>100<br>> 100 | <br>0,30<br>0,30<br>0,61 | *0,015*<br>*0,015*<br>*0,003*<br>*< 0,006* | [46] |
| **Lasten** | | | | | | | |
| | Eigengewichtsfaktor | $\alpha_g$ | N | 1,0 | 0,1 | | [236] |
| Verkehr | Gesamtgewichte | $G_{ges}$ | N/W | | | | [126] |
| | Achslasten | $G_i$ | R | | | | |
| | Abstände | $a_i$ | G | | | | |
| | Geschwindigkeit | $v$ | N | | | | |

N = Normalverteilung

LN = Log-Normalverteilung

B = Betaverteilung

G = Gammaverteilung

R = Rayleighverteilung

W = Weibullverteilung

det. = deterministisch / keine Verteilungsform

## Standardabweichung bei „rückwärtiger“ Festigkeitsprognose des Betons

Die Standardabweichung bei Prognose von einem späteren Zeitpunkt (i. d. R. $t_{is} >> 28$ d) der Standzeit eines Bauwerks aus, ergibt sich aus der Varianzfortpflanzung und einer Normierung auf den Beiwert der Festigkeitsentwicklung (vgl. Abs. 5.2.1).

Die Prognosefunktion der Festigkeitsentwicklung des Betons $f_c(t)$ für aktualisierte Betrachtungen von einem beliebigen Untersuchungszeitpunkt $t_{is}$ aus ist nach Gln. (5-1) und (5-2):

$$f_c(t) = f_{c,is} \cdot e^{s\cdot\left(\sqrt{28/t_{is}}-\sqrt{28/t}\right)}$$

Es sei *k* die Zeitfunktion:

$$k = \sqrt{28/t_{is}} - \sqrt{28/t}$$

Zur Berechnung der prognosebedingten Zunahme der Streuung wird die Varianzfortpflanzung betrachtet. Dazu sind die ersten Ableitungen nach den beiden Variablen $f_{c,is}$ und *s* erforderlich:

$$\frac{\partial f_c(t)}{\partial f_{c,is}} = e^{s\cdot k}$$

$$\frac{\partial f_c(t)}{\partial s} = f_{c,is} \cdot k \cdot e^{s\cdot k}$$

Damit ist die Standardabweichung nach Varianzfortpflanzung (nur Terme 1. Ordnung betrachtet; der Einfluss höherer Terme ist gering):

$$\sigma_f(t)^2 = \left[\frac{\partial f_c(t)}{\partial f_{c,is}} \cdot \sigma_f(t_{is})\right]^2 + \left[\frac{\partial f_c(t)}{\partial s} \cdot \sigma(s)\right]^2$$

$$\sigma_f(t) = \sqrt{\left[e^{s\cdot k} \cdot \sigma_f(t_{is})\right]^2 + \left[f_{c,is} \cdot k \cdot e^{s\cdot k} \cdot \sigma(s)\right]^2}$$

$$= \sqrt{e^{2sk} \cdot \sigma_f(t_{is})^2 + {f_{c,is}}^2 \cdot k^2 \cdot e^{2sk} \cdot \sigma(s)^2}$$

$$= e^{sk} \cdot f_{c,is} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_f(t_{is})^2}{{f_{c,is}}^2} + k^2 \cdot \sigma(s)^2}$$

Durch eine Normierung auf den Beiwert der Festigkeitsentwicklung $e^{sk}$ ergibt sich die prognosebedingte, zeitabhängige Standardabweichung:

$$\sigma_f(t) = f_{c,is} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_f(t_{is})^2}{{f_{c,is}}^2} + k^2 \cdot \sigma(s)^2}$$

$$\sigma_f(t) = f_{c,is} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_f(t_{is})^2}{{f_{c,is}}^2} + \left(\sqrt{28/t_{is}} - \sqrt{28/t}\right)^2 \cdot \sigma(s)^2}$$

## Anpassung der Schwindprognose für Modell B3

Neben Kurzzeitmessungen zur Kriechvorhersage (Abs. 5.4.2) sind zur Anpassung der Schwindvorhersage weitere (Labor-) Untersuchungen erforderlich. Der relative Feuchtigkeitsverluste $\Delta w_j$ [% des Betongewichts] wird ermittelt, indem die Proben zu mehreren Zeitpunkten $t_j$ gewogen werden. Zudem wird die Gesamtfeuchtigkeit in den Proben $\Delta w_\infty(0)$ bestimmt. Dazu werden diese auf 105 °C erhitzt, sodass sämtliches Wasser verdampft; dies entspricht dem Feuchtigkeitsverlust bei einer relativen Luftfeuchte $h = 0$.

Die Anpassung der Schwindvorhersage erfolgt in fünf Schritten:

1. In Abhängigkeit der relativen Luftfeuchte $h$ ($0{,}25 \le h \le 0{,}98$) wird der erwartete Feuchtigkeitsverlust $\Delta w_\infty(h)$ ermittelt:

$$\Delta w_\infty(h) \approx 0{,}75 \left[1 - \left(\frac{h}{0{,}98}\right)^3\right] \Delta w_\infty(0)$$

2. Die Hilfsbeiwerte sind:

$$\psi_j = \left[\tanh^{-1}\left(\frac{\Delta w_j}{\Delta w_\infty(h)}\right)\right]^2$$

3. Die Halbwertszeit des Schwindens wird angepasst:

$$\bar{\tau}_{sh} = 1{,}25\, \tau_w$$

mit:

$$\tau_w = \frac{\sum_j (t_j - t_s)\, \psi_j}{\sum_j {\psi_j}^2}$$

4. Anhand der ermittelten Schwinddehnungen $\varepsilon'_{sh}(t_i, t_s)$ aus den Kurzzeitmessungen (wobei $t_i$ im Idealfall $t_j$ entspricht, also die Zeitpunkte für die Feuchtigkeitsmessung und die Schwinddehnungsmessung dieselben sind) und den rechnerischen Schwinddehnungen $\bar{\varepsilon}'_{sh}(t, t_s)$ aus Modell B3 wird der Parameter $p_6$ ermittelt. Dabei wird $\bar{\varepsilon}'_{sh}(t, t_s)$ unter Verwendung der angepassten Halbwertszeit des Schwindens $\bar{\tau}_{sh}$ ermittelt. Der Skalierungsparameter $p_6$ berechnet sich aus:

$$p_6 = \frac{\sum_i \varepsilon'_{sh,i}\ \bar{\varepsilon}_{sh,i}}{\sum_i {\bar{\varepsilon}_{sh,i}}^2}$$

5. Die angepasste Schwinddehnung ergibt sich damit zu:

$$\varepsilon_{sh}{}^*(t, t_0) = p_6\, \bar{\varepsilon}_{sh}(t, t_s)$$

# Anhang C Versuchsergebnisse am Referenzbauwerk

## Untersuchung der Betondruckfestigkeit und des E-Moduls

Der Fahrbahnplatte (B300, $f_{ck}$ = 20 N/mm²) wurden in zwei Feldern insgesamt sechs Bohrkerne entnommen. Die Bohrkerne BK06-08 entstammen der Feldmitte von Feld IX-X, die Bohrkerne BK09-11 der Feldmitte von Feld X-XI; jeweils aus der Fahrbahnmitte. Eine exakte Lageermittlung der Bewehrung war aufgrund der Asphaltschicht vorab nicht in ausreichender Qualität möglich, sodass einzelne Bohrkerne Spannglied- oder Bewehrungseinschlüsse enthielten. Ein weiterer Bohrkern stammte aus dem Bereich des Fahrbahnrandes (BK12), dabei wurde auch ein Bohrkern der Kappe (BK13) entnommen. Die Bohrkerne wiesen Durchmesser von ca. 15,0 cm auf. Dies ergab sich auch den Randbedingungen eines Abscherversuchs zwischen Bohrkern und Asphaltschicht. Die Schlankheit war durch die geringe Höhe der Fahrbahnplatte auf $\lambda \approx 1{,}0$ begrenzt.

Die fünf Bohrkerne der Stege (B450, $f_{ck}$ = 28 N/mm² [91]) erfüllten die allgemeinen Schlankheitsanforderungen und waren frei von Bewehrungseinschlüssen.

Die Prüfung und Auswertung erfolgt entsprechend dem Vorgehen in Abs. 5.2.1. Zur E-Modulprüfung wurde die Festigkeit zu 60 N/mm² geschätzt. Somit beträgt die Oberspannung während der Belastungsphasen der Prüfung 20 N/mm². Die Ergebnisse sind aufgrund der begrenzten Schlankheit für BK06-12 ungültig, weisen trotzdem eine Nähe zum erwarteten Wert auf. Die Ergebnisse der Prüfung und Anpassung sind in den folgenden Tabellen aufgeführt. Zur verbesserten Schätzung der Eigenlasten wurde ergänzend die Dichte des Betons ermittelt.

Tabelle C1: Ergebnisse der Bohrkernprüfungen (Beton B450, Steg)

| **Probe** | **BK01** | **BK02** | **BK03** | **BK04** | **BK05** | **Mittelwert** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $D_{Kern}$ [mm] | 113,4 | 113,5 | 113,1 | 113,5 | 113,2 | |
| $H_{Kern}$ [mm] | 171,9 | 171,5 | 171,7 | 171,3 | 161,7 | |
| Schlankheit $\lambda$ | 1,52 | 1,51 | 1,52 | 1,51 | 1,43 | |
| gemessene Festigkeit $f_{core}$ [N/mm²] | 75,9 | 73,1 | 66,8 | 71,2 | 76,9 | 72,8 |
| **Festigkeit $f_{c,zyl}$ [N/mm²] nach …** | | | | | | |
| … ACI 214 | 77,7 | 74,8 | 68,4 | 72,8 | 78,0 | 74,3 |
| **… Fema 274** | **75,7** | **72,9** | **66,7** | **70,9** | **75,6** | **72,4** |
| … MASI et al. | 76,9 | 74,0 | 67,8 | 72,0 | 76,4 | 73,4 |
| **E-Modul $E_c$ [N/mm²]** | **30553** | **33608** | **32035** | **35250** | **32665** | **32822** |
| Masse [g] | 4044 | 4059 | 4030 | 4044 | 3812 | |
| **Dichte [kg/m³]** | **2329,3** | **2339,2** | **2336,3** | **2333,3** | **2342,4** | **2336,1** |

Tabelle C2: Ergebnisse der Bohrkernprüfungen (Beton B300, Fahrbahnplatte)

| **Probe** | **BK06** | **BK07** | **BK08** | **BK09** | **BK10** | **BK11** | **BK12** | **Mittelwert** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $D_{Kern}$ [mm] | 151,2 | 153,5 | 153,5 | 153,8 | 153,5 | 153,6 | 153,4 | |
| $H_{Kern}$ [mm] | 149,9 | 143,6 | 151,4 | 149,7 | 151,7 | 139,8 | 155,5 | |
| Schlankheit $\lambda$ | 0,99 | 0,94 | 0,99 | 0,97 | 0,99 | 0,91 | 1,01 | |
| eingeschl. Bewehrung | 1 Spgl. | 1 BSt | 1 Spgl. | 1 BSt | - | - | 1 Spgl. | |
| gemessene Festigkeit $f_{core}$ [N/mm²] | 72,4 | 68,6 | 63,8 | 61,9 | 53,7 | 64,0 | 58,7 | 63,3 |
| **Festigkeit $f_{c,zyl}$ [N/mm²] nach …** | | | | | | | | |
| … ACI 214 | 66,4 | 61,9 | 58,1 | 56,2 | 48,6 | 57,2 | 53,6 | 57,4 |
| **… Fema 274** | **67,6** | **62,9** | **59,4** | **57,4** | **46,3** | **53,9** | **55,1** | **57,5** |
| … MASI et al. | 70,3 | 59,3 | 61,9 | 54,4 | 46,1 | 53,1 | 57,5 | 57,5 |
| **E-Modul $E_c$ [N/mm²]** | **30121** | **31311** | **33472** | **42388** | **34509** | **31454** | **29566** | **33260** |
| Masse [g] | 6897 | 6329 | 6847 | | 6685 | 6158 | 6963 | |
| Masse d. Bewehrung [g] | 626,2 | 46,1 | 635,7 | | 0 | 0 | 635,3 | |
| äquiv. Betonmasse [g] | 192,7 | 14,2 | 195,6 | | 0 | 0 | 195,5 | |
| **Dichte [kg/m³]** | **2401,5** | **2369,6** | **2286,7** | | **2381,3** | **2377,2** | **2269,8** | **2347,7** |

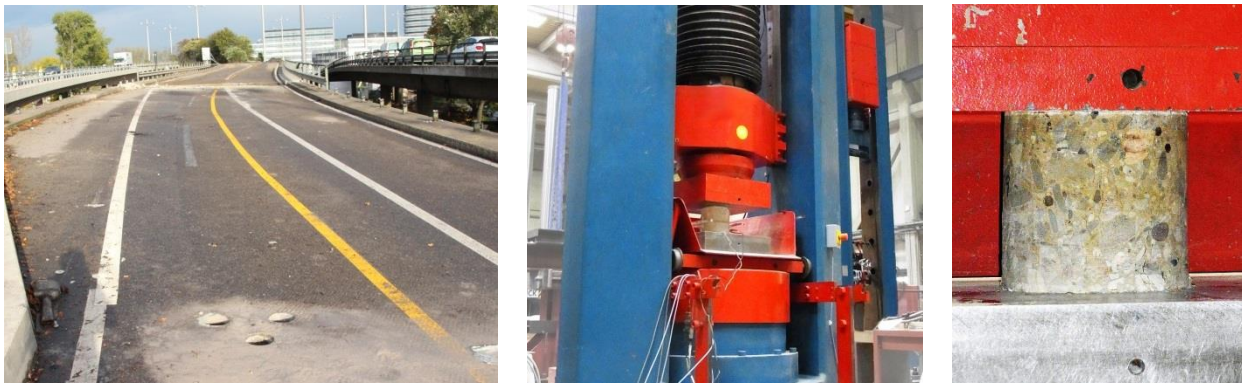


Bild C1: Stellen der Bohrkernentnahme aus der Fahrbahnplatte (links), E-Modul- und Festigkeitsprüfung (Mitte), Bohrkern BK09 während der Prüfung (rechts)

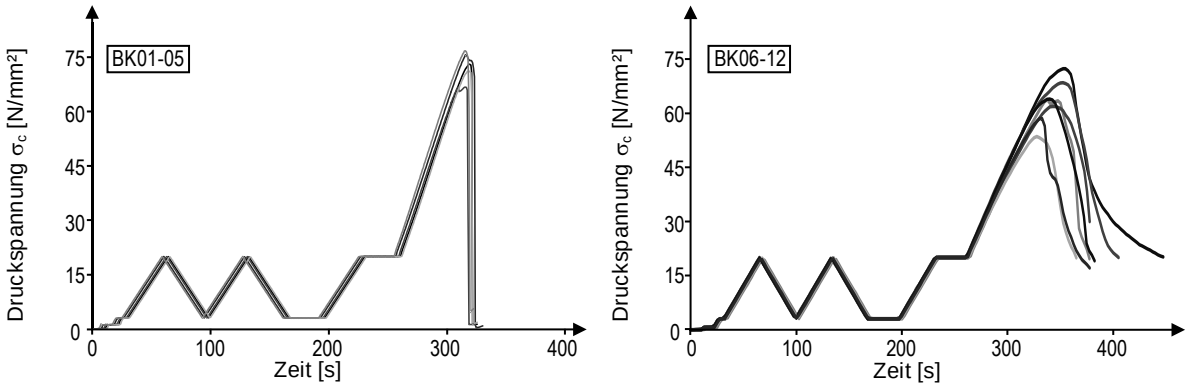



Bild C2: Zeitverläufe der Druckspannungen während der E-Modulprüfung nach DIN EN 12390-13 [66]

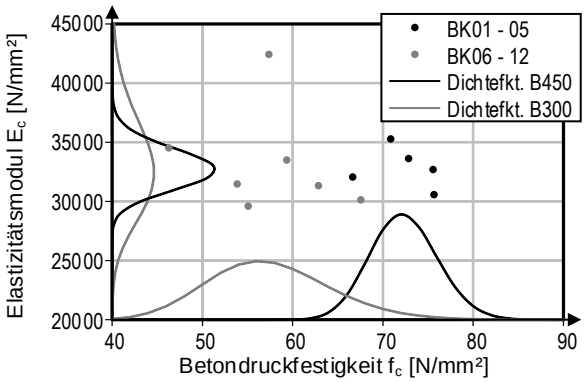



Bild C3: Versuchsergebnisse der E-Modul- und Festigkeitsprüfung
und zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

Tabelle C3: Vergleich tatsächlicher Messwerte und initialer Annahmen (Ergänzung zu Tabelle 5.1)

| **Parameter** | | | ***t*** | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** |
| **Betonsorte B300** | Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | 28d | LN | 27,0 | 5,0 | 39,0 | *7,0* |
| | | $f_{c,53}$ | 53a | LN | 38,9 | 7,4 | **57,0** | ***7,0*** |
| | Korrelationsfaktor des E-Moduls [-] (E-Modul [N/mm²]) | $\alpha_E$ $E_c$ | 28d | LN | 1,0 (30 000) | 0,15 (4500) | 0,87 (29 400) | 0,05 (1600) |
| | | $\alpha_{E,53}$ $E_{c,53}$ | 53a | LN | 1,0 (33 900) | 0,17 (5000) | **0,85 (32 800)** | **0,05 (1600)** |
| **Betonsorte B450** | Druckfestigkeit [N/mm²] | $f_c$ | 28d | LN | 41,0 | 5,0 | 50,0 | *3,4* |
| | | $f_{c,53}$ | 53a | LN | 59,0 | 7,5 | **72,0** | ***3,4*** |
| | Korrelationsfaktor des E-Moduls [-] | $\alpha_E$ $E_c$ | 28d | LN | 1,0 (34 400) | 0,15 (5200) | 0,88 (29 800) | 0,11 (4100) |
| | | $\alpha_{E,53}$ $E_{c,53}$ | 53a | LN | 1,0 (38 400) | 0,17 (5800) | **0,87 (33 300)** | **0,11 (4100)** |

Tabelle C4: Verbesserte Lastannahmen aus Dichte- und Geometriemessungen an Beton und Asphalt

| **Parameter** | **Annahme / gem. Unterlagen $\gamma_i$ [kN/m³]** | **aus Messungen $\gamma_i^*$ [kN/m³]** |
|---|---|---|
| Stahlbeton | 25,0 | 23,9 |
| Beton (unbewehrt) | - | 23,5 |
| Asphaltschicht | 25,0 (mit $t$ = 8,0 cm) | 23,0 (mit $t$ = 6,6 cm) |
| Beton (Kappen) | 25,0 | 24,8 |
| Geländer | 2 × 0,60 kN/m | - |

In die verbesserten Lastannahmen fließen sechs Bohrkerne des Asphalts ein. Dabei konnte zudem die mittlere Schichtdicke mit 6,6 cm als verbesserte Schätzung ermittelt werden.

## Untersuchung statischer Eigenschaften des Spannstahls

Nach dem Rückbau der Brücke wurden Spannstahlproben von möglichst unbeschädigten Spanngliedern entnommen. Für vollständig vom unbeschädigten Hüllrohr umschlossene Spannglieder, wird davon ausgegangen, dass keine Schädigungen oder plastischen Verformungen infolge der Rückbauarbeiten erfolgt sind.

Tabelle C5: Vergleich tatsächlicher Messwerte und initialer Annahmen (Ergänzung zu Tabelle 5.2)

| **Parameter** | | **Vert.** | **initiale Annahme** | | **verbesserte Kennwerte** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** | **Mittelwert** | **Standard-abweichung** |
| 0,1 %-Dehngrenze [N/mm²] | $f_{p0,1}$ | N | 850 | 30 | 780 | 21,0 |
| E-Modul [N/mm²] | $E_p$ | N | 205000 | 6150 | 202405 | 4943 |
| Querschnitts-fläche [mm²] | $A_{p,i}$ | N | 530,9 | 10,6 | 550,3 | 4,8 |

# Anhang D Sensitivitätsindizes

## Lokale Sensitivitätsindizes des Ermüdungsprognosemodells

Folgend sind die ausführlichen Ergebnisse zu Abs. 6.2 dargestellt.

Tabelle D1: Auswertung der lokalen, modifizierten Sensitivitätsindizes sowie der daraus ermittelten Standardabweichung für das Referenzbauwerk

| Parameter | | Referenz-wert | Wertebereich | $S'_i{}^{lokal}$ | $\sigma(S_i{}^{lokal})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Skalierungsfaktor Verluste | $a_{KS}$ | 1 | [0,7; 1,3] | 6,818 (1.) | 8,127 (1.) |
| Skalierungsfaktor LKW 3 | $w_3$ | 1 | [0,7; 1,3] | 3,965 (2.) | 4,143 (3.) |
| Knickpunkt d. Wöhlerlinie $\Delta\sigma(N^*)$ [N/mm²] | | 120 | [72; 168] | 3,451 (3.) | 4,169 (2.) |
| Steigung Wöhlerlinie im Dauerfestigkeitsbereich | $k_2$ | 7 | [5,5; 8,5] | 1,336 (4.) | 1,064 (4.) |
| Temperaturgradient | $\Delta T$(-7K) | -7 | [-7,6; -6,4] | 0,641 (5.) | 0,5094 (5.) |
| Korrelationsfaktor E-Modul | $\alpha_c$ | 9500 | [5225, 13775] | 0,541 (6.) | 0,3295 (6.) |
| E-Modul des Spannstahls | $E_p$ [N/mm²] | 205000 | [186550; 223450] | 0,535 (7.) | 0,2313 (9.) |
| Spannstahlquerschnitt | $A_p$ [cm²] | 5,31 | [4,99; 5,63] | 0,530 (8.) | 0,2388 (8.) |
| Temperaturgradient | $\Delta T$(-8K) | -8 | [-8,6; -7,4] | 0,513 (9.) | 0,2877 (7.) |
| initiale Vordehnung | $\varepsilon_{p,0}{}^{(0)}$ [‰] | 2,175 | [1,875; 2,475] | 0,409 (10.) | 0,1462 (10.) |
| Geometrie anhand der Breite der Fahrbahnplatte | $b_{eff}$ [m] | 4,95 | [4,05; 5,85] | 0,177 (11.) | 0,0454 (14.) |
| Lage der Koppelfuge | $x_{KF}$ [m] | 6,2 | [5,9; 6,5] | 0,0976 (12.) | 0,1198 (12.) |
| Betondruckfestigkeit Fahrbahnpl. B300 | $f_c$(t=28d) [N/mm²] | 38 | [23,4; 52,6] | 0,0943 (13.) | 0,0229 (16.) |
| Skalierungsfaktor LKW 2 | $w_2$ | 1 | [0,7; 1,3] | 0,0825 (14.) | 0,0971 (13.) |
| Skalierungsfaktor LKW 5 | $w_5$ | 1 | [0,7; 1,3] | 0,0577 (15.) | 0,1334 (11.) |
| Vertikale Spanngliedlage | $z'_{p5}$ [m] | 1,31 | [1,295; 1,325] | 0,0558 (16.) | 0,0032 (19.) |
| Betondruckfestigkeit Steg & Bodenpl. B450 | $f_c$(t=28d) [N/mm²] | 45 | [30,4; 59,6] | 0,0292 (17.) | 0,0055 (18.) |
| Skalierungsfaktor LKW 4 | $w_4$ | 1 | [0,7; 1,3] | 0,0257 (18.) | 0,0275 (15.) |
| Festigkeitsentwicklung | $s$ | 0,38 | [0,266; 0,494] | 0,0249 (19.) | 0,0007 (21.) |
| Temperaturgradient | $\Delta T$(-6K) | -6 | [-6,6; -5,4] | 0,0165 (20.) | 0,0187 (17.) |
| Skalierungsfaktor LKW 1 | $w_1$ | 1 | [0,7; 1,3] | 0,0023 (21.) | 0,0023 (20.) |
| Dehngrenze Spannstahl | $f_{p0,2}$ [N/mm²] | 800 | [710; 890] | 0 (22.) | 0 (22.) |
| Steigung Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich | $k_1$ | 3 | [2,4; 3,6] | 0 (22.) | 0 (22.) |

## Auswertung der EE-Methode für das Ermüdungsprognosemodell

Neben den Werten des mittleren elementaren Einflusses $\overline{EE}_i$, dem entsprechenden Wert der Absolutwerte $\overline{EE}_i^*$ und der zugehörigen Standardabweichung $s_i$ ist jeweils auch der Rang des jeweiligen Parameters für den untersuchten Kennwert in Klammern aufgeführt. Die Werte stellen die mit der Standardabweichung des Modellergebnisses $\sigma_y$ skalierten $EE_i$ dar.

Tabelle D2: Auswertung des elementaren Einflusses für das Referenzbauwerk

| Parameter | Referenz-wert | Werte-bereich | $\overline{EE}_i$ | $s_i$ | $\overline{EE}_i^*$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Skalierungsfaktor Verluste $a_{KS}$ | 1 | [0,7;1,3] | 6,791 (1.) | 11,687 (1.) | 6,791 (1.) |
| Vert. Spanngliedlage [m] $z'_{p5}$ | 1,31 | [1,295;1,325] | 1,936 (2.) | 3,445 (3.) | 1,936 (2.) |
| Skalierungsfaktor LKW 3 $w_3$ | 1 | [0,7;1,3] | 1,561 (3.) | 3,485 (2.) | 1,561 (3.) |
| Temperaturgradient $\Delta T$(-7K) | 7 | [-7,6;-6,4] | 0,812 (4.) | 1,407 (4.) | 0,812 (4.) |
| Lage der Koppelfuge $x_{KF}$ [m] | 6,2 | [5,9;6,5] | 0,704 (5.) | 0,615 (7.) | 0,704 (5.) |
| Vordehnung ($t$ = 0) [‰] $\varepsilon_{p,0}^{(0)}$ | 2,175 | [1,875;2,475] | 0,690 (6.) | 0,929 (6.) | 0,69 (6.) |
| Spannstahlquerschnitt $A_p$ [cm²] | 5,31 | [5,15;5,47] | 0,622 (7.) | 1,221 (5.) | 0,622 (7.) |
| Festigkeitsentwicklung $s$ | 0,38 | [0,266;0,494] | 0,324 (8.) | 0,541 (9.) | 0,324 (8.) |
| Steigung Wöhlerlinie im Dauerfestigkeitsbereich $k_2$ | 7 | [5,5;8,5] | 0,247 (9.) | 0,302 (10.) | 0,247 (9.) |
| Temperaturgradient $\Delta T$(-6K) | -6 | [-6,6;-5,4] | 0,204 (10.) | 0,561 (8.) | 0,204 (10.) |
| Skalierungsfaktor LKW 2 $w_2$ | 1 | [0,7;1,3] | 0,148 (11.) | 0,261 (11.) | 0,148 (11.) |
| Temperaturgradient $\Delta T$(-8K) | -8 | [-8,6;-7,4] | 0,07 (12.) | 0,105 (13.) | 0,070 (12.) |
| Skalierungsfaktor LKW 4 $w_4$ | 1 | [0,7;1,3] | 0,063 (13.) | 0,129 (12.) | 0,063 (13.) |
| Geometrie über halbe Breite d. Fahrbahnplatte [m] $b_{Fbpl}$ | 4,95 | [4,05;5,85] | 0,047 (14.) | 0,098 (14.) | 0,047 (14.) |
| Knickpunkt der Wöhlerlinie $\Delta\sigma(N^*)$ [N/mm²] | 120 | [72;168] | 0,024 (15.) | 0,037 (16.) | 0,024 (15.) |
| Skalierungsfaktor LKW 5 $w_5$ | 1 | [0,7;1,3] | 0,018 (16.) | 0,025 (18.) | 0,018 (16.) |
| Skalierungsfaktor LKW 1 $w_1$ | 1 | [0,7;1,3] | 0,017 (17.) | 0,043 (15.) | 0,017 (17.) |
| Betondruckfestigkeit Fahrbahnpl. B300 $f_c$(t=28d) [N/mm²] | 38 | [23,4;52,6] | 0,015 (18.) | 0,027 (17.) | 0,015 (18.) |
| Betondruckfestigkeit Steg & Bpl. B450 $f_c$(t=28d) [N/mm²] | 45 | [30,4;59,6] | 0,001 (19.) | 0,001 (19.) | 0,001 (19.) |
| Korrelationsfaktor E-Modul $\alpha_c$ | 9500 | [5225; 13775] | $8\cdot10^{-9}$ (20.) | $1\cdot10^{-8}$ (20.) | $8\cdot10^{-9}$ (20.) |
| E-Modul Spannstahl $E_p$ [N/mm²] | 205000 | [186550; 223450] | $7\cdot10^{-10}$ (21.) | $1\cdot10^{-9}$ (21.) | $7\cdot10^{-10}$ (21.) |
| Dehngrenze Spannstahl $f_{p0,2}$ [N/mm²] | 800 | [710; 890] | 0 (22.) | 0 (22.) | 0 (22.) |
| Steigung Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich $k_1$ | 3 | [2,4;3,6] | 0 (22.) | 0 (22.) | 0 (22.) |

## Eigenschaften varianzbasierter Sensitivitätsindizes

Wesentliche mathematische Zusammenhänge der varianzbasierten Sensitivitätsindizes erster und höherer Ordnung sowie globale (gesamte) Sensitivitätsindizes sind hier in Ergänzung zu Abs. 3.7.3 zusammenfassend dargestellt und kurz erläutert. Anhand der Varianzzerlegung nach Gl. (3-90) sowie den Gln. (3-91) und (3-93), die die Sensitivitätsindizes als Verhältniswerte zur Varianz des Gesamtmodells definieren, seien folgende Zusammenhänge und Grenzen herausgestellt:

- **Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$:**

  $0 \leq S_i \leq 1$ Die Varianz einer einzelnen Variable kann die Varianz des gesamten Modells nicht überschreiten, zudem kann sie definitionsgemäß nicht negativ sein.

  $\Sigma\, S_i \leq 1$ Der Einfluss bzw. die Varianz jeder einzelnen Variable kann ohne Interaktionen nicht die Varianz des gesamten Modells überschreiten. Für ein Modell ohne Interaktionen (rein additiv) ist die Summe genau eins.

- **globale Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$:**

  $S_i \leq S_{Ti}$ Der globale Einfluss setzt sich aus dem Einfluss des Parameters selbst ($S_i$) und den Interaktionstermen ($S_{ij}$, …) mit anderen Parametern zusammen. Aufgrund der Nicht-Negativitätsbedingung kann der globale Einfluss demnach nicht kleiner sein als der Einfluss des Parameters ohne Interaktionen.

  $\Sigma\, S_{Ti} \geq 1$ Für ein Modell ohne Interaktionen ist die Summe der gesamten Einflüsse stets 1 (additiv). Treten Interaktionen auf, kommen weitere Anteile hinzu. Die Summe aller Varianzen inklusive der Interaktionsterme muss jedoch mindestens der Varianz des gesamten Modells entsprechen.

## Ergänzungen zum Konvergenzverhalten der Sensitivitätsindizes

Zur Untersuchung des Konvergenzverhaltens der Sensitivitätsindizes wird ein additives Modell aus drei Variablen *f*, *g* und *h* untersucht.

$$y = f + g + h$$

Alle Parameter haben identische Mittelwerte ($\mu_i = 5$) und Varianzen ($V_i = 1$) bzw. Standardabweichungen ($\sigma_i = 1$). Demnach ergibt sich der deterministische Mittelwert des Modells $\mu_y = 15$ und die zugehörige Varianz $V_y = 3$ (gemäß der Varianzfortpflanzung nach Abs. 3.3) bzw. die Standardabweichung zu $\sigma_y = \sqrt{3} \approx 1{,}732$.

Die varianzbasierten Sensitivitätsindizes erster Ordnung ergeben nach Gl. (3-91) aus der Varianz des Modellergebnisses *Y* bei alleiniger Variation des Parameters $X_i$ zu:

$$S_i = \frac{V\big(E(Y|X_i)\big)}{V(Y)}$$

Der totale Sensitivitätsindex ist umgekehrt über die Varianz des Modellergebnisses *Y* bei Variation aller Parameter außer dem Parameter *i* formuliert:

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V\big(E(Y|X_{-i})\big)}{V(Y)}$$

Für alle drei Parameter *f*, *g* und *h* ergeben sich die identischen bedingten Varianzen

$$V\big(E(Y|X_i)\big) = 1$$

da allein die Varianz eines Parameters im Modell wirkt ($V_i = 1$) und

$$V\big(E(Y|X_{-i})\big) = 2$$

da je zwei Parameter mit $V_i = 1$ nach der Varianzfortpflanzung zu einer gemeinsamen Varianz von 2 addiert werden.

Demnach ergeben sich die Sensitivitätsindizes zu

$$S_i = \frac{1}{3}; \quad S_{Ti} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Definitionsgemäß ist die Summe der Sensitivitätsindizes erster Ordnung für das additive Modell $\Sigma S_i = 3 \cdot 1/3 = 1$ ebenso wie die Summe der totalen Sensitivitätsindizes $\Sigma S_{Ti}$.

Die numerische Ermittlung der Sensitivitätsindizes erfolgt nach dem in Abs. 3.7.3 beschriebenen Verfahren. Dabei wird sukzessive die Anzahl der Simulationen *n* erhöht, um das Konvergenzverhalten zu untersuchen. Die Ergebnisse aller drei Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ sowie der zugehörigen totalen Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ und der jeweiligen Summen sind in den folgenden Bildern anhand von jeweils 40 Wiederholungen dargestellt. Zudem sind der Mittelwert aus diesen 40 Wiederholungen und die zugehörige Streuung anhand der Standardabweichung (als Streuband um den Mittelwert) dargestellt. Diese zeigen, dass sich für das additive Modell aus drei Parametern ab etwa $n = 500$ Simulationen eine Konvergenz mit hinnehmbar geringen Abweichungen einstellt.

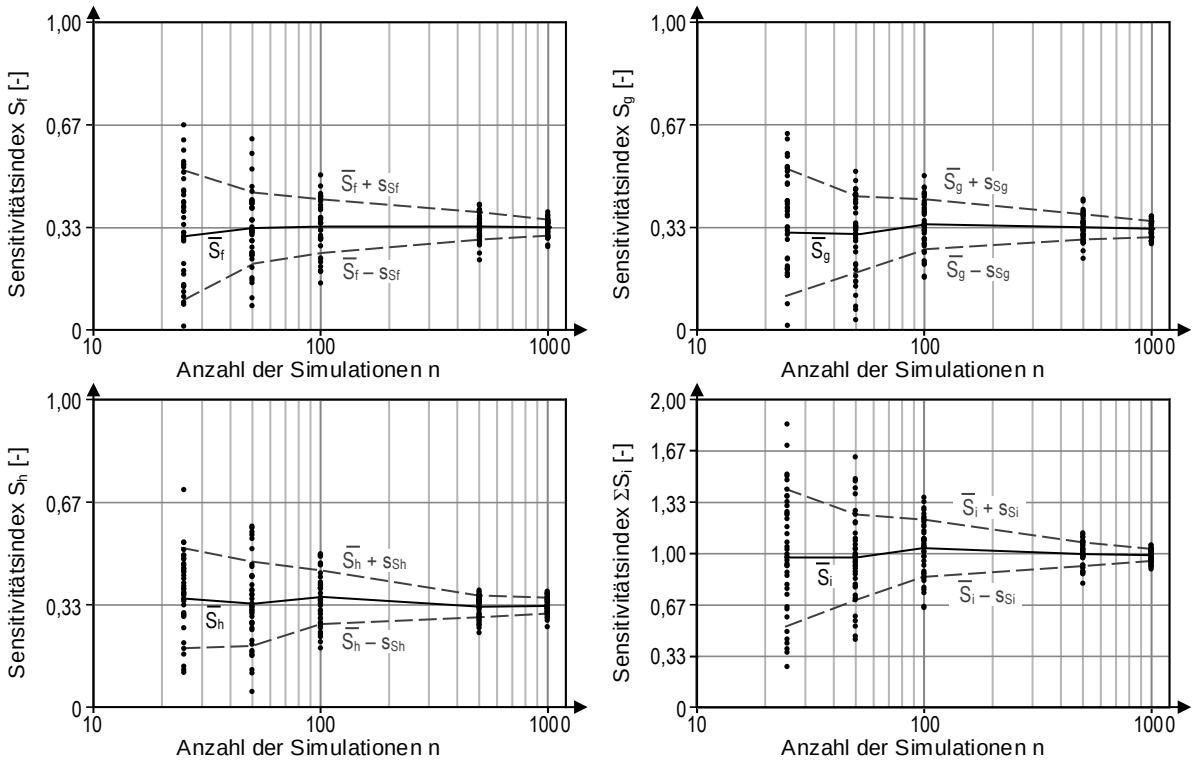



Bild D1: Konvergenzverhalten der drei Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ und deren Summe

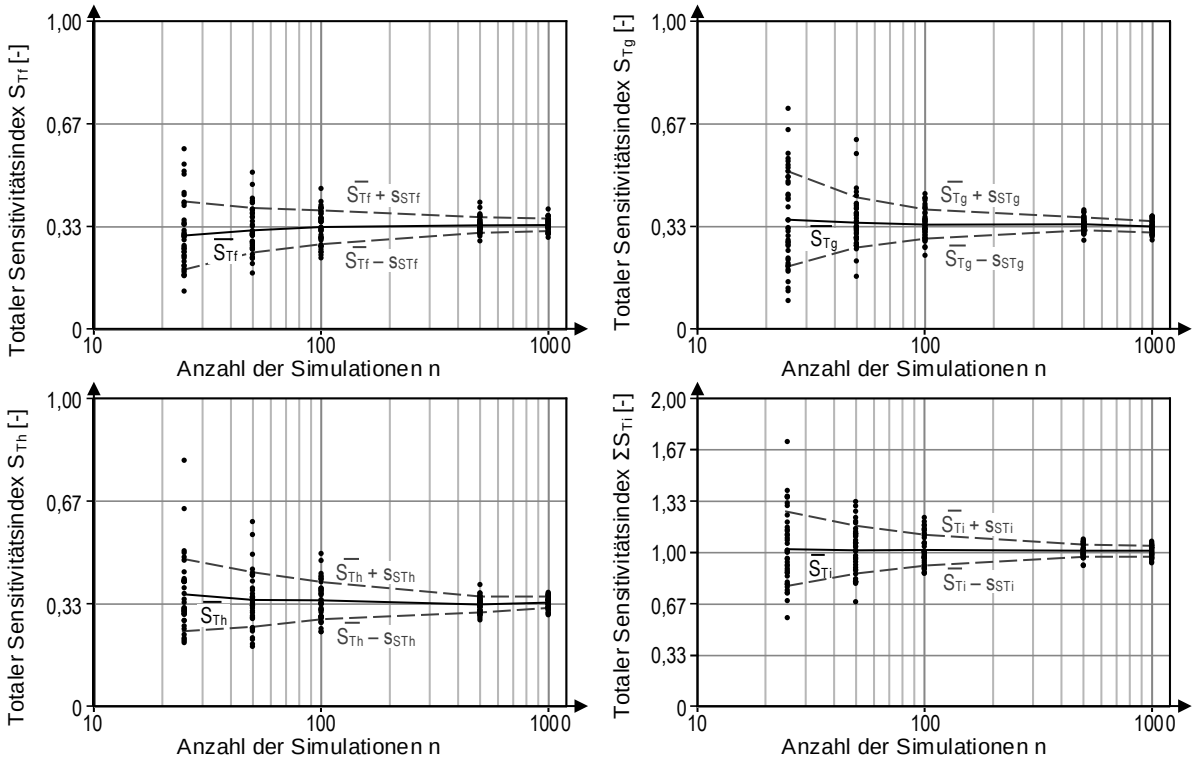



Bild D2: Konvergenzverhalten der drei totalen Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ und deren Summe

Mit dem Verfahren zur verbesserten Auswahl der Samplematrizen ***A*** und ***B*** in Abs. 6.4 reduziert sich die Varianz in den Sensitivitätsindizes und es wird ein verbessertes Konvergenzverhalten erreicht. Das Verfahren basiert darauf, dass sowohl die Korrelationsvorgabe (keine Korrelation $\rho_{ij} = 0$) zwischen den Basisvariablen in der jeweiligen Matrix in guter Näherung erfüllt ist, aber

auch die Korrelationskoeffizienten zwischen den Basisvariablen *i* aus Matrix ***A*** und Matrix ***B*** gering sind (um die tatsächliche Unabhängigkeit der Matrizen zu verbessern). Dies zeigen die folgenden Bilder anhand der zuvor untersuchten Sensitivitätsindizes.

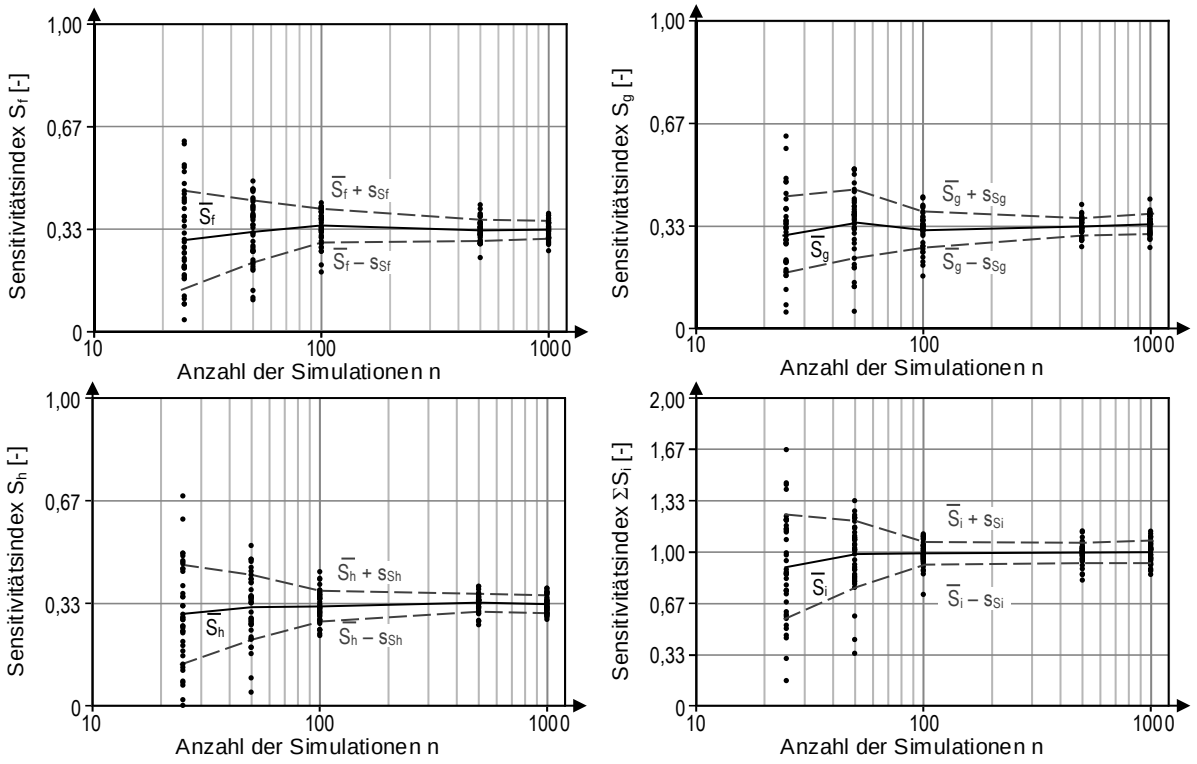



Bild D3: Konvergenz der Sensitivitätsindizes erster Ordnung $S_i$ bei modifiziertem Sampling

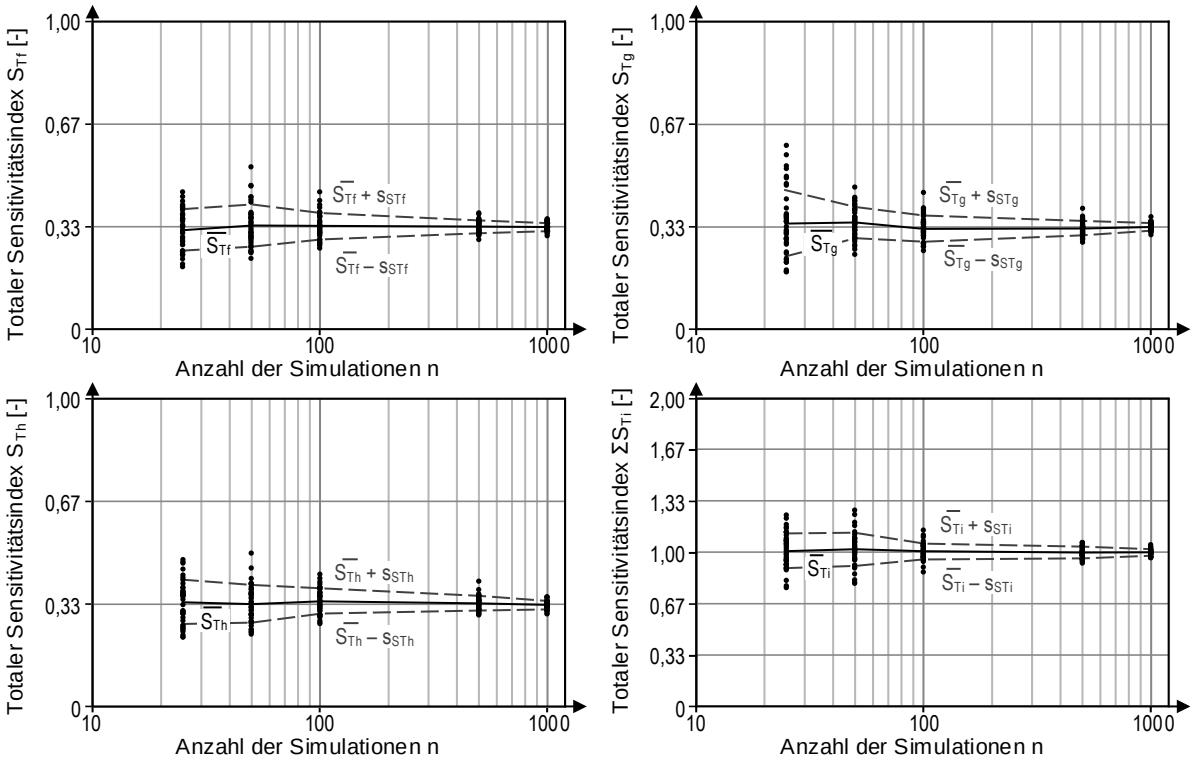



Bild D4: Konvergenz der totalen Sensitivitätsindizes $S_{Ti}$ bei modifiziertem Sampling

Die folgenden Bilder zeigen die Verbesserung des Mittelwerts (obere Linien) aus 40 Wiederholung und der zugehörigen Standardabweichung (untere Linien) infolge der modifizierten Auswahl (durchgezogene Linien) im Vergleich zu dem Verfahren (gestrichelte Linien). Die Sensitivitätsindizes der drei Variablen sind entsprechend der vorherigen Farbwahl dargestellt.

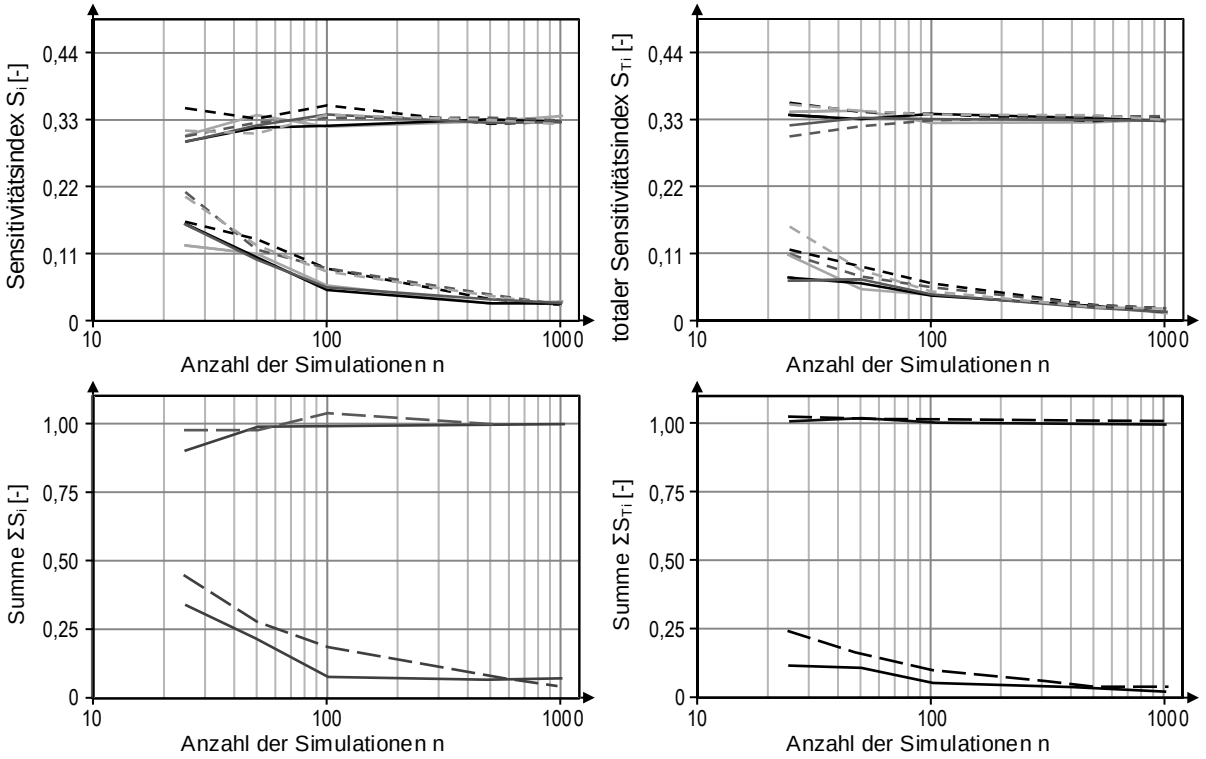



Bild D5: Konvergenzverhalten im Vergleich von modifiziertem (durchgezogene Linien) und ursprünglichem Sampling (gestrichelt) anhand von Mittelwert und Standardabweichung

Es zeigt sich eine Verbesserung im Konvergenzverhalten, die sich vorrangig in der reduzierten Standardabweichung der Indizes äußert. Zudem ist die Verbesserung insbesondere bei niedrigerem Simulationsumfang deutlich.

## Ergebnisse der varianzbasierten Sensitivitätsindizes

In den folgenden Tabellen sind die Sensitivitätsindizes $S_i$ und $S_{Ti}$ sowie deren Differenz als Maß der Interaktionen für das Prognosemodell der Ermüdungslebensdauer nach Kap. 4 dargestellt. Dies dient der Ergänzung der grafisch aufbereiteten Ergebnisse in Abs. 6.4.

Tabelle D3 enthält die Sensitivitätsindizes der ersten Untersuchung der originalen Ermüdungsschädigungssumme *D*. Die Indizes für die logarithmierte Ergebnisgröße log(*D*) fasst Tabelle D4 zusammen.

Tabelle D3: Sensitivitätsindizes des Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer mit der Ermüdungsschädigung *D* als Zielgröße

| **Parameter** | | $S_i$ | $S_{Ti}$ | $S_{Ti} - S_i$ |
|---|---|---|---|---|
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 3 | $w_3$ | 0,485 | 1,952 | 1,467 |
| Skalierungsfaktor der zeitabhängigen Spannkraftverluste | $a_{KS}$ | 0259 | 0703 | 0,444 |
| Lage des Bemessungsquerschnitts (Koppelfuge) | $x_{KF}$ | 0,046 | 0,301 | 0,255 |
| Querschnittsfläche des Spannstahls | $A_p$ | 0,008 | 0,037 | 0,029 |
| initiale Vordehnung des Spannstahls | $\varepsilon_{p0}^{(0)}$ | 0,007 | 0,010 | 0,003 |
| vert. Lage des maßg. Spannglieds | $z'_{pi}$ | 0,003 | 0,003 | 0,000 |
| Steigung der Wöhlerlinie | $k_2$ | 0,003 | 0,025 | 0,021 |
| vert. Temperaturgradient -5 K | $\Delta T(-5)$ | 0,003 | 0,006 | 0,003 |
| Betondruckfestigkeit für Bodenpl. & Stege | $f_{c,B300}$ | 0,0020 | 0,0034 | 0,0014 |
| Geometrie (Breite der Fahrbahnplatte) | $b_{FBPL}$ | 0,0015 | 0,0022 | 0,0008 |
| Festigkeitsentwicklung des Betons | $s$ | 0,0014 | 0,0022 | 0,0008 |
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 2 | $w_2$ | 0,0014 | 0,0030 | 0,0016 |
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 4 | $w_4$ | 0,0013 | 0,0017 | 0,0005 |
| Betondruckfestigkeit für Fahrbahnplatte | $f_{c,B450}$ | 0,0013 | 0,0025 | 0,0012 |
| vert. Temperaturgradient -8 K | $\Delta T(-8)$ | 0,0010 | 0,0023 | 0,0013 |
| vert. Temperaturgradient -7 K | $\Delta T(-7)$ | 0,0010 | 0,0053 | 0,0044 |
| vert. Temperaturgradient -6 K | $\Delta T(-6)$ | 0,0005 | 0,0062 | 0,0056 |
| vert. Temperaturgradient -4 K | $\Delta T(-4)$ | 0,000 | 0,0086 | 0,0086 |
| jährliche Verkehrszunahme | $dn/dt$ | 0,000 | 0,301 | 0,301 |
| Summe | | 0,485 | 1,952 | 1,467 |

Tabelle D4: Sensitivitätsindizes des Prognosemodells der Ermüdungslebensdauer mit der logarithmischen Ermüdungsschädigung *D* als Zielgröße

| **Parameter** | | $S_i$ | $S_{Ti}$ | $S_{Ti} - S_i$ |
|---|---|---|---|---|
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 3 | $w_3$ | 0,447 | 0,458 | 0,011 |
| Skalierungsfaktor der zeitabhängigen Spannkraftverluste | $a_{KS}$ | 0,456 | 0,484 | 0,027 |
| Lage des Bemessungsquerschnitts (Koppelfuge) | $x_{KF}$ | 0,099 | 0,399 | 0,301 |
| Querschnittsfläche des Spannstahls | $A_p$ | *(-0,017)* | 0,141 | 0,158 |
| initiale Vordehnung des Spannstahls | $\varepsilon_{p0}^{(0)}$ | 0,006 | 0,023 | 0,018 |
| vert. Lage des maßg. Spannglieds | $z'_{pi}$ | 0,001 | 0,014 | 0,013 |
| Steigung der Wöhlerlinie | $k_2$ | 0,010 | 0,037 | 0,028 |
| vert. Temperaturgradient -5 K | $\Delta T(-5)$ | 0,002 | 0,014 | 0,012 |
| Betondruckfestigkeit für Bodenpl. & Stege | $f_{c,B300}$ | *(-0,003)* | 0,012 | 0,015 |
| Geometrie (Breite der Fahrbahnplatte) | $b_{FBPL}$ | 0,001 | 0,012 | 0,015 |
| Festigkeitsentwicklung des Betons | $s$ | 0,003 | 0,010 | 0,007 |
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 2 | $w_2$ | *(-0,052)* | 0,242 | 0,294 |
| Skalierungsfaktor des LKW-Typ 4 | $w_4$ | *(-0,050)* | 0,242 | 0,294 |
| Betondruckfestigkeit für Fahrbahnplatte | $f_{c,B450}$ | 0,001 | 0,013 | 0,012 |
| vert. Temperaturgradient -8 K | $\Delta T(-8)$ | *(-0,004)* | 0,014 | 0,018 |
| vert. Temperaturgradient -7 K | $\Delta T(-7)$ | 0,020 | 0,020 | 0,000 |
| vert. Temperaturgradient -6 K | $\Delta T(-6)$ | 0,012 | 0,015 | 0,003 |
| vert. Temperaturgradient -4 K | $\Delta T(-4)$ | 0,003 | 0,014 | 0,011 |
| jährliche Verkehrszunahme | $dn/dt$ | *(-0,096)* | 0,197 | 0,293 |
| Summe | | 0,839 | 2,21 | 1,371 |

## Beispiel zu den modifizierten Sensitivitätsindizes

Die Berechnung der vereinfachten Ermüdungslebensdauer bzw. der Schädigungssumme nach 200 Jahren für das Beispiel in Abs. 6.5 erfolgt in den folgenden Schritten:

Es werden fünf Zeitschritte ($t$ = [0, … 200]) untersucht. Je Zeitschritt ändert sich die Vorspannung infolge zeitabhängiger Verluste. Dazu wird die Vordehnung $\varepsilon_{p,t}^{(0)}$ (und somit die Vorspannung $\sigma_{p1/2}^{(0)}$) und das Moment aus dem statisch unbestimmten Anteil der Vorspannung $M(P')$ mit dem Skalierungsfaktor $\alpha_p(t)$ in Abhängigkeit der Zeit angepasst. Dessen Varianz fließt durch den Beiwert $a_{KS}$ ein. Zudem ändert sich je Zeitschritt die Lastwechselzahl $n(t)$, die sich aus einer anfänglichen Lastwechselzahl $n_0$ und der jährlichen Änderung $dn/dt$ ergibt:

$$n(t) = \left(n_0 + \frac{dn}{dt} \cdot t\right) \cdot \Delta t$$

Es wird nur ein Fahrzeugtyp (Fahrzeug 3 aus ELM 4) betrachtet, dessen relativer Anteil am Gesamtverkehr konstant über die Zeit 30 % sei. Zudem werden je Zeitschritt fünf Temperaturgradienten untersucht, die gemäß Abs. 4.6.7 mit fester Häufigkeit und variablem Wert des Temperaturgradienten einfließen. Der Temperaturgradient erzeugt gemeinsam mit der zeitabhängigen Vorspannung (stat. unbestimmt: $M(P')$) und den ständigen Lasten das Grundmoment:

$$M_0 = M(G + \Delta G) + a_{KS} \cdot \alpha_p(t) \cdot M(P') + \Delta T_i \cdot M(\Delta T = -1)$$

Dieses wird entsprechend um das Moment aus der Verkehrslast in maßgebender Position erhöht ($M_{ELM,+}$) und reduziert ($M_{ELM,-}$). Dabei geht die Streuung in Form des Skalierungsfaktors $w_3$ in das Maximalmoment ein ($w_3 \cdot M_{ELM,+}$). Für jedes resultierende Moment ($M_0 + M_{ELM,+}$ bzw. $M_0 + M_{ELM,-}$) wird die zugehörige Spannung im Spannstahl mit dem Verfahren nach KRÜGER & MERTZSCH für gegliederte Querschnitte berechnet. Dabei fließen die Obergurtbreite $b_f$, die statische Nutzhöhe für den Spannstahl $d_{p1}$ sowie die E-Moduln von Beton $E_c$ und Spannstahl $E_p$ als Basisvariablen in die Berechnung ein. Aus der Differenz von Ober- und Unterspannung wird vereinfachend die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_p$ ermittelt.

Die ertragbare Lastwechselzahl ergibt sich aus der Wöhlerlinie; hier wird diese vereinfachend linearisiert („*Miner elementar*“) und durch ihre Steigung $k_2$ sowie die Stützstelle $\Delta\sigma(N^*)$ mit $N^* = 10^6$ charakterisiert:

$$N_b(\Delta\sigma_s) = \frac{\Delta\sigma(10^6)^{k_2}}{\Delta\sigma_p{}^{k_2}} \cdot 10^6$$

Die Schädigungssumme $D_i$ je Zeitschritt und je Temperaturgradient wird somit aus dem Verhältnis von einwirkender $n(t)$ und ertragbarer Lastwechselzahl $N_b$ bestimmt. Als Zielgröße wird analog zum ausführlichen Prognosemodell die Schädigungssumme $D_{ges}$ am Ende der Simulation verwendet.

# LITERATURVERZEICHNIS


[1] ACI 214.4R-03: *Guide for obtaining cores and interpreting compressive strength results.* 2003.

[2] Ahrens, M. A.: *Ein stochastisches Simulationskonzept zur Lebensdauerermittlung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken und seine Umsetzung an einer Referenzbrücke.* Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 2010.

[3] Ahrens, M. A.; Mark, P.: *Lebensdauersimulation von Betontragwerken.* Beton- und Stahlbetonbau 106 (4), 2011, S. 220-230, DOI: *10.1002/best.201000092*.

[4] Ahrens, M. A.; Strauss, A.; Bergmeister, K.; Mark, P.; Stangenberg, F.: *Lebensdauerorientierter Entwurf, Konstruktion, Nachrechnung.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2013. Berlin: Ernst & Sohn, 2012, S. 17-222, DOI: *10.1002/9783433602591.ch2*.

[5] Al Shamaa, D.; Geißler, K.: *Verallgemeinerte Berücksichtigung der Dauerfestigkeit im Ermüdungsfestigkeitsnachweis mittels Lebensdauerlinien.* Stahlbau 82 (2), 2013, S. 87-96, DOI: *10.1002/stab.201301650*.

[6] Archer, G. E. B.; Saltelli, A.; Sobol', I. M.: *Sensitivity measures, ANOVA-like techniques and the use of bootstrap.* Journal of Statistical Computation and Simulation 58 (2), 1997, S. 99-120, DOI: *10.1080/00949659708811825*.

[7] Ashby, M. F.; Jones, D. R. H.: *Engineering materials 1. An Introduction to Properties, Applications and Design.* International series on materials science and technology. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2012.

[8] Ashby, M. F.; Jones, D. R. H.: *Engineering materials 2. An introduction to microstructures and processing.* International series on materials science and technology. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2013.

[9] Bahn, B. Y.; Hsu, C.-T. T.: *Stress-Strain Behavior of Concrete under Cyclic Loading.* ACI Materials Journal 95 (2), 1998, S. 178-193, DOI: *10.14359/363*.

[10] Bahrenberg, G.; Giese, E.; Mevenkamp, N.; Nipper, J.: *Statistische Methoden in der Geographie. Band 2: Multivariate Statistik.* Stuttgart: Teubner, 2008.

[11] Bankhofer, U.; Vogel, J.: *Datenanalyse und Statistik. Eine Einführung für Ökonomen im Bachelor.* Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Gabler / GWV Fachverlage, 2008.

[12] Bartlett, F. M.; MacGregor, J. G.: *Cores from high-performance concrete beams.* ACI Materials Journal 91 (6), 1994, S. 567-576, DOI: *10.14359/1377*.

[13] Bartlett, F. M.; MacGregor, J. G.: *Effect of core diameter on concrete core strengths.* ACI Materials Journal 91 (5), 1994, S. 460-470, DOI: *10.14359/4160*.

[14] Bartlett, F. M.; MacGregor, J. G.: *Effect of Core Length-to-Diameter Ratio on Concrete Core Strengths.* ACI Materials Journal 91 (4), 1994, S. 339-348, DOI: *10.14359/4042*.

[15] Bartlett, F. M.; MacGregor, J. G.: *Effect of moisture condition on concrete core strengths.* ACI Materials Journal 91 (3), 1994, S. 227-236, DOI: *10.14359/4328*.

[16] Bartlett, F. M.; MacGregor, J. G.: *Statistical Analysis of the Compressive Strength of Concrete in Structures.* ACI Materials Journal 93 (2), 1996, S. 158-168, DOI: *10.14359/1353*.

[17] Basquin, O. H.: *The Exponential Law of Endurance Tests.* In: American Society for Testing Materials (Hg.): Proceedings of the Annual Meeting, 1910, S. 625-630.

[18] Bathias, C.: *There is no infinite fatigue life in metallic materials.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22 (7), 1999, S. 559-565, DOI: *10.1046/j.1460-2695.1999.00183.x*.

[19] Bažant, Z. P.; Baweja, S.: *Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: Model B3.* ACI Special Publications 194, 2000, S. 1-84, DOI: *10.14359/9889*.

[20] Bažant, Z. P.; Baweja, S.: *Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures - Model B3.* RILEM Recommendation. Materials and Structures 28 (6), 1995, S. 357-365, DOI: *10.1007/BF02473152*.

[21] Bažant, Z. P.; Baweja, S.: *Justification and refinements of model B3 for concrete creep and shrinkage 1. Statistics and sensitivity.* Materials and Structures 28 (7), 1995, S. 415-430, DOI: *10.1007/BF02473078*.

[22] Bažant, Z. P.; Baweja, S.: *Justification and refinements of model B3 for concrete creep and shrinkage 2. Updating and theoretical basis.* Materials and Structures 28 (8), 1995, S. 488-495, DOI: *10.1007/BF02473171*.

[23] Bažant, Z. P.; Hauggaard, A. B.; Baweja, S.; Ulm, F.-J.: *Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects.* Journal of Engineering Mechanics 123 (11), 1997, S. 1188-1194, DOI: *10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:11(1188)*.

[24] Bažant, Z. P.; Hubler, M. H.; Yu, Q.: *Pervasiveness of excessive segmental bridge deflections: Wake-up call for creep.* ACI Structural Journal 108 (6), 2011, S. 766-774, DOI: *10.14359/51683375*.

[25] Bažant, Z. P.; Kim, J. K.: *Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 2-Basic creep.* Materials and Structures 24 (144), 1991, S. 409-421, DOI: *10.1007/BF02472014*.

[26] Bažant, Z. P.; Prasannan, S.: *Solidification theory for concrete creep. I: Formulation.* Journal of Engineering Mechanics 115 (8), 1989, S. 1691-1703.

[27] Bažant, Z. P.; Prasannan, S.: *Solidification theory for concrete creep. II: Verification and application.* Journal of Engineering Mechanics 115 (8), 1989, S. 1704-1725.

[28] Bažant, Z. P.: *Prediction of concrete creep and shrinkage: past, present and future.* Nuclear Engineering and Design 203 (1), 2001, S. 27-38, DOI: *10.1016/S0029-5493(00)00299-5*.

[29] Bažant, Z. P.; Wendner, R.; Hubler, M. H.; Yu, Q.: *Pervasive lifetime inadequacy of long-span box girder bridges and lessons for multi-decade creep prediction.* In: A. Strauss, D. M. Frangopol, K. Bergmeister (Hg.): Life-cycle and sustainability of civil infrastructure systems. 3rd Int. Symp. on Life-Cycle Civil Engineering. Boca Raton: CRC Press, 2013, S. 42-50.

[30] Bažant, Z. P.; Yu, Q.; Li, G.-H.: *Excessive Long-Time Deflections of Prestressed Box Girders. I: Record-Span Bridge in Palau and Other Paradigms.* Journal of Structural Engineering 138 (6), 2012, S. 676-686, DOI: *10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000487*.

[31] Bergmeister, K.; Mark, P.; Österreicher, M.; Sanio, D.; Heek, P.; Krawtschuk, A.; Strauss, A.; Ahrens, M. A.: *Innovative Monitoringstrategien für Bestandsbauwerke.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2015. Berlin: Ernst & Sohn, 2014, S. 315-458, DOI: *10.1002/9783433603406.ch7*.

[32] Bergmeister, K.; Wendner, R.: *Monitoring und Strukturidentifikation von Betonbrücken.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2010. Berlin: Ernst & Sohn, 2010, S. 245-290, DOI: *10.1002/9783433600443.ch4*.

[33] Beyer, E.: *Hochstraßen. Beispiele aus deutschen Städten.* Düsseldorf: Beton-Verlag, 1960.

[34] Beyer, E.; Lange, K.: *Verkehrsbauten. Brücken, Hochstraßen, Tunnel - Entwicklungstendenzen aus Düsseldorf.* Düsseldorf: Beton-Verlag, 1974.

[35] Bindseil, P.; Schmidt, M. O. A.: *Betonstähle. Vom Beginn des Stahlbetonbaus bis zur Gegenwart.* Datensammlung mit Suchfunktion. Berlin: Verl. Bauwesen, 2002.

[36] Block, K.; Dreier, F.: *Die Ermüdungsfestigkeit zuverlässig und kostengünstig ermitteln - Das interaktive Verfahren.* Materialprüfung 40 (3), 1998, S. 73-77.

[37] Böckh, P. von; Wetzel, T.: *Wärmeübertragung. Grundlagen und Praxis.* Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011.

[38] Bockhold, J.: *Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbe-*

*tonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten.* Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 2005.

[39] Boros, V.; Novák, B.: *Zuverlässigkeitsanalyse von Massivbrücken für außergewöhnliche Bedrohungsszenarien.* Beton- und Stahlbetonbau 109 (2), 2014, S. 138-144, DOI: *10.1002/best.201300046*.

[40] Braml, T.; Keuser, M.; Bergmeister, K.: *Grundlagen und Entwicklung von stochastischen Modellen zur Beurteilung der Schädigung von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Bauwerksüberprüfungen.* Beton- und Stahlbetonbau 106 (2), 2011, S. 112-121, DOI: *10.1002/best.201000079*.

[41] Brühwiler, E.: *Fatigue safety examination of riveted railway bridges using monitored data.* In: A. Chen, D. M. Frangopol (Hg.): Proc. of the 7th Int. Conf. on Bridge Maintenance, Safety and Management. Boca Raton: CRC Press, 2014, S. 1169-1176.

[42] Brühwiler, E.; Menn, C.: *Stahlbetonbrücken.* Wien: Springer, 2003.

[43] Bruls, A.: *Calibration of load model for fatigue calculation.* IABSE Reports 59, 1990, S. 23-33, DOI: *10.5169/seals-45700*.

[44] Bruls, A.; Croce, P.; Sanpaolesi, L.; Sedlacek, G.: *ENV 1991 - Part 3: Traffic loads on bridges: Calibration of road load models for road bridges.* IABSE Reports 74, 1996, S. 439-454, DOI: *10.5169/seals-56093*.

[45] Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt): *Handlungsanweisung zur Beurteilung der Dauerhaftigkeit vorgespannter Bewehrung von älteren Spannbetonüberbauten.* Bergisch-Gladbach. Abteilung Brücken- und Ingenieurbau, 1998.

[46] Bundesanstalt für Straßenwesen ZTV-ING: *Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen und Richtlinien für Ingenieurbauten.* 01/2003.

[47] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung: *Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie).* 2011.

[48] Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur (BMVI): *Brückenmodernisierung im Bereich der Bundesfernstraßen.* Berlin, 11/2015.

[49] Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur (BMVI): *Verkehrsverflechtungsprognose 2030.* Schlussbericht, 11.6.2014. http://www.bmvi.de/SharedDocs/DE/Anlage/Verkehr UndMobilitaet/verkehrsverflechtungsprognose-2030-schlussbericht-los-3.pdf.

[50] Campolongo, F.; Cariboni, J.; Saltelli, A.: *An effective screening design for sensitivity analysis of large models.* Environmental Modelling & Software 22 (10), 2007, S. 1509-1518, DOI: *10.1016/j.envsoft.2006.10.004*.

[51] Campolongo, F.; Tarantola, S.; Saltelli, A.: *Tackling quantitatively large dimensionality problems.* Computer Physics Communications 117 (1-2), 1999, S. 75-85, DOI: *10.1016/S0010-4655(98)00165-9*.

[52] Casella, G.; Berger, R. L.: *Statistical inference.* Duxbury advanced series. Australien, Pacific Grove, CA: Thomson Learning, 2002.

[53] Çatbaş, F. N.; Kijewski-Correa, T. L.; Aktan, A. E.: *Structural identification of constructed facilities. Approaches, methods and technologies for effective practice of St-Id.* State-of-the-Art Report. ASCE SEI Committee on Structural Identification of Constructed Systems, 2011.

[54] CEB: *Fatigue of Concrete Structures. State of the Art Report.* Lausanne: CEB. Bulletin D'Information 188, 1988. http://www.fib-international.org/fatigue-of-concrete-structures-pdf.

[55] Chan, T.; Yu, L.; Tam, H. Y.; Ni, Y. Q.; Liu, S. Y.; Chung, W. H.; Cheng, L. K.: *Fiber Bragg grating sensors for structural health monitoring of Tsing Ma bridge.* Engineering Structures 28 (5), 2006, S. 648-659, DOI: *10.1016/j.engstruct.2005.09.018*.

[56] Clormann, U. H.; Seeger, T.: *Rainflow-HCM. Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage.* Stahlbau 55 (3), 1986, S. 65-71.

[57] Corten, H. T.; Dolan, T. J.: *Cumulative fatigue damage.* In: Institution of Mechanical Engineers

and American Society of Mechanical Engineers London (Hg.): Proceedings of the Int. Conference on Fatigue of Metals, 1956, S. 235-246.

[58] Cukier, R.; Levine, H.; Shuler, K.: *Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems.* Journal of Computational Physics 26 (1), 1978, S. 1-42, DOI: *10.1016/0021-9991(78)90097-9*.

[59] D'Agostino, R. B.; Stephens, M. A.: *Goodness-of-fit techniques.* Statistics, textbooks and monographs 68. New York: M. Dekker, 1986.

[60] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein (DBV): *Anwendung zerstörungsfreier Prüfverfahren im Bauwesen.* Berlin. DBV-Merkblatt, 01/2014.

[61] DIN 4227: *Spannbeton - Richtlinien für Bemessung und Ausführung.* 10/1953.

[62] DIN 45667: *Klassierverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen.* 10/1969.

[63] DIN 50100: *Werkstoffprüfung; Dauerschwingversuch, Begriffe, Zeichen, Durchführung, Auswertung.* 02/1978.

[64] DIN 5034-2: *Tageslicht in Innenräumen - Grundlagen.* 02/1985.

[65] DIN EN 12390-1: *Prüfung von Festbeton - Teil 1: Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen.* 12/2012.

[66] DIN EN 12390-13: *Prüfung von Festbeton - Teil 13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbelastung (Sekantenmodul).* 04/2012.

[67] DIN EN 1990: *Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung.* 12/2010.

[68] DIN EN 1991-1-5: *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-5: Allgemeine Einwirkungen - Temperatureinwirkungen.* 12/2010.

[69] DIN EN 1991-1-5/NA: *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-5: Allgemeine Einwirkungen - Temperatureinwirkungen.* 12/2010.

[70] DIN EN 1991-2: *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken.* 12/2010.

[71] DIN EN 1991-2/NA: *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken.* 08/2012.

[72] DIN EN 1992-1-1: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.* 01/2011.

[73] DIN EN 1992-1-1/NA: *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.* 04/2013.

[74] DIN EN 1992-2: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.* 12/2010.

[75] DIN EN 1992-2/NA: *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.* 04/2013.

[76] DIN EN ISO 10456: *Baustoffe und Bauprodukte – Wärme- und feuchtetechnische Eigenschaften – Tabellierte Bemessungswerte und Verfahren zur Bestimmung der wärmeschutztechnischen Nenn- und Bemessungswerte.* 05/2010.

[77] Dischinger, F.: *Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken.* Bauingenieur 20 (5/6), 1939, S. 53-63.

[78] Dowling, N. E.: *Mechanical behavior of materials. Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue.* Boston, London: Pearson, 2013.

[79] Dubbs, N. C.; Moon, F. L.: *Comparison and Implementation of Multiple Model Structural Identification Methods.* Journal of Structural Engineering 141 (11), 2015, DOI: *10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001284*.

[80] Duller, C.: *Einführung in die nichtparametrische Statistik mit SAS und R. Ein anwendungsorientiertes Lehr- und Arbeitsbuch.* Heidelberg: Physica-Verlag, 2008.

[81] Duller, C.: *Einführung in die Statistik mit EXCEL und SPSS. Ein anwendungsorientiertes Lehr- und Arbeitsbuch.* Physica-Lehrbuch. Heidelberg: Physica-Verlag, 2007.

[82] Empelmann, M.; Remitz, J.: *Ermüdungsverhalten von Spanngliedern mit nachträglichem Verbund.* Beton- und Stahlbetonbau 109 (11), 2014, S. 760-770, DOI: *10.1002/best.201400069*.

[83] Empelmann, M.; Sender, C.: *Dauerschwingfestigkeit von Spannstählen unter dynamischer Beanspruchung im eingebauten Zustand. Schlussbericht.* Bauforschung T 3245. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 2010.

[84] Engelke, C.: *Ermüdungsberechnung einer Spannbetonbrücke unter Verwendung instationärer Temperaturfelder.* Masterarbeit. Ruhr-Universität Bochum, 09/2014.

[85] Faber, M. H.: *Risk and safety in engineering.* Zürich. Lecture Notes, ETH Zürich, 2009.

[86] Fahrmeir, L.: *Statistik. Der Weg zur Datenanalyse.* Berlin: Springer, 2007.

[87] Fatemi, A.; Yang, L.: *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials.* International Journal of Fatigue 20 (1), 1998, S. 9-34, DOI: *10.1016/S0142-1123(97)00081-9*.

[88] Federal Emergency Management Agency 274: *NEHRP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings.* 10/1997.

[89] Fédération internationale du béton: *Model Code for Concrete Structures 2010.* 2010.

[90] Fehlmann, P.: *Zur Ermüdung von Stahlbetonbrücken.* Dissertation. ETH Zürich, 2012.

[91] Fingerloos, F.; Marx, S.; Schnell, J.; Angnes, U.; Bolle, G.; Schacht, G.; Stauder, F.; Weber, M.: *Tragwerksplanung im Bestand - Bewertung bestehender Tragwerke.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2015. Berlin: Ernst & Sohn, 2014, S. 25-113, DOI: *10.1002/9783433603406.ch2*.

[92] Fischer, A. M.: *Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand.* Dissertation. TU Kaiserslautern, 2011.

[93] Fischer, L.: *Bestimmung des 5%-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung.* Bautechnik 72 (11), 1995, S. 712-722.

[94] Fischer, L.: *Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen.* Berlin: Ernst & Sohn, 2001.

[95] Fischer, O.; Lechner, T.; Wild, M.; Müller, A.; Kessner, K.: *Nachrechnung von Betonbrücken - Systematische Datenauswertung nachgerechneter Bauwerke (Schlussbericht FE 15.0524).* Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen - Brücken- und Ingenieurbau B 124. Bergisch Gladbach: Fachverlag NW, 2014.

[96] Forman, R. G.; Kearney, V. E.; Engle, R. M.: *Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures.* Journal of Basic Engineering 89 (3), 1967, S. 459-463, DOI: *10.1115/1.3609637*.

[97] Fouad, N. A.: *Rechnerische Simulation der klimatisch bedingten Temperaturbeanspruchungen von Bauwerken. Anwendung auf Beton-Kastenträgerbrücken und -Sandwichwände.* Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau (TU Berlin) 28. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 1998.

[98] Frenzel, B.; Freundt, U.; König, G.; Mangerig, I.; Merzenich, G.; Novák, B.; Sedlacek, G.; Sukhov, D.: *Bestimmung von Kombinationsbeiwerten und -regeln für Einwirkungen auf Brücken.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 715. Bonn, 1996.

[99] Freundt, U.; Böning, S.; Kaschner, R.: *Einwirkungen aus Straßenverkehr für Bestandsbrücken.* Bauingenieur 87 (1), 2012, S. 10-14.

[100] Gassel, A.: *Beiträge zur Berechnung solarthermischer und exergieeffizienter Energiesysteme.* Dissertation. TU Dresden, 1997.

[101] Gaßner, E.; Griese, F.; Haibach, E.: *Ertragbare Spannungen und Lebensdauer einer Schweißverbindung aus Stahl St 37 bei verschiedenen Formen des Beanspruchungskollektivs.* Archiv für

das Eisenhüttenwesen 35 (3), 1964, S. 255-267.

[102] Gatts, R. R.: *Application of a Cumulative Damage Concept to Fatigue.* Journal of Basic Engineering 83 (4), 1961, S. 529-534, DOI: *10.1115/1.3662256*.

[103] Glen, G.; Isaacs, K.: *Estimating Sobol sensitivity indices using correlations.* Environmental Modelling & Software 37, 2012, S. 157-166, DOI: *10.1016/j.envsoft.2012.03.014*.

[104] Graf, T.; Zenner, H.: *Lebensdauervorhersage: Vorhersagefehler aufgrund ungenauer Kenntnis der erforderlichen Kenngrößen.* Materialprüfung 36 (3), 1994, S. 71-76.

[105] Grünberg, J.; Göhlmann, J.; Marx, S.: *Mechanische Modelle für mehraxiales Festigkeits- und Ermüdungsversagen von Stahlbeton.* Beton- und Stahlbetonbau 109 (6), 2014, S. 403-416, DOI: *10.1002/best.201400022*.

[106] Grünberg, J.; Hansen, M.; Liebig, J. P.: *Ermüdungsbeanspruchungen von Betonbrücken unter zunehmendem Schwerverkehr.* Beton- und Stahlbetonbau 102 (9), 2007, S. 596-606, DOI: *10.1002/best.200700569*.

[107] Haibach, E.: *Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung.* Berlin: Springer, 2006.

[108] Hallermann, N.; Morgenthal, G.: *Visual inspection strategies for large bridges using Unmanned Aerial Vehicles (UAV).* In: A. Chen, D. M. Frangopol (Hg.): Proc. of the 7th Int. Conf. on Bridge Maintenance, Safety and Management. Boca Raton: CRC Press, 2014, S. 661-667.

[109] Hammer, A.: *Anwendungsspezifische Solarstrahlungsinformationen aus Meteosat-Daten.* Dissertation. Universität Oldenburg, 2001.

[110] Hansen, M.: *Zur Auswirkung von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen.* Dissertation. Leibniz Universität Hannover, 2004.

[111] Harre, W.; Beul, W.: *Zum Schwindfestigkeitsverhalten der Betonstähle.* Beton- und Stahlbetonbau 86 (12), 1991, S. 290-296, DOI: *10.1002/best.199100530*.

[112] Hashin, Z.: *A Reinterpretation of the Palmgren-Miner Rule for Fatigue Life Prediction.* Journal of Applied Mechanics 47 (2), 1980, S. 324-328, DOI: *10.1115/1.3153663*.

[113] Häußler-Combe, U.: *Dreiaxiale Stoffgesetze für Beton – Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen.* Beton- und Stahlbetonbau 101 (3), 2006, S. 175-186, DOI: *10.1002/best.200500464*.

[114] Hedderich, J.; Sachs, L.: *Angewandte Statistik. Methodensammlung mit R.* Berlin, Heidelberg: Springer, 2012.

[115] Helton, J. C.; Davis, F. J.: *Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems.* Reliability Engineering & System Safety 81 (1), 2003, S. 23-69, DOI: *10.1016/S0951-8320(03)00058-9*.

[116] Herrmann, R.; Stockmann, M.; Marx, S.: *Untersuchungsstrategie zur Bewertung der Langzeitstabilität von Dehnungsmessstreifen.* Bautechnik 92 (7), 2015, S. 451-460, DOI: *10.1002/bate.201500018*.

[117] Heunecke, O.: *Eignung geodätischer Messverfahren zur Maßkontrolle im Hochbau.* Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement 139 (4), 2014, S. 251-261, DOI: *10.12902/zfv-0021-2014*.

[118] Hinkelmann, K.: *Korrekturfunktionen zur Verbesserung der rechnerischen Lebensdauerabschätzung bei schwingender Beanspruchung.* Dissertation. TU Clausthal, 2012.

[119] Hofstetter, G.: *Konstitutive Modellierung von Beton.* In: K. Bergmeister, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2006. Berlin: Ernst & Söhne, 2006, S. 321-361.

[120] Homma, T.; Saltelli, A.: *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models.* Reliability Engineering & System Safety 52 (1), 1996, S. 1-17, DOI: *10.1016/0951-8320(96)00002-6*.

[121] Iman, R. L.; Conover, W. J.: *A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables.* Communications in Statistics - Simulation and Computation 11 (3), 1982, S.

311-334, DOI: *10.1080/03610918208812265*.

[122] Iman, R. L.; Helton, J. C.: *Comparison of uncertainty and sensitivity analysis techniques for computer models.* Albuquerque, USA, 1985. http://trid.trb.org/view.aspx?id=388799.

[123] *InfoGraph: InfoCAD.* Aachen: InfoGraph GmbH, 2015.

[124] Iooss, B.; Lemaître, P.: *A review on global sensitivity analysis methods.* arxiv.org/pdf/1404.2405.

[125] Iványi, G.; Buschmeyer, W.: *Arbeitsfugen mit Spannglіedkopplungen älterer Spannbetonbrücken. Teil 1: Beurteilung des Erhaltungszustandes.* Essen. Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen, 2001.

[126] Jacob, B.: *Definition of Load Spectra.* IABSE Reports 67, 1993, S. 37-44.

[127] Janovic, K.; Kupfer, H.: *Teilweise Vorspannung - Plattenversuche.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 351. Berlin: Beuth Verlag, 1984.

[128] Joe, H.: *Multivariate models and dependence concepts.* Monographs on statistics and applied probability 73. London, New York: Chapman & Hall, 1997.

[129] Joe, S.; Kuo, F. Y.: *Constructing Sobol Sequences with Better Two-Dimensional Projections.* SIAM Journal on Scientific Computing 30 (5), 2008, S. 2635-2654, DOI: *10.1137/070709359*.

[130] Joint Committee on Structural Safety: *Probabilistic Model Code.* http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code. 2001.

[131] Karsan, I. D.; Jirsa, J. O.: *Behavior of concrete under compressive loadings.* Journal of the Structural Division 95 (12), 1969, S. 2543-2564.

[132] Kazymyrovych, V.: *Very high cycle fatigue of engineering materials.* Karlstad, 2009.

[133] Klausen, D.; Weigler, H.: *Betonfestigkeit bei konstanter und veränderlicher Dauerschwellbeanspruchung.* Betonwerk + Fertigteil-Technik 45 (3), 1979, S. 158-163.

[134] Klesnil, M.; Lukáš, P.: *Influence of strength and stress history on growth and stabilisation of fatigue cracks.* Engineering Fracture Mechanics 4 (1), 1972, S. 77-92, DOI: *10.1016/0013-7944(72)90078-1*.

[135] Köhler, M.; Jenne, S.; Pötter, K.; Zenner, H.: *Zählverfahren in der Betriebsfestigkeit.* Berlin, Heidelberg: Springer, 2012.

[136] Kolonko, M.: *Stochastische Simulation. Grundlagen, Algorithmen und Anwendungen.* Wiesbaden: Teubner, 2008.

[137] König, G.; Danielewicz, I.: *Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nachweisen gemäß CEB-FIP Model Code 1990.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 439. Berlin: Beuth Verlag, 1994.

[138] König, G.; Giegold, J.: *Spannkraftverlust an Spannglіedkopplungen infolge Kriechen und Schwinden.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 371. Bonn, 1982.

[139] König, G.; Ott, G.: *Zum Nachweis der Sicherheit im Momentennullpunkt abschnittsweise hergestellter Spannbetonbrücken.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 379. Bonn, 1983.

[140] Köpper, H.; *Niemann H.-J.: Experimentelle Untersuchungen an der Spannbetonbrücke Hochstraße Prinzenallee.* Konstruktiver Ingenieurbau - Berichte 41, 1983, S. 42-61.

[141] Kordina, K.; Günther, J.: *Dauerschwellversuche an Koppelankern unter praxisähnlichen Bedingungen.* Bauingenieur 57 (3), 1982, S. 103-108.

[142] Krawtschuk, A.; Strauss, A.; Haider, K.; Zimmermann, T.; Bergmeister, K.: *Ermittlung von Modellunsicherheiten bei Stahlbetonstrukturen.* Beton- und Stahlbetonbau 107 (12), 2012, S. 824-835, DOI: *10.1002/best.201200053*.

[143] Krohn, S.: *Messwertgestützte Ermüdungsnachweise an bestehenden Straßenbrücken.* Dissertation. TU Berlin, 2014.

[144] Krüger, W.: *Anwendung der Theorie des elastisch-kriechenden Körpers im linearen und nicht-*

*linearen Bereich bei der Bestimmung der zeitabhängigen Spannungen und Verformungen einachsig beanspruchter Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitte.* Dissertation. Ingenieurhochschule Wismar, 1983.

[145] Krüger, W.; Mertzsch, O.: *Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.* In: Fachbereich Bauingenieurwesen der Universität Rostock (Hg.): Heft 3. Rostock, 2001, S. 25-156.

[146] Kupfer, H.: *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 229. Berlin: Beuth Verlag, 1973.

[147] Kupfer, H.; Hilsdorf, H. K.; Rüsch, H.: *Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses.* ACI Journal Proceedings 66 (8), 1969, S. 656-666, DOI: *10.14359/7388*.

[148] Landersheim, V.; Eigenmann, B.; el Dsoki, C.; Bruder, T.; Sonsino, C. M.; Hanselka, H.: *Analyse der Wirkung von Kerben, Mittel- und Eigenspannungen auf die Schwingfestigkeit des hochumgeformten Werkstoffbereichs von Spaltprofilen.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 40 (9), 2009, S. 663-675, DOI: *10.1002/mawe.200900520*.

[149] Lichte, U.: *Klimatische Temperatureinwirkungen und Kombinationsregeln bei Brückenbauwerken.* Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 2005.

[150] Liebig, J. P.; Grünberg, J.; Paffenholz, J.-A.; Vennegeerts, H.: *Taktile und laserbasierte Messverfahren für die messtechnische Überwachung einer Autobahnbrücke.* Bautechnik 88 (11), 2011, S. 749-756, DOI: *10.1002/bate.201101514*.

[151] Liebig, J. P.: *Untersuchung und Weiterentwicklung der Verkehrslastmodelle für Straßenbrücken anhand von Bauwerksmessungen.* Dissertation. Leibniz Universität Hannover, 2011.

[152] Limpert, E.; Stahel, W. A.; Abbt, M.: *Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues.* BioScience 51 (5), 2001, S. 341-352.

[153] Ludescher, H.; Brühwiler, E.: *Dynamic Amplification of Traffic Loads on Road Bridges.* Structural Engineering International 19 (2), 2009, S. 190-197, DOI: *10.2749/101686609788220231*.

[154] Maierhofer, C.; Krankenhagen, R.; Röllig, M.; Mecke, R.; Schiller, M.; Seidl, T.; Kalisch, U.; Hennen, C.; Meinhardt, J.: *Bewertung von Schäden an historischen Bauteilen mit aktiver Thermografie und 3D-Laserscanner.* Ernst & Sohn Special - Messtechnik im Bauwesen, 2011, S. 51-56.

[155] *Malhotra, V. M.* (Hg.): *In Situ / Nondestructive Testing of Concrete.* ACI Special Publications SP-82. Detroid, 1984.

[156] Mangerig, I.; Friedl, R.: *Dynamic interaction between vehicles and bridge expansion joints.* In: Á. Cunha et al. (Hg.): Eurodyn 2014. Proceedings of the 9th Int. Conf. on Structural Dynamics, 2014, S. 1153-1160.

[157] Mangerig, I.: *Klimatische Temperaturbeanspruchung von Stahl- und Stahlverbundbrücken.* Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 1986.

[158] Marco, S. M.; Starkey, W. L.: *A concept of fatigue damage.* Transactions of the ASME 76 (4), 1954, S. 627-632.

[159] Mark, P.; Neugebauer, P.: *Erhalt unserer Bausubstanz. Zentrale Forschungsaufgabe mit modernen Methoden.* Nordrhein-Westfälische Akademie der Wissenschaften - Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften 41. Paderborn: Schöningh, 2014.

[160] Mark, P.: *Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger.* Habilitationsschrift. Ruhr-Universität Bochum, 2006.

[161] Marx, S.; Haar, C. von der; Liebig, J. P.; Grünberg, J.: *Bestimmung der Verkehrseinwirkung auf Brückentragwerke aus Messungen an Fahrbahnübergangskonstruktionen.* Bautechnik 90 (8), 2013, S. 466-474, DOI: *10.1002/bate.201300015*.

[162] Marx, S.; Krontal, L.; Tamms, K.: *Monitoring von Brückenbauwerken als Werkzeug der Bau-*

*überwachung.* Bautechnik 92 (2), 2015, S. 123-133, DOI: *10.1002/bate.201500002*.

[163] Masi, A.: *La stima della resistenza del calcestruzzo in situ mediante prove distruttive e non distruttive.* Il Giornale delle Prove non Distruttive Monitoraggio Diagnostica 1, 2005, S. 1-9.

[164] Matsuishi, M.; Endo, T.: *Fatigue of metals subjected to varying stress.* Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan, 1968, S. 37-40.

[165] Maurer, R.; Block, K.; Dreier, F.: *Ermüdungsfestigkeit von Betonstahl - Bestimmung mit dem Interaktiven Verfahren.* Bauingenieur 85 (1), 2010, S. 17-28.

[166] Maurer, R.; Dreier, F.; Machoczek, D.; Heeke, G.: *Bestimmung der Ermüdungsfestigkeit von einbetoniertem Betonstahl mit dem Interaktiven Verfahren. Technical Report des Forschungsvorhabens des DIBt ZP 52-5-7.290-1293/08.* Stuttgart. DIBt-Forschungsbericht, 2010.

[167] McKay, M. D.; Beckman, R. J.; Conover, W. J.: *Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code.* Technometrics 21 (2), 1979, S. 239-245, DOI: *10.1080/00401706.1979.10489755*.

[168] Mehdianpour, M.: *Lebensdauervorhersage von ermüdungsbeanspruchten Stahltragwerken mit Hilfe von Monitoring und begleitenden Versuchen.* Dissertation. TU Braunschweig, 2002.

[169] Mehlhorn, G.; Dietrich, R.: *Nichtlineare Spannungsverteilung in Koppelfugen aus Eintragung der Vorspannung. Berechnung, Tabellen, Beispiele.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 379. Bonn, 1983.

[170] Melching, C. S.: *Reliability Estimation.* In: V. P. Singh (Hg.): Computer models of watershed hydrology. Highlands Ranch, Colo.: Water Resources Publications, 1995, S. 69-118.

[171] Merzenich, G.; Sedlacek, G.: *Hintergrundbericht zum Eurocode 1 - Teil 3.2: Verkehrslasten auf Straßenbrücken.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 711. Bonn, 1995.

[172] Metropolis, N.; Ulam, S.: *The Monte Carlo Method.* Journal of the American Statistical Association 44 (247), 1949, S. 335-341, DOI: *10.1080/01621459.1949.10483310*.

[173] Miner, M. A.: *Cumulative damage in fatigue.* Journal of Applied Mechanics 12 (3), 1945, S. 159-164.

[174] Mirza, S. A.; MacGregor, J. G.; Hatzinikolas, M.: *Statistical Descriptions of Strength of Concrete.* Journal of the Structural Division 105 (6), 1979, S. 1021-1037.

[175] Mirza, S. A.; MacGregor, J. G.: *Variability of mechanical properties of reinforcing bars.* Journal of Structural Engineering 105 (5), 1979, S. 921-937.

[176] Mirza, S. A.; MacGregor, J. G.: *Variations in Dimensions of Reinforced Concrete Members.* Journal of the Structural Division 105 (4), 1979, S. 751-766.

[177] Modemann, H. J.: *Sanierung der Hochstraße Prinzenallee. Schäden an der Hochstraße Prinzenallee.* Konstruktiver Ingenieurbau - Berichte 41, 1983, S. 21-30.

[178] Montgomery, D. C.; Jennings, C. L.; Kulahci, M.: *Introduction to time series analysis and forecasting.* Wiley series in probability and statistics. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2008.

[179] Morris, M. D.: *Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments.* Technometrics 33 (2), 1991, S. 161-174, DOI: *10.2307/1269043*.

[180] Mottershead, J. E.; Link, M.; Friswell, M. I.: *The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial.* Mechanical Systems and Signal Processing 25 (7), 2011, S. 2275-2296, DOI: *10.1016/j.ymssp.2010.10.012*.

[181] Mughrabi, H.: *On the life-controlling microstructural fatigue mechanisms in ductile metals and alloys in the gigacycle regime.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22 (7), 1999, S. 633-641, DOI: *10.1046/j.1460-2695.1999.00186.x*.

[182] Müller, C.; Hinkelmann, K.; Wächter, M.; Masendorf, R.; Esderts, A.: *Zur Wiederverwendung von Durchläufern im Treppenstufenversuch.* Materials Testing 54 (11-12), 2012, S. 786-792, DOI: *10.3139/120.110390*.

[183] Müller, H. S.; Kvitsel, V.: *Kriechen und Schwinden von Beton.* Beton- und Stahlbetonbau 97

(1), 2002, S. 8-19, DOI: *10.1002/best.200200020*.

[184] Müller, H. S.; Wiens, U.: *Beton.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2014. Berlin: Ernst & Sohn, 2013, S. 1-164, DOI: *10.1002/9783433603352.ch16*.

[185] Nelder, J. A.; Mead, R.: *A simplex method for function minimization.* The computer journal 7 (4), 1965, S. 308-313.

[186] Nelsen, R. B.: *An introduction to copulas.* New York: Springer, 2006.

[187] Novák, B.; Lippert, P.: *Einwirkungen auf Brücken nach den Eurocodes.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2015. Berlin: Ernst & Sohn, 2014, S. 585-678, DOI: *10.1002/9783433603406.ch11*.

[188] Nürnberger, U.: *Analyse und Auswertung von Schadensfällen an Spannstählen.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 308. Bonn, 1980.

[189] Nürnberger, U.; Beul, W.: *Schwingfestigkeit von Stahlbeton bei Beanspruchung mit Meerwasser.* In: R. Eligehausen (Hg.): Bewehrte Betonbauteile unter Betriebsbedingungen. Forschungsbericht. Weinheim: Wiley-VCH, 2000, S. 297-303, DOI: *10.1002/9783527609710.ch4d*.

[190] Nürnberger, U.: *Dauerschwingverhalten von Spannstählen.* Bauingenieur 56, 1981, S. 311-319.

[191] Nürnberger, U.: *Fatigue resistance of reinforcing steel.* In: International Association of Bridge and Structural Engineering (IABSE) (Hg.): IABSE Colloquium: Fatigue of Steel and Concrete Structures, 1982, S. 213-220.

[192] Pächnatz, R.: *Entwicklung von Beton und Eisen zur Brücke aus Spannbeton. Eine chronologische Betrachtung.* München: Grin Verlag, 2008.

[193] Pålmgren, A.: *Die Lebensdauer von Kugellagern.* Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 68 (14), 1924, S. 339-341.

[194] Paris, P.; Erdogan, F.: *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws.* Journal of Basic Engineering 85 (4), 1963, S. 528, DOI: *10.1115/1.3656900*.

[195] Parthier, R.: *Messtechnik.* Wiesbaden: Vieweg, 2008.

[196] Paulson, C., Jr.; Frank, K. H.; Breen, J. E.: *A fatigue study of prestressing strand.* Austin, 1983. http://library.ctr.utexas.edu/digitized/texasarchive/phase2/300-1-CTR.pdf.

[197] Peerlings, R. H. J.; Brekelmans, W. A. M.; Borst, R. de; Geers, M. G.: *Gradient-enhanced damage modelling of high-cycle fatigue.* International Journal for Numerical Methods in Engineering 49 (12), 2000, S. 1547-1569.

[198] Peerlings, R. H. J.: *Enhanced damage modelling for fracture and fatigue.* Dissertation. Technische Universiteit Eindhoven, 1999.

[199] Pérez-Mora, R.; Palin-Luc, T.; Bathias, C.; C. Paris, P.: *Very high cycle fatigue of a high strength steel under sea water corrosion: A strong corrosion and mechanical damage coupling.* International Journal of Fatigue 74, 2015, S. 156-165, DOI: *10.1016/j.ijfatigue.2015.01.004*.

[200] Pfaffenholz, J.-A.; Stenz, U.; Neumann, I.: *Hochgenaue 3D Referenzmessungen als ein Beitrag der Geodäsie zur experimentellen Untersuchung des Systemverhaltens neugotischer Gewölbekonstruktionen.* In: M. Curbach et al. (Hg.): 8. Symposium experimentelle Untersuchungen von Baukonstruktionen. Dresden, 2015, S. 73-80.

[201] Pfanner, D.: *Zur Degradation von Stahlbetonbauteilen unter Ermüdungsbeanspruchung.* Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 2003.

[202] Pfister, T. R.: *Ein Ermüdungsschädigungsmodell für Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetontragwerken.* Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 2007.

[203] Pölling, R.: *Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Forschungsarbeit aus dem Sonderforschungsbereich 398, Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte, Ruhr-Universität Bochum,* 2001.

[204] Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in C.*

*The art of scientific computing.* Cambridge [Cambridgeshire], New York: Cambridge University Press, 1992.

[205] Provan, J. W.: *Fracture, fatigue and mechanical reliability,* 2008.

[206] Radaj, D.; Vormwald, M.: *Ermüdungsfestigkeit.* Berlin, Heidelberg: Springer, 2007.

[207] Rehm, G.; Harre, W.; Beul, W.: *Schwingfestigkeitsverhalten von Betonstählen unter wirklichkeitsnahen Beanspruchungs- und Umgebungsbedingungen.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 374. Berlin: Ernst & Sohn, 1986.

[208] Reinhardt, H. W.; *Cornelissen, Hans A. W.;* Hordijk, D. A.: *Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete.* Journal of Structural Engineering 112 (11), 1986, S. 2462-2477, DOI: *10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:11(2462)*.

[209] Remitz, J.; Empelmann, M.: *Dauerschwingfestigkeit von Spannstählen unter dynamischer Beanspruchung im eingebauten Zustand. Abschlussbericht.* Bauforschung T 3318. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 2015.

[210] Reppermund, K.: *Ein Konzept zur Berechnung der Zuverlässigkeit bei Ermüdungsbeanspruchung.* Stahlbau 55 (4), 1986, S. 104-112.

[211] Rogge, A.: *Materialverhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung.* Dissertation. TU München, 2003.

[212] Roos, D.; Adam, U.; Bayer, V.: *Design reliability analysis:* 24th CAD-FEM Users' Meeting. International Congress on FEM Technology, 2006.

[213] Sallaberry, C. J.; Helton, J. C.; Hora, S. C.: *Extension of Latin hypercube samples with correlated variables.* Reliability Engineering & System Safety 93 (7), 2008, S. 1047-1059, DOI: *10.1016/j.ress.2007.04.005*.

[214] Saltelli, A.; Annoni, P.; Azzini, I.; Campolongo, F.; Ratto, M.; Tarantola, S.: *Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index.* Computer Physics Communications 181 (2), 2010, S. 259-270, DOI: *10.1016/j.cpc.2009.09.018*.

[215] Saltelli, A.; Ratto, M.; Andres, T.; Campolongo, F.; Cariboni, J.; Gatelli, D.; Saisana, M.; Tarantola, S.: *Global Sensitivity Analysis. The Primer.* Chichester: John Wiley & Sons, 2008.

[216] Samiec, D.: *Verteilte faseroptische Temperatur- und Dehnungsmessung mit sehr hoher Ortsauflösung.* Photonik 6, 2011, S. 34-37.

[217] Sanio, D.; Ahrens, M. A.; Mark, P.: *Accuracy of lifetime prediction determined by fatigue monitoring.* In: Á. Cunha et al. (Hg.): Eurodyn 2014. Proceedings of the 9th Int. Conf. on Structural Dynamics, 2014, S. 2279-2286.

[218] Sanio, D.; Ahrens, M. A.; Mark, P.: *Detecting the limits of accuracy of lifetime predictions by structural monitoring.* In: A. Chen, D. M. Frangopol (Hg.): Proc. of the 7th Int. Conf. on Bridge Maintenance, Safety and Management. Boca Raton: CRC Press, 2014, S. 416-423.

[219] Sanio, D.; Ahrens, M. A.; Mark, P.; Rode, S.: *Untersuchung einer 50 Jahre alten Spannbetonbrücke zur Genauigkeitssteigerung von Lebensdauerprognosen.* Beton- und Stahlbetonbau 109 (2), 2014, S. 128-137, DOI: *10.1002/best.201300079*.

[220] Sanio, D.: *Genauigkeitssteigerung von Lebensdauerprognosen durch Monitoring einer Spannbetonbrücke.* In: R. Breitenbücher, P. Mark (Hg.): Tagungsband des 54. Forschungskolloquiums des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (DAfStb), 2013, S. 125-132.

[221] Schäper, M.: *Zur Anwendung der logarithmischen Normalverteilung in der Materialprüfung.* Bautechnik 87 (9), 2010, S. 541-549, DOI: *10.1002/bate.201010036*.

[222] Schijve, J.: *Fatigue of structures and materials.* New York: Springer, 2008.

[223] Schmidt, R.; Voigt, M.; Vogeler, K.: *Extension of Latin Hypercube samples while maintaining the correlation structure.* In: T. Lahmer et al. (Hg.): 12th International Probabilistic Workshop. Proceedings. Weimar: Bauhaus-Universitätsverlag, 2014, S. 293-310, DOI: *10.1466/20141125.01*.

[224] Schneider, J.: *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Grundwissen für Ingenieure.* Zürich, Stuttgart: Verl. der Fachvereine; Teubner, 1994.

[225] Schnell, J.; Zilch, K.; Dunkelberg, D.; Weber, M.: *Sachstandbericht Bauen im Bestand - Teil 1: Mechanische Kennwerte historischer Betone, Betonstähle und Spannstähle für die Nachrechnung von bestehenden Bauwerken.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 616. Berlin: Beuth Verlag, 2016.

[226] Schuëller, G. I.: *Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken.* Berlin: Ernst & Sohn, 1981.

[227] Schulze, R.: *Strahlenklima der Erde.* Heidelberg: Steinkopff-Verlag, 1970.

[228] Schütz, W.: *A history of fatigue.* Engineering Fracture Mechanics 54 (2), 1996, S. 263-300, DOI: *10.1016/0013-7944(95)00178-6*.

[229] Schütz, W.: *Über eine Beziehung zwischen der Lebensdauer bei konstanter und veränderlicher Beanspruchungsamplitude und ihre Anwendbarkeit auf die Bemessung von Flugzeugbauteilen.* Zeitschrift für Flugwissenschaften 15 (11), 1967, S. 407-419.

[230] Schütz, W.; Zenner, H.: *Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung. Teil 1 - Ein kritischer Überblick.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 4 (1), 1973, S. 25-33, DOI: *10.1002/mawe.19730040107*.

[231] Schütz, W.; Zenner, H.: *Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung. Teil 2 - Ein kritischer Überblick.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 4 (2), 1973, S. 97-102, DOI: *10.1002/mawe.19730040211*.

[232] Schütz, W.: *Zur Geschichte der Schwingfestigkeit.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 24 (6), 1993, S. 203-232, DOI: *10.1002/mawe.19930240605*.

[233] Schweighofer, A.; Vill, M.; Kollegger, J.: *Ermittlung der vorhandenen Spannkraft in 50 Jahre alten Brückenträgern und Vergleich der Verluste nach EC2.* Beton- und Stahlbetonbau 107 (2), 2012, S. 96-105, DOI: *10.1002/best.201100066*.

[234] Sedlacek, G.; Merzenich, G.; Paschen, M.; Bruls, A.; Sanpaolesi, L.; Croce, P. et al.: *Background document to EN 1991-Part 2. Traffic loads for road bridges and consequences for the design.* JRC Scientific and Technical Reports, 2008.

[235] Shen, J.-H.: *Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 432: Ernst & Sohn, 1992.

[236] Six, M.: *Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 534. Berlin: Beuth Verlag, 2003.

[237] Smith, J. O.: *The effect of range of stress on the fatigue strength of metals.* University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin Series, 1942. http://hdl.handle.net/2142/4540.

[238] Sobol', I. M.: *Die Monte-Carlo-Methode.* Hochschulbücher der Mathematik 22. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1974.

[239] Sobol', I. M.: *Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates.* Mathematics and Computers in Simulation 55 (1-3), 2001, S. 271-280, DOI: *10.1016/S0378-4754(00)00270-6*.

[240] Sobol', I. M.: *Theorems and examples on high dimensional model representation.* Reliability Engineering & System Safety 79 (2), 2003, S. 187-193, DOI: *10.1016/S0951-8320(02)00229-6*.

[241] Sobol', I. M.: *Uniformly distributed sequences with an additional uniform property.* USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics 16 (5), 1976, S. 236-242, DOI: *10.1016/0041-5553(76)90154-3*.

[242] Sonsino, C. M.: *Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety.* International Journal of Fatigue 29 (12), 2007, S. 2246-2258, DOI: *10.1016/j.ijfatigue.2006.11.015*.

[243] Sonsino, C. M.: *"Dauerfestigkeit" - Eine Fiktion.* Konstruktion 57 (4), 2005, S. 87-92.

[244] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen.* Wien, New York: Springer, 1992.

[245] Spangenberg, L.: *Über das Verhalten der Metalle bei wiederholten Anstrengungen.* Zeitschrift für Bauwesen 24, 1874, S. 473-495.

[246] Sparks, P. R.; Menzies, J. B.: *The effect of rate of loading upon the static and fatigue strengths of plain concrete in compression.* Magazine of Concrete Research 25 (83), 1973, S. 73-80, DOI: *10.1680/macr.1973.25.83.73*.

[247] Speck, K.; Curbach, M.: *Ein einheitliches dreiaxiales Bruchkriterium für alle Betone.* Beton- und Stahlbetonbau 105 (4), 2010, S. 233-243, DOI: *10.1002/best.200900077*.

[248] Spooner, D. C.; Dougill, J. W.: *A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compressive loading.* Magazine of Concrete Research 27 (92), 1975, S. 151-160, DOI: *10.1680/macr.1975.27.92.151*.

[249] Stanzl-Tschegg, S. E.; Mayer, H.: *Fatigue and fatigue crack growth of aluminium alloys at very high numbers of cycles.* International Journal of Fatigue 23, 2001, S. 231-237, DOI: *10.1016/S0142-1123(01)00167-0*.

[250] Strauss, A.; Bergmeister, K.; März, S.: *Zuverlässigkeitsbetrachtung exzentrisch belasteter Stahlbetonstützen.* Beton- und Stahlbetonbau 102 (4), 2007, S. 223-230, DOI: *10.1002/best.200700537*.

[251] Strauss, A.: *Stochastische Modellierung und Zuverlässigkeit von Betonkonstruktionen.* Dissertation. Universität für Bodenkultur Wien, 2003.

[252] Sturges, H. A.: *The Choice of a Class Interval.* Journal of the American Statistical Association 21 (153), 1926, S. 65-66.

[253] Subramanyan, S.: *A Cumulative Damage Rule Based on the Knee Point of the S-N Curve.* Journal of Engineering Materials and Technology 98 (4), 1976, S. 316-321, DOI: *10.1115/1.3443383*.

[254] Tarantola, S.; Gatelli, D.; Mara, T. A.: *Random balance designs for the estimation of first order global sensitivity indices.* Reliability Engineering & System Safety 91 (6), 2006, S. 717-727, DOI: *10.1016/j.ress.2005.06.003*.

[255] Tilly, G. P.: *Fatigue of Steel Reinforcement Bars in Concrete: A Review.* Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 2 (3), 1979, S. 251-268, DOI: *10.1111/j.1460-2695.1979.tb01084.x*.

[256] Tilly, G. P.: *Fatigue testing and performance of steel reinforcement bars.* Materials and Structures 17 (1), 1984, S. 43-49, DOI: *10.1007/BF02474055*.

[257] Trost, H.: *Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton.* Beton-und Stahlbetonbau 62 (10 & 11), 1967, S. 230–238 & 261-269.

[258] Trost, H.: *Spannungs-Dehnungs-Gesetz eines viskoelastischen Festkörpers wie Beton und Folgerungen für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton.* Beton 16, 1966, S. 233-248.

[259] Urban, S.; Wagner, R.; Strauss, A.; Dallinger, S.; Reiterer, M.; Dehlinger, C.; Bergmeister, K.: *Monitoring des realen Grades der Ermüdungsschädigung in Betonstrukturen.* Beton- und Stahlbetonbau 109 (7), 2014, S. 473-485, DOI: *10.1002/best.201400027*.

[260] Wainwright, H. M.; Finsterle, S.; Jung, Y.; Zhou, Q.; Birkholzer, J. T.: *Making sense of global sensitivity analyses.* Computers & Geosciences 65, 2014, S. 84-94, DOI: *10.1016/j.cageo.2013.06.006*.

[261] Walpole, R. E.; Myers, R. H.; Myers, S. L.; Ye, K.: *Probability & statistics for engineers & scientists.* Boston: Prentice Hall, 2012.

[262] Weiher, H.; Runtemund, K.; Ullerich, C.: *Monitoringbasierter Nachweis der Spannstahlermüdung an den Koppelfugen der Köhlbrandbrücke.* Beton- und Stahlbetonbau 110 (8), 2015, S. 529-538, DOI: *10.1002/best.201500029*.

[263] Wenzel, H.: *Health monitoring of bridges.* Chichester: Wiley, 2009.

[264] Weselek, J.; Häußler-Combe, U.: *Sensitivity Analysis of Strengthened RC Beams with Stochastically Distributed Material Properties.* In: T. Lahmer et al. (Hg.): 12th International Probabilistic Workshop. Proceedings. Weimar: Bauhaus-Universitätsverlag, 2014, S. 352-359, DOI: *10.1466/20141125.01*.

[265] Winkler, H.: *Über mechanische Eigenschaften von normalfestem und hochfestem Beton unter besonderer Berücksichtigung des Elastizitätsmoduls.* Forschungsbericht 288 (BAM). Berlin, 2010.

[266] Wöhler, A.: *Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagen-Achsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit der Wagen-Achsen.* Zeitschrift für Bauwesen 10, 1860, S. 583-616.

[267] Wolf, J.; Niederleithinger, E.; Mielentz, F.; Grothe, S.; Wiggenhauser, H.: *Überwachung von Betonkonstruktionen mit eingebetteten Ultraschallsensoren.* Bautechnik 91 (11), 2014, S. 783-796, DOI: *10.1002/bate.201400073*.

[268] Yao, J.; Kozin, F.; Wen, Y.-K.; Yang, J.-N.; Schuëller, G. I.; Ditlevsen, O.: *Stochastic fatigue, fracture and damage analysis.* Structural Safety 3 (3-4), 1986, S. 231-267, DOI: *10.1016/0167-4730(86)90005-6*.

[269] Yu, Q.; Bažant, Z. P.; Wendner, R.: *Improved algorithm for efficient and realistic creep analysis of large creep-sensitive concrete structures.* ACI Structural Journal 109 (5), 2012, S. 665-675.

[270] Zerna, W.; Trost, H.: *Rheologische Beschreibung des Werkstoffes Beton.* Beton und Stahlbetonbau 62 (7), 1967, S. 165-170.

[271] Zichner, T.: *Temperaturunterschied infolge Witterungseinfluß und Beheizung von massiven Brücken.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 212. Bonn, 1976.

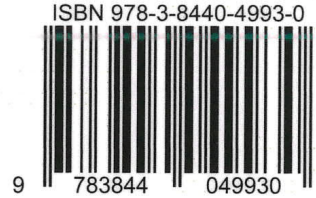
[272] Zilch, K.; Hennecke, M.; Buba, R.: *Kombinationsregeln für Ermüdung - Untersuchung der Grundlagen für Betriebsfestigkeitsnachweise bei Spannbetonbrücken.* Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 824. Bonn, 2001.

[273] Zilch, K.; Weiher, H.; Gläser, C.: *Monitoring im Betonbau.* In: K. Bergmeister, F. Fingerloos, J.-D. Wörner (Hg.): Beton-Kalender 2009. Berlin: Ernst & Sohn, 2009, S. 135-183, DOI: *10.1002/9783433600344.ch8*.

[274] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau.* Berlin, Heidelberg: Springer, 2010.

[275] Zimmermann, T.; Lehky, D.; Strauss, A.: *Correlation among selected fracture-mechanical parameters of concrete obtained from experiments and inverse analyses.* Structural Concrete, 2016, DOI: *10.1002/suco.201500147*.

ISBN 978-3-8440-4993-0




SHAKER
VERLAG