

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematik – eine der ältesten Wissenschaften	9
1.1	Was ist Mathematik und was kann sie?	10
1.2	Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematik	11
1.2.1	Mathematisches Modellieren.	11
1.2.2	Definieren von Begriffen	13
1.2.3	Vermutungen und Hypothesen aufstellen, begründen und beweisen bzw. widerlegen	14
1.2.4	Skizzieren, Zeichnen und Konstruieren mathematischer Objekte	16
1.2.5	Lösungswege dokumentieren und die Fachsprache angemessen einsetzen	18
1.2.6	Lösungsstrategien bei Sach- und Anwendungsaufgaben nutzen	19
1.2.7	Erfassen, Darstellen und Interpretieren von Daten	13
2	Grundbegriffe der Mathematik	23
2.1	Aussagen	24
2.1.1	Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik	24
2.1.2	Wahrheitswerte von Aussagen	28
2.1.3	Erfüllbarkeit von Aussageformen	29
2.1.4	Logische Operationen	30
2.1.5	Definitionen	35
2.1.6	Sätze und Beweise	36
2.2	Mengen	40
2.2.1	Mengenbegriff	40
2.2.2	Darstellung von Mengen	41
2.2.3	Mächtigkeit von Mengen.	42
2.2.4	Relationen zwischen zwei Mengen	43
2.2.5	Mengenoperationen	45
3	Zahlen und Rechnen	49
3.1	Natürliche Zahlen	50
3.1.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	50
3.1.2	Rechnen mit natürlichen Zahlen	53
3.1.3	Vielfache und Teiler	53
3.2	Ganze Zahlen	63
3.2.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	63
3.2.2	Rechnen mit ganzen Zahlen	65
3.3	Gebrochene Zahlen	71
3.3.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	71
3.3.2	Rechnen mit gemeinen Brüchen	75
3.3.3	Rechnen mit Zehnerbrüchen (Dezimalbrüchen).	79
3.4	Rationale Zahlen	82
3.4.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	82
3.4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen	84
3.5	Reelle Zahlen	87
3.5.1	Zahlbegriff	87
3.5.2	Rechnen mit reellen Zahlen	88

	3.6 Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	89
	3.6.1 Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen	89
	3.6.2 Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln.	93
	3.6.3 Logarithmen; Logarithmengesetze.	95
	3.7 Größen	96
	3.7.1 Größenbereiche	96
	3.7.2 Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten	97
	3.7.3 Masseinheiten.	99
	3.7.4 Zeiteinheiten.	99
	3.7.5 Währungseinheiten	100
	3.8 Rechnen mit Näherungswerten	101
	3.8.1 Grundbegriffe.	101
Überblick 104	3.8.2 Rechnen mit Näherungswerten.	102
	4 Prozent- und Zinsrechnung	105
	4.1 Prozentrechnung	106
	4.1.1 Grundbegriffe.	106
	4.1.2 Bequeme Prozentsätze.	106
	4.1.3 Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen, Grundwerten	107
	4.1.4 Grafische Darstellungen von Prozentsätzen.	110
	4.2 Promillerechnung	111
	4.3 Zinsrechnung	112
	4.3.1 Grundbegriffe.	112
	4.3.2 Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen . .	112
Überblick 118	4.3.3 Zinseszins.	116
	4.4 Rentenrechnung	119
	4.4.1 Ratenzahlungen	119
Überblick 122	4.4.2 Schuldentilgung	121
	5 Gleichungen und Ungleichungen	123
	5.1 Variable und Terme	124
	5.1.1 Rechnen mit Variablen; Termumformungen	125
	5.2 Grundlagen der Gleichungslehre	129
	5.2.1 Grundbegriffe.	129
	5.2.2 Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge . .	130
	5.2.3 Proben bei Gleichungen und Ungleichungen.	132
	5.2.4 Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen. . .	133
	5.3 Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen	135
	5.3.1 Begriff „Äquivalenz“	135
	5.3.2 Äquivalentes Umformen von Gleichungen.	135
	5.3.3 Äquivalentes Umformen von Ungleichungen	137
	5.4 Lineare Gleichungen	138
	5.4.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen	138
	5.4.2 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	142
	5.5 Lineare Ungleichungen	143
	5.5.1 Lineare Ungleichungen mit einer Variablen.	143
	5.5.2 Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	144
	5.6 Lineare Gleichungssysteme	145
	5.6.1 Begriffe	145
Überblick 148	5.6.2 Lösen linearer Gleichungssysteme.	145

5.7	Quadratische Gleichungen	149	
5.7.1	Begriffe	149	
5.7.2	Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen . . .	149	
5.7.3	Lösungsformel für quadratische Gleichungen	150	
5.7.4	Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung	151	
5.7.5	Wurzelsatz von Vieta	152	
5.8	Bruchgleichungen und Bruchungleichungen	153	Überblick 155
5.9	Algebraische Gleichungen höheren Grades	156	
5.9.1	Begriff	156	
5.9.2	Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades . . .	156	
5.9.3	Polynomdivision	158	
5.10	Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen	160	
5.10.1	Begriffe	160	
5.10.2	Lösen von Wurzelgleichungen.	160	
5.10.3	Lösen von Exponentialgleichungen.	162	
5.10.4	Lösen von Logarithmengleichungen.	163	
5.11	Trigonometrische Gleichungen	164	
5.12	Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen	165	
5.12.1	Iterationsverfahren.	165	
5.12.2	Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung.	166	
5.12.3	Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)	167	Überblick 168
6	Funktionen	169	
6.1	Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen	170	
6.1.1	Funktionsbegriff.	170	
6.1.2	Darstellung von Funktionen	171	
6.1.3	Eigenschaften von Funktionen	172	
6.1.4	Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen	174	Überblick 176
6.2	Proportionalität		
6.2.1	Direkte Proportionalität.	177	
6.2.2	Indirekte Proportionalität	178	
6.3	Lineare Funktionen	180	
6.3.1	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$	180	
6.3.2	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$	182	Überblick 185
6.4	Quadratische Funktionen	186	
6.4.1	Graphen quadratischer Funktionen	186	
6.4.2	Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$	188	
6.4.3	Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	189	Überblick 190
6.5	Potenzfunktionen	191	
6.5.1	Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	191	
6.5.2	Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	192	
6.6	Wurzelfunktionen	193	
6.6.1	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
6.6.2	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
6.7	Exponentialfunktionen	194	
6.7.1	Funktionen mit $y = a^x$	194	
6.7.2	Funktionen mit $y = e^x$	194	
6.8	Logarithmusfunktionen	195	
6.8.1	Funktionen mit $y = \log_a x$	195	
6.8.2	Funktionen mit $y = \lg x$ und $y = \ln x$	195	

	6.9 Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen)	196
	6.9.1 Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck	196
Überblick 202	6.9.2 Winkelfunktionen am Kreis	196
	6.9.3 Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen	198
	7 Planimetrie	203
	7.1 Grundbegriffe	204
	7.1.1 Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke	204
	7.1.2 Länge und Längenmessung	208
Überblick 217	7.1.3 Fläche und Flächeninhaltsmessung	209
	7.1.4 Winkel und Winkelmessung	210
	7.2 Konstruktionen	218
	7.2.1 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	218
	7.2.2 Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck. . .	220
	7.2.3 Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien . . .	221
	7.2.4 Softwaregestütztes Konstruieren	223
	7.3 Geometrische Abbildungen	224
	7.3.1 Ähnlichkeitsabbildungen	225
	7.3.2 Kongruenzabbildungen	226
	7.4 Bewegung, Kongruenz und Symmetrie	228
	7.4.1 Spezielle Bewegungen	228
	7.4.2 Nacheinanderausführung von Bewegungen	231
	7.4.3 Kongruenz	234
	7.4.4 Symmetrie	235
	7.5 Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze	237
	7.5.1 Zentrische Streckung	237
Überblick 244	7.5.2 Ähnlichkeit	239
	7.5.3 Strahlensätze	240
	7.6 Dreiecke	245
	7.6.1 Dreiecksarten	245
	7.6.2 Sätze über das Dreieck	246
	7.6.3 Besondere Linien und Punkte des Dreiecks	247
	7.6.4 Kongruenz von Dreiecken	249
	7.6.5 Ähnlichkeit von Dreiecken	251
	7.6.6 Konstruktion von Dreiecken	251
	7.6.7 Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken	254
	7.6.8 Satzgruppe des Pythagoras	256
	7.6.9 Anwendung der trigonometrischen Funktionen	260
	7.7 Vierecke	266
	7.7.1 Allgemeines Viereck	266
Überblick 276	7.7.2 Klassifizierung von Vierecken	267
	7.7.3 Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften	271
	7.8 Vielecke (Polygone)	277
	7.8.1 Allgemeine Eigenschaften	277
	7.8.2 Regelmäßige n-Ecke	278
	7.9 Kreis	280
	7.9.1 Begriffe	280
	7.9.2 Winkel am Kreis	285
Überblick 292	7.9.3 Inkreis und Umkreis von Vielecken	287
	7.9.4 Berechnungen am Kreis	288

8	Stereometrie	293	
8.1	Grundlagen der Körperdarstellung	294	
8.1.1	Begriffe und Merkmale geometrischer Körper	294	
8.1.2	Projektionsarten	296	
8.1.3	Schräge Parallelprojektionen	297	
8.1.4	Senkrechte Parallelprojektionen	298	
8.1.5	Körpernetze	301	
8.2	Grundlagen der Körperberechnung	302	
8.3	Würfel und Quader	303	
8.3.1	Begriffe und Formeln	303	
8.3.2	Darstellung von Würfeln und Quadern	304	
8.4	Prisma und Kreiszylinder	305	
8.4.1	Begriffe und Formeln	305	
8.4.2	Darstellung von Zylindern und Prismen	309	Überblick 312
8.5	Pyramide und Kreiskegel	313	
8.5.1	Begriffe und Formeln	313	
8.5.2	Darstellung von Pyramiden und Kegeln	318	
8.6	Pyramidenstumpf und Kegelstumpf	320	
8.7	Kugel	323	
8.8	Zusammengesetzte Körper	324	
8.9	Regelmäßige Polyeder	326	Überblick 328
9	Stochastik	329	
9.1	Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien	330	
9.1.1	Anordnungen	330	
9.1.2	Zählstrategien	334	
9.2	Elemente der beschreibenden Statistik	336	
9.2.1	Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten)	336	
9.2.2	Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen)	341	
9.3	Wahrscheinlichkeitsrechnung	347	
9.3.1	Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse	347	
9.3.2	Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	349	
9.3.3	Mehrstufige Zufallsversuche	350	
9.3.4	Zufallsgrößen und ihre Verteilung	356	Überblick 360
10	Rechenhilfsmittel	361	
10.1	Geschichtlicher Abriss	362	
10.2	Elektronische Hilfsmittel	365	
10.2.1	Elektronische Taschenrechner	365	
10.2.2	Grafikfähige Taschenrechner	368	
10.2.3	Computeralgebrasysteme	370	
10.2.4	Tabellenkalkulationsprogramme	372	
10.2.5	Dynamische Geometriesoftware	375	

Übersicht zur Herkunft ausgewählter mathematischer Begriffe	380
Mathematische Zeichen und Symbole	383
Griechisches Alphabet	384
Römische Zahlzeichen	384
Rundungsregeln	385
Einheiten von Größen	385
Nichtdezimale Einheiten (Auswahl)	386
Maße im Haushalt	386
Kettensatz	388
Mischungsrechnen	388
Referate	389
Register	397
Bildquellenverzeichnis	408