

Inhaltsverzeichnis

1	Anwendungen und Sachrechnen	1
1.1	Einführung	1
1.2	Entwicklung von Anwendungen im Mathematikunterricht	4
1.2.1	Historische Beispiele für Anwendungen	4
1.2.2	Anwendungsbezüge im 20. Jahrhundert	8
1.2.3	Anwendungsbezüge im aktuellen Mathematikunterricht	17
1.3	Ziele eines anwendungsbezogenen Mathematikunterrichts	18
1.3.1	Inhaltsorientierte Ziele	19
1.3.2	Prozessorientierte Ziele	20
1.3.3	Allgemeine Ziele	21
1.4	Anwendungen in den Bildungsstandards	22
1.5	Begriff und Funktionen des Sachrechnens	23
1.5.1	Begriff des Sachrechnens	24
1.5.2	Funktionen des Sachrechnens	26
1.6	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	29
1.6.1	Der Begriff Sachrechnen	29
1.6.2	Ziele des Sachrechnens	30
1.6.3	Die Funktionen des Sachrechnens	30
1.6.4	Geschichte des Sachrechnens	31
1.6.5	Systematisches Sachrechnen	32
2	Modellieren	33
2.1	Mathematisches Modell	34
2.2	Modellierungskreislauf	37
2.2.1	Einfaches Mathematisieren	38
2.2.2	Genaueres Mathematisieren	39
2.2.3	Komplexes Mathematisieren	40
2.3	Modellieren als Kompetenz	42
2.4	Lösungspläne und Lösungshilfen	44

2.5	Perspektiven zum Modellieren	46
2.5.1	Realistische oder angewandte Perspektive	46
2.5.2	Pädagogische Perspektive	47
2.5.3	Soziokritische Perspektive	47
2.5.4	Epistemologische oder theoretische Perspektive	47
2.5.5	Forschungsperspektive	48
2.6	Modellieren mit digitalen Werkzeugen	48
2.7	Einige empirische Untersuchungsergebnisse zum Modellieren	52
2.7.1	Einstellungen von Lernenden	52
2.7.2	Einstellungen von Studierenden und Lehrenden	53
2.7.3	Präferenzen und Denkstile von Lernenden	54
2.7.4	Unterrichtsformen für Modellierungsaktivitäten	55
2.7.5	Phasen im Modellierungskreislauf	56
2.8	Grundvorstellungen	57
2.9	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	59
2.9.1	Modellierungsprozesse	59
2.9.2	Teilkompetenzen des Modellierens	60
3	Problemlösen	61
3.1	Mathematisches Problem	61
3.2	Modelle des Problemlösens	62
3.3	Problemlösen als Kompetenz	66
3.4	Problemlösestrategien	68
3.5	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	70
3.5.1	Modellieren und Problemlösen	70
4	Aufgabentypen	71
4.1	Allgemeine Kriterien	72
4.1.1	Mathematische Sachgebiete	72
4.1.2	Mathematische Leitideen	74
4.1.3	Mathematische Prozesse	75
4.1.4	Lernen, Leisten und Diagnostizieren	75
4.1.5	Offenheit	78
4.1.6	Überbestimmte und unterbestimmte Aufgaben	80
4.2	Spezielle Kriterien	81
4.2.1	Teilkompetenzen des Modellierens	81
4.2.2	Deskriptive und normative Modelle	84
4.2.3	Schätzaufgaben	85
4.2.4	Fermi-Aufgaben	88
4.2.5	Klassische Aufgabentypen	90
4.2.6	Authentizität und Relevanz	92
4.2.7	Subjektive Kriterien	94

4.3	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	96
4.3.1	Europa-Park-Aufgabe	96
4.3.2	Aufgabentypen	97
4.3.3	Projekt	97
5	Größen	99
5.1	Grundlagen und Grundgrößen	99
5.1.1	Einführung	99
5.1.2	Grundgrößen	100
5.2	Ausgewählte Größen	102
5.2.1	Anzahl	102
5.2.2	Temperatur	102
5.2.3	Gewicht	103
5.2.4	Datenmenge	105
5.2.5	Geld	105
5.3	Größen als mathematisches Modell	105
5.3.1	Modellierungsprozess	105
5.3.2	Äquivalenzrelation	107
5.4	Größen im Unterricht	109
5.4.1	Erfahrungen in Sachsituationen sammeln	112
5.4.2	Direkter Vergleich von Objekten	113
5.4.3	Indirekter Vergleich von Objekten	114
5.4.4	Stützpunktvorstellungen und Umrechnen	114
5.4.5	Arbeiten mit Größen	116
5.5	Mathematische Vertiefung	118
5.6	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	120
5.6.1	Geschwindigkeit	120
5.6.2	Kommensurabilität und Teilbarkeitseigenschaft	120
5.6.3	Stützpunktvorstellungen	120
6	Zuordnungen im Kontext von Anwendungen	121
6.1	Zuordnungen und Funktionen	124
6.1.1	Hintergrund	124
6.1.2	Grundvorstellungen von Zuordnungen und Funktionen	125
6.1.3	Funktionen als mathematische Modelle	126
6.1.4	Darstellungsformen	128
6.2	Proportionalität	130
6.2.1	Definition und charakteristische Eigenschaften	130
6.2.2	Grundvorstellungen zu proportionalen Zuordnungen	133
6.2.3	Proportionale Zuordnungen als mathematische Modelle	133
6.2.4	Dreisatz	135

6.3	Antiproportionalität	139
6.3.1	Definition, Darstellungsmöglichkeiten und charakteristische Eigenschaften	139
6.3.2	Grundvorstellungen zu antiproportionalen Zuordnungen	141
6.3.3	Modellierung und antiproportionale Zuordnungen	142
6.3.4	Kombination proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen	145
6.4	Prozent- und Zinsrechnung	147
6.4.1	Grundlagen der Prozentrechnung	147
6.4.2	Grundvorstellungen zum Prozentbegriff	150
6.4.3	Prozentrechnung im Unterricht	150
6.4.4	Ein Kontext für die Prozentrechnung	153
6.4.5	Zinsrechnung	154
6.5	Lineare funktionale Modelle	158
6.5.1	Einführung	158
6.5.2	Spezielle Modelle	159
6.5.3	Linearisierung – ein Beispiel	161
6.5.4	Das Problem der Übergeneralisierung	163
6.6	Wachstums- und Abnahmemodelle	163
6.6.1	Beispiel Bakterienwachstum	163
6.6.2	Beispiel Abkühlen von Kaffee	169
6.6.3	Beispiel Hefewachstum	171
6.6.4	Weitere Modelle	176
6.7	Optimierungsprobleme	177
6.7.1	Optimierung mit Funktionen	178
6.7.2	Optimierung von Funktionen	180
6.7.3	Weitere Optimierungsprobleme	183
6.7.4	Optimieren und Modellieren	187
6.8	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	188
6.8.1	Eigenschaften von Funktionen	188
6.8.2	Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	189
6.8.3	Wachstumsfunktionen	189
6.8.4	Allometrisches Wachstum	190
7	Schwierigkeiten, Lösungshilfen und Üben	191
7.1	Schwierigkeiten im Kontext von Anwendungen	191
7.2	Umgang mit Ungenauigkeit	194
7.3	Lösungshilfen im Anwendungskontext	200
7.4	Üben im Anwendungskontext	205
7.5	Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung	209
7.5.1	Ungenauigkeit	209
7.5.2	Fehlerrechnung	209

A Anhang	211
Bisher erschienene Bände der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II	215
Literatur	217
Sachverzeichnis	227