

**Timo Claus**

**Entwurf und Berechnung von  
ausgeklinkten Trägerauflagern  
und Zapfenverbindungen  
im Holzbau**

Schriftenreihe Bauwerkserhaltung und Holzbau

Heft 11

Timo Claus

Entwurf und Berechnung von ausgeklinkten  
Trägerauflagern und Zapfenverbindungen  
im Holzbau

Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen der Universität Kassel als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) angenommen.

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Werner Seim, Universität Kassel

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Thomas Tannert, University of Northern British Columbia

Tag der mündlichen Prüfung

17. Juli 2020



Diese Veröffentlichung – ausgenommen Zitate und anderweitig gekennzeichnete Teile – ist unter der Creative-Commons-Lizenz Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen International (CC BY-SA 4.0: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>) lizenziert.

 <https://orcid.org/0000-0003-2810-4701> (Timo Claus)

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2020

ISBN 978-3-7376-0896-1

DOI: <https://dx.doi.org/doi:10.17170/kobra-202009281850>

© 2020, kassel university press, Kassel

<http://kup.uni-kassel.de>

Umschlaggestaltung: Bettina Brand Grafikdesign, München  
Printed in Germany

Herausgeber

Prof. Dr.-Ing. Werner Seim

Universität Kassel

Fachbereich Bauingenieurwesen

Fachgebiet Bauwerkserhaltung und Holzbau

Kurt-Wolters-Straße 3

34125 Kassel

Tel. +49 (0) 561 804 2625

Fax +49 (0) 561 804 7647

[wseim@uni-kassel.de](mailto:wseim@uni-kassel.de)

[www.uni-kassel.de/fb14/tragwerk/](http://www.uni-kassel.de/fb14/tragwerk/)

# Vorwort des Herausgebers

Timo Claus hat als einen wesentlichen Schwerpunkt für seine wissenschaftlichen Untersuchungen die Zapfenverbindung gewählt. Die Verwendung dieses Anschlusstyps für zimmermannsmäßige Konstruktionen reicht in der Bau- und Konstruktionsgeschichte weit zurück. Allerdings zählt der Zapfen auch zu denjenigen formschlüssigen Verbindungsarten im Holzbau, die in den letzten fünfzig bis sechzig Jahren nach und nach aus der Mode gekommen sind, und durch Verbindungen mit Stahl und stiftförmigen Verbindungsmitteln ersetzt wurden. Derzeit erleben diese traditionellen Konstruktionsarten eine Renaissance, begünstigt durch eine moderne Maschinenteknologie, die es ermöglicht, auch vergleichsweise komplexe geometrische Formen mit einer hohen Genauigkeit sehr wirtschaftlich herzustellen. In diesem Zusammenhang fällt auf, dass Ingenieurmodelle auf wissenschaftlicher Grundlage fehlen, um z.B. eine Zapfenverbindung realitätsnah berechnen zu können. Es ist vielmehr so, dass die wissenschaftliche und ingenieurtechnische Auseinandersetzung mit diesen Verbindungsarten nicht weitergeführt wurde, nachdem diese aus der Mode gekommen waren. Berechnungsansätze wurden danach nur von einigen wenigen Spezialisten verfolgt mit dem Schwerpunkt im Bereich der historischen Konstruktionen. Das bedeutet, dass wir heute nicht über die Berechnungsmethoden verfügen, um die Möglichkeiten der modernen Maschinenteknologie zu nutzen, welche über die Reproduktion althergebrachter Formen hinaus eine Entwicklung neuer Anschlussmöglichkeiten, die auf dem Prinzip des Formschlusses basieren, ermöglichen. An dieser Stelle setzt die Arbeit von Timo Claus an.

Ein wohlüberlegtes Arbeitsprogramm, bei dem experimentelle und theoretische Untersuchungen eng verzahnt sind, liefert die Grundlage für eine verallgemeinerte Berechnungs- und Bemessungsmethodik. Diese Methodik dient nicht nur dem besseren Verständnis des Bruchverhaltens von Ausklinkungen und Zapfenverbindungen. Sie kann drüber hinaus für den Entwurf und die Entwicklung neuartiger Anschlussgeometrien eingesetzt werden.

Neben den neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen liefert die Dissertation wichtige Informationen zu den Hintergründen und zur sicheren Anwendung von Berechnungs- und Bemessungsverfahren. Nicht zuletzt aus diesem Grund wünsche ich der Dissertation von Timo Claus eine gute Verbreitung in der Fachwelt.

Kassel, September 2020

Werner Seim



# Vorwort des Verfassers

Für die Unterstützung bei der Umsetzung der Dissertation während der vergangenen fünf Jahre als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Bauwerkserhaltung und Holzbau möchte ich mich besonders bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Seim für die intensive Betreuung der Arbeit bedanken. Durch das Vertrauen und die Offenheit gegenüber neuen Fragestellungen, sowie den anregenden Diskussionen erhielt die Arbeit die notwendige Tiefe und Struktur.

Ich danke meinem Korreferenten Herrn Prof. Thomas Tannert für das Interesse an meiner Arbeit und für die fachlichen und formellen Anmerkungen von Beginn an. Herrn Prof. Dr.-Ing. Julian Lienhard und Herrn Prof. Dr. rer. nat. Bernhard Middendorf danke ich für die zielführenden Gespräche und der Mitwirkung in der Promotionskommission.

Mein Dank gilt auch Professor Per Johan Gustafsson und Professor Robert Jockwer für die konstruktiven E-Mail Diskussionen zur Anwendung des Konzepts der Energiebilanz und der Zuverlässigkeitsanalyse.

Meinen Kollegen Sascha Schwendner, Jens Frohnmüller, Giuseppe d'Arenzo, Max Braun, Til Waschowitz und Johannes Küllmer, sowie allen Kollegen und Doktoranden die mich bisher begleitet haben, möchte ich für die positive und motivierende Arbeitsatmosphäre in den vergangenen Jahren danken. Mein besonderer Dank für Ihre Arbeit im Team gilt Bianca Böhmer und Horst Ulrich, welche mir durch die Übernahme von administrativen Aufgaben im Büro und Labor stets den Rücken für die Forschungsfragen freigehalten haben.

Meiner Frau Sally und meiner Tochter Pina möchte ich ganz besonders für ihre Geduld und ihr Verständnis für meine selbst gewählten Aufgaben im Bereich der Forschung danken. Meinen Eltern Peter und Angela möchte ich an dieser Stelle für die frühe Förderung für das Interesse an Natur und Technik und für das Vertrauen in meinen eigenen Weg danken.

Kassel, September 2020

Timo Claus



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Zielsetzung . . . . .	1
1.2 Vorgehensweise . . . . .	1
<b>2 Holzverbindungen</b>	<b>5</b>
2.1 Typen und Versagensformen von Holzverbindungen . . . . .	5
2.2 Verbindungen mit Ausklinkungen . . . . .	12
2.2.1 Ausgeklinkte Trägersauflager . . . . .	12
2.2.2 Verstärkung von ausgeklinkten Trägersauflagern . . . . .	14
2.2.3 Zapfenverbindungen . . . . .	16
<b>3 Beschreibung von Materialeigenschaften</b>	<b>23</b>
3.1 Statistische Grundlagen . . . . .	23
3.1.1 Normalverteilung . . . . .	24
3.1.2 Logarithmische Normalverteilung . . . . .	24
3.1.3 Weibull-Verteilung . . . . .	26
3.1.4 Ermittlung des charakteristischen Widerstands aus Versuchen . . . . .	26
3.1.5 Regressionsanalyse und Anpassung eines Widerstandsmodells . . . . .	28
3.1.6 Ermittlung der charakteristischen Widerstandsfunktion nach EC0 . . . . .	29
3.2 Ausgewählte Materialeigenschaften . . . . .	32
3.2.1 Rohdichte . . . . .	32
3.2.2 Elastizitäts- und Schubmodul . . . . .	33
3.2.3 Schubfestigkeit . . . . .	33
3.2.4 Querkzugfestigkeit . . . . .	33
3.2.5 Spezifische Bruchenergie . . . . .	34
3.2.6 Bruchzähigkeit . . . . .	35
3.3 Zwischenfazit . . . . .	37
<b>4 Modellierung von sprödem Versagen</b>	<b>39</b>
4.1 Konzept der Energiebilanz . . . . .	39
4.1.1 Beispiel einer Lastpunktverschiebung . . . . .	39
4.1.2 Anwendung auf ausgeklinkte Trägersauflager . . . . .	42
4.2 Konzept der Spannungs-Intensitäts-Faktoren . . . . .	44
4.3 Finite-Elemente-Methoden . . . . .	47
4.3.1 Kohäsivzonenmodell . . . . .	47
4.3.2 J-Konturintegral des Rissspitzenfeldes . . . . .	50
4.3.3 Probabilistisches Verfahren . . . . .	55
4.4 Zwischenfazit . . . . .	57

<b>5</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>59</b>
5.1	Untersuchungsziele und Versuchsprogramm . . . . .	59
5.2	Werkstoffe . . . . .	59
5.3	Messtechnik . . . . .	60
5.3.1	Messung der Rissöffnung . . . . .	60
5.3.2	Messschrauben mit DMS . . . . .	60
5.4	Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern . . . . .	62
5.4.1	Versuchsaufbau . . . . .	62
5.4.2	Ergebnisse an unverstärkten Bauteilen . . . . .	62
5.4.3	Ergebnisse an verstärkten Bauteilen . . . . .	63
5.4.4	Zwischenfazit zu experimentellen Versuchen . . . . .	65
5.5	Entwicklung der gereihten Zapfenverbindung . . . . .	66
5.6	Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen . . . . .	68
5.6.1	Prüfkörper der gereihten Zapfenverbindung . . . . .	68
5.6.2	Versuchsaufbau . . . . .	69
5.6.3	Ergebnisse an gereihten Zapfenverbindungen . . . . .	70
5.6.4	Zwischenfazit zu experimentellen Versuchen . . . . .	76
5.7	Diskussion . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Numerische Modelle für Zapfenverbindungen</b>	<b>79</b>
6.1	Materialmodell für Holz . . . . .	79
6.2	Kohäsivzonenmodell (KZM) . . . . .	80
6.2.1	Modellierung des Versuchsaufbaus . . . . .	80
6.2.2	Modellierung der Rissebene . . . . .	81
6.2.3	Modellierung einer Rissverstärkung . . . . .	82
6.2.4	Ergebnisse . . . . .	83
6.2.5	Diskussion . . . . .	86
6.3	J-Integralmodell (JIM) . . . . .	87
6.3.1	FE-Netz und Einflussfaktoren . . . . .	88
6.3.2	Vergleich mit experimentell ermittelten Bruchlasten (Validierung) . . . . .	90
6.3.3	Parameterstudie an ausgeklinkten Trägerauflagern . . . . .	94
6.3.4	Parameterstudie an Zapfenverbindungen . . . . .	94
6.4	Entwicklung eines vereinfachten Widerstandsmodells . . . . .	96
6.4.1	Vorgehensweise . . . . .	96
6.4.2	Ausgeklinte Trägerauflager . . . . .	100
6.4.3	Zapfenverbindungen . . . . .	100
6.4.4	Gereimte Zapfenverbindungen . . . . .	101
6.4.5	Validierung des vereinfachten Berechnungsmodells . . . . .	103
6.5	Zwischenfazit und Diskussion . . . . .	104
<b>7</b>	<b>Anwendung des Konzepts der Energiebilanz</b>	<b>105</b>
7.1	Ausgeklinte Trägerauflager . . . . .	105
7.1.1	Einfluss der spezifischen Bruchenergie auf das Berechnungsmodell . . . . .	106
7.1.2	Einfluss der Anfangsrisslänge auf das Berechnungsmodell . . . . .	106
7.1.3	Diskussion . . . . .	108
7.2	Der Zapfen . . . . .	109
7.2.1	Die Bruchlast der Zapfenverbindung . . . . .	109
7.2.2	Varianten zur Berücksichtigung der Zapfenhöhe . . . . .	112
7.2.3	Vergleich der Bruchlast mit experimentellen Ergebnissen . . . . .	114

7.2.4	Diskussion . . . . .	116
7.3	Der gereichte Zapfen . . . . .	117
7.3.1	Varianten der Rissentwicklung . . . . .	117
7.3.2	Vergleich der Varianten und Diskussion . . . . .	119
7.4	Validierung der Modelle . . . . .	120
7.4.1	Vergleich von Mittelwerten . . . . .	122
7.4.2	Vergleich von charakteristischen Werten . . . . .	122
7.5	Zwischenfazit . . . . .	123
<b>8</b>	<b>Vergleich der Rechenmodelle und Vorschlag eines Bemessungsmodells</b>	<b>125</b>
8.1	Vergleich anhand der gereichten Zapfenverbindung . . . . .	125
8.2	Entwicklung eines Bemessungskonzepts . . . . .	128
8.2.1	Zapfenverbindungen . . . . .	128
8.2.2	Gereichte Zapfenverbindungen . . . . .	131
8.3	Bemessungsmodell für Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen	132
8.4	Validierung des Bemessungsmodells . . . . .	135
8.5	Diskussion . . . . .	136
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>137</b>
<b>10</b>	<b>Summary and Outlook</b>	<b>141</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>143</b>
	<b>Normenverzeichnis</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen aus der Literatur</b>	<b>153</b>
A.1	Experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern . . . . .	153
A.2	Experimentelle Untersuchungen an Zapfenverbindungen aus Nadelvollholz .	155
<b>B</b>	<b>Eigene experimentelle Untersuchungen</b>	<b>157</b>
B.1	Experimentelle Untersuchungen an gereichten Zapfenverbindungen . . . . .	157
B.2	Untersuchung der Fertigungsabweichung anhand eines Prüfkörpers der Serie TS4 . . . . .	161
B.3	Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerenden . . . . .	163
<b>C</b>	<b>Informativ</b>	<b>169</b>
C.1	Definition von Rissystemen in Holz . . . . .	169
C.2	Zur Ermittlung von Bruchparametern . . . . .	170
C.3	Zapfenverbindungen nach DIN EN 1995-1-1/NA - Vergleich der Bruchlast .	171



# Symbolverzeichnis

## Abkürzungen

BSH	Brettschichtholz
CNC	rechnergestützte numerische Steuerung (engl.: computerized numerical control)
COV	Variationskoeffizient (engl.: coefficient of variation)
EC5	Eurocode 5
FE	Finite Elemente
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
JIM	<i>J</i> -Integralmodell
KDE	Konzept der Energiebilanz
KVH	Konstruktionsvollholz
KZM	Kohäsivzonenmodell
LVL	Furnierschichtholz (engl.: laminated veneer lumber)
NA	nationales Anwendungsdokument (Deutschland)
VGS	Vollgewindeschraube
VH	Nadelvollholz

## Indizes

0	in Richtung der Faser
90	im Winkel von 90° zur Faser
A	Ausklinkung

calc	rechnerischer Wert
c	Druck (engl.: compression)
d	Bemessungswert
ef	effektiver Wert
exp	experimenteller Wert
G	Gereifte Zapfenverbindung
H	Hauptträger
I	Beanspruchung in Modus I
i	Laufvariable
I+II	Kombinierte Beanspruchung in Modus I und II
II	Beanspruchung in Modus II
III	Beanspruchung in Modus III
k	charakteristischer Wert
L	Longitudinal
max	maximal
mean	Mittelwert
m	Biegung (engl.: moment)
N	Nebenträger
n	Laufvariable
o	oben
p	Exponent der theoretischen Widerstandsfunktion
q	Exponent der theoretischen Widerstandsfunktion
R	Radial
Rd	Bemessungswiderstand
Rk	charakteristischer Widerstand
r	Exponent der theoretischen Widerstandsfunktion
s	Exponent der theoretischen Widerstandsfunktion

---

T	Tangential
t	Zug (engl.: tension)
U	untenliegender Zapfen
u	unten
x	X-Richtung
y	Y-Richtung
z	Z-Richtung
Z	Zapfen

**Variablen**

$A$	Fläche
$a$	Risslänge
$a_c$	kritische Risslänge
$a_E$	Elementgröße (FEM)
$\alpha$	Ausklinkungsverhältnis (Höhe)
$A'$	normierte Bruchlast
$A'_{\text{exp}}$	normierte Bruchlast aus experimentellen Untersuchungen
$b$	Breite
$b_{\text{ef}}$	Breite unter Berücksichtigung von Schwindrissen (nach DIN EN 1995)
$\beta$	Ausklinkungsverhältnis (Länge)
$c$	Federkonstante
$D$	Steifigkeitsvariable (FEM)
$\Delta a$	Änderung der Risslänge
$\Delta$	Änderung
$\delta$	Verschiebung
$\delta_r$	Streugröße der mittleren Widerstandsfunktion
$\epsilon$	Winkel

$E_x$	Elastizitätsmodul in Faserrichtung (E-Modul)
$E_y$	Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung
$E_z$	Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung
$F$	Kraft
$f$	Festigkeit
$G$	Bruchenergie
$\Gamma$	Linienintegral
$\gamma$	Verhältnis der Zapfenhöhe
$\gamma_m$	Materialsicherheitsbeiwert (aus DIN EN 1995-1-1)
$\gamma_{\text{Material}}$	Materialsicherheitsbeiwert
$\gamma_{\text{Modell}}$	Modellsicherheitsbeiwert
$G_c$	kritische Bruchenergie
$G_v$	Schubmodul (G-Modul)
$G_{xy}$	Schubmodul in x-y-Ebene
$G_{xz}$	Schubmodul in x-z-Ebene
$G_{yz}$	Schubmodul in y-z-Ebene
$h$	Höhe
$h_{\text{ef}}$	effektive Höhe oberhalb der Lasteinleitung
$i$	Neigung der Ausklinkung
$J$	$J$ -Integral
$K$	Spannungsintensitätsfaktor
$k$	(Korrektur-) Faktor
$k_{\text{ab}}$	Faktor zur Berücksichtigung beidseitiger Anschlüsse
$K_c$	Bruchzähigkeit
$k_{\text{mod}}$	Modifikationsbeiwert (aus DIN EN 1995-1-1)
$k_n$	Proportionalitätsfaktor (aus DIN EN 1995-1-1)
$k_{(n),d}$	Fraktilenfaktor für Bemessungswerte

$k_{(n),k}$	Fraktilefaktor für 5%-Fraktilewerte
$k_v$	Korrekturfaktor für Ausklinkungen
$l$	Länge
$\lambda$	Faktor für Mittelwertanpassung
$\lambda_k$	Vorfaktor für ein charakteristisches Widerstandsmodell
$\lambda_m$	Vorfaktor für ein mittleres Widerstandsmodell
$M$	Biegemoment
$N$	Normalkraft
$n$	Anzahl
$\nu$	Querdehnungskoeffizient (Poissonzahl)
$n_v$	Anzahl der Kontaktflächen
$n_z$	Anzahl der Zapfen
$\hat{p}_0$	Nulldurchgang der Regressionsgerade
$\hat{p}_1$	Steigung der Regressionsgerade
$\parallel$	parallel
$\perp$	senkrecht
$\Phi$	Pearson-Korrelationskoeffizient
$\varphi$	Winkel
$\Pi$	Energiebilanz
$\Pi^0$	Freigesetzte Energie
$\Pi^a$	Äußere Energie
$\Pi^i$	Innere Energie
$P_s$	Versagenswahrscheinlichkeit
$Q$	Querkraft (nach DIN 1052:1988)
$Q_r$	Standardabweichung der Widerstandsfunktion
$r$	Radius
$R$	Widerstand

$R_d$	Bemessungswert des Widerstands
$r_e$	experimenteller Widerstand
$\rho$	Rohdichte des Holzes
$R_k$	charakteristischer Widerstand
$r_k$	charakteristische Widerstandsfunktion
$r_m$	mittlere Widerstandsfunktion
$r_{\text{mod}}$	angepasste Widerstandsfunktion
$\hat{r}_e$	Funktion der linearen Regression
$r_t$	theoretischer Widerstand
$\sigma$	Spannung
$s_{x,\log}$	Standardabweichung bei log.-normalverteilten Einzelwerten
$T$	Spannungsvektor ( $J$ -Integral)
$\tau$	Schubspannung
$\Theta$	Winkel zwischen Verstärkung und Faserrichtung
$U$	Formänderungsenergiedichte ( $J$ -Integral)
$u$	Verschiebung in $x$ -Richtung
$V$	Querkraft
$v$	Verschiebung in $y$ -Richtung
$V_c$	rechnerische (kritische) Bruchlast
$V_{\delta_r}$	Variationskoeffizient der theoretischen Widerstandsfunktion
$V_{\text{exp,max}}$	experimentelle Bruchlast
$\bar{V}_{\text{max}}$	Mittelwert der experimentellen Bruchlast
$V_r$	Variationskoeffizient der Widerstandsfunktion
$V_X$	Variationskoeffizient der Basisvariablen
$w$	Verschiebung in $z$ -Richtung
$x$	Ausklinkungslänge $x = \beta h$
$X_k$	charakteristischer Widerstand aus exp. Stichprobe

$X_{k,\log}$	charakteristischer Widerstand aus exp. Stichprobe bei log.-normalverteilten Einzelwerten
$\bar{x}$	Mittelwert einer Stichprobe
$\bar{x}_{\log}$	Mittelwert einer Stichprobe bei log.-normalverteilten Einzelwerten
$zul\tau_Q$	zulässige Schubspannungen (nach DIN 1052:1988)



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation und Zielsetzung

Die Entwicklung von neuen, vollautomatischen Produktionstechniken begünstigte in den letzten Jahren die Wiederaufnahme von Holz-Holz-Verbindungen in moderne, teilweise wegweisende Holzkonstruktionen. Ein großes Potential für formschlüssige Holz-Holz-Verbindungen steckt in der hohen Präzision der Verbindungen und neuen Formen für einen Bauprozess im Ingenieurholzbau, der ein immer höheres Maß an Vorfertigung erreicht. Moderne Holz-Holz-Verbindungen erfüllen alle Anforderung an Maßhaltigkeit, Tragfähigkeit und Steifigkeit für Anwendungen vom Holzhaus über den mehrgeschossigen Holzbau bis zum Ingenieurholzbau.

Der Nachteil für den Einsatz von Holz-Holz-Verbindungen liegt in der derzeit unzureichenden Systematisierung der Verbindungen und deren Bemessung. Die aktuellen Regelwerke berücksichtigen nur spezielle Verbindungstypen, deren Tragwiderstand meist auf Grundlage von empirisch hergeleiteten Bemessungsformeln ermittelt wird. Das tatsächliche Materialversagen wird hierbei nicht beschrieben.

Der Einsatz von Vollgewindeschrauben bietet sich in vielen Fällen als Verstärkung von Rissebenen oder bei Querdruck an und kann bereits beim Entwurf von Holzverbindungen berücksichtigt werden. Zusammen ermöglichen die beiden Technologien einen Vorsprung der Holz-Holz-Verbindungen gegenüber vergleichsweise aufwendigen und teuren Verbindungen mit Stahlblechformteilen und stiftförmigen Verbindungsmitteln.

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung einer verbesserten Anschlussgeometrie und die Schaffung einer Grundlage für die Bemessung von Holz-Holz-Verbindungen, die auf der Grundform des Zapfens bzw. der Ausklinkung basieren. Dabei soll das Versagen infolge von Querkzug- und Schubbeanspruchung des Holzes möglichst realitätsnah berücksichtigt werden.

## 1.2 Vorgehensweise

Auf Grundlage einer umfassenden Recherche zu Versagensformen von Holzverbindungen, und im Besonderen der ausgeklinkten Holz-Holz-Verbindungen in Kapitel 2, werden die Grundlagen der Bemessung, sowie die Vor- und Nachteile von ausgeklinkten Trägersauflagern und Zapfenverbindungen diskutiert.

Die verschiedenen Konzepte zur Modellierung und Bemessung basieren auf speziellen Materialparametern, welche den Rissfortschritt in Holzwerkstoffen beschreiben können. Da die bruchmechanischen Materialkennwerte keine deklarierten Produkteigenschaften sind, wird in Kapitel 3 eine umfassende Übersicht der Mittelwerte der Materialeigenschaften unter Berücksichtigung bruchmechanischer Kennwerte und des Streuungsmaßes erstellt, wodurch sich charakteristische Bemessungswerte ableiten lassen. Es werden statistische Methoden vorgestellt, um die ermittelten Bruchlasten auf der Grundlage von Mittelwerten und Bemessungswerten bewerten zu können.

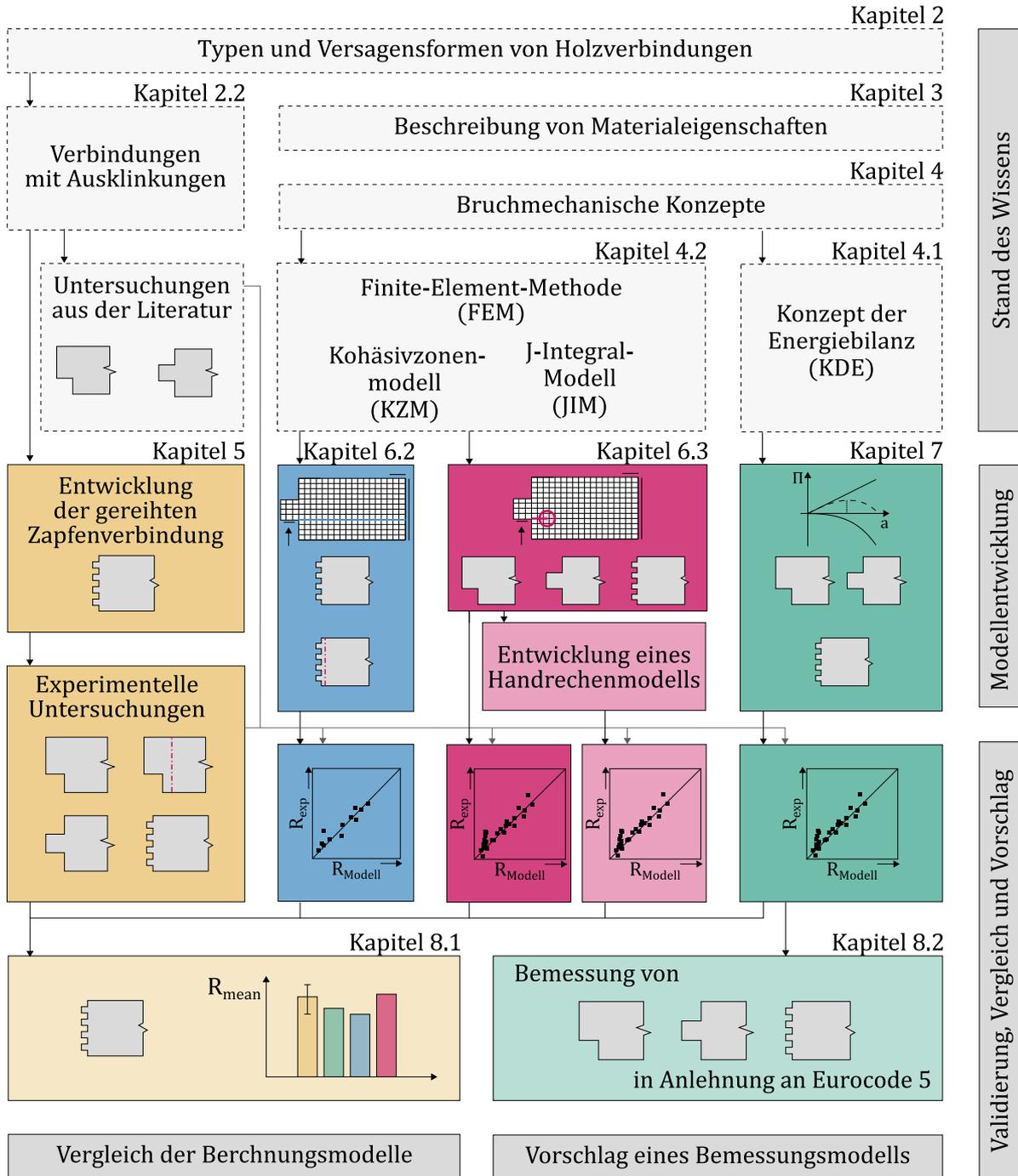


Abbildung 1.1: Struktur der vorliegenden Arbeit

In Kapitel 4 werden verschiedene Konzepte zur Ermittlung der Bruchlast aufgearbeitet, welche bereits in der wissenschaftlichen Literatur und in Bemessungsgleichungen Anwendung gefunden haben. In dieser Arbeit liegt der Fokus einerseits auf der numerischen Modellierung mit Kohäsivelementen und der Anwendung des  $J$ -Integrals sowie auf der anderen Seite auf der Anwendung des Konzepts der Energiebilanz.

In Kapitel 5 werden experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern und Zapfenverbindungen beschrieben, wobei insbesondere die Querschnittsabmessungen

variiert und der Einfluss von Querszugverstärkungen der Rissebenen betrachtet wurde. Ein Beitrag zur Optimierung von Holz-Holz-Verbindungen ist die Entwicklung der gereihten Zapfenverbindung, bei welcher die Anzahl und Form der Zapfen experimentell untersucht wurde.

In Kapitel 6 werden zum Vergleich zwei unterschiedliche Konzepte auf Grundlage der Finiten-Elemente-Methode (FEM) angewandt, um rechnerische Bruchlasten zu bestimmen. Ziel der FE-Berechnungen mit Kohäsivzonen (KZM) und der  $J$ -Integral-Methode (JIM) ist die Entwicklung eines belastbaren Modells zur Prognose von Bruchlasten in Abhängigkeit von den maßgebenden geometrischen Parametern. Die Modelle werden anhand der experimentellen Ergebnisse validiert und bewertet.

Auf Grundlage einer umfangreichen Parameterstudie mit dem  $J$ -Integralmodell wird am Ende von Kapitel 6 ein vereinfachtes Handrechenmodell für ausgeklinkte Trägersauflager, Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen entwickelt.

In Kapitel 7 findet das Konzept der Energiebilanz (KDE) Anwendung. Durch die Anpassung an die Geometrie der Zapfenverbindung wird das existierende Modell für ausgeklinkte Trägersauflager erweitert und in einem zweiten Schritt auf die gereichte Zapfenverbindung angewendet, um Bruchlasten für die neuartige Holz-Holz-Verbindung berechnen zu können. Alle Modelle werden in den einzelnen Kapiteln anhand der experimentell ermittelten Bruchlasten auf dem Niveau der Mittelwerte und der charakteristischen Werte der entsprechenden Materialeigenschaften validiert.

Eine Gegenüberstellung sowie eine Bewertung der vier Modelle auf Grundlage der Energiebilanz (KDE) und der Finiten-Elemente-Methode mit Kohäsivzonen (KZM) und dem  $J$ -Integral (JIM) werden Anhand der Mittelwerte der experimentellen Bruchlasten der gereihten Zapfenverbindung in Kapitel 8 durchgeführt.

Zuletzt wird das Berechnungsmodell auf Grundlage des Konzepts der Energiebilanz in Abschnitt 8.2 analog zu den ausgeklinkten Trägersauflagern modifiziert, sodass eine Bemessung von Zapfenverbindung und gereihten Zapfenverbindungen in Anlehnung an den Eurocode 5 berechnet werden können. Abbildung 1.1 zeigt schematisch die Struktur dieser Methodik.

In der Arbeit werden experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen durchgeführt. Zusätzlich werden numerische Untersuchungen der Verbindungstypen angestellt und ein umfassendes Bemessungsmodell für die genannten Verbindungen aufgestellt. Die experimentellen und rechnerischen Untersuchungen wurden auf Bauteile aus Nadelvollholz und Brettschichtholz beschränkt.



## 2 Holzverbindungen

Die Planung von Holzkonstruktionen erfordert schon immer ein besonderes Augenmerk auf die Verbindungen zwischen den einzelnen Bauteilen. Holzverbindungen werden anhand der geometrischen Randbedingung – punktförmige, lineare oder flächige Verbindung – ausgewählt und nach statischen Anforderungen dimensioniert. Für die Konstruktion spielt die Tragfähigkeit wie auch die Steifigkeit der Verbindung eine wesentliche Rolle. Neben der Entwicklung der Werkstoffe wurden so auch die Verbindungen stetig an die Anforderungen des modernen Holzbaus angepasst. Bei untergeordneten Bauwerken sind die Anforderungen an die Verbindung im Allgemeinen geringer als für Verbindungen bei weit spannenden Hallentragwerken oder mehrgeschossigen Holzbauwerken unter seismischen Einwirkungen. Die Wahl der Verbindung beeinflusst jedoch stets die architektonische Flexibilität sowie die Kosten eines Bauwerkes und prägt auch das Erscheinungsbild.

Verbindungen sollen es ermöglichen Normalkräfte, Querkräfte und Biegemomente zwischen Bauteilen zu übertragen. Von der Astgabel über die Seilverbindung bis zu hochleistungsfähigen Verbindungen mit eingeklebten Stahlstäben ist die Bandbreite der Verbindungen im Holzbau sehr groß. Einen Überblick über die Verbindungen und die zugehörigen Versagensarten geben die folgenden Abschnitte.

### 2.1 Typen und Versagensformen von Holzverbindungen

Holzverbindungen werden in der Literatur auf vielfältige Art beschrieben und eingeordnet. Oftmals wird die historische Entwicklung der Verbindungen betrachtet, wie z.B. von GERNER & MÖHN [Gern00] oder von HÖMMERICH [Hömm88]. GRAUBNER & GRUNDER [Grau16] beschreiben zudem die besonderen örtlichen Einflüsse auf Holzverbindungen in Europa und Asien. MEISEL [Meis15] kategorisiert die historischen Dachtragwerke und ihre Bauteile zwar nach statischen Gesichtspunkten, die Verbindungen werden jedoch auch hier in sechs Kategorien (Blatt und Kamm, Zapfen, Versatz, Klaue und Hals) nach der Geometrie eingeordnet. Gegenwärtig genutzte Holzverbindungen sind meist einer bestimmten Bauart, wie beispielsweise der Holztafel-, Holzskelett- oder Holzmassivbauweise zugeordnet (vgl. KOLB [Kolb10]). Eine umfassende Einordnung der Holzverbindungen hinsichtlich der Versagensformen ist dem Verfasser nicht bekannt.

Auf der anderen Seite weisen Holzverbindungen, ob mit stiftförmigen Verbindungsmitteln, als Holz-Holz-Verbindungen oder mit geklebtem Verbund, jeweils typische Versagensformen auf, welche aus der Beanspruchung in Richtung zur Faser des Holzes resultieren. Eine Kategorisierung der Holzverbindungen hinsichtlich der Versagensart, wie sie im Folgenden vorgenommen wird, ermöglicht es, Gemeinsamkeiten sowie kritische Bereiche der Verbindungen zu erkennen.

### Versagensformen von Holzbauteilen und -verbindungen

Wird der lokale Widerstand des Holzes durch eine Überschreitung der Festigkeit erreicht, kann es zum Versagen eines Bauteils bzw. einer Verbindung kommen. Das Versagen kann durch Überschreitung der Biege-, Schub-, Druck- oder Zugfestigkeiten auftreten. Bedingt durch die Anisotropie des Holzes wird zwischen einer Beanspruchung in Richtung der Faser des Holzes und senkrecht dazu unterschieden. Aus dieser Betrachtung ergeben sich für Holz im Wesentlichen sieben Versagensformen, welche in Abbildung 2.1 dargestellt sind.

Beim Bauteilversagen aufgrund von Biegespannungen, sowie Zug- und Druckspannungen parallel zur Faser, handelt es sich tendenziell um sprödes Materialversagen durch das Aufreißen der Zellstruktur des Holzes. Werden Druckspannungen senkrecht zur Holzfaser aufgebracht kommt es zu einer Stauchung der Fasern und der Faserzwischenräume. Die meisten Holzarten und Holzwerkstoffe zeigen in dieser Richtung eine hohe Verformbarkeit, sodass anstatt einer Festigkeit oft eine Dehngrenze herangezogen wird (vgl. BLASS & GÖRLACHER [Blaß04b]). Für alle vier genannten Beanspruchungsmoden kann eine lineare bzw. konstante Spannungsverteilung vorausgesetzt werden. Aus diesem Grund kann ein Bauteilnachweis geführt werden, bei dem die berechnete Spannung kleiner der zugehörigen Materialfestigkeit sein muss ( $\sigma \leq f$ ).

Tritt eine Beanspruchung des Holzes auf Grund von einer Zug- bzw. Schubbeanspruchung senkrecht (Modus I bzw. Modus III) zur Faser oder einer Schubbeanspruchung parallel zur Faser (Modus II) auf, können Spannungsspitzen im Bereich der potentiellen Risse auftreten. Da die Spannungsspitzen abhängig von der Einwirkung, der Bauteilgeometrie und den elastischen Eigenschaften des beanspruchten Bereichs sind und im Bereich von Diskontinuitäten - theoretisch - unendlich groß werden, bietet sich eine bruchmechanische Untersuchung in dem jeweiligen Modus der Beanspruchung an.

Im Verbund des Holzes mit anderen Verbindungsmitteln kommt es meist ebenfalls zum Versagen des schwächeren Werkstoffes Holz, sodass hier stets von einer der sieben vorgestellten Versagensformen ausgegangen werden kann. Auf die wichtigsten Verbindungstypen und die daraus resultierende Beanspruchung auf das Holz wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

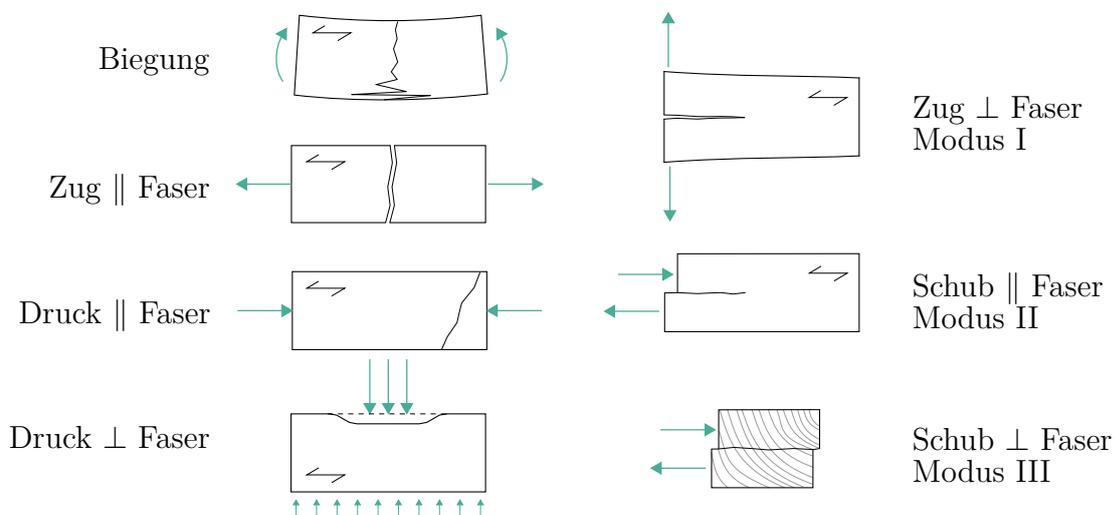


Abbildung 2.1: Versagensformen von Holz

### Verbindungen mit auf Abscheren beanspruchten stiftförmigen Verbindungsmitteln

Zu den stiftförmigen Verbindungsmitteln zählen Klammern, Nägel, Schrauben, Stabdübel und Bolzen. Diese bestehen meist aus einem duktilen Stahl, welcher auf Abscheren und Biegung beansprucht wird. Diese Typen von Verbindungsmitteln ermöglichen über die Variation des Durchmessers und der Einbindelänge in das Holz eine ziemlich präzise Einstellung der Tragfähigkeit und Steifigkeit. Zudem ist das Verformungsverhalten durch das Ausbilden von einem oder mehreren Fließgelenken duktil. Das Versagen von Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln wurde von JOHANSEN [Joha49] durch die Anwendung der Plastizitätstheorie beschrieben. Hierbei wird ein Versagen durch die Überschreitung der Lochleibungsfestigkeit und der Ausbildung von Fließgelenken berücksichtigt. Bei stiftförmigen Verbindungsmitteln, welche immer in Reihen oder Gruppen angeordnet werden, spielen die Abstände der Verbindungsmittel in Faserrichtung eine wesentliche Rolle, da es zum vorzeitigen Spalten des Holzes bei Beanspruchung in Faserrichtung kommen kann (Modus I). Bei Anordnung großer Verbindungsmittelgruppen kann es zudem zu einem spröden Blockscherversagen (Modus II) oder einem Zugversagen der Holzfasern kommen. Alle wesentlichen Versagensformen sind in Abbildung 2.2 dargestellt.

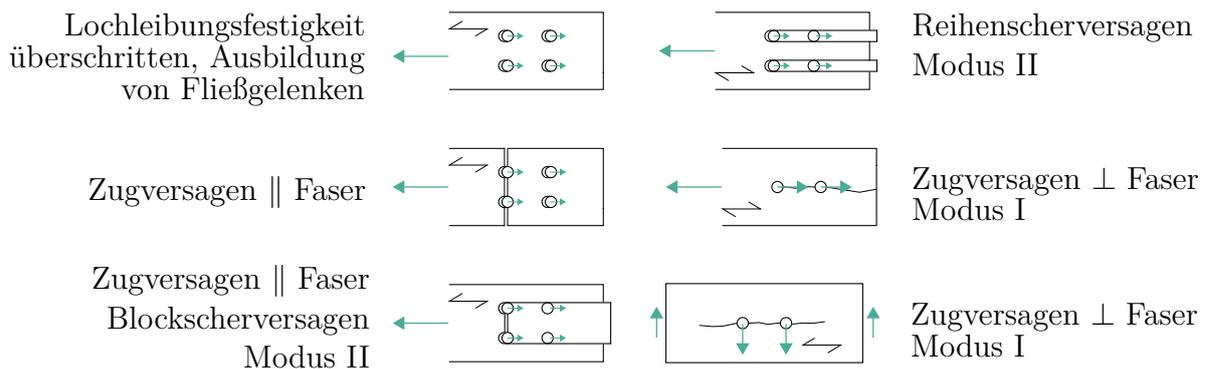


Abbildung 2.2: Versagensformen von Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln nach QUENNVILLE & MOHAMMAD[Quen00]

### Verbindungen mit auf Herausziehen beanspruchten Schrauben

Im Gegensatz zu anderen stiftförmigen Verbindungsmitteln werden Schrauben vorwiegend so eingesetzt, dass die Beanspruchung in Achsrichtung erfolgt. Der Einsatzbereich von Holzschrauben hat sich in den letzten Jahren durch die Entwicklung von selbst-bohrenden Vollgewindeschrauben (VGS) im Ingenieurholzbau stark erweitert. Einerseits ermöglicht die Bohrspitze der Schrauben das Einbringen ohne Vorbohren und Aufspalten des Holzes, was die Tragfähigkeit erhöht. Auf der anderen Seite wurde das Gewinde der Schrauben optimiert, um einen kontinuierlichen Verbund zwischen der Schraube und dem Holz zu erreichen, wo zuvor noch die Geometrie des Schraubenkopfes die Tragfähigkeit maßgeblich beschränkte.

Selbstbohrende Vollgewindeschrauben ermöglichen hohe Anschlusskräfte zwischen Holz- und Stahlbauteilen oder können auch eingesetzt werden, um kritische Stellen einfach zu verstärken, Rissebenen im Bestand nachträglich zu sichern oder, um die auf Quellen und

Schwinden des Holzes zurückzuführenden Querspannungen aufzunehmen. Derzeit sind die meisten VGS bauaufsichtlich eingeführt, aber nicht normativ geregelt. Die Schrauben zeichnen sich vor allem durch ihre spezielle Gewindegeometrien aus, welche unterschiedliche Ausziehfestigkeiten und -steifigkeiten hervorbringen. Die wesentlichen Versagensformen der Schrauben unterscheiden sich nicht. Die verschiedenen Versagensformen können Abbildung 2.3 entnommen werden. Da VGS vor allem in Achsrichtung hohe Tragfähigkeiten aufweisen, ist für den Planer der Kraftfluss am Verbindungsdetail entscheidend, um effiziente Lösungen zu entwickeln.

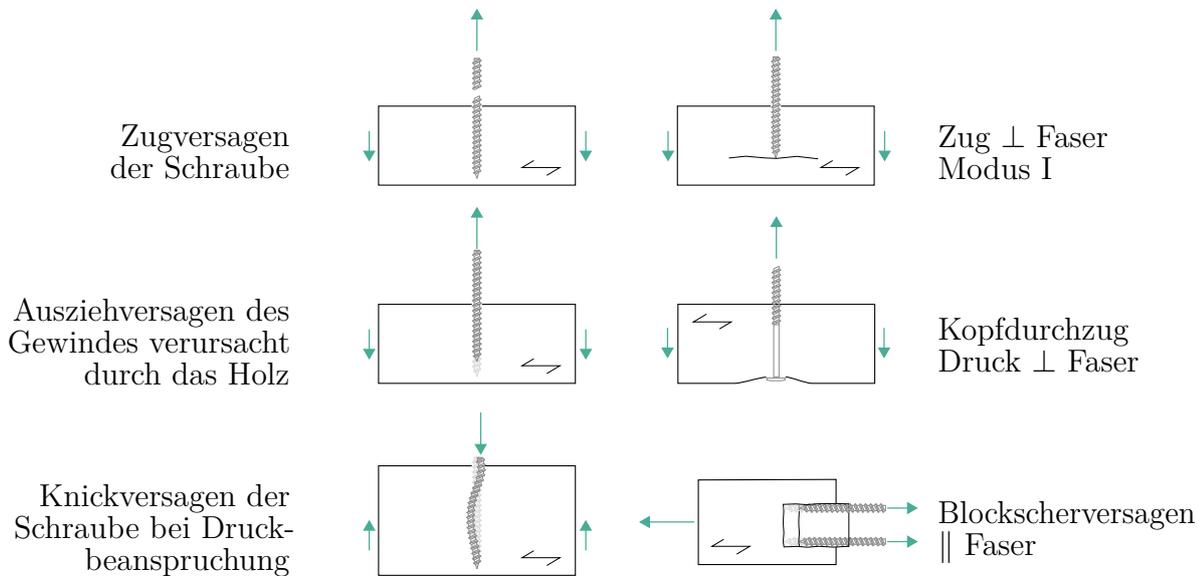


Abbildung 2.3: Versagensformen von Schraubverbindungen unter Beanspruchung in axialer Richtung

### Geklebte Holzverbindungen

Eine weitere Verbindungstechnik des Holzbaus ist das Kleben. Bei dem klebstoff sollte darauf geachtet werden, dass dieser eine höhere Festigkeit aufweist als das verwendete Holz. So kann das mechanische Versagen den Versagensformen des Holzes gemäß Abbildung 2.1 zugeordnet werden. Neben dem direkten Verkleben von Holz über eine Schäftung oder eine Keilzinkung werden Stahlstäbe oder Gewindestangen in dafür vorgesehene Bohrlöcher eingebracht und verklebt. Eingelebte Gewindestangen werden, wie die selbst-bohrenden Vollgewindeschrauben, vorwiegend auf Herausziehen beansprucht. Die Versagensformen sind mit denen in Abbildung 2.3 vergleichbar. Durch die höhere Verbundfestigkeit ist es möglich ein duktiles Versagen der Gewindestangen durch die Abstufung der Durchmesser und die Anzahl der Verbindungsmittel zu erreichen.

Durch die Einführung des Brettsperrholzes mit kreuzweise verklebten Brettlagen, wurden erstmals auch größere Tragelemente flächig verklebt. Das flächige Verkleben findet ebenso Anwendung bei block-verleimten Trägern oder bei Holz-Beton-Verbundbauteilen (vgl. KÄSTNER [Käst20]). Bei biegebeanspruchten Trägern wird das Holz im Bereich der Klebefuge meist auf Schub parallel zur Faser beansprucht. Durch unterschiedliches Quellen und Schwinden der Füge-teile können Rollschubspannungen hervorgerufen werden. Abbildung 2.4 zeigt drei Beispiele für das Versagen von flächig verklebten Bauteilen aus Holz.

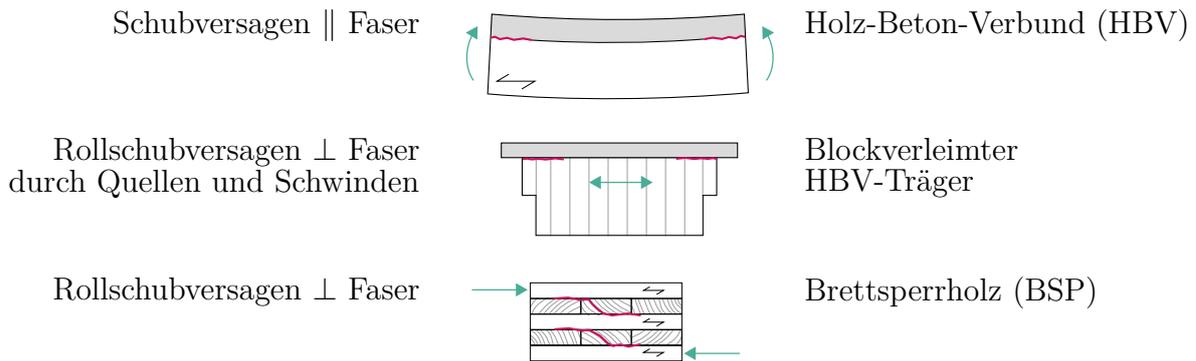


Abbildung 2.4: Versagensformen von verleibten Bauteilen

### Formschlüssige Holz-Holz-Verbindungen

Verbindungen, bei denen Kräfte über Kontakt und Formschluss übertragen werden, bezeichnet man als Holz-Holz-Verbindungen. In der Kontaktfläche wird die Kraft über eine Druckspannung übertragen. Die resultierende Druckkraft kann faserparallel, in einem Winkel zur Faser oder orthogonal hierzu eingeleitet werden. Die Druckfestigkeit parallel zur Faser ist im Allgemeinen sehr hoch und es können große Kräfte übertragen werden. Wird das Holz rechtwinklig zur Faser beansprucht, kann es zu großen (plastischen) Verformungen kommen. Handelt es sich bei einer Holz-Holz-Verbindung nicht um einen stumpfen Stoß, werden die Bauteile im Anschlussbereich auf eine bestimmte Art geschwächt. Durch die Schwächung entsteht ein gestörter, diskontinuierlicher Spannungsbereich. Abhängig von der Geometrie kann es zu Querzug-, Schub- oder Rollschubspannungen im Holz kommen, welche die Tragfähigkeit der Verbindung bestimmen. Ein gestörter Kraftfluss kann ebenfalls erhöhte Zug- und Biegespannungen ergeben. Beispiele für solche Holz-Holz-Verbindungen sind Zapfen, Versätze oder Blattverbindungen.

Tabelle 2.1 zeigt eine Übersicht zu den wichtigsten Zapfenverbindungen und Versätzen, wobei die maßgeblichen Versagensformen der einzelnen Verbindungen den typischen Versagensarten des Holzes zugeordnet wurden. Beide Verbindungstypen unterscheiden sich in erster Linie durch die Art der Einwirkung. Zapfenverbindungen werden vorwiegend durch Querkräfte beansprucht. Sollen hohe Normalkräfte aus einer geneigten Strebe in einen Gurt oder in eine Schwelle eingeleitet werden, eignet sich hier eher der abgestirnte Zapfen oder Verbindungen mit Versätzen. Bei diesen Verbindungen werden die Druckkräfte meist in einem Winkel zur Holzfasern übertragen, was hohe Anschlusskräfte ermöglicht. Zusätzlich entsteht eine Schubbeanspruchung im Holz in Modus II, welche den Tragwiderstand der Verbindung herabsetzen kann.

Die meisten der dokumentierten Verbindungstypen wurden bereits umfassend experimentell untersucht und die Versagensformen wurden in Abhängigkeit von den geometrischen Abmessungen kategorisiert. Ausgeklinkte Trägerauflager sind daher bereits normativ geregelt, wobei sich das Versagen über einen fiktiven Schubspannungsnachweis beschreiben lässt. Eine andere Lösung bieten empirische Bemessungsgleichungen, welche auf Grundlage experimenteller Untersuchungen hergeleitet wurden. Diese sind auf die Verbindungen von liegenden Zapfen und Stirnversätzen wie in EC5/NA anwendbar. Andere Verbindungen, wie der Schwalbenschwanzzapfen, sind in allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (abZ)

geregelt. In Zulassungen werden oftmals allgemeine Bemessungsgrundlagen angepasst, empirische Nachweisformate vorgeschlagen oder konkrete Werte für die Tragfähigkeit für bestimmte Geometrien und Materialien auf der Grundlage von experimentellen Untersuchungen definiert.

Die Auseinandersetzung mit den einzelnen Verbindungstypen und insbesondere den formschlüssigen Holz-Holz-Verbindungen in Tabelle 2.1 konnte eindrücklich zeigen, dass die Versagensformen der Verbindungen den sieben Versagensformen des Holzes zugeordnet werden kann. Eine besondere Rolle spielen dabei immer die bruchmechanischen Versagensformen.

Die bruchmechanischen Versagensformen werden bisher oftmals nur über empirische Bemessungsmodelle abgedeckt. Hierbei müssen die geometrischen und materialspezifischen Randbedingungen, welche der Herleitung zugrunde liegen, auch bei der Anwendung eingehalten werden. Die vorliegende Arbeit wird sich vor allem mit dem kombinierten Versagen in Bruchmodus I und II befassen, welches im Wesentlichen für die Zapfenverbindungen maßgebend ist.

Tabelle 2.1: Versagensformen von ausgewählten Holz-Holz-Verbindungen mit Bezug zur Bruchmechanik

Darstellung									
Bezeichnung	Ausklinkung (liegender) Zapfen	Ausklinkung (liegender) Zapfen	Schwalbenschwanzzapfen	stehender Zapfen	abgestimmter Zapfen	Stirnversatz	Stirnversatz	Treppenversatz	Treppenversatz
Gruppe	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span>←</span> <span>Zapfenverbindungen</span> <span>→</span> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 10px;"> <span>←</span> <span>Versätze</span> <span>→</span> </div>								
Einwirkung	V	V	V	V	N	N	N	N	N
Versagensformen	①	①	①	①	①	①	①	①	①
Modus I	①	①	①	①	①	①	①	①	①
Modus II	①	①	①	①	①	①	①	①	①
Modus III				①	①	①	①	①	①
Experimentelle Untersuchungen	[Möhl78] [Ribe91] [Gust88] [Smit93] [Fran08] [Jock15]	[Sche85] [Hink88]	[Diet05] [Tamm08] [Tamm16] [Hoch00] [Blaß18]		[Koch11]	[Heim89] [Görl91] [Pari00] [Feio05]	[Heim89] [Görl91] [Pari00] [Feio05]	[Ende15]	[Ende15]
Bemessungsmodell	EC5	EC5/NA	[Z-9 1-649]		[Koch11]	EC5/NA	EC5/NA		[Ende15]

## 2.2 Verbindungen mit Ausklinkungen

### 2.2.1 Ausgeklinte Trägerauflager

Ein Träger kann am Ende ausgeklint sein, um eine Höhendifferenz auszugleichen. Hierdurch entsteht eine geometrische Diskontinuität. Durch die Querschnittsänderung entstehen Querzug- und Schubkräfte mit Spannungsspitzen im Kerbbereich. Risse entstehen dort, wo die Querzugfestigkeit des Holzes überschritten wird. Maßgeblich für die Größe von Querzug- und Schubspannungen in der Rissebene sind die Höhe des Restquerschnitts  $h_{\text{ef}}$  über dem Auflager und der Abstand der Lasteinleitung zur Ausklinkung  $x$  (siehe Abb. 2.5).

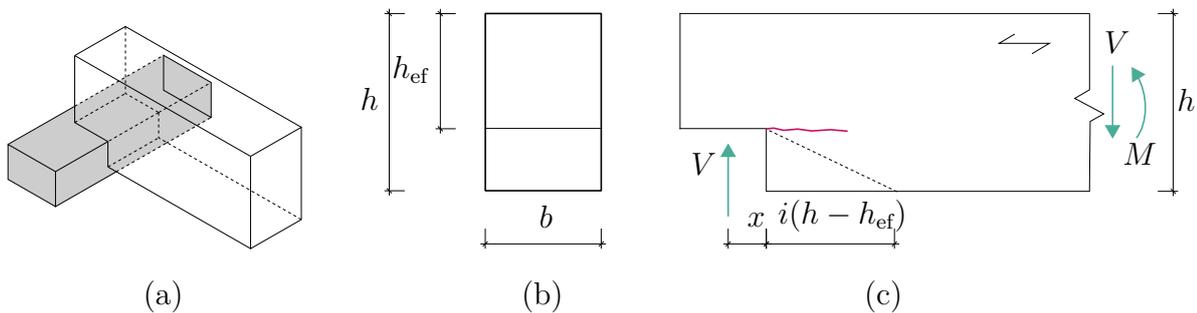


Abbildung 2.5: Ausklinkung (a) Isometrie, (b) Querschnitt und (c) Seitenansicht mit Einwirkungen, geometrischen Abmessungen und Riss mit Darstellung einer möglichen Voute (Strichlinie)

Im Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1] wird der Schubnachweis im Restquerschnitt geführt. Dabei wird der Einfluss der Querzugspannungen durch eine Abminderung der Schubfestigkeit berücksichtigt.

$$\tau_{v,d} = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_{\text{ef}}} \leq f_{v,d} \cdot k_v \quad (2.1)$$

mit  $f_{v,d}$  Bemessungswert der Schubfestigkeit  
 $k_v$  Abminderungsbeiwert  
 $\tau_{v,d}$  Bemessungswert der Schubspannung im Restquerschnitt

Der Abminderungsfaktor  $k_v$  ist von der Ausklinkungshöhe, der Ausklinkungslänge und den Einflüssen einer möglichen Abschrägung abhängig. Die geometrischen Parameter werden im Verhältnis zur Querschnittshöhe  $h$  angegeben.

$$k_v = \min \left\{ \frac{1}{k_n \cdot \left( 1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}, \frac{1}{\sqrt{h} \cdot \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right\} \quad (2.2)$$

mit	$k_n$	Proportionalitätsfaktor
	$i$	Neigung der Ausklinkung
	$h$	Höhe des Querschnitts
	$h_{ef}$	Höhe des Restquerschnitts
	$x$	Abstand der Wirkungslinie der Auflagerkraft zum Einschnitt
	$\alpha = \frac{h_{ef}}{h}$	Ausklinkungsverhältnis

Die Formulierung des Abminderungsbeiwerts  $k_v$  beruht auf der Anwendung der Bruchmechanik nach GUSTAFSSON [Gust88]. Durch die Umformung in einen Schubspannungsnachweis wurden, wie in LARSEN ET AL. [Lars92] beschrieben, die Materialparameter E-Modul, Schubfestigkeit und Bruchenergie in Modus I zu einem Materialbeiwert  $k_n$  zusammengefasst.

Den Stand des Wissens bereiteten JOCKWER ET AL. [Jock13] auf und stellten die veröffentlichten experimentellen Untersuchungen sowie die unterschiedlichen Ansätze der internationalen Normung zusammen. Es existieren eine Vielzahl unterschiedlicher Berechnungsansätze von ausgeklinkten Auflagern, welche im Kern stets eine Abminderung der Schubtragfähigkeit des Restquerschnitts fordern. Es existiert kein Ansatz der direkt Ausnutzung der Querkzug- und Schubspannungen in der Rissebene betrachtet. In manchen Ländern werden zudem enge Grenzen für die geometrische Ausführung genannt. Im kanadischen Standard [CSA 086] wird  $\alpha \geq 0,75$  verlangt, in der [AITC-TN-19] für Brettschichtholz in den USA werden  $\alpha \geq 0,90$  und  $h - h_{ef} \leq 76,2$  mm gefordert.

Nach den Untersuchungen von JOCKWER ET AL. [Jock13] wurden experimentelle Versuche entweder durchgeführt um das Tragverhalten empirisch zu beschreiben oder um theoretisch hergeleitete Bemessungsmodelle zu validieren.

Ein umfassender direkter Vergleich von Bruchlasten und rechnerischem Widerstand der Bemessungsmodelle ist auf Grund der unterschiedlichen Holzarten und den nicht voll-

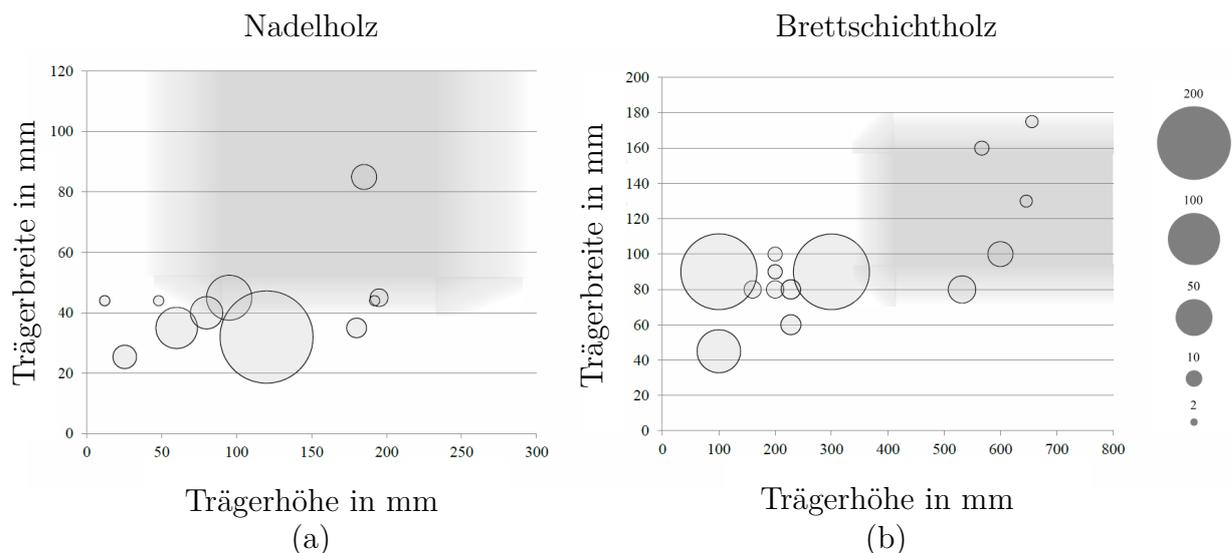


Abbildung 2.6: Umfang experimenteller Untersuchungen an Trägern aus (a) Nadelholz und (b) Brettschichtholz. Die für den baupraktischen Bereich relevanten Abmessungen sind grau hinterlegt, aus [Jock15]

ständig dokumentierten Festigkeitskennwerten nur schwer möglich. Die Auswertung der untersuchten Bauteilabmessung in Abbildung 2.6 zeigt den relativ großen Umfang an Untersuchungen mit kleinen Bauteilabmessungen, welche allerdings nur wenig baupraktische Relevanz haben. Es wurden nur wenige heute übliche Trägerabmessungen aus Nadelholz (NH) oder Brettschichtholz (BSH) untersucht. Dies ist als kritisch zu betrachten, da die spezifische Bruchenergie  $G_c^I$  des Holzes in Modus I eine sehr große Streuung zeigt und Maßstabeffekte durch die Verteilung der Holzmerkmale über den Querschnitt eine Rolle spielen.

Die experimentellen und rechnerischen Untersuchungen von FRANKE [Fran08] an ausgeklinkten Trägern zeigen zudem eine Unsicherheit des Bemessungsmodells nach Eurocode 5, da die Kombination von Schub- und Querkzugspannungen in Modus I und Modus II im Ansatz von GUSTAFSSON [Gust88] unberücksichtigt bleibt. Hinzu kommt die Gefahr einer Rissentstehung durch Querkzugspannungen infolge Schwinden (GUSTAFSSON ET AL. [Gust88]).

Im Allgemeinen zeigen die Untersuchungen, dass die Einflüsse auf das Tragverhalten von Ausklinkungen bekannt sind und der bruchmechanische Ansatz eine angemessene Berechnungsmethode darstellt, die in Form des Eurocode 5 jedoch nicht das tatsächliche Versagen des Holzes abbildet. Zudem führen die hohe Streuung der Materialeigenschaften und die Einflüsse aus Quellen und Schwinden möglicherweise zur Überschätzung der Tragfähigkeit. Ein Beitrag zur Anpassung des bestehenden Bemessungskonzepts unter Berücksichtigung einer Zuverlässigkeitsanalyse wurde von Jockwer et al. [Jock11] durchgeführt. Das Ergebnis sind reduzierte Werte für die Proportionalitätskonstante  $k_n$  zur Berücksichtigung der Modellunsicherheit und der Materialstreuung.

### 2.2.2 Verstärkung von ausgeklinkten Trägerauflagern

Zur Erhöhung der Tragfähigkeit und der Redundanz eines ausgeklinkten Trägerauflagers ermöglicht das nationale Anwendungsdokument des Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1NA]

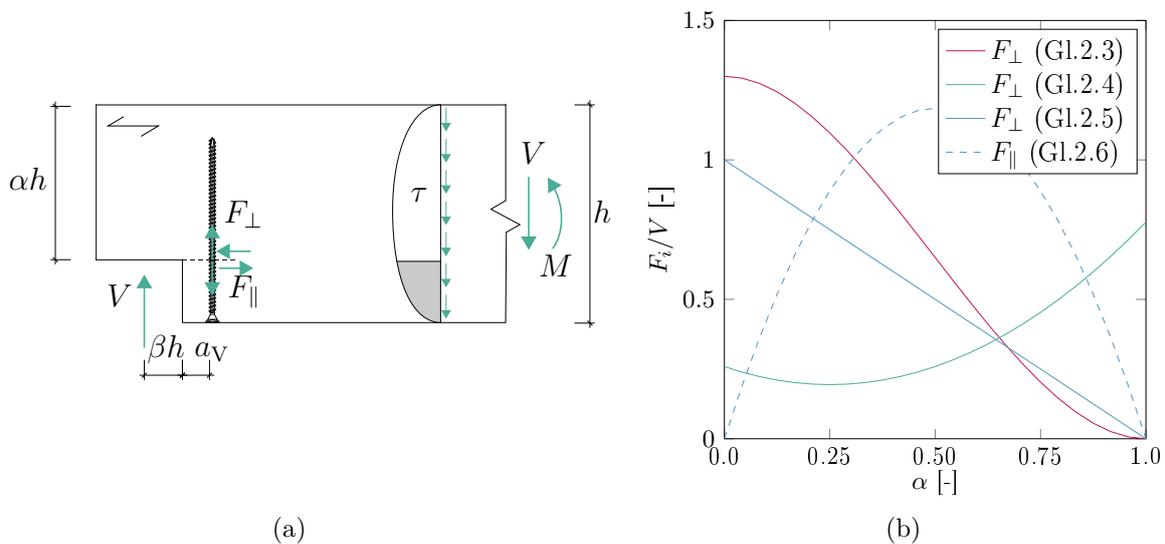


Abbildung 2.7: Ausgeklinktes Trägerauflager (a) System mit Einwirkungen und (b) Verlauf der resultierenden Kräfte in Abhängigkeit von der Ausklinkungshöhe

die Bemessung einer Verstärkung der potentiellen Rissebene. Über die Gl. (2.3) kann die Kraft bestimmt werden, welche senkrecht zur Holzfaser wirkt und in die die Verstärkung eingeleitet wird.

$$F_{\perp} = 1,3 \cdot V \cdot [3 \cdot (1 - \alpha)^2 - 2 \cdot (1 - \alpha)^3] \quad (2.3)$$

Eine Verstärkung kann durch eingeklebte Gewindestangen oder eingeschraubte Vollgewindeschrauben (innere Verstärkung) oder aufgeklebte Holzwerkstoffplatten (äußere Verstärkung) realisiert werden. Die Bemessungsgleichung wurde von HENRICI [Henr84] hergeleitet und bestimmt über das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  den Anteil der Querkraft, welche vom Querschnitt unterhalb des Risses in den darüber liegenden Querschnitt übertragen werden muss. Der Einfluss der Anisotropie des Holzes, sowie die Ausklinkungslänge ( $\beta h$ ) werden über den Vorfaktor 1,3 pauschal berücksichtigt.

Da vor allem Vollgewindeschrauben eine einfache Möglichkeit darstellen, die Rissebene von ausgeklinkten Trägerauflagern zu verstärken, wurden die tatsächliche Einwirkungen auf das Verstärkungselement genauer untersucht. Anlass für die Untersuchungen sind die geringe Steifigkeit und der geringe Tragwiderstand der Vollgewindeschraube auf Abscheren. FOLIEN ET AL. [Foli92] entwickelten durch die Auswertung der Spannungen nach der „fillet hoop stress“ Methode im Bereich des Endes der Ausklinkung eine Berechnungsgleichung für die resultierenden Kräfte senkrecht zur Rissebene, wobei davon ausgegangen wurde, dass die Schubkräfte  $F_v$  über den noch intakten Querschnitt übertragen werden. Die Ausklinkungslänge wird hierbei über das Verhältnis  $\beta$  berücksichtigt.

$$F_{\perp} = [3 \cdot (1 - \alpha) - 6(1 - \alpha)^2 + 4(1 - \alpha)^3] \cdot \frac{1}{1,12(1 - \alpha)} \beta V \quad (2.4)$$

Für Verstärkungen mit Vollgewindeschrauben untersuchte JOCKWER [Jock15] die resultierenden Kräfte parallel ( $F_{\parallel}$ ) und senkrecht ( $F_{\perp}$ ) zur Rissebene. Für den Fall eines unendlich steifen Verbindungsmittels ergibt sich die Kraft orthogonal zur Rissebene zu

$$F_{\perp} = V(1 - \alpha) \quad (2.5)$$

und die Schubkraft parallel zur Rissebene zu

$$F_{\parallel} = 3V(\alpha - \alpha^2)(2\beta + 1), \quad (2.6)$$

wobei bei Berücksichtigung der tatsächlichen Nachgiebigkeit des Bewehrungselements diese Kräfte wesentlich geringer ausfallen. Die Berechnungsergebnisse in Abhängigkeit von der Ausklinkungshöhe  $\alpha$  nach den Gleichungen (2.3) bis (2.6) sind in Abb. 2.7b dargestellt. Es zeigt sich, dass die einzelnen Berechnungsmethoden zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen führen, welche stark von dem Ausklinkungsverhältnis abhängig sind.

Sollte das Verbindungsmittel in einem Winkel  $\Theta$  zur Faserrichtung eingeschraubt werden, lassen sich die einwirkenden Kräfte in Achsrichtung und orthogonal dazu transformieren.

### 2.2.3 Zapfenverbindungen

Zu den wichtigsten formschlüssigen Kontaktverbindungen im Holzbau gehören die Zapfenverbindungen. Die Verbindungen bestehen aus Zapfen, welche am Balkenaufleger herausgeformt werden und Zapfenlöcher, in welche die Zapfen einbinden. Zapfenverbindungen können dadurch Querkräfte in zwei Richtungen sowie Druckkräfte übertragen. Zapfen übertragen planmäßig Querkräfte vom Riegel zur Stütze oder von Nebenträgern zu Hauptträgern von Holzkonstruktionen. Wenn vor allem Druckkräfte rechtwinklig zwischen zwei Bauteilen über die Zapfenbrust übertragen werden sollen, wird der Zapfen in der Regeln nur zur Lagesicherung genutzt. Durch einen abgestirnten Zapfen können Druckkräfte in einem Winkel zwischen zwei Bauteile übertragen werden. Abgestirnte Zapfen, sowie seitlich abgesetzte Zapfen versagen auf Querdruck oder durch Rollschubversagen zwischen der mittleren und den seitlichen Lamellen (vgl. KOCH [Koch11]). Die folgenden Untersuchungen beschäftigen sich mit planmäßig durch Querkraft beanspruchten Zapfen zwischen Haupt- und Nebenträgern, welche ober- und unterhalb des Zapfens ausgeklinkt sind. Diese Zapfen werden als liegende Zapfen bezeichnet.

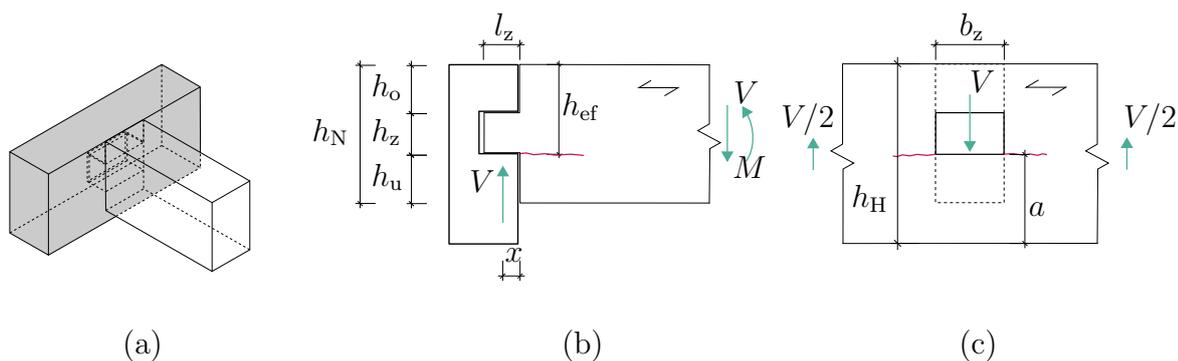


Abbildung 2.8: Liegende Zapfenverbindung nach EC5/NA (a) Isometrie mit Haupt- und Nebenträger, (b) Längsschnitt am Nebenträger und (c) Ansicht des Zapfenlochs im Hauptträger

#### Versagensformen und normative Regelungen

Die liegende Zapfenverbindung zwischen Haupt- und Nebenträger kann am Zapfen oder am Zapfenloch aufgrund von Rissentwicklung parallel zur Faser versagen. Bei unten liegenden Zapfen oder im unteren Bereich eines Ausschnitts angeordneten Zapfen kann ein Querdruckversagen in der Kontaktfläche möglich werden, oder der Restquerschnitt kann durch die Schubbeanspruchung versagen. Bei Zapfen geringer Höhe kann ein vorzeitiges Biegeversagen an der Einspannstelle des Zapfens auftreten (siehe Abb. 2.9).

Auf der Seite des Zapfenlochs im Hauptträger wirkt die Lasteinleitung durch den Zapfen wie ein Queranschluss. In Abhängigkeit von der Trägerhöhe  $h_H$  und vom Abstand zum unteren Trägerrand  $a$  kann es zur Rissentwicklung auf der Höhe der Krafteinleitung, wie in Abbildung 2.8c dargestellt, kommen. Liegende Zapfen werden im nationalen Anhang des Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1NA] normativ geregelt. Die Tragfähigkeit der Verbindung wird dort durch einen modifizierten Nachweis der Schubtragfähigkeit, der Querdrucktrag-

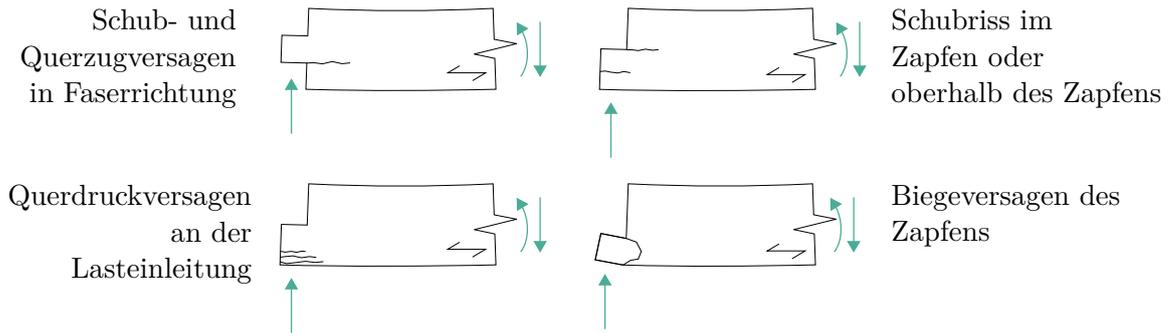


Abbildung 2.9: Versagensformen von Zapfenverbindungen aus experimentellen Untersuchungen von SCHELLING & HINKES [Sche85]

fähigkeit bzw. der Tragfähigkeit des Zapfenlochs als Queranschluss bestimmt.

$$V_{\text{Rk}} = \min \begin{cases} 1,7 \cdot b \cdot l_{z,\text{ef}} \cdot f_{c,90,\text{k}} \\ \frac{2}{3} \cdot b_{\text{ef}} \cdot h_{\text{ef}} \cdot k_z \cdot k_v \cdot f_{v,\text{k}} \\ \left(6,5 + \frac{18 \cdot a^2}{h_H^2}\right) \cdot (l_z \cdot h_H) \cdot f_{t,90,\text{k}} \end{cases} \quad (2.7)$$

mit	$b$	Breite des Zapfens
	$b_{\text{ef}}$	Effektive Breite des Zapfens nach [DIN EN 1995-1-1NA]
	$l_z$	Länge des Zapfens
	$l_{z,\text{ef}}$	Wirksame Querdruck beanspruchte Länge in Faserrichtung
		$l_{z,\text{ef}} = \min \begin{cases} l_z + 30 \text{ mm} \\ 2 \cdot l_z \end{cases}$
	$a$	Einbindehöhe des Zapfenlochs im Hauptträger
	$h_H$	Höhe des Hauptträgers
	$h_N$	Höhe des Nebträgers
	$f_{v,\text{k}}$	charakteristischer Wert der Schubfestigkeit
	$f_{c,90,\text{k}}$	charakteristischer Wert der Querdruckfestigkeit
	$f_{t,90,\text{k}}$	charakteristischer Wert der Querkzugfestigkeit

Der Abminderungsfaktor  $k_z$ , welcher die Zapfengeometrie berücksichtigt, wurde aus der [DIN 1052] übernommen und zu

$$k_z = \gamma \cdot \left(1 + 2(1 - \gamma)^2\right) \cdot (2 - \alpha) \quad (2.8)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{h_{\text{ef}}}{h} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{h_z}{h_{\text{ef}}}$$

bestimmt. Es ist möglich, dass  $k_z$  den Wert 1,0 überschreitet und somit die Zapfentragfähigkeit überschätzt wird. Folgende geometrische Randbedingungen der Zapfengeometrie, die den Umfang der empirischen Untersuchungen abbilden, schränken die Anwendung der Gl. (2.7) ein:

$$15 \text{ mm} \leq l_z \leq 60 \text{ mm}$$

$$1,5 \leq h/b \leq 2,5$$

$$h_o \geq h_u$$

$$h_u/h \leq 1/3$$

$$h_z \geq h/6$$

Abbildung 2.10 zeigt  $k_z$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\gamma$ . Die drei konstruktiven Einschränkungen, welche sich durch  $\alpha$  und  $\gamma$  ausdrücken lassen, sind als Linien in dem Diagramm hinterlegt. Der auf der rechten Seite von allen Linien eingeschlossene Bereich ist der mögliche Anwendungsbereich für Zapfenverbindungen nach Gl. (2.7). Der tatsächliche Anwendungsbereich für Zapfenverbindungen wird hierdurch stark eingeschränkt. Die Abbildung zeigt, dass unter Berücksichtigung der konstruktiven Bedingungen der Abminderungsfaktor stets zu  $k_z \leq 1$  bestimmt wird. Eine Anwendung dieses Berechnungsverfahrens auf abweichende Zapfengeometrien schließt sich somit aus.

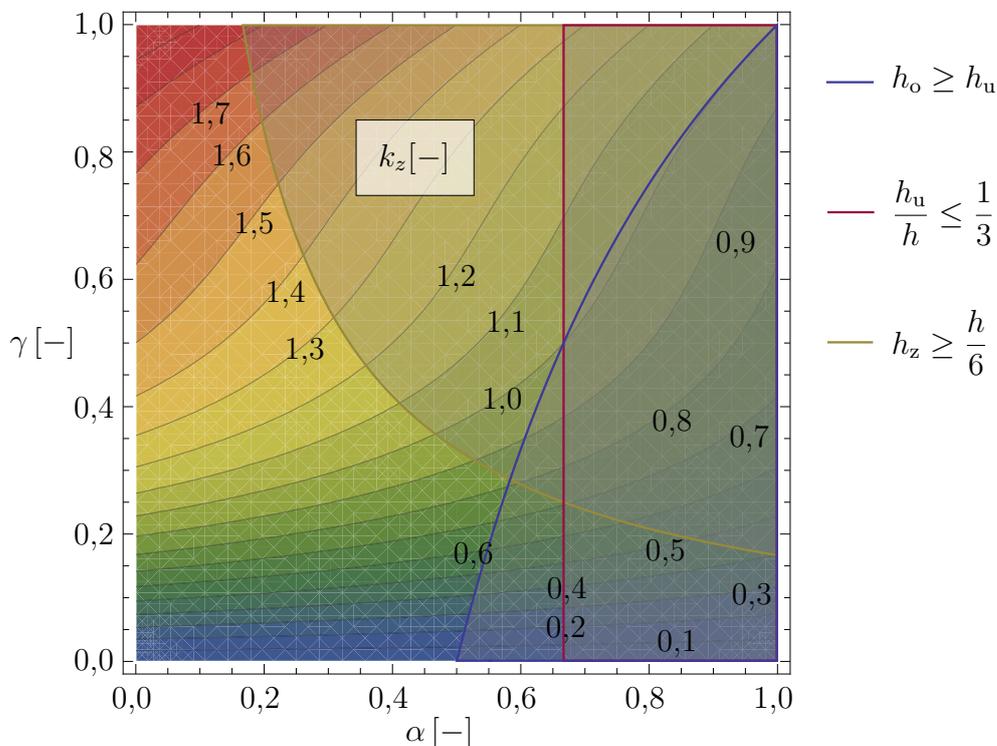


Abbildung 2.10: Grafische Auswertung des Beiwerts  $k_z$ .

## Experimentelle Untersuchungen

Die Grundlage für die Entwicklung eines Bemessungsansatzes für den liegenden Querkraft beanspruchten Zapfen lieferten die Untersuchungen von SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88]. Es wurden mittige Zapfen und unten liegende Zapfen sowie mittig angeordnete Zapfenlöcher experimentell untersucht. Die Prüfkörper bestanden aus Nadelvollholz der Güteklasse II und wurden sägefrisch abgebunden. Die Hauptserie bestand aus 165 Prüfkörpern mit mittigen Zapfen unterschiedlicher Zapfenhöhe, welche teils sägefrisch (F), teils getrocknet (T) getestet wurden (vgl. Tabelle A.3 im Anhang A). Neben den Hauptserien wurden Sonderserien mit geringerer Stückzahl untersucht, wobei die Lage der Zapfen, die Trägerlänge und der Einfluss einer Dauerlast betrachtet wurden. Zusätzlich wurde in einer Serie mit 56 Prüfkörpern das Verhalten von unten liegenden Zapfen untersucht. Ergänzend führte HINKES [Hink88] drei Versuchsserien mit zusätzlich 133 Tests durch, um den Einfluss von kleinen Zapfenhöhen ( $h_z \leq h/3$ ) herauszuarbeiten.

Die Auswertung der Versuchsergebnisse zeigt, dass bei mittigen Zapfen ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der Versagenslast und der Zapfenhöhe besteht. Die Tragfähigkeit des Zapfenlochs ist dann bei gleicher Querschnittshöhe des Hauptträgers tendenziell größer als die Tragfähigkeit des Zapfens. Bei unten liegenden Zapfen mit konstantem Verhältnis zwischen Zapfenhöhe  $h_z$  und Querschnittshöhe  $h$  wurde ein linearer Zusammenhang zwischen Zapfenquerschnitt und der Bruchlast gefunden. Die Tragfähigkeit – bezogen auf den Zapfenquerschnitt – nimmt mit kleinerem Verhältnis  $h_z/h$  jedoch zu. Es konnte zudem gezeigt werden, dass die Trägerlänge keinen messbaren Einfluss auf die Zapfenbruchlast hat. Da der Vorschlag von MÖHLER & MISTLER [Möhl79] in [DIN 1052] für die Bemessung von Ausklinkungen nicht auf alle Geometrien von Zapfen anwendbar ist, stellte SCHELLING in HEIMESHOF ET AL. [Heim88] einen eigenen Vorschlag für die Bemessung von Zapfenverbindungen vor. Schelling entwickelte eine allgemein anwendbare Bemessungsgleichung für die zulässige Querkraft  $Q$  nach dem damals gültigen Bemessungskonzept auf Grundlage der zulässigen Schubspannungen  $zul\tau_Q$ :

$$Q = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h_z \cdot k_{v,[Heim88]} \cdot zul\tau_Q \quad (2.9)$$

mit

$$k_{v,[Heim88]} = k_{A,[Heim88]} \cdot k_{Z,[Heim88]} \cdot k_{U,[Heim88]} \quad (2.10)$$

und

$$k_{A,[Heim88]} = 1 - 2,8 \cdot \frac{h_u}{h_z} \quad (2.11)$$

$$k_{Z,[Heim88]} = 1 + 2 \cdot \left(\frac{h_o}{h_{ef}}\right)^2 = 1 + 2 \cdot (1 - \gamma)^2 \quad (2.12)$$

$$k_{U,[Heim88]} = 1 + \frac{h_u}{h} = (2 - \alpha) \quad (2.13)$$

Drückt man die Beiwerte  $k_{Z,[Heim88]}$  und  $k_{U,[Heim88]}$  durch  $\alpha$  und  $\gamma$  aus, zeigt sich, dass diese Formulierungen direkt in den Ausdruck für  $k_z$  nach Gleichung (2.8) in den nationalen Anhang des Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1] übernommen wurden. Der Vorfaktor  $\gamma$  wird

genutzt, um die Ausklinkungshöhe  $h_{ef}$  nach Gleichung (2.7) auf die Zapfenhöhe  $h_z$  zu beziehen.

Im nationalen Anhang des Eurocode 5 wird für die Bemessung nach Gl. (2.7) der Abminderungsbeiwert  $k_v$  mit dem Faktor  $k_z$  multipliziert. Hierdurch wird das Bemessungskonzept für ausgeklinkte Trägereauflager auf der Basis der Bruchmechanik mit den empirisch hergeleiteten Bemessungsgleichungen für Zapfenverbindungen gemischt. Ein Vergleich experimenteller Bruchlasten und dem charakteristischen Bemessungswiderstand nach Gl. (2.7) durch BLASS ET AL. [Blaß04a] zeigte eine unzureichende Sicherheit des Bemessungskonzepts auf. Durch die Reduzierung der Zapfenbreite auf die effektive Breite  $b_{ef}$  über den Beiwert  $k_{cr}$  in [DIN EN 1995-1-1NA] wurde das Sicherheitsniveau wieder erreicht. Die Schubfestigkeit von Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C24 wird hierbei um umgerechnet 50% abgemindert.

Durch die Zusammenführung der beiden Bemessungskonzepte besteht für unten liegende Zapfen ein Konflikt, da diese im Eurocode 5 bereits durch „an der Gegenseite des Auflagers für ausgeklinkte Biegestäbe“ abgedeckt sind. Hierbei wird Faktor  $k_v = 1,0$  empfohlen, da es nicht zu Quersugrissen kommen kann.

Eine Gegenüberstellung der charakteristischen Werte aus experimentell ermittelten Bruchlasten mit dem Bemessungsmodell nach Gl. (2.7) ist in Anhang C.3 dargestellt.

Schwalbenschwanzzapfen stellen eine Weiterentwicklung des Zapfens dar und werden mithilfe von CNC-Maschinen abgebunden. Sie erfahren derzeit durch die Verbreitung der CNC-Technik und aufgrund der einfachen Montage eine zunehmende Beliebtheit. Experimentelle Untersuchungen wurden auf Grundlage einer vorab festgelegten Geometrie an verschiedenen Querschnitten erstmals von KREUZINGER & SPENGLER [Kreu99], sowie von HOCHSTRATE [Hoch00] und DIETSCH [Diet05] systematisiert an Prüfkörpern aus Konstruktionsvollholz und Brettschichtholz und von BLASS & WINDECK [Blaß18] an Furnierschichtholz durchgeführt. Die Ergebnisse flossen in die allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-9.1-649 [Z-9 1-649] ein. Hierfür wurde die Bemessungsgleichung für ausgeklinkte Trägerenden nach Eurocode 5 an die Geometrie des Schwalbenschwanzzapfens angepasst. Eine weitere Formoptimierung wie bei SCHICKHOFER ET AL. [Schi14] oder TANNERT [Tann08] führte zu keiner signifikanten Steigerung der Tragfähigkeit.

Andere experimentelle Untersuchungen an Zapfenverbindungen orientieren sich meist an bestimmten, regional vorkommenden Zapfengeometrien und weisen daher nur einen geringen Stichprobenumfang auf. SHANKS & WALKER [Shan05] untersuchten beispielsweise die Rahmenwirkung einer bestimmten Struktur von Zapfenverbindungen mit Holznägeln aus frisch eingeschlagenem Eichenholz. Es zeigte sich, dass die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Struktur stark vom Formschluss bzw. Schlupf in der Verbindung abhängig ist. Ähnliche Untersuchungen zur Ermittlung des Biege­widerstands einer traditionellen japanischen Nuki-Verbindung wurden von CHANG ET AL. [Chan06] durchgeführt. Die Berücksichtigung eines Spaltes führte zu einer Verringerung der Tragfähigkeit mit einem komplexen Last-Verformungsverhalten. Bei der Untersuchung einer speziellen Zapfenverbindung für Schleusentore aus Azobé mit der Festigkeitsklasse D70 wurde von VAN DER KUILEN ET AL. [Kuil14] die Bemessungsgleichung für Ausklinkungen des Eurocode 5 angewandt. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen an dieser besonderen Struktur zeigten, dass eine Modifizierung des Ansatzes nötig ist. Einerseits, um die Materialeigenschaften im Faktor  $k_n$  richtig auszudrücken und andererseits, um die Schwächung des Querschnitts oberhalb des Zapfens zu berücksichtigen.

Eine Verallgemeinerung dieser beispielhaft zusammengetragenen Versuchsergebnisse ist oft

nicht möglich, da die Bandbreite der untersuchten Materialien und die Versuchsaufbauten sehr vielfältig ist.

Die Ergebnisse aus der Literaturrecherche können in folgenden Stichpunkten zusammengefasst werden:

- Die systematischen Untersuchungen aus der Literatur bilden bisher nicht alle möglichen und sinnvollen Zapfengeometrien und Querschnitte ab.
- Zapfenverbindungen werden bisher nur im deutschen nationalen Anwendungsdokument des Eurocode 5 normativ geregelt.
- Die Bemessung von Zapfen erfolgt auf Grundlage der Ausklinkung mit Hilfe eines zusätzlichen Bemessungsbeiwertes  $k_z$ .
- Der Beiwert  $k_z$  steht im Gegensatz zu  $k_v$  (gemäß EC5) nicht im Bezug zum bruchmechanischen Konzept. Zudem gibt es Unstimmigkeiten zwischen der Bemessung unten liegender Zapfen und oben ausgeklinkten Trägerenden, da es hierfür zwei verschiedene Berechnungsansätze gibt.
- Durch die Bemessung von Zapfen nach EC5/NA wird das tatsächliche Versagen – die Rissentwicklung unterhalb des Zapfens – nicht abgebildet. Außerdem werden nicht alle auftretenden Versagensformen erfasst.

Vor diesem Hintergrund sollen in dieser Arbeit die maßgebenden Einflussfaktoren auf die Bruchlast von Zapfenverbindungen ermittelt werden, um ein Bemessungsmodell für Zapfenverbindungen auf mechanischen Grundlagen zu entwickeln. Das Bemessungsmodell soll die relevante Versagensform abbilden und auf neuartige Zapfengeometrien anwendbar sein.

Als Grundlage und Vergleich für die folgenden Untersuchungen dienen neben den eigenen experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 5 die oben vorgestellten experimentellen Versuchsergebnisse an Zapfenverbindungen von SCHELLING [Sche85] und HINKES [Hink88].



## 3 Beschreibung von Materialeigenschaften

Experimentell ermittelte Bruchlasten von Bauteilen zeigen, besonders bei einem natürlichen Ausgangsmaterial wie Holz, eine große Streuung innerhalb von Stichproben mit identischen geometrischen Randbedingungen im Versuchsaufbau. Grund für die Streuung sind die Wuchsmerkmale des Holzes, wie Faserrichtung, Jahringlage, Jahringbreite, Rohdichte oder die Anordnung von Ästen. Die Festigkeiten von Holz und Holzwerkstoffen werden anhand von standardisierten Versuchen unter Angabe der Varianz ermittelt.

In diesem Kapitel werden die statistischen Grundlagen für die Auswertung dieser Versuche kurz erläutert und die wichtigsten Materialeigenschaften in Zusammenhang mit der Modellierung des Bruchverhaltens von Holz-Holz-Kontaktverbindungen angegeben. Es wird ein Verfahren vorgestellt, welches es ermöglicht, eine Aussage über die Qualität eines Bemessungsmodells in Abhängigkeit der Streuung der experimentellen Bruchlasten und der Modellparameter zu machen.

### 3.1 Statistische Grundlagen

Eine experimentelle Versuchsserie ist eine Stichprobe innerhalb einer Grundgesamtheit, welche stets nur unvollständig beschrieben werden kann. Der Mittelwert der Grundgesamtheit wird mit  $\mu$  und die Standardabweichung mit  $\sigma$  bezeichnet. Eine Stichprobe hat den Stichprobenumfang  $n$  und besteht aus Zufallsvariablen  $x$ , welche über einen Bereich (Spannweite) verteilt sind. Der Mittelwert kann am einfachsten über das arithmetische Mittel zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

beschrieben werden. Die Streuung der Stichprobe um den Mittelwert  $\bar{x}$  wird mit der Standardabweichung  $s_x$  beschrieben.

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.2)$$

Beim Vergleich von unterschiedlichen Stichproben mit abweichenden Randbedingungen kann die Streuung im Bezug zum Mittelwert durch den Variationskoeffizient  $V(x)$  oder auch COV (coefficient of variation) nach Gl. (3.3) ausgedrückt werden.

$$\text{COV} = V(x) = \frac{s_x}{\bar{x}} (\cdot 100\%) \quad (3.3)$$

### 3.1.1 Normalverteilung

Stichproben mit den Einzelwerten  $x$  lassen sich über die Häufigkeitsfunktion  $f(x)$  oder die Verteilungsfunktion  $F(x)$  beschreiben. Die Häufigkeitsfunktion der Grundgesamtheit der (Gaußschen) Normalverteilung hat die Form einer Glockenkurve mit dem Maximalwert  $\mu_x$ . Die Standardabweichung  $\sigma_x$  markiert den oberen und unteren Wendepunkt der Verteilungsfunktion, welche durch diese beiden Eigenschaften eindeutig definiert ist.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (3.4)$$

Die Häufigkeitsfunktion ist damit symmetrisch und besitzt keinen unteren oder oberen Grenzwert. Die Fläche unter der Häufigkeitsfunktion ist immer 1 bzw. 100%. Das heißt, dass das Maximum mit kleinerer Standardabweichung steigt. Die Verteilungsfunktion ist das Integral der Häufigkeitsfunktion.

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2} dt \quad (3.5)$$

Besitzt die Normalverteilung den Erwartungswert  $\mu_x = 0$  und die Standardabweichung  $\sigma_x = 1$  handelt es sich um eine Standardnormalverteilung mit der Häufigkeitsfunktion

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.6)$$

und der Verteilungsfunktion

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (3.7)$$

Unter Verwendung der Standardnormalverteilung kann dann für die Gleichungen (3.4) und (3.5) vereinfacht

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x} \cdot \varphi \cdot \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (3.8)$$

und

$$F(x) = \Phi \cdot \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (3.9)$$

geschrieben werden.

### 3.1.2 Logarithmische Normalverteilung

Viele Eigenschaften in Natur und Technik sind im Gegensatz zur Normalverteilung nicht symmetrisch um den Mittelwert verteilt und besitzen meist einen unteren Grenzwert (z.B. 0). Die Eigenschaften können in solchen Fällen besser mit der logarithmischen

Normalverteilung beschrieben werden. Bei der logarithmischen Normalverteilung ist eine Transformation der Zufallsvariablen notwendig. Die Häufigkeits- und Verteilungsfunktionen können dann durch Einsetzen in Gleichung (3.8) und (3.9) wie folgt beschrieben werden:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot x} \cdot \varphi \cdot \left( \frac{\ln(x) - \mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (3.10)$$

$$F(x) = \Phi \cdot \left( \frac{\ln(x) - \mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (3.11)$$

Durch die Modifizierung der Gleichungen (3.10) und (3.11) kann die logarithmische Normalverteilung so vereinfacht werden, dass durch eine Verschiebung entlang der x-Achse der untere Grenzwert  $x_0$  jeden beliebigen Wert  $x$  annehmen kann. Häufigkeits- und Verteilungsfunktionen können dann in der Form

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot (x - x_0)} \cdot \varphi \cdot \left( \frac{\ln(x - x_0) - \mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (3.12)$$

und

$$F(x) = \Phi \cdot \left( \frac{\ln(x - x_0) - \mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (3.13)$$

beschrieben werden. Somit lässt sich die logarithmische Normalverteilung durch die Parameter  $x_0$ ,  $\sigma_x$  und  $\mu_x$  sehr gut an Stichprobenergebnisse anpassen, da negative Werte ausgeschlossen werden können und die Schiefe von z.B. Festigkeitsverteilungen gut abgebildet werden kann.

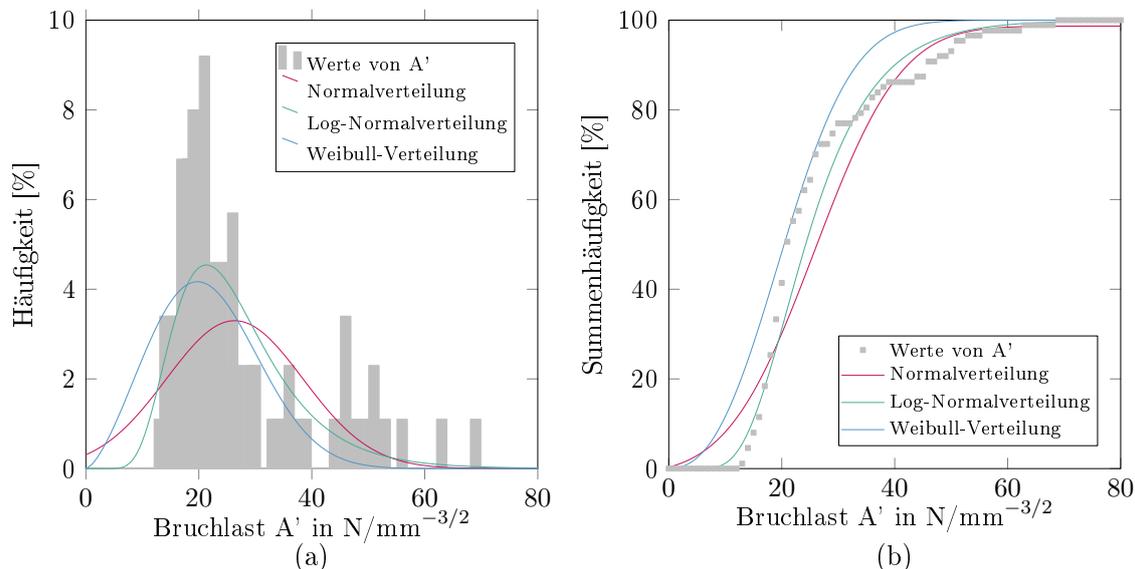


Abbildung 3.1: Anwendung unterschiedlicher Verteilungsfunktionen auf die Verteilung von Bruchlasten aus experimentellen Untersuchungen nach Tab. A.1 (Anhang A)

- (a) Häufigkeits- bzw. Dichtefunktion  
 (b) Verteilungsfunktion

### 3.1.3 Weibull-Verteilung

Zur Beschreibung der Festigkeitsverteilung von spröden Materialien unter Zugbeanspruchung entwickelte WEIBULL [Weib51] die nach ihm benannte Verteilungsfunktion. Die zugehörige Häufigkeits- und Verteilungsfunktion kann durch zwei Parameter eindeutig beschrieben werden. Durch den Formparameter  $k$  und den Skalierungsparameter  $\lambda$  lassen sich vor allem linksschiefe Verteilungen, welche oft bei spröden Materialien vorliegen, gut abbilden (vgl. Abbildung 3.1). Die Häufigkeitsfunktion wird unter Berücksichtigung des Nulldurchgangs  $x_0$  durch die Funktion

$$f(x - x_0) = \lambda \cdot k \cdot (x - x_0)^{k-1} \cdot e^{-\lambda \cdot (x-x_0)^k} \quad (3.14)$$

abgebildet, wobei die Verteilungsfunktion dann

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot (x-x_0)^k} \quad (3.15)$$

lautet. Ist der Skalenparameter konstant (z.B.  $\lambda = 1$ ) und der Formparameter klein (z.B.  $k = 0,5$ ) nähert sich die Häufigkeitsverteilung an eine logarithmische Funktion an. Für  $k > 5$  nähert sich die Verteilung einer symmetrischen Verteilung an. Die einzelnen Parameter der Weibull-Verteilung können vorab geschätzt und dann über eine Regressionsanalyse, wie in Unterabschnitt 3.1.5 erläutert, bestimmt werden.

Das Beispiel der Verteilung der Versagenslasten ausgeklinkter Trägerauflager in Abbildung 3.1a zeigt die Anwendung der unterschiedlichen Verteilungsfunktionen auf eine Stichprobe aus rund 90 Versuchen. Die Maximalwerte der Häufigkeitsverteilungen unterscheiden sich hierbei in ihrer Größe und Lage. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Funktionen werden gerade bei den Minimalwerten deutlich. Die Normalverteilung schneidet nicht den Nullpunkt und lässt somit negative Werte zu. Ein deutlicher Unterschied zwischen der logarithmischen Normalverteilung und der Weibull-Verteilung liegt in der Ermittlung der 5%-Fraktile. In diesem Beispiel zeigt die Weibull-Verteilung eine stark konservative Abbildung. Auch bei der Verteilungsfunktion (Abbildung 3.1b) zeigt sich ein früher Anstieg der Weibull-Verteilung gegenüber der logarithmischen Normalverteilung, welche in diesem Fall die experimentellen Ergebnisse am besten abbildet.

### 3.1.4 Ermittlung des charakteristischen Widerstands aus Versuchen

Im semi-probabilistischen Sicherheitskonzept werden die durch Teilsicherheitsbeiwerte abgeminderten Bauteilwiderstände den durch Teilsicherheitsbeiwerte erhöhten Einwirkungen gegenübergestellt. Da durch die unterschiedlichen Verteilungen dieser Größen die aus experimentellen Untersuchungen gewonnenen Mittelwerte allein wenig aussagekräftig sind, werden hierzu die charakteristischen Widerstände und Einwirkungen herangezogen. Ein charakteristischer Widerstand ist der 5%-Fraktilewert der Verteilungsfunktion. Das bedeutet, dass 5% der Einzelwerte der Grundgesamtheit unterhalb des charakteristischen Widerstands liegen können.

Die Berechnung der 5%-Fraktile ist bei der Normal- und logarithmischen Normalverteilung über den Mittelwert und den Variationskoeffizienten einer Stichprobe möglich. Hierbei ist es von Bedeutung, ob der Variationskoeffizient der Grundgesamtheit bekannt ist oder nicht. Im Anhang D des Eurocode 0 [DIN EN 1990] und auch in EN 14358 [DIN EN

Tabelle 3.1: Fraktilefaktoren  $k_n$  zur Ermittlung von Fraktilwerten aus Stichproben

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
5%-Fraktilewerte	$k_{(n),k}$	nach [DIN EN 1990]									
$V(x)$ bekannt	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
$V(x)$ unbekannt	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64
5%-Fraktilewerte	$k_{(n),k}$	nach [DIN EN 14358]									
$\alpha = 0,75$	-	-	3,15	2,71	2,46	2,34	2,18	2,09	1,93	1,87	1,64
Bemessungswerte	$k_{(n),d}$	nach [DIN EN 1990]									
$V(x)$ unbekannt	-	-	-	11,4	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,04

14358] werden Verfahren zur Bestimmung des charakteristischen Wertes vorgestellt. Unter Annahme der Normalverteilung lässt sich die 5%-Fraktile zu

$$X_k = \bar{x} \cdot (1 - k_{(n),k} \cdot V(x)), \quad (3.16)$$

sowie bei einer logarithmischen Normalverteilung zu

$$X_{k,\log} = \exp(\bar{x}_{\log} - k_{(n),k} \cdot s_{x_{\log}}) \quad (3.17)$$

mit

$$\bar{x}_{\log} = \frac{1}{n} \sum \ln(x_i) \quad (3.18)$$

und

$$s_{x_{\log}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x}_{\log})^2} \quad (3.19)$$

ermitteln.

Der Faktor  $k_{(n),k}$  aus [DIN EN 1990] ist in Tabelle 3.1 in Abhängigkeit eines bekannten bzw. unbekanntes Streuungsmaßes  $V(x)$  tabelliert. Nach einer Anmerkung im Eurocode 0 ist es ratsam den Fall „ $V(x)$  bekannt“ in Verbindung mit einem oberen Schätzwert von  $V(x)$  zu nutzen. Der obere Schätzwert sollte dabei größer als  $V(x) = 0,10$  betragen. Annahmen für die Streuung von Materialeigenschaften werden in Abschnitt 3.2 vorgestellt. In EN 14358 [DIN EN 14358] wird für Berechnung charakteristischer Werte aus Prüfergebnissen im Rahmen einer Erstprüfung das gleiche Verfahren wie im Eurocode 0 angewendet. Die Fraktilefaktoren  $k_{(n),k}$  werden hierbei allerdings in Abhängigkeit von der Stichprobengröße  $n$  und eines Vertrauensintervalls mit  $\alpha = 75\%$  angegeben, welche über eine  $t$ -Verteilung bestimmt werden. Vereinfachend können die Fraktilefaktoren in Abhängigkeit des Stichprobenumfangs zu

$$k_{(n),k}(n) = \frac{6,5n + 6}{3,7n - 3} \quad (3.20)$$

ermittelt werden.

Die Fraktilefaktoren  $k_{(n),d}$  zur Ermittlung von Bemessungswerten nach [DIN EN 1990] in Tabelle 3.1 werden über Abstand des Mittelwerts vom Bemessungspunkt über Wichtungsfaktoren definiert.

### 3.1.5 Regressionsanalyse und Anpassung eines Widerstandsmodells

Werden die Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen mit einem theoretischen Modell beschrieben, lautet die Widerstandsfunktion  $r_t$ . Die Widerstandsfunktion beinhaltet dabei alle wesentlichen Materialeigenschaften als Basisvariable  $\underline{X}$ . Ein Vergleich zwischen experimentellen  $r_e$  und rechnerischen Widerständen  $r_t$  kann in grafischer Form wie in Abbildung 3.2 erfolgen.

Die einfache lineare Regressionsanalyse zielt darauf ab, die Punktwolke über den Datenbereich als Gerade zu beschreiben.

$$\hat{r}_e = \hat{p}_1 \cdot r_t + \hat{p}_0 \tag{3.21}$$

Die Steigung  $\hat{p}_1$  der Geraden wird über die Einzelwerte  $r_{t,i}$  bzw.  $r_{e,i}$  und die Mittelwerte  $\bar{r}_{t,i}$  und  $\bar{r}_{e,i}$  mit der Methode der kleinsten Quadrate nach Gl. (3.22) zu

$$\hat{p}_1 = \frac{\sum (r_{t,i} - \bar{r}_t)(r_{e,i} - \bar{r}_e)}{\sum (r_{t,i} - \bar{r}_t)^2} \tag{3.22}$$

geschätzt.

Der Ordinatenabschnitt  $\hat{p}_0$  wird durch Einsetzen der Mittelwerte  $\bar{r}_e$  und  $\bar{r}_t$  in Gl. (3.21) zu

$$\hat{p}_0 = \bar{r}_e - \hat{p}_1 \cdot \bar{r}_t \tag{3.23}$$

bestimmt.

In Abbildung 3.2 wird die Regressionsgerade beispielhaft für die Datenpunkte einer theoretischen Widerstandsfunktion  $r_t$  (rot) gezeigt. In diesem Beispiel werden die experimentellen Daten von der theoretischen Widerstandsfunktion überschätzt, da die Steigung  $\hat{p}_1 = 0,67$

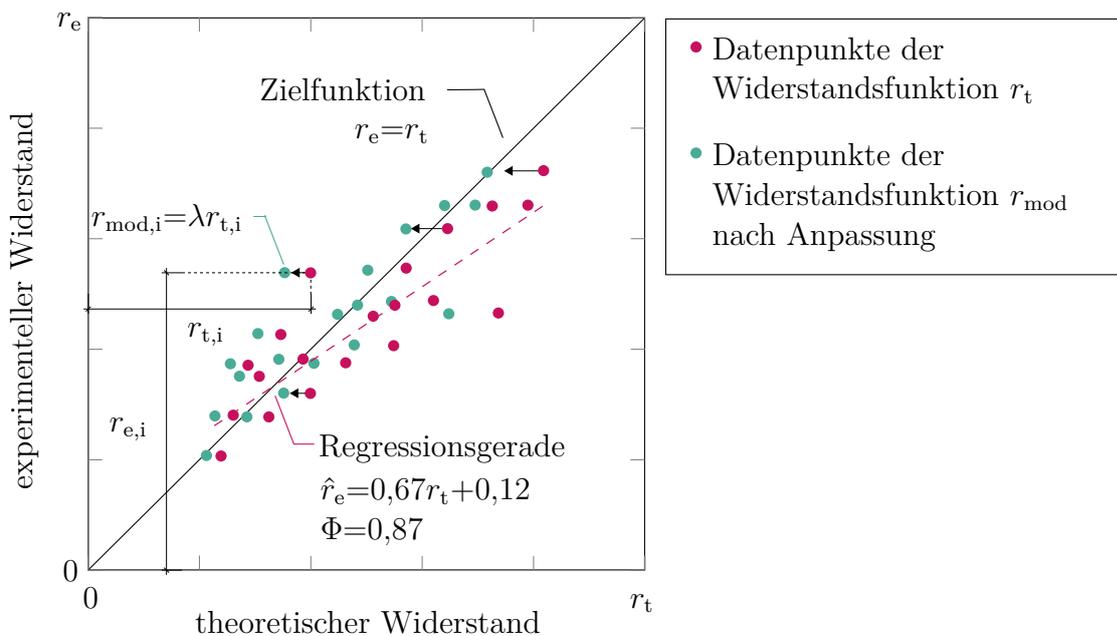


Abbildung 3.2: Beispielhafter Vergleich zwischen experimentellen und rechnerischen Widerständen

und somit kleiner als 1,0 ist.

Zur Einschätzung der Korrelation der Datenpunkte mit der Regressionsgeraden kann das Bestimmtheitsmaß angegeben werden. Das Bestimmtheitsmaß entspricht bei der linearen Regression dem Quadrat des Pearson-Korrelationskoeffizienten  $\Phi$ .

$$\Phi = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{t,i} - \bar{r}_t)(r_{e,i} - \bar{r}_e)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{t,i} - \bar{r}_t)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{e,i} - \bar{r}_e)^2}} \quad (3.24)$$

Eine hohe Korrelation besteht bei  $\Phi \geq 0,8$ . Für kleinere Werte spricht man von einer kleinen bis guten Korrelation. Wäre die Widerstandsfunktion exakt und vollständig, würden alle Punkte auf der Winkelhalbierenden liegen. Das Bestimmtheitsmaß lautet dann  $\Phi = 1,0$ . In der Praxis treten Streuungen sowohl bei den experimentell ermittelten Widerständen als auch bei den Basisvariablen der Widerstandsfunktion auf.

Abgesehen von den materialbedingten Streuungen sollten systematische Abweichungen untersucht und ggf. in der Widerstandsfunktion berücksichtigt werden. Die angepasste Widerstandsfunktion  $r_{mod}$ , welche systematische Abweichungen berücksichtigt kann in der Form

$$r_{mod} = \lambda r_t \quad (3.25)$$

angegeben werden. Die Regressionsgerade der angepassten Widerstandsfunktion  $r_{mod}$  hat die Steigung  $\hat{p}_1 = 1$  und verläuft durch den Ursprung  $\hat{p}_0 = 0$ . Die Mittelwertabweichung wird über den Faktor  $\lambda$  nach Gl. (3.26) korrigiert.

$$\lambda = \frac{\sum r_{e,i} \cdot r_{t,i}}{\sum r_{t,i}^2} \quad (3.26)$$

Abbildung 3.2 zeigt die Verschiebung der Datenpunkte durch die Anpassung der theoretischen Widerstandsfunktion nach links, da  $\lambda < 1,0$  gilt. Durch die Mittelwertkorrektur wird das theoretische Modell an die experimentellen Ergebnisse angepasst. Hierdurch kann die Streuung des theoretischen Modells verringert werden. Da die Streuung aus den experimentellen Daten weiterhin besteht, wird die Korrelation der angepassten Widerstandsfunktion nicht zwingend besser.

Die Vorgehensweise zur Anpassung einer theoretischen Widerstandsfunktion wird für das vereinfachte Bemessungsmodell auf Grundlage der Parameterstudie in Abschnitt 6.4 angewendet.

### 3.1.6 Ermittlung der charakteristischen Widerstandsfunktion nach ECO

Die Mittelwerte der theoretischen Widerstandsfunktion  $r_m$  gerechnet mit den Mittelwerten der Basisvariablen  $\underline{X}_m$  können mit

$$r_m = \lambda r_t(\underline{X}_m) \delta_r \quad (3.27)$$

bestimmt werden, wobei  $\delta_r$  das Streumaß der Funktion beschreibt. Die relativen Abstände der experimentellen Widerstände zu den theoretischen Widerständen kann für jeden Versuchswert  $r_{e,i}$  durch

$$\delta_{r,i} = \frac{r_{e,i}}{\lambda \cdot r_{t,i}} \quad (3.28)$$

bestimmt werden. Für  $\delta_{r,i} > 1,0$  liegen die Datenpunkte der angepassten Widerstandsfunktion oberhalb und für  $\delta_{r,i} < 1,0$  unter der Winkelhalbierenden bzw. der Zielfunktion. Der dazugehörige Variationskoeffizient  $V_{\delta_r}$  wird für das Streumaß gemäß Gl. (3.29) ermittelt.

$$V_{\delta_r} = \sqrt{\exp(s_{\Delta}^2) - 1} \quad (3.29)$$

Das Quadrat der Standardabweichung wird dabei zu

$$s_{\Delta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2 \quad (3.30)$$

mit dem Logarithmus der Streumaße

$$\Delta_i = \ln(\delta_{r,i}) \quad (3.31)$$

und dem dazugehörigen Mittelwert

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \quad (3.32)$$

bestimmt.

Für eine große Stichprobe kann hieraus der charakteristische Wert  $r_k$  der Widerstandsfunktion unter Berücksichtigung des Streumaßes des Modells und der Streumaße der einzelnen Widerstandsparameter und der Fraktilefaktoren  $k_{(n),k}$  nach Tab. 3.1 ermittelt werden.

$$r_k = \lambda r_t(\underline{X}) \cdot \exp(-k_{(n),k} \cdot Q_r - 0,5 \cdot Q_r^2) \quad (3.33)$$

Die Standardabweichung  $Q_r$  der charakteristischen Widerstandsfunktion kann für große Stichproben zu

$$Q_r = V_r \quad (3.34)$$

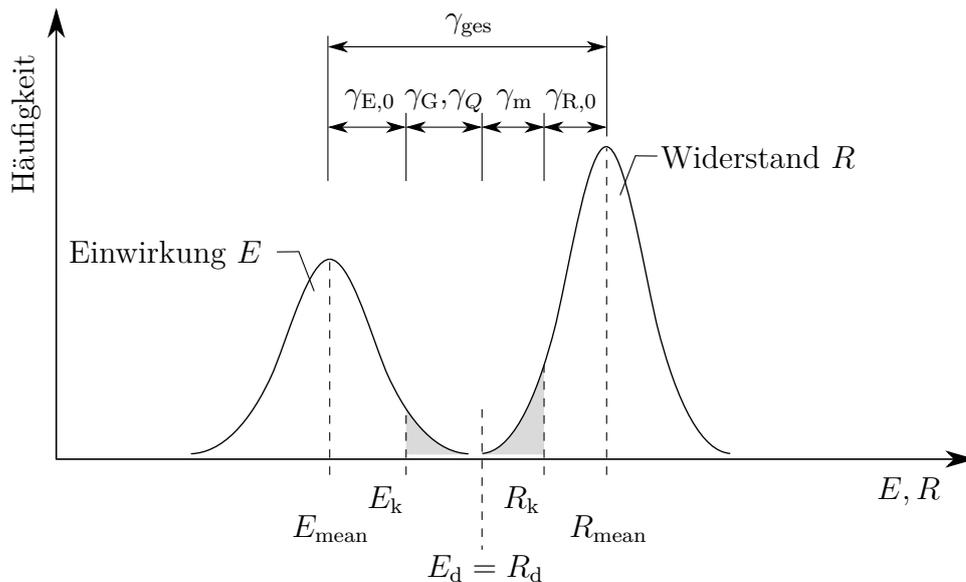


Abbildung 3.3: Normalverteilte Funktionen der Einwirkung und des Widerstands mit Definition des Bemessungspunktes

angenommen werden. Die Standardabweichung wird aus dem Variationskoeffizienten der charakteristischen Widerstandsfunktion in Abhängigkeit von dem Variationskoeffizienten  $V_{\delta_r}$  der Streugröße  $\delta_r$  und der Variationskoeffizienten der Basisvariablen  $V_{X_i}$  ermittelt.

$$V_r^2 = \left( V_{\delta_r}^2 + 1 \right) \left[ \prod_{i=1}^j \left( V_{X_i}^2 + 1 \right) \right] - 1 \quad (3.35)$$

Für einen kleineren Stichprobenumfang ( $n < 100$ ) sind laut [DIN EN 1990] zusätzliche statistische Unsicherheiten zu berücksichtigen.

Das vorgestellte Verfahren ermöglicht es charakteristische Widerstände  $R_k$  aus der Widerstandsfunktion  $r_k$  unter Berücksichtigung der streuenden Materialeigenschaften (Basisvariablen) zu gewinnen.

Das Verfahren wird in Abschnitt 6.4 auf das vereinfachte Bemessungskonzept angewendet.

Für die Bemessung nach dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept wird der charakteristische Bauteilwiderstand  $R_k$  von Tragelementen und Verbindungen im Holzbau unter Berücksichtigung der Nutzungsklasse (NKL) und der Klasse der Lasteinwirkungsdauer (KLED) mit dem Faktor  $k_{\text{mod}}$  und dem Materialsicherheitsbeiwert  $\gamma_m$  abgemindert.

$$R_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{R_k}{\gamma_m} \quad (3.36)$$

Der Bemessungswert ist in Abbildung 3.3 in Abhängigkeit von den Mittelwerten bzw. charakteristischen Werten der Einwirkungen bzw. des Widerstands dargestellt. Der Abstand zwischen charakteristischem und Mittelwert kann mit  $\gamma_{E,0}$  auf der Seite der Einwirkungen bzw.  $\gamma_{R,0}$  auf der Seite der Widerstände erfolgen.

Der Teilsicherheitsbeiwert wird im Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1] für Brettschichtholz mit  $\gamma_m = 1,25$  und Vollholz mit  $\gamma_m = 1,3$  angegeben. Die Teilsicherheitsbeiwerte sind für ein Versagen von Holzbalken unter Biegebeanspruchung verifiziert (vgl. SØRENSEN [Søre02]). Für andere Beanspruchungsarten kann der Teilsicherheitsbeiwert variieren.

In JOCKWER ET AL. [Jock11] wird der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_m$  in einen Materialsicherheitsbeiwert  $\gamma_{\text{Material}}$  und einen Modellsicherheitsbeiwert  $\gamma_{\text{Modell}}$  aufgeteilt. Der Modellsicherheitsbeiwert kann somit durch Umstellen der Gl. (3.36) angegeben werden, wenn der Bemessungswert bekannt ist.

$$\gamma_{\text{Modell}} = \frac{R_k \cdot k_{\text{mod}}}{R_d \cdot \gamma_{\text{Material}}} \quad (3.37)$$

Hierdurch kann der Sicherheitsabstand der ermittelten Widerstandsfunktion unter Berücksichtigung des semi-probabilistischen Teilsicherheitskonzepts bestimmt werden.

Für normalverteilte Einwirkungs- und Widerstandsverteilungen zeigt Abbildung 3.3 den Bemessungspunkt  $E_d = R_d$  sowie die charakteristische Einwirkung  $E_k$  und den Widerstand  $R_k$ . Die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  und auf der Widerstandsseite  $\gamma_m$  definieren den Abstand zum Bemessungspunkt.

## 3.2 Ausgewählte Materialeigenschaften

Um die Rechenmodelle aus Kapitel 4 anzuwenden, werden die mechanischen Eigenschaften der Werkstoffe benötigt. Für die Abbildung der Rissentwicklung und die Ermittlung der Bruchlast sind auch Materialeigenschaften von Bedeutung, welche nicht in den Regelwerken tabelliert sind. Im folgenden Abschnitt werden die Mittelwerte und Streuungswerte der mechanischen Kennwerte für Nadelvollholz und Brettschichtholz zusammengetragen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.2 aufgeführt. Zusätzlich wird auf Grundlage von experimentellen Untersuchungen aus der Literatur eine Abschätzung der charakteristischen spezifischen Bruchenergie erfolgen.

### 3.2.1 Rohdichte

Die Dichte des Holzes ist eine dominierende Kenngröße, da viele mechanische Eigenschaften mit der Rohdichte korrelieren. Die Rohdichte wird üblicherweise für eine Holzaustrittsfeuchte von  $\omega = 12\%$  angegeben. Der Mittelwert der Rohdichte variiert bei Konstruktionsvollholz zwischen  $\rho_{\text{mean}} = 350 \dots 520 \text{ kg/m}^3$  für unterschiedliche Festigkeitsklassen [DIN EN 338]. Aus der charakteristischen Rohdichte  $\rho_k$  und dem Mittelwert der Rohdichte  $\rho_{\text{mean}}$  lässt sich über die Formulierung (3.16) der Variationskoeffizient  $\text{COV} = 10\%$  ermitteln. Diese Streuung der Rohdichte entspricht den Angaben im PROBABILISTIC MODEL CODE [Vrou01], unter Annahme einer normal-verteilten Grundgesamtheit. Die Mittelwerte der Rohdichte für Brettschichtholz sind in EN 14080 [DIN EN 14080] unter Berücksichtigung der Festigkeitsklasse mit  $\rho_{\text{mean}} = 370 \dots 490 \text{ kg/m}^3$  angegeben. Der Variationskoeffizient liegt hier bei  $\text{COV} = 5\%$ .

Tabelle 3.2: Mittelwerte, Variationskoeffizient und Verteilungsfunktion bruchmechanisch relevanter Materialeigenschaften aus der Literatur

Parameter	Einheit	Mittelwerte				Verteilungsfunktion	Quelle
		C24	COV[%]	GL24h	COV[%]		
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	420	10	420	5	Normal	[Vrou01]
$E_0$	$\text{N/mm}^2$	11000	20	11500	10	Lognormal	[Vrou01]
$E_{90}$	$\text{N/mm}^2$	370	20	300	10	Lognormal	[Vrou01]
$G_v$	$\text{N/mm}^2$	690	20	650	10	Lognormal	[Vrou01]
$f_v$	$\text{N/mm}^2$	5,6	20	4,4	10	Lognormal	[Vrou01]
$f_{t,90}$	$\text{N/mm}^2$	0,7	30	0,7	30	2-p-Weibull	[Blaß01]
$G_c^I$	$\text{N/mm}$	0,300	20	0,300	20	Lognormal	[Jock11]
$G_c^{II}$	$\text{N/mm}$	0,850	20	0,850	20	Lognormal	[Aich97]
$G_c^{I+II}$	$\text{N/mm}$	0,210	-	0,210	-	-	[Fran08]
$K_c^I$	$\text{N}/\sqrt{\text{mm}^3}$	8,90	30	10,9	25	Lognormal	-
$K_c^{II}$	$\text{N}/\sqrt{\text{mm}^3}$	52,4	15	54,7	-	Lognormal	-

### 3.2.2 Elastizitäts- und Schubmodul

Neben der Rohdichte ist der Elastizitätsmodul (E-Modul) des Holzes in Faserrichtung  $E_0$  eine Referenzeigenschaft des Materials. Der E-Modul wird im Biegeversuch bestimmt. Durch verschiedene Untersuchungen wurde gezeigt, dass der Schubmodul (G-Modul) zu  $G_v = 1/16 \cdot E_0$  in Abhängigkeit von dem Elastizitätsmodul bestimmt werden kann ([Vrou01], LARSEN ET AL. [Lars92]). Da in [DIN EN 14080] der E-Modul mit der Festigkeitsklasse steigt, der Schubmodul mit  $G_v = 650 \text{ N/mm}^2$  jedoch konstant ist, ergibt sich ein Verhältnis von  $E_0/G_v = 12,3 \dots 21,5$ . Der Schubmodul  $G_v$  beschreibt die Schubsteifigkeit parallel zur Faser, welche in der RL-Ebene auch als  $G_{xy}$  bezeichnet wird. Der Schubmodul in der TL-Ebene wird mit  $G_{xz}$  bezeichnet und liegt in der gleichen Größenordnung. Der Schubmodul in RT-Ebene wird mit  $G_{yz}$  bezeichnet und beträgt nur rund ein Zehntel von  $G_{xy}$ .

Beide Elastizitätsmodule sind nach [Vrou01] logarithmisch normal-verteilt mit einem Variationskoeffizient der Grundgesamtheit von  $V(x) = 10$  bzw. 20% und damit höher als 13%, wie in [Vrou01] angenommen. Die Poissonzahl bzw. Querkontraktionszahl  $\nu$ , welche das Verhältnis zwischen Quer- und Längsdehnung beschreibt, sind in KEUNECKE ET AL. [Keun08] erarbeitet worden. Das Verhältnis Längs- zur Quersteifigkeit ergibt sich bei Nadelholz nach [DIN EN 338] zu  $E_0/E_{90} \approx 30$  und für Brettschichtholz nach [DIN EN 14080] zu  $E_0/E_{90} \approx 38$ . In NIEMZ & SONDEREGGER [Niem17] und SCHMIDT & KALISKE [Schm08] wird das Verhältnis für Nadelholz mit  $E_0/E_{90} \approx 20$  wesentlich geringer angenommen.

### 3.2.3 Schubfestigkeit

Die Annahme, dass die Schubfestigkeit von der Biegefestigkeit abhängt (vgl. [DIN EN 1194],[Vrou01]) konnte durch Untersuchungen von GLOS & DENZLER in [Glos03] und [Denz07] mit Scherversuchen nach [DIN EN 408] widerlegt werden. Die Untersuchungen zeigten zudem, dass keine Korrelation mit der Dichte des Holzes möglich ist. Die von DENZLER [Denz07] ermittelten Kennwerte der Schubfestigkeit für Vollholz  $f_{v,\text{mean}} = 5,1 \dots 5,7 \text{ N/mm}^2$  sind logarithmisch normal-verteilt mit einem mittleren Variationskoeffizienten von  $\text{COV} = 16\%$ . Bei einer Rohdichte von  $\rho_{\text{mean}} = 417 \text{ kg/m}^3$  ergibt sich eine Schubfestigkeit für Nadelvollholz von  $f_{v,\text{mean}} = 5,6 \text{ N/mm}^2$ . Diese Größenordnung konnte durch Versuche von KOCH [Koch11] und EISENHUT [Eise15] bestätigt werden.

SCHICKHOFER [Schi01] führte Untersuchungen an Brettschichtholzträgern der Sortierklasse BS 11 ( $\approx$  GL24) durch und ermittelte den Mittelwert der Schubfestigkeit zu  $f_{v,\text{mean}} = 4,4 \text{ N/mm}^2$  mit  $\text{COV} = 10\%$ . Die geringere Schubfestigkeit von Brettschichtholz gegenüber Nadelvollholz kann demnach mit den vorwiegend radial beanspruchten (liegenden) Jahrringen erklärt werden.

### 3.2.4 Querzugfestigkeit

Auch die Querzugfestigkeit von Vollholz und Brettschichtholz wird von der [DIN EN 1194] und dem JCSS PROBABILISTIC MODEL CODE in Abhängigkeit von der Rohdichte angegeben. In den experimentellen Untersuchungen von BLASS & SCHMID [Blaß01] konnte jedoch nur eine geringe Korrelation festgestellt werden. Die Querzugfestigkeit von Vollholz in [DIN EN 338] und von Brettschichtholz in [DIN EN 14080] wird folglich als konstant

unabhängig von der Festigkeitsklasse angegeben.

In BLASS & SCHMID [Blaß01] wurde für Prüfkörper aus Brettschichtholz mit dem Volumen  $V = 0,01 \text{ m}^3$  eine mittlere Querkzugfestigkeit von  $f_{t,90,\text{mean}} = 0,7 \text{ N/mm}^2$  mit einem Variationskoeffizienten von  $\text{COV} = 30\%$  ermittelt. Fehlerfreie Proben aus Nadelvollholz mit einem deutlich geringeren Volumen wiesen eine doppelt so hohe Querkzugfestigkeit auf. Ergebnisse aus den Untersuchungen an fehlerfreiem Vollholz können nicht für die Tragfähigkeitswerte von Bauholz verwendet werden. Der Variationskoeffizient der Querkzugfestigkeit ist unabhängig von dem Holzwerkstoff.

### 3.2.5 Spezifische Bruchenergie

#### Bruchenergie in Modus I

Die spezifische Bruchenergie  $G_c$  von Holz- und Holzwerkstoffen ist bisher nicht normativ geregelt. Die Bruchenergie im Modus I (Querkzug) lässt sich über die „Single Edge Notched Beam“ (SENB) -Testmethode ermitteln, welche von LARSEN & GUSTAFSSON [Lars90] beschrieben wird.

LARSEN & GUSTAFSSON [Lars90] ermittelten für die Bemessung von ausgeklinkten Trägerauflagern die Bruchenergie in Modus I  $G_c^I$  in Abhängigkeit von der Rohdichte durch eine Regressionsanalyse. Als Grundlage dienten ca. 450 experimentelle Tests an Nadelvollholz mit der SENB-Testmethode. Aus den Untersuchungen ergibt sich eine mittlere spezifische Bruchenergie von  $G_{c,\text{mean}}^I = 0,335 \text{ N/mm}$  mit einem Variationskoeffizienten von  $\text{COV} = 15\%$ . Die Korrelation der Regressionsgeraden  $G_{c,\text{mean}}^I = 1,04 \cdot \rho - 146$  in der Einheit  $\text{Nm/m}^2$  ist sehr gering und konnte von anderen experimentellen Untersuchungen nicht bestätigt werden. In JOCKWER ET AL. [Jock11] wurden die Ergebnisse aus Untersuchungen von LARSEN & GUSTAFSSON [Lars90], RIBERHOLT ET AL. [Ribe91], GUSTAFSSON [Gust88], AICHER [Aich94] und GUSTAFSSON ET AL. [Gust98] ausgewertet und die mittlere spezifische Bruchenergie  $G_{c,\text{mean}}^I = 0,300 \text{ N/mm}$  mit einer Streuung von  $\text{COV} = 20\%$  unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung bestimmt. Da sich die spezifische Bruchenergie von Nadelvollholz und Brettschichtholz in den vorliegenden Untersuchungen nicht wesentlich unterscheidet, wird in der vorliegenden Arbeit nicht weiter differenziert und für die spezifische Bruchenergie ein Wert von  $G_{c,\text{mean}}^I = 0,300 \text{ N/mm}$  angesetzt.

#### Bruchenergie in Modus II

Die Bruchenergie in Modus II lässt sich über „Tapered End Notch Flexed“ (TENF) - Prüfkörper, wie von KRETSCHMANN in [Kret95] beschrieben, ermitteln (siehe Abbildung C.2 im Anhang C). Zur Bestimmung der spezifischen Bruchenergie in Modus II von Vollholz aus Fichte und Kiefer werteten AICHER ET AL. [Aich97] mehrere Versuchsserien, welche mit unterschiedlichen TENF-Prüfkörpern durchgeführt worden waren, aus. Die Bruchenergie  $G_{c,\text{mean}}^{II} = 0,850 \text{ N/mm}$  besitzt einen Variationskoeffizienten von  $\text{COV} \approx 20\%$  und ist im Wesentlichen unabhängig von Volumeneffekten. Von JOCKWER [Jock11] wird auf Grundlage der Auswertung von experimentellen Untersuchungen in der Literatur eine spezifische Bruchenergie in Modus II von  $G_{c,\text{mean}}^{II} = 1,15 \text{ N/mm}$  angegeben. Der Variationskoeffizient wurde hierbei zu  $\text{COV} = 30\%$  ermittelt.

Tabelle 3.3: Zusammenfassung von mittleren und charakteristischen Werten der Bruchenergie für Nadelvollholz und Brettschichtholz

	$G_{c,\text{mean}}$ N/mm	COV %	$G_{c,k}$ N/mm	$G_{c,k}/G_{c,\text{mean}}$ -
Modus I	0,300	20	0,210	0,70
Modus II	0,850	20	0,580	0,68
Modus I+II	0,210	-	0,140	0,67

### Kombinierte Bruchenergie in Modus I und II

FRANKE [Fran08] ermittelte mit Hilfe eines optischen Messverfahrens und numerischen Simulationsberechnungen die kombinierte Bruchenergie für Modus I und II am Beispiel des ausgeklinkten Trägersauflagers. Über die Auswertung von R-Kurven anhand der Risslänge  $a$  wurde die Bruchenergie jeweils für Modus I und Modus II an der tatsächlichen Bauteilgeometrie des ausgeklinkten Trägersauflagers ermittelt. Hieraus wurde die kombinierte Bruchenergie als die Summe der beiden einzelnen Bruchenergien berechnet. Die Ergebnisse, welche über die Auswertung des experimentellen Verfahrens ermittelt wurden, zeigen eine große Streuung mit  $\text{COV} \approx 50\%$ . Die numerischen Berechnungsergebnisse unter Berücksichtigung unterschiedlicher Ausklinkungsverhältnisse und Trägerdimensionen zeigten hingegen nur eine Streuung von  $\text{COV} = 8\%$ . Unabhängig von dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  und dem Querzug-beanspruchten Volumen wurde von FRANKE die kombinierte spezifische Bruchenergie zu  $G_{c,\text{mean}}^{\text{I+II}} = 0,210 \text{ N/mm}$  bestimmt.

### Charakteristischer Werte der Bruchenergie

Der charakteristische Wert der Bruchenergie ist bisher nicht standardisiert. In JOCKWER ET AL. [Jock11] wird aufgrund der oben genannten Ergebnisse von SENB-Prüfkörpern die charakteristische spezifische Bruchenergie in Modus I zu  $G_{c,k}^{\text{I}} = 0,210 \text{ N/mm}$  bei Anwendung einer Normalverteilung angegeben. Unter Berücksichtigung einer logarithmischen Normalverteilung liegt dieser Wert geringfügig höher. Bei der Auswertung der ca. 450 Testergebnisse aus dem Anhang von LARSEN ET AL. [Lars90] ergibt sich eine charakteristische Bruchenergie in Modus I von  $G_{c,k}^{\text{I}} = 0,240 \text{ N/mm}^2$ . Das Verhältnis von charakteristischer zu mittlerer Bruchenergie beträgt somit  $G_{c,k}^{\text{I}}/G_{c,\text{mean}}^{\text{I}} \approx 2/3$ .

Da die kombinierte spezifische Bruchenergie in einem wesentlich geringeren Umfang untersucht wurde, soll für diese Arbeit dasselbe Verhältnis von charakteristischer zu mittlerer Bruchenergie genutzt werden wie in Modus I und Modus II. Für die kombinierte charakteristische spezifische Bruchenergie ergibt sich somit  $G_{c,k}^{\text{I+II}} = 0,140 \text{ N/mm}$ . Alle Werte sind in Tabelle 3.3 separat tabelliert.

### 3.2.6 Bruchzähigkeit

Zur Bruchzähigkeit von Holz- und Holzwerkstoffen gibt es in der Literatur keine festgelegten Prüfaufbauten und dadurch auch eine große Streubreite der Prüfergebnisse. In NIEMZ & SONDEREGGER [Niem17] werden für die Ermittlung der Bruchzähigkeit in Modus I die

Tabelle 3.4: Experimentell ermittelte Bruchzähigkeit in Modus I und II aus der Literatur

Referenz	Holzart	$K_c^I$		$K_c^{II}$	
		$N/\sqrt{\text{mm}^3}$		TL	RL
FONSELIUS & RIIPOLA [Riip90],[Fons92][Fons89]	Kiefer	7,6	8,9	60,1	
	Fichte	6,3	7,9	47,4	
	Tanne	9,5	12,6	47,4	
AICHER [Aich94]	Fichte	13,9	13,9		
RIIPOLA [Riip95]	Kiefer	6,6	8,9	45,5	
	Fichte	6,3	7,9	56,9	
	Tanne	9,5	12,6	47,4	
TAN ET AL. [Tan95]	Nadelholz	11,4	14,4	61,7	54,7

<sup>a</sup> Rissssysteme RL: radial-longitudinal ; TL: tangential-longitudinal (vgl. Anhang C.1)

Kompaktzugprobe, die Keilspaltprobe oder die Double-Cantilever-Beam (DCB)-Probe genannt. AICHER [Aich94] ermittelt die Bruchzähigkeit in Modus I über die SENB-Testmethode. Von TAN ET AL. [Tan95] wird die Bruchzähigkeit in Modus I über die Keilspaltprobe und in Modus II über einen Push-Out-Versuch mit definierten Schubflächen ermittelt. FONSELIUS & RIIPOLA [Fons89] ermittelten die Bruchzähigkeit in Modus I an einer Kompaktzugprobe in Anlehnung an [DIN EN ISO 12737] und in Modus II mit einem TENF-Prüfkörper, wie er auch von LOGEMANN & SCHELLING [Loge92] verwendet worden war. LOGEMANN & SCHELLING untersuchten den Einfluss des Versuchsaufbaus auf die Bruchlast in Modus I und in Modus II. In der Literatur konnte keine eindeutige Korrelation der Bruchzähigkeit zur Rohdichte von Nadelholz herausgearbeitet werden. Die experimentellen Ergebnisse der einzelnen Untersuchungen sind in Tabelle 3.4 unter Angabe der Holzart und des Rissystems aufgelistet.

Die Bruchzähigkeit wird in der Literatur meist in der Einheit  $\text{kN}/\sqrt{\text{m}^3}$  oder  $\text{MPa}/\sqrt{\text{m}}$  angegeben. Für die Umrechnung auf SI-Einheiten gilt:

$$\frac{\text{N}}{\sqrt{\text{mm}^3}} = \sqrt{1000} \cdot \frac{\text{kN}}{\sqrt{\text{m}^3}} = \frac{1}{\sqrt{1000}} \cdot \frac{\text{MPa}}{\sqrt{\text{m}}} \quad (3.38)$$

In Modus I fällt die Bruchzähigkeit im Rissystem radial-longitudinal (RL) (vgl. Anhang C.1) größer aus als im Rissystem tangential-longitudinal (TL). Im Modus II liegen hier nur Ergebnisse von TAN ET AL. vor, die ein umgekehrtes Verhältnis zeigen. Da im Brett-schichtholz eher liegende Jahrringe vorliegen, ist hier eher von einem Rissystem RL und im Vollholz von einem Rissystem TL auszugehen.

AICHER [Aich94] gibt an, dass die logarithmische Normalverteilung oder die Weibull-Verteilung die Versuchsergebnisse gut erfasst. Es wird daher im Folgenden auch bei der Bruchzähigkeit von einer logarithmischen, linksschiefen Verteilung ausgegangen. Der Variationskoeffizient liegt beim Rissystem TL etwas höher als im Rissystem RL. Eine Abschätzung des Mittelwerts und eine Eingrenzung des Variationskoeffizienten der experimentellen Ergebnisse aus Tabelle 3.4 wurden in Tabelle 3.2 übertragen.

### 3.3 Zwischenfazit

Um die Modelle im folgenden Abschnitt nicht nur auf dem Niveau der Mittelwerte, sondern auch auf dem Bemessungsniveau bewerten zu können, wurden zwei statistische Verfahren vorgestellt, um die Ergebnisse mit experimentellen Untersuchungen vergleichbar zu machen. Mit dem ersten Verfahren kann aus experimentellen Einzelwerten in Abhängigkeit von dem Stichprobenumfang und der Verteilungsfunktion der 5%-Fraktilwert abgeschätzt werden. Hierbei können normalverteilte oder logarithmisch-normalverteilte Verteilungsfunktionen ausgewertet werden.

In einem zweiten Schritt wurde die theoretische Widerstandsfunktion vorgestellt. Diese soll in der Lage sein, die experimentellen Ergebnisse möglichst präzise zu beschreiben. Für die Anpassung der Mittelwerte wurde der Faktor  $\lambda$  vorgestellt. Multipliziert man die theoretische Widerstandsfunktion mit dem Faktor, so erhält man als Regressionsgerade die gewünschte Zielfunktion.

In einem weiteren Schritt kann die theoretische Widerstandsfunktion in Abhängigkeit von der Streuung der Datenpunkte und der Streuung der Basisvariablen auf das Niveau des charakteristischen Widerstands transformiert werden.

Bruchmechanisch relevante Materialeigenschaften von Vollholz und Brettschichtholz sind ebenso wie die dazugehörigen Prüfmethoden bisher nicht einheitlich geregelt. Für die Erstellung mechanischer Modelle sind diese jedoch von grundsätzlicher Bedeutung. Zur Ermittlung belastbarer Kennwerte für die Bruchzähigkeit, die spezifische Bruchenergie, sowie die Querkzug- und Schubfestigkeit wurden experimentellen Untersuchungen ausgewertet. Die Mittelwerte der wichtigsten Eigenschaften wurden unter Angabe des Variationskoeffizienten in Tabelle 3.2 für Vollholz und Brettschichtholz zusammengetragen.

Es zeigte sich, dass besonders die bruchmechanischen Materialeigenschaften nur eine geringe Korrelation zur Rohdichte des Holzes und somit zur Festigkeitsklasse aufweisen. Der Mittelwert der Schubfestigkeit von Brettschichtholz fällt aufgrund der überwiegend liegend angeordneten Jahrringe geringer aus als bei Nadelvollholz. Für die Querkzugfestigkeit und die Bruchenergie besteht kein Unterschied der Materialparameter zwischen Nadelvollholz und Brettschichtholz.

Für die Herleitung und Bewertung charakteristischer Widerstandsmodelle sind neben den Mittelwerten auch die charakteristischen Materialparameter relevant. Die Elastizitätsmodule und Festigkeiten sind in den Materialnormen für Nadelvollholz [DIN EN 338] und Brettschichtholz [DIN EN 14080] tabelliert. Für die charakteristische Bruchenergie konnte durch die Auswertung von Literaturangaben eine Abschätzung erfolgen (siehe Tab. 3.3). Die gewonnenen Ergebnisse werden im Folgenden für die Anwendung der Bruchmechanischen Konzepte und den Vergleich mit experimentellen Ergebnissen herangezogen.



## 4 Modellierung von sprödem Versagen

Wird Holz quer zur Faserrichtung (Modus I) auf Zug oder parallel zur Faserrichtung auf Schub (Modus II) im Bereich einer Ausklinkung beansprucht, führt die Rissentwicklung entlang der Faser zum Versagen des Bauteils (vgl. Abbildung 2.1). Durch die nichtlineare Spannungsverteilung mit Spannungsspitzen am Rissende kann ein Spannungskriterium  $\sigma \leq f$  nicht zur Bemessung herangezogen werden. Die Bruchmechanik befasst sich mit der Rissentwicklung und dem spröden Versagen von Werkstoffen und hat dafür unterschiedliche Konzepte entwickelt. Im folgenden Kapitel werden diese Konzepte und ihre Anwendung im Holzbau beschrieben. Hierbei wird insbesondere auf den ebenen Spannungszustand mit Beanspruchung des Holzes in Modus I und II eingegangen.

### 4.1 Konzept der Energiebilanz

#### 4.1.1 Beispiel einer Lastpunktverschiebung

Beim dem von GRIFFITH [Grif21] entwickelten Konzept der Energiebilanz kann über die Änderung der gespeicherten Energie in einem Bauteil die kritische Risslänge  $a_c$  beim Eintreten des kritischen Risswachstums ermittelt werden. Bei einer Rissentwicklung wird die gespeicherte Energie im Bauteil für die Bildung der Bruchflächen aufgewendet und vor allem in Wärme umgewandelt. Das Konzept der Energiebilanz wird in folgenden Schritten am Beispiel der Lastpunktverschiebung nach Abbildung 4.1a erläutert.

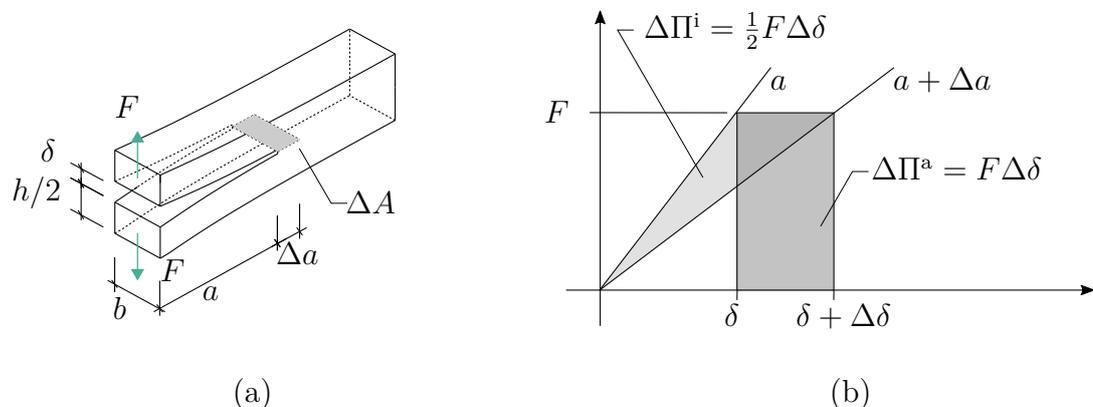


Abbildung 4.1: Energiebilanz bei einer Lastpunktverschiebung (a) System mit Abmessungen und (b) schematische Last-Verschiebungs-Beziehung bei Rissfortschritt

### Energiebilanz

Das Gesamtenergiepotential eines statischen Systems ist die Differenz der Formänderungsenergie  $\Pi^a$  (äußere Energie) und dem elastischen Potential  $\Pi^i$  (innere Energie) zuzüglich der Energie zur Bildung des Risses  $\Pi^0$  und wird als  $\Pi$  bezeichnet.

$$\Pi = \Pi^i - \Pi^a + \Pi^0 \quad (\text{Energiebilanz bei Rissfortschritt}) \quad (4.1)$$

Die Änderung des Gesamtpotentials  $\Delta\Pi$  bei Rissfortschritt ergibt sich demnach zu

$$\Delta\Pi = \Delta\Pi^i - \Delta\Pi^a + \Delta\Pi^0. \quad (4.2)$$

### Energieanteile

Im elastischen Zustand ergibt sich die Formänderungsenergie durch die Lastpunktverschiebung zu

$$\Pi^a = F \cdot \delta, \quad (4.3)$$

sowie die Änderung bei Rissfortschritt zu

$$\Delta\Pi^a = F \cdot \Delta\delta. \quad (4.4)$$

Das elastische Potential, also die im Inneren gespeicherte Energie, beträgt im elastischen Zustand:

$$\Pi^i = \frac{1}{2} F \cdot \delta \quad (4.5)$$

Unter einem Zuwachs der Risslänge um  $\Delta a$  ändert sich das elastische Potential um

$$\Delta\Pi^i = \frac{1}{2} F \cdot \Delta\delta. \quad (4.6)$$

Die Änderung der Energie zur Bildung des Risses  $\Delta\Pi^0$  kann aus dem Diagramm in Abbildung 4.1b zu

$$\Delta\Pi^0 = \Delta\Pi^a - \Delta\Pi^i \quad (4.7)$$

entnommen werden. Mit  $\Delta\Pi^a = 2\Delta\Pi^i$  ergibt sich  $\Delta\Pi^0 = \Delta\Pi^i$ . Die Änderung der im Inneren gespeicherten Energie ist daher genauso groß wie die Energie, die für den Bruchprozess nötig ist.

### Bruchkriterium

Unter einem Zuwachs der Ausgangsrisslänge  $a$  nimmt das Potential der Gesamtenergie  $\Delta\Pi^i - \Delta\Pi^a$  ab. Das Risswachstum geht in den kritischen Zustand über („Durchschlagen des Risses“), wenn das Maximum der Gesamtenergie erreicht ist. Das Bruchkriterium ist wie folgt definiert (vgl. Abbildung 4.2):

$$\frac{\Delta\Pi}{\Delta A} = \frac{\Delta\Pi}{b\Delta a} = 0 \quad (4.8)$$

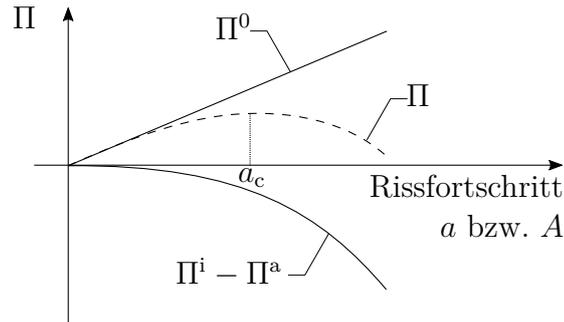


Abbildung 4.2: Veränderung des Gesamtenergiepotentials bei Rissfortschritt

Im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) ist die beim Rissfortschritt freigesetzte Energie  $\Delta\Pi^0$  abhängig von einer konstanten Materialgröße, die als kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  bezeichnet wird. Die Energiefreisetzungsrate ist definiert als die freigesetzte Energie  $\Delta\Pi^0$  bezogen auf die Rissfläche  $\Delta A$ :

$$\frac{\Delta(\Pi^a - \Pi^i)}{\Delta A} = \frac{\Delta\Pi^0}{\Delta A} = G_c \quad (4.9)$$

### Ermittlung der kritischen Bruchlast

Durch Einsetzen der Gleichung (4.6) und (4.4) in Gleichung (4.9) ergibt sich

$$G = \frac{(F\Delta\delta - \frac{1}{2}F\Delta\delta)}{\Delta A} = \frac{1}{b} \frac{F}{2} \frac{\Delta\delta}{\Delta a} \quad (4.10)$$

in Abhängigkeit von der Lastpunktverschiebung. Die Änderung der Verschiebung  $\Delta\delta$  in Abhängigkeit des Rissfortschritts  $\Delta a$  kann durch die Ableitung der Verformung  $\delta$  bestimmt werden. Für den Doppelkragträger aus Abbildung 4.1a ergibt sich

$$\frac{d\delta}{da} = \frac{1}{da} \frac{2}{3} \frac{Fa^3}{EI} = \frac{2Fa^2}{EI}, \quad (4.11)$$

wobei die Biegesteifigkeit des einzelnen Kragträgers

$$EI = \frac{Eb(h/2)^3}{12} = \frac{Ebh^3}{96} \quad (4.12)$$

beträgt.

Gleichung (4.10) lässt sich nun gleichermaßen durch

$$G = \frac{96F^2a^2}{Eb^2h^3} \quad (4.13)$$

ausdrücken. Aus der Formulierung (4.13) kann nun für das Beispiel aus Abbildung 4.1a die kritische Bruchlast  $F_c$  bei Beginn des kritischen Risswachstums mit der Anfangsrisslänge  $a$  ermittelt werden:

$$F_c = \sqrt{\frac{G_c Eb^2 h^3}{96a^2}} \quad (4.14)$$

Anstelle der analytischen Lösung, über die Entwicklung der Federsteifigkeiten bzw. Durchbiegung des statischen Systems, kann auch eine linear-elastische Finite-Elemente-Analyse für die Ermittlung der Verformung im unverformten und verformten Zustand von Modellen mit veränderlicher Risslänge eingesetzt werden (vgl. dazu AICHER ET AL. [Aich02]).

### 4.1.2 Anwendung auf ausgeklinkte Trägersauflager

Für die Ermittlung der kritischen Bruchlast bei rechtwinklig ausgeklinkten Trägerenden wurde das Konzept der Energiebilanz von GUSTAFSSON [Gust88] unter Betrachtung des halben Trägers mit der Länge  $l/2$  angewandt (siehe Abbildung 4.3). Auf die Herleitung der Bruchlast wird in diesem Abschnitt noch einmal Bezug genommen.

#### Energiebilanz und Energieanteile

Die Energiebilanz und deren Änderung bei Rissfortschritt lässt sich allgemein nach Gleichung (4.1) und (4.2) aufstellen. Zur Ermittlung der freigesetzten Energie bei Rissfortschritt  $\Pi^0$  wird die Änderung der inneren Energie  $\Pi^i$  über die Durchbiegung  $\delta$  nach Gl. (4.6) ermittelt. Die Gesamtdurchbiegung  $\delta$  setzt sich aus den Anteilen der Schub- und Biegeverformungen ( $\delta_v$  und  $\delta_b$ ) aus der elastischen Einspannung des Restquerschnitts in den Träger  $\delta_r$  sowie der Eindrückung des Auflagers  $\delta_l$  zusammen.

$$\delta = \delta_v + \delta_b + \delta_r + \delta_l \quad (4.15)$$

Der konstante Anteil  $\delta_l$  kann bei der Untersuchung vernachlässigt werden, da dieser vom Rissfortschritt unabhängig ist. Die Schubverformungen berechnen sich aus der Betrachtung einer ebenen Scheibe mit dem Schubmodul  $G_v$  unter Berücksichtigung der geometrischen Abmessungen der Ausklinkung. Es wird angenommen, dass das Holzvolumen unterhalb des Risses keinen Beitrag zur Steifigkeit leistet.

$$\delta_v = \frac{1,2V}{G_v} \left[ \frac{\beta h}{b\alpha h} - \frac{\beta h}{bh} + \frac{l/2}{bh} \right] \quad (4.16)$$

Die Ermittlung der Verschiebung aufgrund der Durchbiegung des Trägers erfolgt am Ersatzsystem des eingespannten Trägers unter Einzellast mit der Biegesteifigkeit  $E_x bh^3/12$

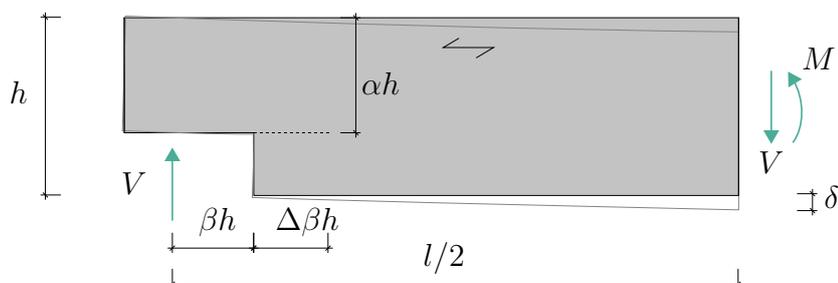


Abbildung 4.3: Geometrie und Kräftegleichgewicht bei einer Ausklinkung

zu:

$$\delta_b = \frac{V}{E_x b h^3 / 12} \left[ \frac{l^3}{24} - \frac{(\beta h)^3}{3} + \frac{(\beta h)^3}{3\alpha^3} \right] \quad (4.17)$$

Die Durchbiegung aufgrund der elastischen Einspannung des Restquerschnitts wird mit

$$\delta_r = V \beta^2 h^2 c \quad (4.18)$$

angegeben, wobei GUSTAFSSON die Annahme der Federsteifigkeit

$$c = \frac{12}{b(\alpha h)^2} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\alpha^3)}{10 G_v E_x}} \quad (4.19)$$

nicht explizit begründet. Die Änderung der gespeicherten Energie wird über die Änderung der Gesamtverformung ermittelt.

$$\Delta\delta = \Delta\delta_v + \Delta\delta_b + \Delta\delta_r \quad (4.20)$$

$$= \frac{1.2V}{G_v b} \left[ \frac{1}{\alpha} - 1 \right] + \frac{12V}{E_x b h} \left[ \frac{1}{\alpha^3} - 1 \right] + \frac{24\beta V}{b\alpha^2} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\alpha^3)}{10 G_v E_x}} \quad (4.21)$$

### Ermittlung der kritischen Bruchlast

Das kritische Risswachstum tritt bei einer Schubkraft  $V = V_c$  auf und wird von GUSTAFSSON in Abhängigkeit von der Federsteifigkeit  $c = \delta/V$  bestimmt. In einem ersten Schritt wird das Potential der inneren Energie mit der für den Rissfortschritt notwendigen Energie

$$\Delta\Pi^i = \frac{1}{2} V_c^2 \Delta \left( \frac{\delta}{V} \right) = G_c b \Delta a \quad (4.22)$$

mit

$$\Delta a = \Delta\beta h \quad (4.23)$$

gleichgesetzt. Da die Schubkraft im Restquerschnitt der Ausklinkung wirkt, wird diese auf den Querschnitt  $b\alpha h$  bezogen. Die Bruchlast  $V_c$  ermittelt sich damit allgemein zu

$$\frac{V_c}{b\alpha h} = \sqrt{\frac{2G_c}{b\alpha^2 h} \frac{\Delta(\delta/V)}{\Delta\beta}}. \quad (4.24)$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks (4.21) in Gl. (4.24) und anschließendem Umformen ergibt sich

$$V_c = \frac{b\alpha h \sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha - \alpha^2)/G_v + \beta \sqrt{6(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}}} \quad (4.25)$$

Die Lösung des bruchmechanischen Ansatzes über die Energiebilanz ermöglicht die Ermittlung der Bruchlast in Abhängigkeit von den geometrischen Abmessungen, den elastischen Materialparametern  $E_x$  und  $G_v$  und der spezifischen Bruchenergie  $G_c$  des Werkstoffs. Die rechnerische Bruchlast unter Berücksichtigung der Bruchenergie in Modus I zeigte bei GUSTAFSSON [Gust88] gute Übereinstimmung mit den experimentellen Bruchlasten, wobei diese leicht überschätzt werden. Für die Überführung des Konzepts in eine Bemessungsgleichung wurde die Proportionalitätskonstante  $k_n$  (vgl. Gl. (2.2)) eingeführt, damit die spezifische Bruchenergie des Holzes nicht in die Normung mit aufgenommen werden muss. Da der Werkstoff Holz oft Vorschädigungen in Form von Rissen aufweist, lässt sich das beschriebene Konzept auch auf andere Problemstellungen übertragen, bei denen sich Risse längs zur Faser entwickeln.

Auf Grundlage der Überlegungen von GUSTAFSSON entwickelte VAN DER PUT in [Put90] eine Bemessungsgleichung für Queranschlüsse mit Stabdübelverbindungen. Anders als bei ausgeklinkten Trägern findet beim Queranschluss eine Rissentwicklung in beide Richtungen der Lasteinleitung statt. Die Anfangsrisslänge  $\beta h$  wird als klein und konstant angenommen. Aus den verbleibenden Materialparametern  $G_v$  und  $G_c$  wird auch hier eine Proportionalitätskonstante entwickelt, was dazu führt, dass in der Anwendung in EC5 [DIN EN 1995-1-1] eine Bemessungsformel eingeführt wurde, die nur auf den geometrischen Verhältnissen basiert.

## 4.2 Konzept der Spannungs-Intensitäts-Faktoren

### Spannungen und K-Faktoren

Das von IRWIN [Irwi57] entwickelte Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren (auch K-Konzept genannt) zielt auf die Ermittlung der lokalen Spannungen an der Rissspitze ab. Durch einen vorhandenen Riss ergibt sich eine singuläre Spannungsverteilung. Bei einer Beanspruchung einer isotropen Scheibe mit Riss in Modus I entstehen an der Rissspitze wie in Abbildung 4.4 dargestellt die Spannungen:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K^I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left( 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K^I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left( 1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right) && \text{(Modus I)} && (4.26) \\ \tau_{xy} &= \frac{K^I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2}.\end{aligned}$$

Die Spannungen sind abhängig von der Lage im Rissspitzenfeld, welche durch den Abstand  $r$  und den Winkel  $\varphi$  definiert ist. Für  $r \rightarrow 0$  sind die Spannungen am größten. Die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  sind abhängig von der Proportionalitätskonstanten  $K^I$ , welche als Beanspruchungsgröße des Materials betrachtet werden kann.  $K^I$  wird als Spannungsintensitätsfaktor bezeichnet, welcher von der Geometrie, den einwirkenden Kräften, den Materialeigenschaften sowie der Risslänge abhängig ist. Für die Beanspruchung des

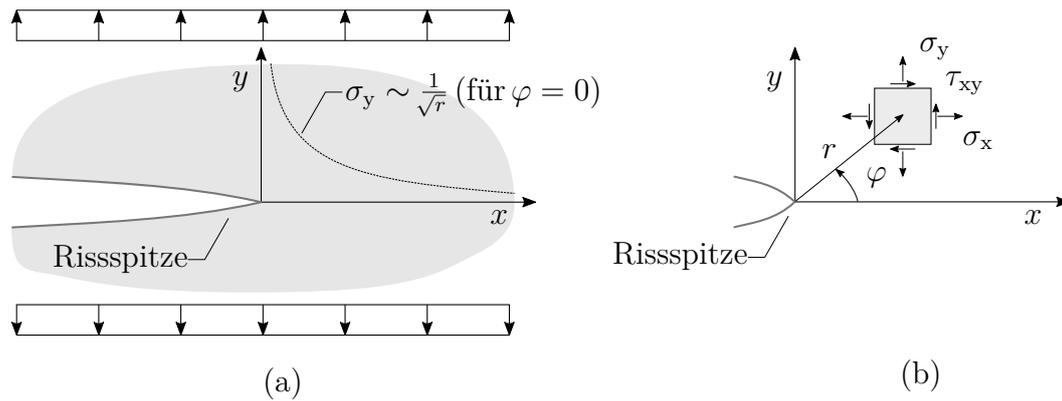


Abbildung 4.4: Spannungen an der Risspitze: (a) singulärer Verlauf durch Beanspruchung in Modus I und (b) Definition eines Elements im Rissspitzenfeld

Rissspitzenfeldes in Modus II können die Spannungen ebenfalls in Abhängigkeit von einem Spannungsintensitätsfaktor  $K^{\text{II}}$  angegeben werden.

$$\sigma_x = \frac{K^{\text{II}}}{\sqrt{2\pi r}} - \sin \frac{\varphi}{2} \left( 2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{K^{\text{II}}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \quad (\text{Modus II}) \quad (4.27)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K^{\text{II}}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left( 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right)$$

An Systemen mit einfachen Randbedingungen ermöglichen analytische Methoden eine geschlossene Lösung im ebenen Spannungs- bzw. Verzerrungszustand. Bei komplexeren Systemen ermöglicht die Finite-Elemente-Methode die Ermittlung von K-Faktoren zu den unterschiedlichen Beanspruchungsmoden. Spannungsintensitätsfaktoren wurden für einfache und häufig vorkommende Rissprobleme entwickelt und tabelliert (vgl. GROSS & SEELIG [Gros11]).

### Bruchkriterium

Erreicht der Spannungsintensitätsfaktor  $K^{\text{I}}$  bzw.  $K^{\text{II}}$  den kritischen Wert  $K_c^{\text{I}}$  bzw.  $K_c^{\text{II}}$ , kommt es zu einem kritischen Risswachstum. Für eine kombinierte Beanspruchung in Modus I und Modus II kann das von WU [Wu67] vorgeschlagene Bruchkriterium

$$\left( \frac{K^{\text{I}}}{K_c^{\text{I}}} \right)^m + \left( \frac{K^{\text{II}}}{K_c^{\text{II}}} \right)^n \leq 1 \quad (4.28)$$

mit den Exponenten  $m = 1$  und  $n = 2$  genutzt werden (vgl. AICHER ET AL. [Aich02]).

Der Wert  $K_c$  ist als Bruchzähigkeit definiert und beschreibt den Widerstand eines Materials gegen den Rissfortschritt unter der Beanspruchung in Modus I bzw. Modus II. Dieser kann mit Hilfe experimenteller Methoden für jedes Material unter Voraussetzung der linear-elastischen Bruchmechanik bestimmt werden. Die Einheit der Bruchzähigkeit ist  $\text{N}/\sqrt{\text{mm}^3}$ .

Von AICHER ET AL. [Aich02] wird die Beziehung zwischen der Bruchenergie  $G$  und der Bruchzähigkeit  $K$  in orthotropen Materialien unter der Beanspruchung in Modus I und Modus II wie folgt beschrieben:

$$G = \frac{K^{\text{I}^2}}{E^{\text{I}}} + \frac{K^{\text{II}^2}}{E^{\text{II}}} \quad (4.29)$$

Die Umrechnung erfolgt mit Bezug zu den Elastizitätsmodulen  $E_x$ ,  $E_y$  und  $G_{xy}$  sowie zur Poisson-Konstanten  $\nu_{yx}$  des Materials.

$$E^{\text{I}} = \sqrt{\frac{2E_x E_y}{\sqrt{\frac{E_x}{E_y} + \frac{E_x}{2G_{xy}} - \nu_{yx}}}} \quad (4.30)$$

$$E^{\text{II}} = \sqrt{\frac{2E_x^2}{\sqrt{\frac{E_x}{E_y} + \frac{E_x}{2G_{xy}} - \nu_{yx}}}} \quad (4.31)$$

### Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren für ausgeklinkte Auflager

Auf Grundlage eines symmetrischen Biegebalkens mit einer Ausklinkung am Auflager entwickelte RIIPOLA [Riip90] die Verformung an der Lasteinleitung  $\delta$  des ebenen Systems mit den geltenden Randbedingungen. Die äußere Punktlast wird dabei in eine Querkraft  $V$  und ein Moment  $M = V \cdot \beta h$  im Schnitt auf Höhe der Kerbe umgerechnet (vgl. Abbildung 4.3). Durch das Risswachstum  $\Delta\beta h$  steigt auch die Durchbiegung unter konstanter Last, was bei der Betrachtung der Energiebilanz zur Gleichung (4.10) führt. RIIPOLA trifft die Annahme, dass durch die Separation der Querschnittsteile unterhalb des Risses eine Beanspruchung nicht nur in Modus I sondern auch in Modus II vorliegt. Durch die Umrechnung der Bruchenergien  $G$  über die Beziehung zwischen Bruchenergie und Bruchzähigkeit in Gl. (4.29) mit Gl. (4.30) und Gl. (4.31) für orthotropes Material können die Spannungsintensitätsfaktoren für Modus I und II separat ausgedrückt werden.

$$K_{[\text{Riip90}]}^{\text{I}} = \frac{V\beta h}{3bh^{1,5}} \sqrt{\frac{6(1-\alpha)^3}{\alpha^3(\alpha^3 + (1-\alpha)^3)} + \frac{3}{5} \frac{E_x}{G_{xy}} \frac{h^2(1-\alpha)}{(\beta h)^2 \alpha}} \quad (4.32)$$

$$K_{[\text{Riip90}]}^{\text{II}} = \frac{2V\beta h}{bh^{1,5}} \sqrt{\frac{2\alpha(1-\alpha)}{\alpha^3(1-\alpha)^3}} \quad (4.33)$$

Der Vorteil der Bemessungsmethode nach RIIPOLA ist die Unterscheidung zwischen Bruchmodus I und II. Hierzu kann die Bruchzähigkeit des Materials differenziert in Modus I und

II aus experimentellen Untersuchungen abgeleitet und eingesetzt werden. Im Vergleich zu dem Ansatz von GUSTAFSSON fällt auf, dass für die Herleitung der Spannungsintensitätsfaktoren lediglich die Verformungsanteile aus der Balkenbiegung berücksichtigt wurden. Im Scheibenspannungszustand von kurzen Ausklinkungen führt dies zu einer geringeren rechnerischen Bruchlast im Vergleich zu der Bruchlast aus Gleichung (4.25).

Für verschiedene Bauteilgeometrien von Ausklinkungen und Durchbrüchen entwickelten AICHER ET AL. [Aich02] Spannungsintensitätsfaktoren mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) in Abhängigkeit von der Risslänge  $a$ . Die Spannungsintensitätsfaktoren können dabei durch die Rückrechnung der Spannungen nach den Gleichungen (4.26) und (4.27) ermittelt werden. Für rechtwinklige Ausklinkungen mit einem Ausklinkungsverhältnis von  $\alpha = 0,25$  wurden zwei Bauteilquerschnitte untersucht. Die  $K$ -Faktoren in Modus I sind bei den gewählten Querschnitten nahezu unabhängig von der hypothetischen Risslänge. Der Spannungsintensitätsfaktor  $K^{\text{II}}$  steigt leicht mit zunehmender Risslänge. Die errechnete Bruchlast  $V_c$  nach dem Kriterium von WU der beiden Bauteilgeometrien ist bei den gegebenen Randbedingungen nicht wesentlich von der Risslänge abhängig.

## 4.3 Finite-Elemente-Methoden

Neben der Anwendung von Finite-Elemente-Modellen zur Entwicklung von Spannungsintensitätsfaktoren mit einem Initialriss bestehen weitere Anwendungskonzepte, welche es ermöglichen, das Risswachstum direkt zu beschreiben und somit die Bruchlast von Bauteilen zu bestimmen.

Sind Lage und Richtung eines Risses bekannt, was bei orthotropen Materialien oft der Fall ist, dann kann die Rissprozesszone in einem ansonsten linear-elastischen Materialmodell implementiert werden. In diesem Fall wird lediglich in der Rissprozesszone die Bruchenergie und die Festigkeit des Materials hinterlegt, was eine wesentliche Reduzierung der Rechenzeit gegenüber allgemein nicht linear-elastischen Materialmodellen zum Vorteil hat.

### 4.3.1 Kohäsivzonenmodell

Kohäsivzonenmodelle eignen sich zum Beschreiben von sprödem Bruchversagen durch Rissentwicklung. Eine Kohäsivzone besteht aus der Verknüpfung von einzelnen Kohäsiv-elementen. Kohäsivelemente sind in kommerzieller FE-Software wie ABAQUS [Abaq12] bereits vordefiniert, können aber an unterschiedliche Rissfortschrittsmechanismen und Bruchhypothesen angepasst werden. Abbildung 4.5 zeigt schematisch den Aufbau eines Kohäsivzonenmodells.

#### Beschreibung des Rissfortschritts

Ein einfaches Kriterium zur Rissinitiierung kann über die Spannungen oder Verschiebungen definiert werden. Überschreiten die Spannungen die Festigkeiten unter Berücksichtigung der Spannungskombination im 2D-Element, findet der Übergang zum nichtlinearen Verhalten

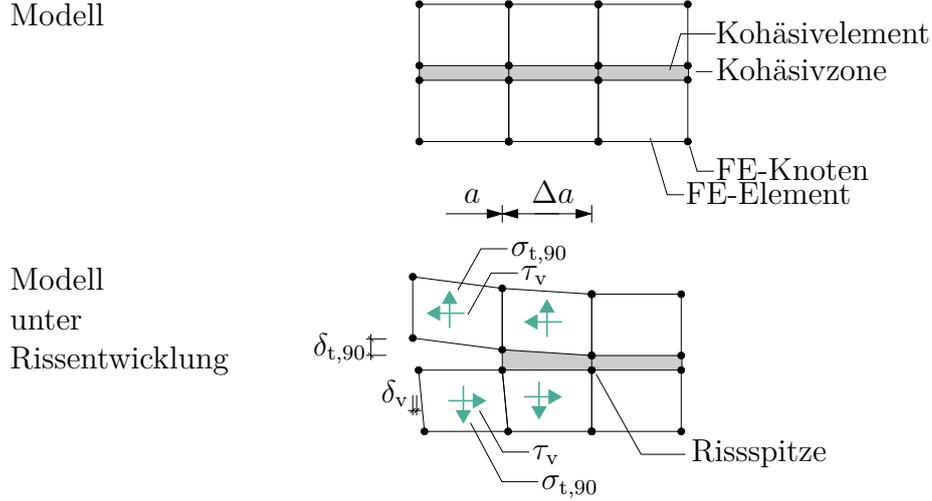


Abbildung 4.5: Kohäsivzonenmodell mit Simulation des Rissfortschritts

statt.

$$\left(\frac{\sigma_{t,90}}{f_{t,90}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_v}{f_v}\right)^2 = 1 \quad (4.34)$$

Nach Überschreitung des Rissöffnungskriteriums kann eine effektive Verzerrung  $\delta_m$  aus den Verzerrungen  $\delta_{t,90}$  und  $\delta_v$  des Kohäsivelements ermittelt werden:

$$\delta_m = \sqrt{\delta_{t,90}^2 + \delta_v^2} \quad (4.35)$$

Die effektive Verzerrung des Kohäsivelements wird genutzt, um die Steifigkeitsvariable  $D$  zu ermitteln.

$$D = \frac{\delta_m^1(\delta_m^{\max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{\max}(\delta_m^1 - \delta_m^0)} \quad (4.36)$$

$\delta_m^0$  und  $\delta_m^1$  sind die effektiven Verzerrungen des Elements zu Beginn und zum Ende der Rissöffnung.  $\delta_m^{\max}$  ist die maximal erreichte Verzerrung im Element unter der aufgebracht Last bis zum betrachteten Iterationsschritt.  $D$  beschreibt die Entfestigung des Materials in der Kohäsivzone. Eine Schädigung des Elements wird bei  $D > 0$  eingeleitet. Die Rissfortschreitung wird mit  $D = 1$  eingeleitet, sobald die gesamte Bruchenergie dissipiert ist (vgl. Abbildung 4.6). Die Steifigkeitsvariable beeinflusst die Spannungen im Kohäsivelement. Querkzug- und Schubspannungen werden abgemindert, wohingegen die Druckspannungen senkrecht zur Faser unbeeinflusst bleiben.

$$\text{Modus 1: } \sigma = \begin{cases} (1 - D)\bar{\sigma} & \text{für } \sigma \geq 0 \\ \bar{\sigma} & \text{für } \sigma < 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

$$\text{Modus 2: } \tau = (1 - D)\bar{\tau} \quad \text{für } \sigma \geq 0 \text{ und } \sigma < 0 \quad (4.38)$$

Die Spannungskomponenten in Modus I und II werden somit aufgrund der vorhandenen Dehnung unter Annahme einer linearen Entfestigung ermittelt. Ein anderer Ansatz kann

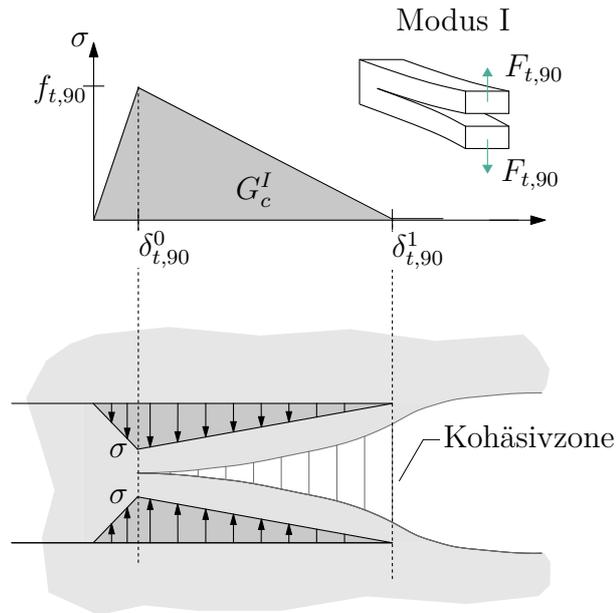


Abbildung 4.6: Beispielhafte Rissentwicklung in der Kohäsivzone durch Beanspruchung in Modus I

beispielsweise eine exponentielle Abnahme der Steifigkeit sein. Die durch den Rissfortschritt freigesetzte Energie in Modus I und II lässt sich über die aktuelle Spannung im Kohäsivelement zu

$$G^I = \frac{1}{2} \sigma \delta_{t,90}^1 \quad (4.39)$$

und

$$G^{II} = \frac{1}{2} \tau \delta_v^1 \quad (4.40)$$

ermitteln.

### Bruchkriterium

Der Bruch, und somit das vollständige Versagen des Kohäsivelements, ist bei dem Schritt definiert, wo die Bruchenergie des Elements die spezifische Bruchenergie des Materials erreicht. Im kombinierten Spannungszustand wird das Bruchkriterium aus (4.41) angewandt.

$$\left( \frac{G^I}{G_c^I} \right)^2 + \left( \frac{G^{II}}{G_c^{II}} \right)^2 = 1 \quad (4.41)$$

Nach der vollständigen Entfestigung eines Kohäsivelements, erfolgt der Rissfortschritt, wie in Abbildung 4.5 dargestellt, durch das Löschen des Elements. Durch die Entfestigung des Bauteils wird eine Maximallast erreicht, die als Bruchlast definiert wird. Diese kann aus dem Last-Verformungsverhalten des FE-Modells gewonnen werden.

Die Ermittlung von Bruchlasten mit Hilfe von Kohäsivelementen wurde beispielsweise von EISENHUT [Eise15] an verklebten Holz-Beton-Verbundbauteilen oder von KOCH ET AL.

[Koch13] für Verbindungen mit abgestirnten Zapfen angewandt.

### Modellierung von ausgeklinkten Trägerauflagern

COUREU ET AL. [Cour06] untersuchten die Einflüsse auf das Kohäsivzonenmodell anhand einer TDCB (Tapered Double Cantilever Beam) - Probe und eines am Auflager ausgeklinkten Trägers unter Beanspruchung in Modus I. Die Einflussparameter Querkzugfestigkeit  $f_{t,90}$  und die spezifische Bruchenergie  $G_c^I$  wurden in Form einer Sensitivitätsanalyse variiert und die Berechnungsergebnisse wurden experimentellen Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Die mittlere Bruchlast konnte stets gut abgebildet werden. Eine Erhöhung der Querkzugfestigkeit von 20% führte zu einer Änderung der Bruchlast um ca. 5%. Ebenso führte die Erhöhung der spezifischen Bruchenergie um 20% zu einer Erhöhung der Bruchlast um ca. 8%. Es konnte gezeigt werden, dass die Streuung der Materialparameter einen erheblichen Einfluss auf das Berechnungsergebnis hat.

FRANKE [Fran08] entwickelte Kohäsivzonenmodelle für SENB- (Single-Edge Notched Bending), TENF- (Tapered End-Notched Flexure) Prüfkörper, sowie für ausgeklinkte Trägerenden. Mithilfe der SENB- und TENF-Modelle wurden für den reinen Bruchmodus I bzw. II die Last-Verschiebungskurven experimenteller Ergebnisse simuliert und die Einflussgrößen  $f_{t,90}$ ,  $f_v$ ,  $G_c^I$  und  $G_c^{II}$  bestimmt. Bei der kombinierten Spannungsbeanspruchung eines ausgeklinkten Trägers wurden die Bruchparameter abermals angepasst, um dann das Gesamtmodell anhand einer experimentellen Versuchsserie zu validieren. Ebenso wurde unter Berücksichtigung der kombinierten Spannungsbeanspruchung die Versuchsserie und die FE-Simulation von COUREAU ET AL. abgebildet.

Die Ergebnisse von FRANKE zeigen, dass für jede Geometrie und experimentelle Versuchsserie unterschiedliche Bruchparameter gewählt werden müssen, um die experimentellen Untersuchungen abbilden zu können. Die Bruchparameter sind unter anderem von der Dimension des Trägers und dem Ausklinkungsverhältnis abhängig.

### 4.3.2 J-Konturintegral des Rissspitzenfeldes

Das  $J$ -Integral ist eine weitere Beanspruchungsgröße zur Beschreibung des Bruchverhaltens, welche in der linearen Bruchmechanik als Alternative zu der Energiefreisetzungsrate und den  $K$ -Faktoren verwendet werden kann. Das  $J$ -Integral wurde nahezu gleichzeitig von

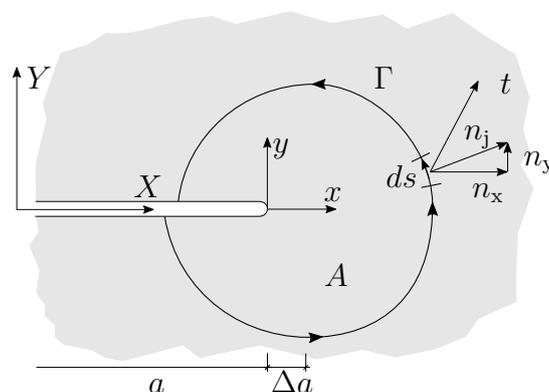


Abbildung 4.7:  $J$ -Integral an einem Rissspitzenfeld

RICE [Rice68] und CHEREPANOV [Cher67] beschrieben und findet seither Anwendung im ingenieurwissenschaftlichen Bereich. Der Vorteil des  $J$ -Integrals liegt besonders in der Anwendung bei inelastischem Materialverhalten im Rahmen der elastisch-plastischen Bruchmechanik. Das Konzept kann Anwendung finden, wenn die Rissufer spannungsfrei sind und keine äußeren Spannungen im untersuchten Teilsystem wirken.

### Energiebilanz am Teilsystem

Das  $J$ -Integral ermöglicht es, die Energiebilanz eines Teilsystems einer Struktur auszudrücken. Als Teilsystem wird vereinfacht eine Kontur  $\Gamma$  um die Risspitze betrachtet. Die Kontur umschließt die Fläche  $A$ . Das Potential der inneren Energie wird durch die Formänderungsenergiedichte  $U$  ausgedrückt. In einem elastischen Material ist  $U$  die bei Deformation pro Volumeneinheit geleistete Arbeit.

$$U = \frac{1}{2} \left( \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (4.42)$$

Von außen wirken auf das Teilgebiet Spannungen, welche über den Spannungstensor

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \quad (4.43)$$

ausgedrückt werden können. Der Vektor  $n_j$  steht normal auf der betrachteten Kontur  $\Gamma$ . Unter der Annahme, dass keine äußeren Kräfte direkt auf das Teilgebiet einwirken und keine Schädigungen wie Risse oder Ähnliches von der Kontur eingeschlossen werden, kann das Erhaltungintegral der Mechanik nach Gl. (4.44) ausgedrückt werden.

$$\int_{\Gamma} \left[ U dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right] = 0 \quad (4.44)$$

Der Integrationsweg  $ds$  beschreibt hierbei ein Segment auf der Kontur  $\Gamma$ . Die Integrationsrichtung ist stets im mathematisch positiven Sinne zu wählen, sodass vom unteren zum oberen Rissufer integriert wird (siehe Abb. 4.7).

### Bruchkriterium

Bei Rissfortschritt in  $X$ -Richtung verschiebt sich das betrachtete Gebiet  $A$  um  $\Delta a$ . Alle Feldgrößen verändern sich dadurch mit der Risslänge  $a$ , da sich das lokal eingeführte Koordinatensystem ( $x = X - a$  und  $y = Y$ ) mit bewegt.

Die Änderung des Energiepotentials  $d\Pi$  bei Rissfortschritt  $da$  kann analog zur Energiefreisetzungsrates  $G$  durch das  $J$ -Integral beschrieben werden. Für eine Kontur, welche einen Riss einschließt (siehe Abb. 4.7), kann die Formulierung nach KUNA [Kuna08] genutzt werden:

$$G = -\frac{d\Pi}{da} = J \equiv \int_{\Gamma} \left[ U dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right] \quad (4.45)$$

Erreicht  $J$  den kritischen Wert  $J_c$ , setzt das kritische Risswachstum ein. Das Bruchkriterium lautet

$$J = J_c \leq G_c. \quad (4.46)$$

Entscheidend für die Anwendung der Methode ist die Wegunabhängigkeit des  $J$ -Integrals, welche von KUNA [Kuna08] anhand des Vergleichs unterschiedlicher Konturen  $\Gamma_i$  gezeigt wird. Da das  $J$ -Integral ein Vektor ist, muss dieser für praxisrelevante Anwendungen (bspw. zur Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren) aufgespalten werden. Es gilt für den ebenen Fall unter der Beanspruchung in Modus I und II:

$$J = J^{I+II} = J^I + J^{II} \quad (4.47)$$

Das  $J$ -Integral wurde im Holzbau von BORTH [Bort02] angewendet, um Spannungsintensitätsfaktoren mit der Finiten-Element-Methode an Bolzenverbindungen mit Rissen zu ermitteln. Das  $J$ -Integral wird dabei lediglich als Zwischenschritt verwendet, um die Spannungsintensitätsfaktoren im Modus I und II bestimmen zu können.

### Beispiel der Lastpunktverschiebung

Für das Beispiel der Lastpunktverschiebung eines Doppelkragträgers wird gezeigt, dass die in Abschnitt 4.1.1 berechnete kritische Bruchlast genauso über das  $J$ -Integral ermittelt werden kann.

Betrachtet wird ein Doppelkragträger mit der Höhe  $2h$ , der Breite  $b$  und der äußeren Linienlast  $\tau_F = F/(bh)$  auf den Abschnitten BC und HK (siehe Abb. 4.8). Die Kontur, für die das  $J$ -Integral ermittelt wird, verläuft am Rand des Bauteils beginnend am unteren Rissufer, sodass die Randbedingungen im Abschnitt BC und HK eingeschlossen werden. Das  $J$ -Integral kann abschnittsweise durch

$$J = J_{BC} + J_{CD} + J_{DE} + J_{EH} + J_{HK} \quad (4.48)$$

beschrieben werden. Auf dem Abschnitt BC und HK ist das Biegemoment null. Somit sind keine Biegespannungen vorhanden, was zu  $U = 0$  führt. Auf dem Abschnitt gilt  $ds = dy$ . Die Verschiebung in  $y$ -Richtung wird mit  $u_y$  angenommen. Durch die Integrationsgrenzen 0 und  $h$  ergibt sich im Abschnitt BC das  $J$ -Integral zu:

$$J_{BC} = J_{HK} = - \int_0^h t_i \frac{\partial u_y}{\partial x} dy \quad (4.49)$$

Aufgrund der spannungsfreien Ränder des Bauteils gilt:

$$J_{CD} + J_{DE} + J_{EH} = 0 \quad (4.50)$$

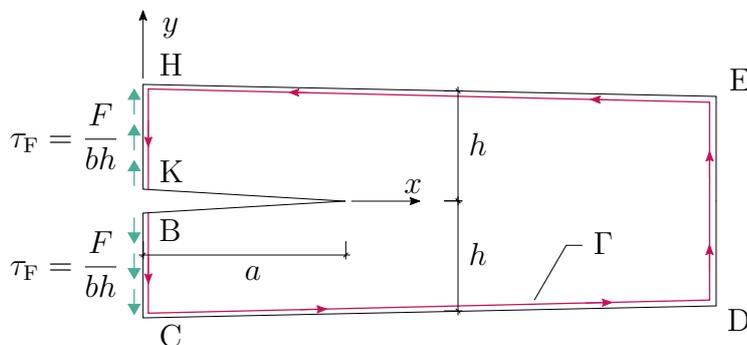


Abbildung 4.8: Beispiel der Lastpunktverschiebung am Doppelkragträger

Die partielle Ableitung  $\partial u_y$  nach  $\partial x$  kann über die Durchbiegung des Kragträgers nach der Balkentheorie bestimmt werden. Ist das Biegemoment  $M = F \cdot x$ , gilt:

$$u_y''(x) = \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{Fx}{EI} \quad (4.51)$$

Nach der partiellen Integration ergibt sich aus Gl. (4.51)

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{Fx^2}{2EI} + k \quad (4.52)$$

mit der Biegesteifigkeit  $EI$  und der Integrationskonstanten  $k$ . Durch Einsetzen der Randbedingungen ergibt sich für  $x = a$ :

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = 0, \quad (4.53)$$

sodass

$$k = -\frac{Fa^2}{2EI} \quad (4.54)$$

bestimmt werden kann. Für  $x = 0$  ergibt sich:

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = -\frac{Fa^2}{2EI} = -\frac{6Fa^2}{Ebh^3} \quad (4.55)$$

Durch Einsetzen in Gl. (4.49) ergibt sich unter Berücksichtigung der Annahme aus Gl. (4.50) die Formulierung

$$J = -2 \int_0^h t_i \frac{6Fa^2}{Ebh^3} dy, \quad (4.56)$$

wobei die Integration der Schubspannungen im Abschnitt BC und HK durch

$$\int_0^h t_i dy = \frac{F}{b} \quad (4.57)$$

ausgedrückt werden kann. Das  $J$ -Integral des Doppelkragträgers ergibt sich somit zu

$$J = \frac{12F^2a^2}{Eb^2h^3}. \quad (4.58)$$

Stellt man Gl. (4.58) nach der kritischen Kraft  $F_c$  um, erhält man in Übereinstimmung zu Gl. (4.14) die Bruchlast für den Doppelkragträger:

$$F_c = \sqrt{\frac{J_c Eb^2 h^3}{12a^2}} \quad (4.59)$$

Es konnte gezeigt werden, dass sich auch die Methode mit der Bestimmung des  $J$ -Integrals eignet, um Bruchlasten für einfache Strukturen zu ermitteln. Die Materialkonstante  $J_c$  tritt hierbei an die Stelle von  $G_c$ .

### Modellierung des Rissumfeldes

Das  $J$ -Integral eignet sich im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) zur Bestimmung von Bruchlasten. In der Finite-Elemente-Methode wird das  $J$ -Integral genutzt, um die Spannungsintensitätsfaktoren für eine riss behaftete Struktur zu berechnen. Der kritische Wert  $J_c$  ist äquivalent zur spezifischen Bruchenergie  $G_c$ . Daher kann für ein Versagen in Modus I und II die kritische Bruchlast  $V_c$  bestimmt werden, wenn die kombinierte spezifische Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  bekannt ist.

In der numerischen Analyse kann das  $J$ -Integral beispielhaft nach KUNA [Kuna08] über den Integrationsweg  $\Gamma$  bestimmt werden. So wird in der Finite-Elemente-Methode die Summe über  $n_E$  Teilstücke  $\Gamma_e$  ermittelt:

$$\Gamma = \sum_{e=1}^{n_E} \Gamma_e \quad (4.60)$$

Wird der Integrationsweg durch die Integrationspunkte gelegt, hat das den Vorteil, dass dort die Spannungen aus der FE-Analyse bekannt sind und diese die höchste Genauigkeit aufweisen. Der Integrationsweg  $\Gamma_e$  verläuft so über die lokale Koordinate  $\xi_1$ , welche als konstant angenommen werden kann.  $\xi_2$  bewegt sich auf dem Pfad nach der Definition des Elements zwischen  $-1$  und  $+1$ . Der Normaleneinheitsvektor  $n$  auf  $\Gamma_e$  (siehe Abb. 4.9) kann durch die Winkeltransformation in Abhängigkeit von  $\alpha$  ausgedrückt werden.

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} ds = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} ds = \begin{bmatrix} dy \\ -dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \xi_2} \\ -\frac{\partial x}{\partial \xi_2} \end{bmatrix} d\xi_2 \quad (4.61)$$

Die Länge des Linienelements ist  $ds$ . Der erste Teil des Integranden aus Gl. (4.45) ist die Formänderungsenergiegedichte  $U$ , welche für ebene elastische Fälle

$$U = \frac{1}{2} \left( \sigma_{11} \epsilon_{11} + \tau_{12} \epsilon_{12} + \sigma_{22} \epsilon_{22} \right) \quad (4.62)$$

beträgt. Die Schnittspannungen  $t_i = \sigma_{ij} n_j$  aus dem zweiten Teil des Integranden können als

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} n_1 + \tau_{12} n_2 \\ \tau_{12} n_1 + \sigma_{22} n_2 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

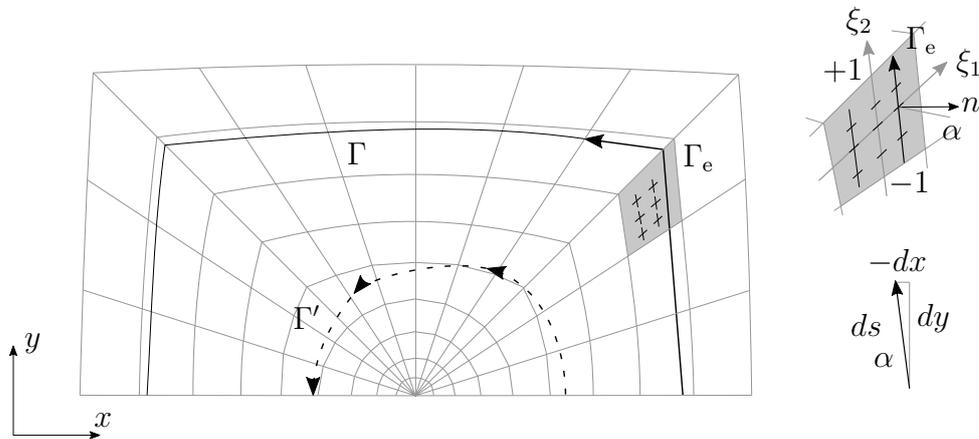


Abbildung 4.9: Integrationspfad an einer FE-Struktur und am einem FE-Element aus [Kuna08]

ausgedrückt werden. Die Dehnungen des Körpers lassen sich über das Ableiten des Verschiebungsvektors  $u_i$  nach  $x$  zu

$$\epsilon_i = \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad (4.64)$$

ausdrücken.

Das  $J$ -Integral kann nun über ein Element  $\Gamma_e$  ausgedrückt werden:

$$J_e = \int_{-1}^{+1} \left( \frac{1}{2} (\sigma_{11}\epsilon_{11} + 2\tau_{12}\epsilon_{12} + \sigma_{22}\epsilon_{22}) n_1 \right. \quad (4.65)$$

$$\left. - (\sigma_{11}n_1 + \tau_{12}n_2) \frac{\partial u_1}{\partial x} - (\tau_{12}n_1 + \sigma_{22}n_2) \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) ds \quad (4.66)$$

Um den Gesamtwert von  $J$  zu erhalten wird die Summe der Beiträge aller Elemente über den Integrationspfad zu

$$J = \sum_{e=1}^{n_E} J_e \quad (4.67)$$

berechnet. Alternativ wird wie etwa in der kommerziellen Software ABAQUS das  $J$ -Integral über ein äquivalentes Gebietsintegral bestimmt.

### 4.3.3 Probabilistisches Verfahren

Auf Grundlage der Extremwertverteilung, welche die linksschiefe Verteilung von Bruchlasten gut abbildet, leitete WEIBULL [Weib51] unter Berücksichtigung der Theorie des schwächsten Glieds („weakest link theory“) die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_s$  für spröde Materialien her. Die Theorie geht davon aus, dass spröde Materialien aus vielen kleinen Elementen bestehen, welche in Reihe geschaltet sind. Das Versagen tritt daher schon beim Ausfall eines Elements ein. Die Ausfallwahrscheinlichkeit kann nach Gl. (4.68) bestimmt werden.

$$P_s = \exp \left[ - \int_V \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dV \right] \quad (4.68)$$

Die im Volumen  $V$  auftretende Spannung  $\sigma$  wird dabei auf eine charakteristische Spannung  $\sigma_0$  bezogen, welche - ebenso wie der Weibull-Parameter  $m$  - durch eine Regressionsanalyse bestimmt wird (vgl. HAHN ET AL. [Hahn12]). Unter einer kombinierten Beanspruchung aus Schub, Zug und Querkzug kann die bezogene Spannung im Element  $i$  nach Abbildung 4.10a zu

$$\sigma_i = \sqrt{\left( \frac{\sigma_x}{f_x} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_x \sigma_y}{f_x f_y} \right) + \left( \frac{\sigma_y}{f_y} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{xy}}{f_{xy}} \right)^2} \quad (4.69)$$

nach dem NORRIS-Kriterium [Norr62] in Anlehnung an TANNERT ET AL. [Tann12] bestimmt werden. Die Festigkeiten  $f_x$ ,  $f_y$  und  $f_{xy}$  werden anhand einer Zugprobe mit einem definierten Volumen mit der Querschnittsfläche  $A_0 = l_0 \cdot b_0$  ermittelt (siehe Abbildung 4.10b). Das probabilistische Konzept kann in Verbindung mit einer Finite-Elemente-Analyse (FEA) Anwendung finden, indem der untersuchte Bereich wie in Abbildung 4.10a mit einzelnen

Elementen diskretisiert wird. Bezogen auf ein Bauteil mit  $n$  einzelnen Elementen lässt sich dabei die Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den Elementabmessungen für ein bestimmtes Lastniveau  $F$  nach Gl. (4.70) darstellen.

$$P_s(F) = \exp \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{\Delta l_i b_i}{l_0 b_0} \left( \frac{\sigma_i(F)}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (4.70)$$

Das Verhältnis der beanspruchten Fläche im Modell  $A_i = l_i \cdot b_i$  zur bezogenen Fläche aus den experimentellen Zugprüfungen berücksichtigt hierbei den Volumeneffekt. Da die Spannung, wie in den experimentellen Zugprüfungen nur auf eine Fläche bezogen wird, spielt die Höhe der Elemente keine Rolle. In einem beliebigen Element  $i$  im betrachteten Bereich ist das Verhältnis der Spannungsinteraktionsfunktion  $\sigma_i$  nach Gl. (4.69) und der Bruchlast  $F_u$  gleich dem Verhältnis der aufgetragenen Last im FE-Modell  $F$  und der daraus resultierenden Spannung  $\sigma_i$  :

$$\sigma_i(F_u) = \frac{F_u}{F} \cdot \sigma_i(F) \quad (4.71)$$

Die Bruchlast  $F_u$  wird durch Anwendung des natürlichen Logarithmus auf die Gl. (4.70) und anschließendem Einsetzen in Gl. (4.71) zu

$$F_u(P_s) = F \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\Delta l_i b_i}{l_0 b_0} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^m \right]}{-\ln(P_s)} \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (4.72)$$

ermittelt, wobei hier  $F$  die Laststufe im FE-Modell beschreibt.

In TANNERT ET AL. [Tann12] wurde die Bruchlast von eingeklebten Gewindestangen mit Hilfe des vorgestellten Modells berechnet. Hierzu wurde die Festigkeit des Holzes in Abhängigkeit von der Faserrichtung ermittelt. Über das Versagenskriterium nach NORRIS [Norr62] wurde die Bezugsspannung  $\sigma_i$  ermittelt. Die rechnerische Bruchlast  $F_u$  wurde

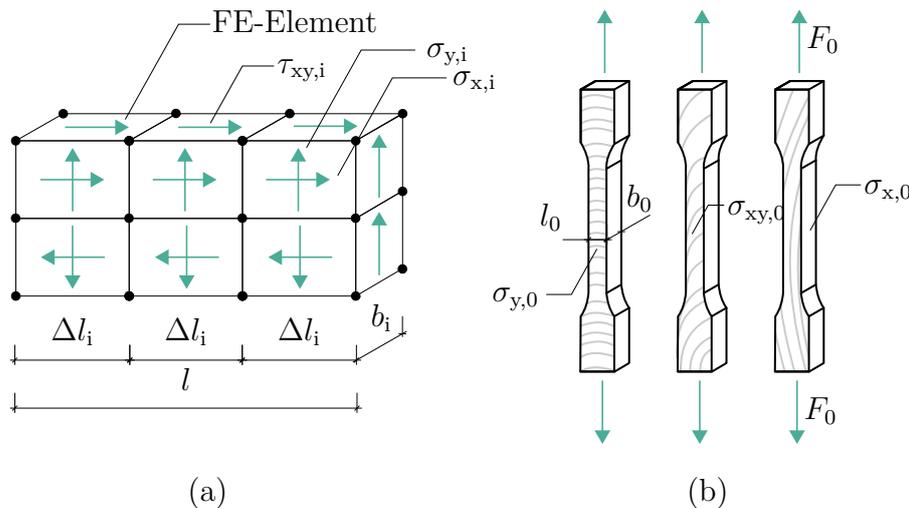


Abbildung 4.10: (a) Element mit Abmessungen unter Schub- und Querkzugbeanspruchung und (b) Zugproben zur Ermittlung der Festigkeit von Holz im Winkel zur Faser unter Berücksichtigung eines normierten Querschnitts

für eine Ausfallwahrscheinlichkeit der Elemente von  $P_s = 50\%$  bestimmt. Der Verlauf der Bruchlast in Abhängigkeit von der Verbundlänge konnte bei unterschiedlichen Prüfgeometrien gut von dem probabilistischen FE-Modell abgebildet werden. Es wurde im Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen eine mittlere Abweichung der Bruchlast von ca. 8% erreicht.

FECHT [Fech20] entwickelte für Holz-Glas-Verbundproben (HGV) ein räumliches Finite-Elemente-Modell zu Ermittlung der Schub- und Querkzugspannungen entlang eines definierten Pfades. Für die Stelle der maximalen Spannungen wurde die Bruchlast im Holz mit dem probabilistischen Modell bestimmt. Das Modell zeigte vor allem für verhältnismäßig steife Klebstoffe mit reinem Holzversagen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der experimentellen Versuchsserien.

## 4.4 Zwischenfazit

Dieses Kapitel zeigt eine Vielzahl von Konzepten und Modellen zur Beschreibung von sprödem Versagen von Holzbauteilen und Holzverbindungen. Ziel der Methoden, welche zum Teil bereits in der Literatur angewendet wurden, ist die exakte Prognose der experimentellen Bruchlast mit möglichst geringem Aufwand.

Das Konzept der Energiebilanz und das Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren ermöglicht hierbei eine analytische Lösung unter Berücksichtigung der konstruktiven Randbedingungen, welche mathematisch erfasst werden müssen. Da die Anwendung der beiden Konzepte unter Berücksichtigung aller wesentlichen geometrischen und materialspezifischen Randbedingungen nicht selten auch zu komplexen Lösungen führt, werden viele Konzepte in die Finite-Elemente-Methode implementiert. Hierfür eignet sich insbesondere die Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren bzw. das  $J$ -Integral, sowie die Modellierung von Kohäsivzonen und die probabilistische Methode auf Grundlage der Theorie von WEIBULL.

Ziel der folgenden Untersuchungen ist der Vergleich und die Bewertung unterschiedlicher Konzepte zur Bestimmung der Bruchlast anhand der bruchlasten aus experimentellen Untersuchungen. Hierbei soll insbesondere das Konzept der Energiebilanz (KDE) mit den Möglichkeiten der Finite-Elemente-Methoden mit Kohäsivelementen (KZE) und der Berechnung des  $J$ -Integrals verglichen werden.



# 5 Experimentelle Untersuchungen

## 5.1 Untersuchungsziele und Versuchsprogramm

Als Beitrag zur Optimierung und Weiterentwicklung von formschlüssigen Kontaktverbindungen wurden umfassende experimentelle Untersuchungen an unterschiedlichen Verbindungsgeometrien durchgeführt. Aufbauend auf den Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerenden in unterschiedlichen Maßstäben, sowie der Zapfenverbindung, wurde die gereihte Zapfenverbindung entwickelt. Der Vorteil der gereihten Zapfenverbindung gegenüber der traditionellen Zapfenverbindung ist die Verteilung der Anschlusskraft auf mehrere Zapfen und somit die Reduzierung der Spannungen in den potentiellen Rissebenen.

Ziel der experimentellen Untersuchung wurde die Ermittlung der Bruchlast der gereihten Zapfenverbindung in Abhängigkeit von der Anschlussgeometrie, sowie die Optimierung hinsichtlich des Tragverhaltens. Zusätzlich wurde eine Verstärkung der Rissebenen untersucht, um die Potentiale einer konstruktiven Verstärkung einschätzen zu können.

Zur Validierung eines Bemessungsmodells wurden ergänzende experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerenden durchgeführt.

In einer ersten Serie wurden 48 ausgeklinkte Träger untersucht. Bei 18 Prüfkörpern wurde die Rissebene bewehrt und zusätzlich die Kraft in der Schraube gemessen. Die Untersuchungen an Zapfenverbindungen umfassen insgesamt 55 Versuche mit unterschiedlichen Geometrien mit bewehrten und nicht bewehrten Rissebenen. Alle Prüfgeometrien sind in Abbildung 5.1 unter Angabe der Abmessungen und Prüfkörperbezeichnung dargestellt.

## 5.2 Werkstoffe

Die Prüfkörper der Hauptserien sind aus Konstruktionsvollholz (KVH, Fichte) nach [DIN EN 338] und Brettschichtholz (BSH) der Festigkeitsklasse GL24h nach [DIN EN 14080]

Tabelle 5.1: Mittelwerte der Rohdichte und der Holzgleichsfeuchte der einzelnen Versuchsserien

Serie	Werkstoff	$\rho_{\text{mean}}$ kg/m <sup>3</sup>	COV %	$\omega$ %	COV %
TTA	KVH	471	29	11,8	28
TTA	BSH	392	6	9,9	2
TSA	KVH	471	29	11,8	28
TMA	BSH	464	7	10,6	1
TS	KVH	471	29	11,8	28
TS	BSH	430	4	9,7	6
TS	BauBuche	802	19	4,9	6
TM	BSH	460	6	10,3	6

hergestellt (siehe Abbildung 5.1). Zudem wird für Fremdzapfen der Werkstoff BauBuche Q nach der allgemein bauaufsichtlichen Zulassung [Z-9 1-838] eingesetzt. Die Vorteile des Buchenfurnierschichtholzes (BauBuche Q,  $d = 20$  mm) sind die hohe Schubfestigkeit und Querdrucksteifigkeit. Für alle Prüfkörper wurde mit der Darmmethode die Holzfeuchte  $\omega$  und die Rohdichte  $\rho_{\text{mean}}$  unmittelbar nach dem Bauteilversuch ermittelt. Für die Brett-schichtholzträger der Serie TS4 wurde zusätzlich an 27 Proben die Querdruckfestigkeit bzw. -steifigkeit und an 6 Proben die Querkzugfestigkeit nach [DIN EN 408] ermittelt. Die gemessenen Materialparameter für die Rohdichte und Holzausgleichsfeuchte der einzelnen Prüferien können Tabelle 5.1 entnommen werden. Die mittlere Druckfestigkeit der durchgeführten Nebenversuche liegt bei  $\sigma_{c,90,\text{mean}} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup>. Der mittlere E-Modul wurde zu  $E_{90,\text{mean}} = 300$  N/mm<sup>2</sup> bestimmt. Die Querkzugfestigkeit der untersuchten Prüfkörper mit der Querschnittsfläche  $A = 100 \cdot 100 = 10.000$  mm<sup>2</sup> wurde zu  $\sigma_{t,90,\text{mean}} = 0,87$  N/mm<sup>2</sup> ermittelt.

Zur Verstärkung der Rissebenen wurden in 11 Prüfkörpern Vollgewindeschrauben eingesetzt. Die Durchmesser liegen zwischen  $d = 6$  mm und 12 mm und die Längen zwischen  $l = 120$  und 240 mm. Zur Anwendung kommen Produkte der Hersteller HECO, SPAX und Würth. Die Vollgewindeschrauben sind nach europäisch technischen Zulassungen (ETA) geregelt ([ETA-11-0452][ETA-12-0114][ETA-11-0190]).

## 5.3 Messtechnik

### 5.3.1 Messung der Rissöffnung

Zur Ermittlung von Verschiebungen im Bereich der Risse wurde das optische Messsystem Pontos der “Gesellschaft für optische Messtechnik“ [GOM 11] genutzt. Durch die Anordnung von optischen Messpunkten ober- und unterhalb des potentiellen Risspfades kann die Verschiebung  $\Delta x_i$  und  $\Delta z_i$  zwischen einzelnen Messstellen entlang des Risses ermittelt werden. Die Auswertung dieser Daten gibt Aufschluss über die Verzerrungen auf der Holzoberfläche. Neben der optischen Messung auf der Bauteilvorderseite wurde auf der Rückseite die Rissöffnung  $\Delta z$  mit induktiven Wegaufnehmern aufgezeichnet.

Die Messdaten der optischen Messung wurden in einem externen Messrechner aufbereitet. Der Bezug zu den anderen Mess- und Steuerdaten wird über die Kraft- bzw. Zeitinformation referenziert.

### 5.3.2 Messschrauben mit DMS

Bei einigen Versuchen wurden Messschrauben verwendet, um die Kräfte in der Verstärkung von Rissebenen zu ermitteln. Da Vollgewindeschrauben vor allem in axialer Richtung beansprucht werden, wird die axiale Zugkraft in den Schrauben gemessen.

Die von WOLFTHALER & AUGUSTIN [Wolf16] an der Technischen Universität Graz entwickelte Messschraube auf Basis einer Vollgewindeschraube des Herstellers Würth [ETA-11-0190] besitzt einen Durchmesser  $d = 12$  mm und eine Länge von  $l = 160$  mm. Im Kern der Schraube wird in einer Bohrung mit dem Durchmesser  $\varnothing 2$  mm ein runder Dehnungsmessstreifen (DMS) verklebt, welcher die Dehnung  $\epsilon_{ax}$  in Längsachse der Schraube aufzeichnet. Über eine Zugprüfung der Schraube lässt sich die Messschraube auf die axiale

Ausklinkung

$b$ [mm]	80			100	160
$h$ [mm]	120			240	380
	KVH	BSH		KVH	BSH
$\alpha(n)$	0,50(3)	0,50(3)	0,50(2)	0,50(3)	0,50(3)
		0,67(3)	0,67(7)	0,67(3)	0,67(3)
		0,83(3)	0,83(2)	0,83(3)	0,83(3)
	TTA	TTA	TTA	TSA	TMA

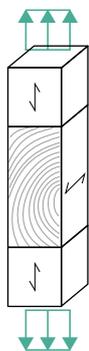
Zapfenverbindungen

$b$ [mm]	100							160			
$h$ [mm]	240							380			
	KVH		BSH					BSH			
$n$	5	6	5	6	5	6	5	6	6	5	
	TS1	TS2	TS4	TS4	TS4	TS4	TS4	TS4	TM2	TM4	TM7
				-V	-F	-FV	-S				

Nebenversuche

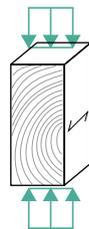
Querzug

$$n = 6$$



Querdruck

$$n = 27$$



Rohdichte / Feuchte

$$n = \sum n_{\text{Ausklindung}} + \sum n_{\text{Zapfen}}$$



Abbildung 5.1: Versuchsprogramm mit Übersicht der Prüfkfigurationen für ausgeklindete Trägerenden, Zapfenverbindungen und Nebenversuche mit Anzahl  $n$  der Prüfkörper

Zugkraft  $F_{ax}$  kalibrieren, sodass im Bauteilversuch direkt die Kraft in der Schraube angegeben wird.

## 5.4 Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern

### 5.4.1 Versuchsaufbau

Die experimentellen Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern wurden in einem 3-Punkt-Biegeversuch durchgeführt (siehe Abb. 5.3). Die Belastung wird an der Oberseite des Prüfkörpers in einem Abstand von  $2h$  zur Ausklinkung eingeleitet. Die Belastung wird weggesteuert durch die Verschiebung  $w_p$  mit einer Geschwindigkeit von  $v = 1 \text{ mm/s}$  gemäß Belastungsprotokoll für mechanische Holzverbindungen nach [DIN EN 26891] aufgebracht. Die Querkraft am Auflager errechnet sich zu

$$V = F_p \cdot \frac{l - h \cdot (\beta + 2)}{l} \quad (5.1)$$

Während des Versuchs wird die Prüfkraft  $F_p$  und die Verschiebung an der Lasteinleitung  $w_p$  aufgezeichnet. Die Messschrauben werden unter Variation des Einschraubwinkels  $\Theta = 90^\circ \dots 60^\circ \dots 45^\circ$  zur Holzfaser und des Randabstands zum Hirnholz  $a_v = 5d \dots 1d$  (gemessen in der Rissebene) vorgebohrt und eingebracht, sodass sich der DMS in der Schraubenachse auf Höhe des potentiellen Risses befindet.

### 5.4.2 Ergebnisse an unverstärkten Bauteilen

Es wurden Bruchlasten an drei unterschiedlichen Querschnitten (TTA, TSA und TMA) mit je drei verschiedenen Ausklinkungsverhältnissen  $\alpha$  ermittelt. Das Versagen wurde bei allen Prüfkörpern durch die Rissentwicklung entlang der Faser, ausgehend von der Ausklinkung eingeleitet. Die Bruchlast steigt mit größerem Querschnitt und Ausklinkungsverhältnis.

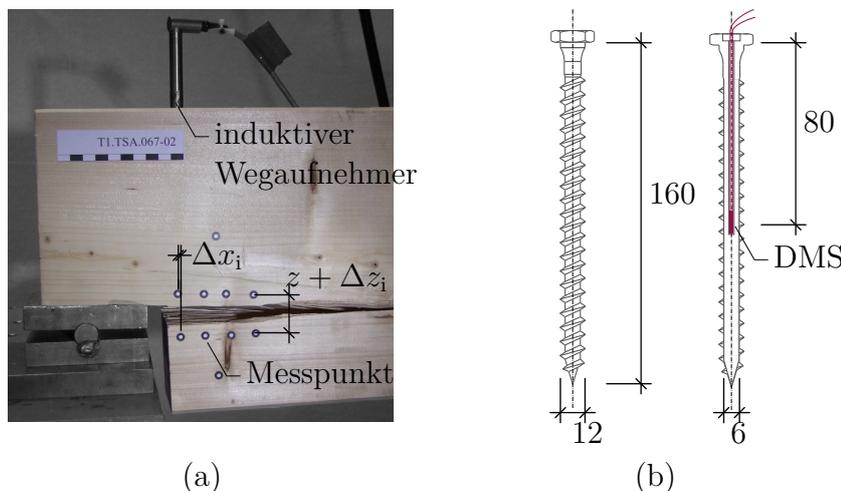


Abbildung 5.2: (a) Pontos Messpunkte an einem geöffneten Riss  
(b) Ansicht und Schnitt der Messschraube mit DMS

Die Ausklinkungslänge wurde nicht variiert. Prüfkörper aus BSH zeigen allgemein eine geringere Streuung der Bruchlasten gegenüber den Prüfkörpern aus KVH. Die Bruchlasten und die ermittelte Rohdichte aus den Nebenversuchen sind in Tabelle 5.2 dokumentiert. Alle Einzelwerte und Last-Verformungskurven können dem Anhang B.3 entnommen werden.

Tabelle 5.2: Geometrie und Ergebnisse unverstärkter ausgeklinkter Trägersauflager

Typ	$b$ mm	$h$ mm	$n$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$\omega$ %	$V_{\max}$ kN	COV %
TTA (BSH)	80	120	3	0,50	0,29	427	9,8	5,8	15
			3	0,67		408	10,0	9,9	7
			3	0,83		431	9,8	20,0	9
TSA (KVH)	100	240	3	0,50	0,21	471	11,8	13,3	28
			3	0,67		471	11,8	14,8	23
			3	0,75		471	11,8	16,9	30
TMA (BSH)	160	380	3	0,50	0,21	464	10,6	23,1	10
			3	0,67		464	10,6	42,9	5
			3	0,75		464	10,6	50,7	11

### 5.4.3 Ergebnisse an verstärkten Bauteilen

An verstärkten Ausklinkungen wurden für den Querschnitt TTA die Kräfte in der Messschraube nach Abbildung 5.2b auf Höhe der Rissebene sowie die Last-Verformungskurve ermittelt. Abbildung 5.4a zeigt die Auflagerkraft  $V$  und die Zugkraft in der Schraube  $F_{ax}$  ( $\Theta = 45^\circ$ ,  $a_v = 3d$ ) in Abhängigkeit von der Rissöffnung senkrecht zur Faser  $\Delta z$  für den Prüfkörper TTAV-067-V45-3d-1. Die axiale Zugkraft in der Schraube steigt mit der Auflagerkraft. Die verstärkte Rissebene zeigt eine höhere Steifigkeit bezogen auf die Rissöffnung im Vergleich zum unverstärkten Prüfkörper.

Beim Vergleich der Bruchlasten nach Abbildung 5.4b zeigt sich die stets höhere Tragfähigkeit der verstärkten Prüfkörper, wobei die Wirkung der Verstärkung mit größerem

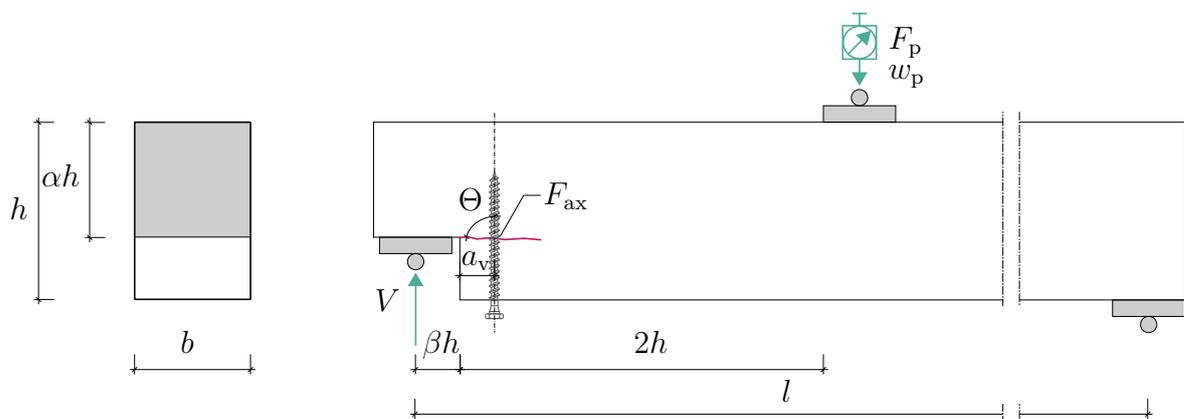


Abbildung 5.3: Versuchsaufbau für ausgeklinkte Träger

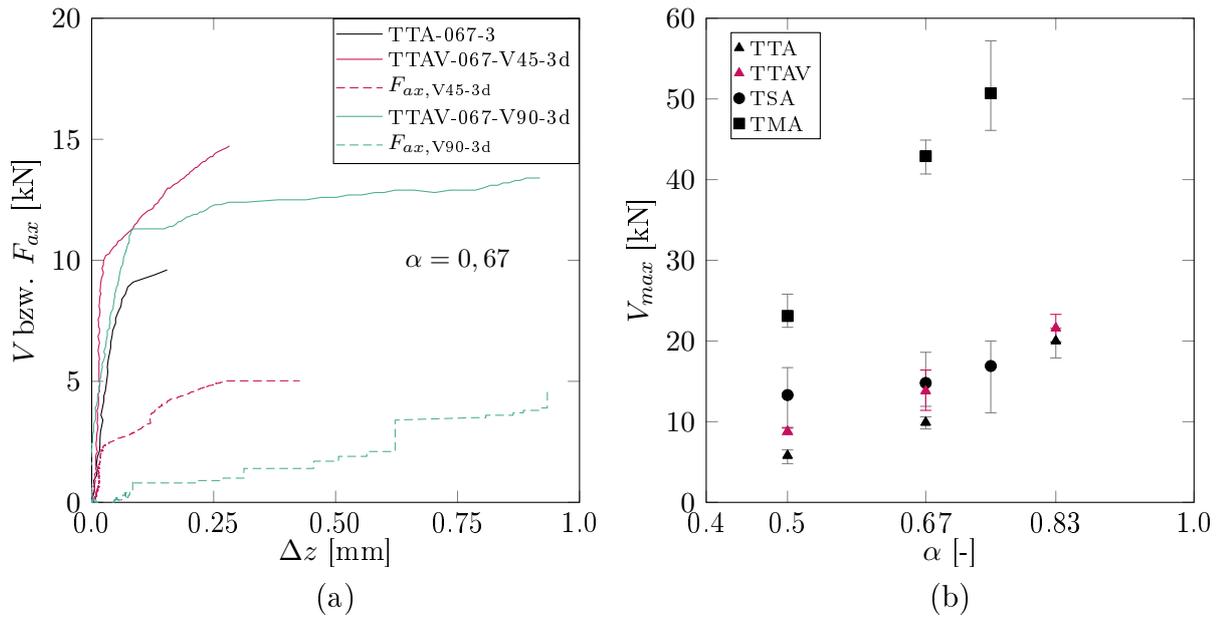


Abbildung 5.4: (a) Rissöffnungs-Kraft-Beziehung der unverstärkten und verstärkten Ausklinkung TTA ( $\alpha = 0,67$ )  
 (b) Minimal- und Maximalwerte sowie Mittelwerte der Bruchlasten aller Prüferien an ausgeklinkten Verbindungen

Ausklüngenverhältnis  $\alpha$  abnimmt. In Tabelle 5.3 ist zu sehen, dass die Kraft in der Schraube  $F_{ax}$  mit der Bruchlast  $V_{max}$  ansteigt. Die Bruchlast hat ihr Maximum bei einem Einschraubwinkel von  $\Theta = 45^\circ$  und bei einem Abstand zum Hirnholz von  $a_v = 2d$ . Ein Vergleich der Rissöffnungskurven in Abhängigkeit von unterschiedlichen Einschraubwinkeln zeigt, dass die Kraft in der Schraube in einem Winkel von  $\Theta = 45^\circ$  kontinuierlicher zunimmt, als unter einem Einschraubwinkel von  $\Theta = 90^\circ$  (vgl. Abbildung 5.4a). Der Prüfkörper TTAV-067-V45-3d zeigt nach dem Anriss eine wesentliche Laststeigerung, wohingegen die Auflagerkraft bei dem Prüfkörper TTAV-067-V90-3d eher konstant bleibt bei zunehmender Verformung. Die axiale Kraft in der Schraube steigt unter kleinen Riss-

Tabelle 5.3: Ergebnisse an verstärkten Bauteilen

Prüfkörper	$b$	$h$	$\alpha$	$\Theta$	$a_v$	$\rho$	$\omega$	$V_{max}$	$F_{ax,max}$	$\frac{F_{ax,max}}{V_{max}}$	$F_{ax,calc}$
TTAV-	mm	mm		°		kg/m <sup>3</sup>	%	kN	kN	%	kN
050-V90-3d-1	80	120	0,50	90	3d	429	9,9	8,4	6,0	71	5,4
050-V45-2d-1				45	2d	446	9,8	9,2	4,2	46	6,0
067-V90-5d-5			0,67	90	5d	427	9,8	12,9	3,5	27	4,3
067-V90-3d-1				90	3d	399	9,8	13,7	5,0	36	4,5
067-V60-3d-1				60	3d	427	10,1	13,9	4,0	29	4,6
067-V45-3d-1				45	3d	444	9,6	14,6	7,0	48	4,8
067-V45-2d-1				45	2d	491	10,1	16,1	6,9	43	5,3
067-V45-1d-1				45	1d	491	10,1	11,5	3,2	28	3,8
083-V60-2d-1			0,83	60	2d	429	12,0	19,9	1,5	7	2,0
083-V45-2d-1				45	2d	470	13,3	23,3	4,0	17	2,3

fortgeschritten.

Die Last-Verformungskurven im Anhang B.3 zeigen, dass ein ausgeklinktes Auflager mit dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha = 0,83$  nicht mehr effektiv verstärkt werden kann. Das Verhältnis von axialer Zugkraft in der Schraube  $F_{ax}$  zur Auflagerkraft beträgt hier nur stets weniger als 20%. Allgemein kann man sagen, dass senkrecht zur Rissebene eingebrachte Vollgewindeschrauben erst bei einem deutlichen Rissfortschritt aktiviert werden. In einem Abstand von  $a_v = 2d - 3d$  erfährt die Verstärkung eine höhere axiale Zugkraft als für  $a_v = 1d$  bzw.  $a_v = 5d$ .

In Tabelle 5.3 wurde für die maximale Prüfkraft aller Prüfkörper die theoretische Zugkraft in der Rissebene nach Gl. (2.3) ermittelt. Der Vergleich der gemessenen Zugkraft  $F_{ax}$  und der berechneten Zugkraft  $F_{ax,calc}$  nach Gl. (2.3) zeigt, dass in den experimentellen Untersuchungen die theoretische Zugkraft in vielen Fällen überschritten wird.

#### 5.4.4 Zwischenfazit zu experimentellen Versuchen

Für die Validierung der in Kapitel 4 dokumentierten Bemessungsmodelle wurden insgesamt 27 experimentelle Versuche an unverstärkten Trägerausklinkungen und einem Ausklinkungsverhältnis von  $\alpha = 0,50, 0,67$  und  $0,75$  mit Nadelvollholz und Brettschichtholz durchgeführt. Die Rissbildung in Faserrichtung ausgehend von dem Ende der Ausklinkung leitete stets das Versagen ein, welches spröde und schlagartig auftritt. Die ermittelten Bruchlasten steigen mit größerem Ausklinkungsverhältnis. Die Bruchlast ist überproportional von dem Ausklinkungsverhältnis abhängig. Die Bruchlasten innerhalb einer Versuchsserie mit drei gleichen Versuchen streuen doppelt so stark, wenn Nadelvollholz anstatt von Brettschichtholz verwendet wird. Diese Tendenz konnte auch bei der Streuung der Rohdichte in den Nebenversuchen beobachtet werden.

Zusätzlich wurden 11 Tests an ausgeklinkten Trägern durchgeführt, welche mittels einer Vollgewindeschraube in der Rissebene bewehrt wurden. In der Verstärkung wurde mit innen liegendem DMS die axiale Zugkraft in der Vollgewindeschraube gemessen. Es wurde das Ausklinkungsverhältnis von  $\alpha = 0,50 \dots 0,67 \dots 0,83$ , der Einschraubwinkel  $\Theta = 90^\circ \dots 60^\circ \dots 45^\circ$  und der Randabstand der Schraube  $a_v = 1d \dots 5d$  zum Ende der Ausklinkung variiert.

Die axiale Zugkraft in der Vollgewindeschraube wurde insgesamt kontinuierlicher aktiviert bei geringeren Einschraubwinkel, wobei der Rissfortschritt insgesamt homogener verläuft. Bei Anordnung der Schraube rechtwinklig zur Rissebene betrug die axiale Zugkraft maximal ca. 70% der Auflagerkraft für ein Ausklinkungsverhältnis von  $\alpha = 0,50$ . Für größere Ausklinkungsverhältnisse wurden geringere Zugkräfte in der Schraube gemessen. Bei einem Ausklinkungsverhältnis von  $\alpha \geq 0,83$  wird eine Verstärkung unwirksam.

Sehr effektiv sind Verstärkungen mit Vollgewindeschrauben bei einem Randabstand von  $a_v = 2d - 3d$ . Darüber und darunter beträgt die axiale Zugkraft in der Vollgewindeschraube weniger als 30% der gemessenen Auflagerkraft.

Da die Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern mit Verstärkung nur in sehr geringem Umfang und nur an einer Trägerdimension durchgeführt wurden, können diese eher als Tastversuche gewertet werden. Damit die Berechnungsmodelle nach Gl. (2.3) bis Gl. (2.6) für die auftretenden Kräfte in der Rissebene validieren werden können, sind weitere systematische Untersuchungen notwendig.

Eine Verringerung des vorgeschriebenen Randabstands aus den Zulassungen von  $a_v = 5d$

sollte in Erwägung gezogen werden, um die Effektivität der Bewehrung durch Vollgewindeschrauben zu erhöhen. Hierfür sind zusätzliche Untersuchungen zum Verbundverhalten und zur Lastausbreitung im Holz im Bereich der Vollgewindeschrauben erforderlich.

## 5.5 Entwicklung der gereihten Zapfenverbindung

Ausgeklinkte Trägersauflager und traditionelle Zapfenverbindungen übertragen die resultierende Anschlusskraft über die Pressung in einer Kontaktfläche. Neben der lokalen Lasteinleitung führt die geometrische Diskontinuität zu erhöhten Spannungen im Holz am Ende der Ausklinkung. In Verlängerung der Ausklinkung ergibt sich somit eine potentielle Rissebene. Die Rissausbreitung erfolgt entlang der Holzfaser. Die Bruchlast dieser Verbindungen ist maßgeblich von dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  abhängig. Je größer das Verhältnis, desto höher wird die Bruchlast ausfallen. An zweiter Stelle beeinflusst der Abstand der resultierenden Auflagerkraft zur Stirnfläche des Trägers die Bruchlast. Je weiter die Stirnfläche des Trägers von der Resultierenden entfernt ist, desto geringer ist die zu erwartende Bruchlast.

Frühere Untersuchungen konnten zeigen, dass innen- und außenliegende Verstärkungen das Risswachstum verlangsamen und die Bruchlast erhöhen. Zudem ist durch die Bewehrung der Rissebene eine geringere Streuung der Bruchlasten zu erwarten. Ein sprödes Versagen kann jedoch durch die Verstärkung nicht ausgeschlossen werden. Auf der anderen Seite kann die Bruchlast durch die Anwendung neuartiger Holzwerkstoffe – wie Furnierschichtholz mit Querlagen – erhöht werden. Zapfenverbindungen, wie in Unterabschnitt 2.2.3 eingeführt, weisen einige Besonderheiten gegenüber Haupt- und Nebenträgerverbindungen mit Blechen oder Schrauben auf. Einerseits ist die Gesamttragfähigkeit der Verbindung abhängig von der Zapfentragfähigkeit am Nebenträger und des Tragwiderstandes des Queranschlusses am Hauptträger, welche sich gegenseitig beeinflussen. Andererseits führt die Vergrößerung des Zapfens zu einer Erhöhung der Querschnittsschwächung im Hauptträger. Beide Punkte

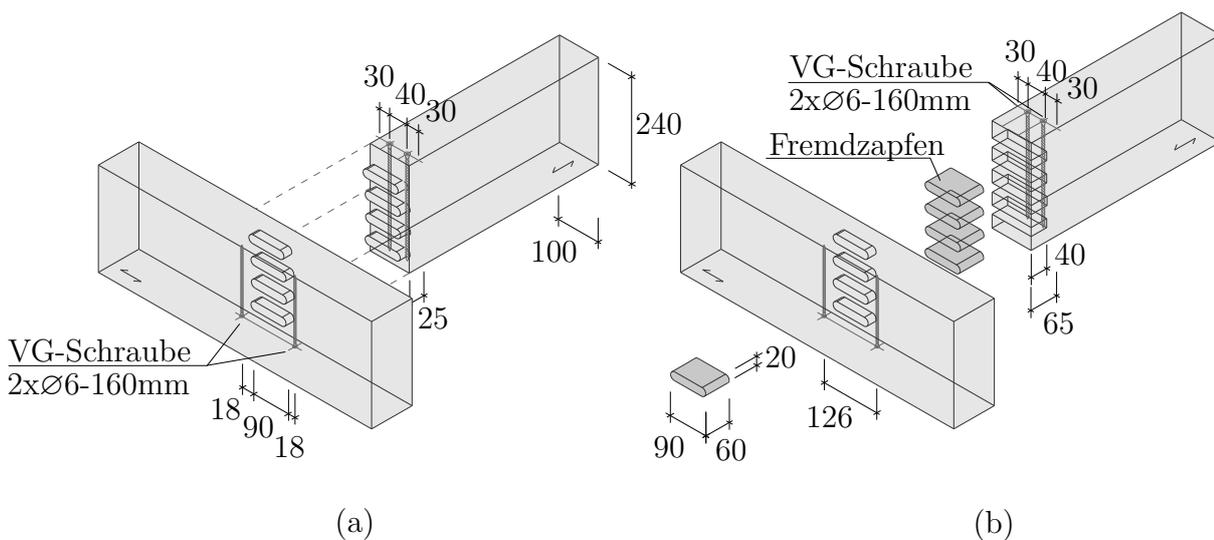


Abbildung 5.5: Gereimte Zapfenverbindung mit zusätzlicher Optimierung

- (a) durch Verstärkung der Rissebenen mittels VG-Schrauben (Serie: TS4-V) und
- (b) durch die Anwendung von Fremdzapfen (Serie: TS4-FV)

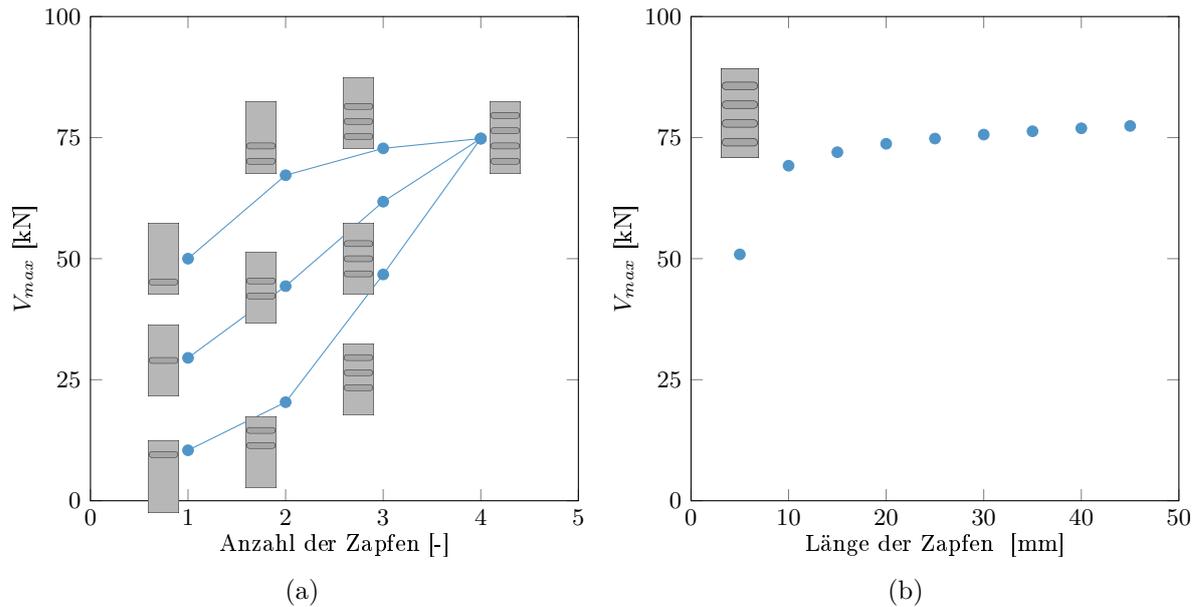


Abbildung 5.6: Ergebnisse der Finite-Elemente-Analyse von gereihten Zapfen aus [Clau18]  
 (a) Abhängigkeit der Bruchlast von der Anzahl und Lage der Zapfen  
 (b) Abhängigkeit der Bruchlast von der Länge der Zapfen

gelten auch für schwalbenschwanzförmige Zapfen.

Zur weiteren Verbreitung und Anwendung formschlüssiger Kontaktverbindungen aus Holz ist es daher in erster Linie notwendig, die Anschlussgeometrie zu optimieren.

Im Vergleich zu traditionellen Abbundtechniken ermöglichen moderne CNC-Abbundanlagen durch Sägen und Fräsen die Herstellung komplexer Geometrien mit einem optimalen Formschluss der Fügebauteile. Dies geschieht in der Regel vollautomatisiert und vergleichsweise schnell.

Die neuen Voraussetzungen ermöglichen eine Zapfenverbindung mit mehreren übereinander oder nebeneinander liegenden Zapfen, welche unter Annahme des Formschlusses jeweils nur einen Anteil der resultierenden Auflagerkraft übertragen müssen. Kleine Zapfen können zudem kürzer ausgeführt werden, sodass die Querschnittsschwächung im Hautträgers geringer ausfällt.

Man spricht von einer gereihten Zapfenverbindung, wenn mehr als zwei Zapfen übereinander angeordnet werden, welche gleichzeitig Kräfte übertragen (vgl. Abb. 5.5a). Für eine gereichte Zapfenverbindung mit vier Zapfen wurden von CLAUS & SEIM [Clau18] Finite-Elemente-Simulationen durchgeführt, um die geometrischen Einflüsse auf die Bruchlast abzuschätzen.

Abbildung 5.6a zeigt die simulierte Bruchlast mittels Kohäsivzonenmodell - wie in Abschnitt 4.3.1 eingeführt - in Abhängigkeit von der Lage der Zapfen und der Anzahl der Zapfen. Die Modellierung und die Definition der Bruchlast  $V_{max}$  sind in CLAUS & SEIM [Clau18] beschrieben. Je tiefer die Zapfen an der Verbindung angeordnet sind, desto höhere Anschlusskräfte können übertragen werden. Befinden sich die Zapfen in der Querschnittsmitte, ist die Bruchlast nahezu proportional zur Anzahl der Zapfen. Sind die Zapfen unterhalb der Mitte angeordnet, dann verläuft die Bruchlast asymptotisch zur Anzahl. Eine höhere Anzahl von Zapfen bedeutet daher nicht gleich eine höhere Bruchlast.

Abbildung 5.6b zeigt die berechnete Bruchlast einer gereihten Zapfenverbindung mit vier Zapfen und einer Zapfenhöhe von  $h_z = 20$  mm in Abhängigkeit von der Zapfenlänge. Je

länger die Zapfen, desto größer fällt die Bruchlast aus. Auch hier zeigt sich ein asymptotisches Verhalten der Bruchlast bei größeren Zapfenlängen. Ab einer Zapfenlänge von  $l_z \geq 20$  mm steigt die Bruchlast nur noch minimal. Für alle folgenden Untersuchungen wurde daher das Verhältnis von Zapfenlänge zu Zapfenhöhe  $l_z/h_z = 1,0$  gewählt.

Des Weiteren konnte durch die Finite-Elemente-Simulationen der Einfluss des Formschlusses zwischen den Bauteilen eingeschätzt werden. Es konnte gezeigt werden, dass ein Spalt zwischen einzelnen Kontaktflächen die Bruchlast reduzieren kann. Je weiter unten der Spalt auftritt, desto höher ist der Einfluss auf die Bruchlast. Zudem konnte gezeigt werden, dass ein größerer Abstand der Kontaktflächen zu einer geringeren Bruchlast führt als bei kleinen Abständen.

## 5.6 Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen

### 5.6.1 Prüfkörper der gereihten Zapfenverbindung

Ziel der Untersuchungen an gereihten Zapfen ist die Erhöhung des Tragwiderstands der Gesamtverbindung unter Berücksichtigung der baukonstruktiven Randbedingungen von Fertigung und Montage. Formschlüssige Holz-Holz-Verbindungen werden heute ausschließlich von CNC-Maschinen hergestellt, welche neben dem Abbund auch das Einbringen von Verstärkungen übernehmen. Die Komplexität der Zapfengeometrie spielt daher nur eine untergeordnete Rolle im Vergleich zum traditionellen Abbund.

Grundsätzlich wird bei der gereihten Zapfenverbindung die Anschlusskraft auf mehrere Zapfen verteilt, wodurch die lokalen Spannungsspitzen in Haupt- und Nebenträger verringert werden sollen. Durch die gezielte Spannungsreduzierung kann die Größe der einzelnen Zapfen verringert werden. Beim Übergang von TS1 zu TS2 wird der Zapfen lediglich in der Höhe halbiert und auseinandergeschoben. Die Länge der Zapfen wird ebenfalls halbiert, sodass sich in der Summe dieselbe Kontaktfläche ergibt. Die Querschnittsfläche und die Länge der Zapfen wird dann beim Übergang zum Querschnitt TM2 mit dem Faktor 1,6

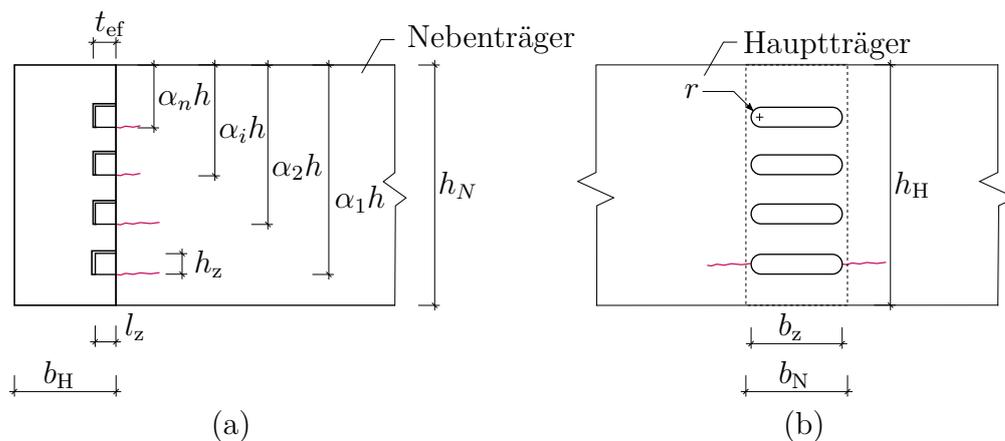


Abbildung 5.7: Zapfenkonfiguration beim Prüfkörper TS4

- (a) Schnitt durch den Nebenträger mit Rissebenen unterhalb der Zapfen und
- (b) Ansicht des Hauptträgers mit potentieller Rissebene auf der Höhe des Zapfenlochs

Tabelle 5.4: Geometrische Parameter der untersuchten Hauptserien

Typ	Werkstoff	Anzahl	$b$ mm	$h$ mm	$h_z$ mm	$l_z$ mm	$r$ mm	$n$ -	$\alpha_1$ -	$\alpha_2$ -	$\alpha_3$ -	$\alpha_4$ -	$\alpha_5$ -	$\alpha_6$ -	$\alpha_7$ -	
TS1	VH	5	100	240	80	50	20	1	0,67							
TS2	VH	6			40	25	20	2	0,75	0,42						
TS4	BSH	5			20	20	10	4	0,87	0,67	0,46	0,25				
TM2	BSH	6	160	380	64	50	20	2	0,75	0,42						
TM4	BSH	6			32	25	15	4	0,87	0,66	0,45	0,24				
TM7	BSH	5			20	20	10	7	0,92	0,79	0,66	0,53	0,39	0,26	0,13	

vergrößert, wodurch bei TM4 eine nochmalige Aufteilung - jetzt auf vier Zapfen - möglich wurde. Bei jeder Teilung wird, wie bereits erwähnt, die Länge der Zapfen halbiert, um den Kraftfluss zu verbessern und die Schwächung der Hauptträger zu minimieren. Die Ausrundung der Zapfen ergibt sich aufgrund der Fertigung der Zapfenlöcher im Hauptträger und folgt der Form eines Fingerfräasers mit dem Radius  $r$ .

Durch die FE-Optimierung hinsichtlich Anzahl, Lage, Höhe und Länge der Zapfen wurde die Zapfenkonfiguration TS4 entwickelt werden. Die Zapfenkonfiguration TS4 wird bis zu einem gewissen Grad mit Fremdzapfen (-F), Schleifzapfen (-S) und Verstärkungselementen (-V) ergänzt, um einerseits die Montagesituation zu verbessern und andererseits die Auswirkung der Rissebenenverstärkung nach der Optimierung einschätzen zu können. Auf Grundlage der Optimierung konnte für den TM Querschnitt die Anzahl der Zapfen auf sieben erhöht werden, was im Prüfkörper TM7 berücksichtigt wird. Tabelle 5.4 zeigt die geometrischen Parameter der Zapfenkonfigurationen der Hauptserien. In Abbildung 5.7 sind die geometrischen Abmessungen beschrieben. Die Anschlussgeometrien aller Prüfserien sind Abbildung 5.1 grafisch dargestellt.

## 5.6.2 Versuchsaufbau

Für die Prüfung von Zapfenverbindungen wurde ein statisch bestimmtes System in Anlehnung an die Versuchsaufbauten von TANNERT [Tann08] und AUGUSTIN [Augu11] gewählt. Die Prüfkraft  $F_2$  wurde über eine Verformung  $w_2$  in der Mitte des Nebenträgers eingeleitet. Um einen störungsfreien Bereich in der gereihten Zapfenverbindung zu erhalten, wurde, ausgehend von einem Lastausbreitungswinkel von  $45^\circ$ , der Abstand der Lastplatte in einem Abstand von  $2h$  zur Verbindung gewählt. Die Lastplatten mussten aufgrund der großen Querdruckverformung an der Lasteinleitung mit druckbeanspruchten VG-Schrauben verstärkt werden. Die Auflager wurden als verschiebliche Rollenlager ausgeführt, wobei der Hauptträger am Auflager gegen Torsion gehalten wurde.

Je Prüfkonfiguration und Serie wurden für 5 bzw. 6 Versuchskörper die Prüfkraft  $V_{exp}$ , die Durchbiegung unter dem Nebenträger im Bereich der Lasteinleitung  $w_{2,u}$ , sowie die Relativverschiebung zwischen Haupt- und Nebenträger  $\Delta w_1$  ermittelt (siehe Abbildung 5.8). Zusätzlich wurde die Rissöffnung der potentiellen Rissebenen mit durch optische Verformungsmessungen aufgezeichnet. Die Belastung erfolgte verformungsgesteuert mit einer Geschwindigkeit von  $v = 0.5 \text{ mm/s}$  unter Berücksichtigung des Lastprotokolls für mechanische Holzverbindungen nach [DIN EN 26891]. Die Verbindungen wurden mit CNC-gesteuerten Abbundmaschinen hergestellt. Es ist keine besondere Sortierung erfolgt,

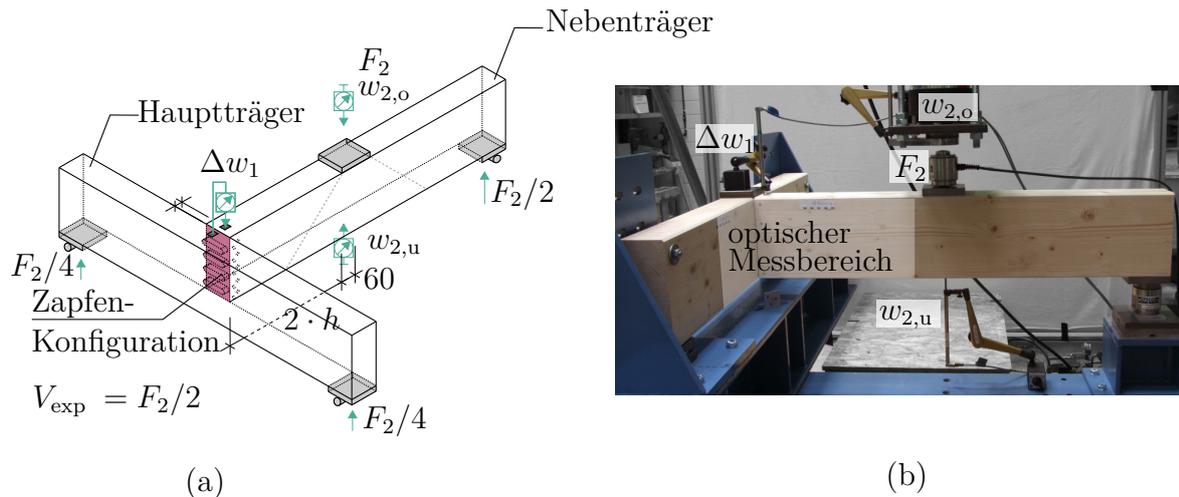


Abbildung 5.8: Versuchsaufbau für gereihte Zapfenverbindungen (a) schematischer Versuchsaufbau und (b) Foto des Prüfstands

sodass Wuchsmerkmale des Holzes im beanspruchten Bereich nicht ausgeschlossen wurden.

### 5.6.3 Ergebnisse an gereihten Zapfenverbindungen

Für alle Prüfkörper wurde das Last-Verschiebungsverhalten und die Relativverschiebung zwischen Haupt- und Nebenträger in Anhang B.1 dokumentiert. Die Einzelwerte der Bruchlasten sind für jeden Prüfkörper in Tabelle 5.5 und 5.6 dokumentiert. Die Besonderheiten der einzelnen Prüferien werden in den folgenden Abschnitten beschrieben.

#### Serie TS1 - Zapfenverbindung

Die experimentellen Untersuchungen zeigten bei allen fünf Prüfkörpern ein sprödes Bauteilversagen durch die fortschreitende Rissentwicklung unterhalb des Zapfens. Die Risse entwickelten sich auf Höhe der Unterkante des Zapfens und verliefen entlang der Fasern. Nach dem Versagen am Nebenträger konnte die aufgebrachte Last gesteigert werden, bis auch der Hauptträger durch das Risswachstum auf der Höhe des Zapfenlochs versagte. Die Risse entwickelten sich oberhalb des Fräsradius (vgl. Abbildung 5.7) und verliefen dann in beide Richtungen zum Auflager hin faserparallel. Die Rissentwicklung verlief dabei unabhängig zu schon vorhandenen Trocknungsrisse. Die Bruchlasten erreichten im Mittel  $\bar{V}_{\text{max}} = 13,8 \text{ kN}$  mit  $\text{COV} = 20\%$ .

#### Serie TS2 - Doppelte Zapfenverbindung

Es wurden sechs Prüfkörper der Serie TS2 getestet. Die Höhenlage der Zapfen 1 und 2 im Querschnitt des Nebenträgers sind durch die Verhältnisswerte  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  (vgl. Tabelle 5.4) definiert. Bei fünf von sechs Prüfkörpern führte die Rissentwicklung am unteren Zapfen

Tabelle 5.5: Einzelwerte der Bruchlasten der experimentellen Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen (TS)

Serie	Prüfkörper	Material	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$\omega$ %	$b$ mm	$h$ mm	$h_z$ mm	$l_z$ mm	$r$ mm	$n_z$ -	$\alpha_{n_z}$ -	$V_{\max}$ kN
TS1	TS1-01	VH	450	11,7	100	240	80	50	20	1	0,67	15,7
	TS1-02	VH	540	11,7	100	240	80	50	20	1	0,67	17,3
	TS1-03	VH	550	11,7	100	240	80	50	20	1	0,67	12,6
	TS1-04	VH	432	11,3	100	240	80	50	20	1	0,67	13,1
	TS1-05	VH	489	12,5	100	240	80	50	20	1	0,67	10,1
Mittelwert (COV)			481 (11)								13,8 (20)	
TS2	TS2-01	VH	471	12,1	100	240	40	25	20	2	0,42	13,0
	TS2-02	VH	477	12,0	100	240	40	25	20	2	0,42	18,9
	TS2-03	VH	441	11,8	100	240	40	25	20	2	0,42	11,4
	TS2-04	VH	451	11,7	100	240	40	25	20	2	0,42	19,2
	TS2-05	VH	465	11,8	100	240	40	25	20	2	0,42	24,6
	TS2-06	VH	463	11,2	100	240	40	25	20	2	0,42	13,1
Mittelwert (COV)			462 (3)								17,4 (30)	
TS4	TS4-01	BSH	451	10,4	100	240	20	20	10	4	0,25	37,4
	TS4-02	BSH	419	9,4	100	240	20	20	10	4	0,25	37,0
	TS4-03	BSH	417	9,4	100	240	20	20	10	4	0,25	38,0
	TS4-04	BSH	425	9,3	100	240	20	20	10	4	0,25	40,2
	TS4-05	BSH	435	9,5	100	240	20	20	10	4	0,25	34,3
Mittelwert (COV)			441 (2)								37,4 (6)	
TS4-V	TS4-V-01	BSH	400	9,2	100	240	20	20	10	4	0,25	42,8
	TS4-V-02	BSH	418	9,5	100	240	20	20	10	4	0,25	43,3
	TS4-V-03	BSH	414	10,3	100	240	20	20	10	4	0,25	43,8
Mittelwert (COV)			410 (2)								40,3 (1)	
TS4-F	TS4-F-01	BSH	472	10,0	100	240	20	20	10	4	0,25	21,7
	TS4-F-02	BSH	477	9,9	100	240	20	20	10	4	0,25	24,5
	TS4-F-03	BSH	414	9,7	100	240	20	20	10	4	0,25	25,8
	TS4-F-04	BSH	437	9,5	100	240	20	20	10	4	0,25	21,5
	TS4-F-05	BSH	426	9,4	100	240	20	20	10	4	0,25	22,5
Mittelwert (COV)			445 (6)								23,2 (8)	
TS4-FV	TS4-FV-01	BSH	441	9,7	100	240	20	20	10	4	0,25	35,9
	TS4-FV-02	BSH	419	10,6	100	240	20	20	10	4	0,25	32,3
	TS4-FV-03	BSH	437	11,9	100	240	20	20	10	4	0,25	36,9
Mittelwert (COV)			432 (3)								32,2 (5)	
TS4-S	TS4-S-01	BSH	426	9,5	100	240	20	20	10	4	0,25	30,4
	TS4-S-02	BSH	416	10,0	100	240	20	20	10	4	0,25	28,6
	TS4-S-03	BSH	427	9,5	100	240	20	20	10	4	0,25	31,4
	TS4-S-04	BSH	401	9,3	100	240	20	20	10	4	0,25	29,7
	TS4-S-05	BSH	428	9,1	100	240	20	20	10	4	0,25	29,3
Mittelwert (COV)			420 (3)								29,9 (5)	

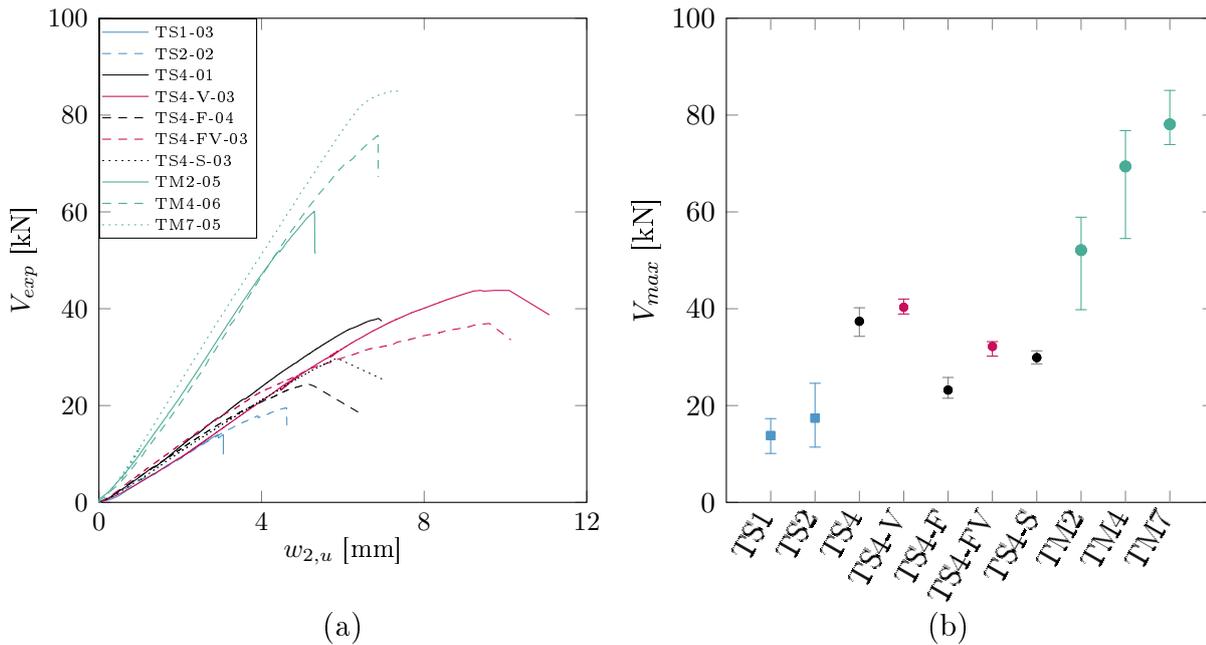


Abbildung 5.9: Ergebnisse an gereihten Zapfenverbindungen  
 (a) beispielhafte Last-Verschiebungskurven zu den einzelnen Serien  
 (b) mittlere, maximale und minimale Bruchlasten der Serien

(1) zu einem spröden Versagen der Verbindung. Durch die weitere Laststeigerung sind außerdem Risse am oberen Zapfen und vereinzelt im Bereich der Zapfenlöcher entstanden. Die Bruchlast konnte durch die Anordnung zweier Zapfen im Mittel auf  $\bar{V}_{max} = 17,4$  kN gesteigert werden. Die Bruchlasten  $V_{max}$  liegen dabei zwischen 11,4 und 24,6 kN, wodurch der hohe Variationskoeffizient nach Tabelle 5.5 zustande kommt. Auch die Prüfkörper der Serie TS2 zeigten Trocknungsrisse im Konstruktionsvollholz.

### Serie TS4 - Gereimte Zapfenverbindung

Im zweiten Teil der Versuchsreihe an Zapfenverbindungen wurden fünf Prüfkörper mit gereihten Zapfen nach Abbildung 5.7 experimentell untersucht. Die Bruchlast konnte dabei um mehr als das 2,5-fache auf  $\bar{V}_{max} = 37,4$  kN im Vergleich zur Serie TS1 erhöht werden. Der Variationskoeffizient wurde zudem auf  $COV = 6\%$  verringert. Die Art der Zapfenverbindung hat jedoch bei gleichem Querschnitt nur eine geringe Auswirkung auf die Mittendurchbiegung  $w_{2,u}$  des Nebenträgers.

Das Rissöffnungsverhalten wurde durch die Punktverschiebung mit einem optischen Messsystem gemessen. Abbildung 5.10 zeigt die Öffnung des untersten Risses am Hauptträger und zweier Risse am Nebenträger. Das Holz im Bereich des Risspfads am unteren Zapfenloch wird zu Beginn der Belastung zunächst quer zur Faser gestaucht und erst bei einer Belastung von ca. 32,0 kN öffnet sich der Riss. Die Öffnung des Risses am oberen Zapfen nimmt ab ca. 23 kN deutlich zu. Das Risswachstum wird bei einer Belastung von ca. 39 kN kritisch. Es kommt zum Versagen am untersten Zapfenloch und zugleich am Zapfen 2. Das Rissverhalten ist bei allen Prüfkörpern sehr ähnlich. Abbildung 5.11a zeigt das gleiche Rissverhalten beim Prüfkörper TS4-S-04. Das Dehnungsverhalten des Holzes an den Rissen zeigt, dass es im Verlauf der Belastung zu Spannungsumlagerungen kommt. Gründe für die Spannungsumlagerungen können lokale Schwachstellen im Holz oder Fertigungstoleranzen

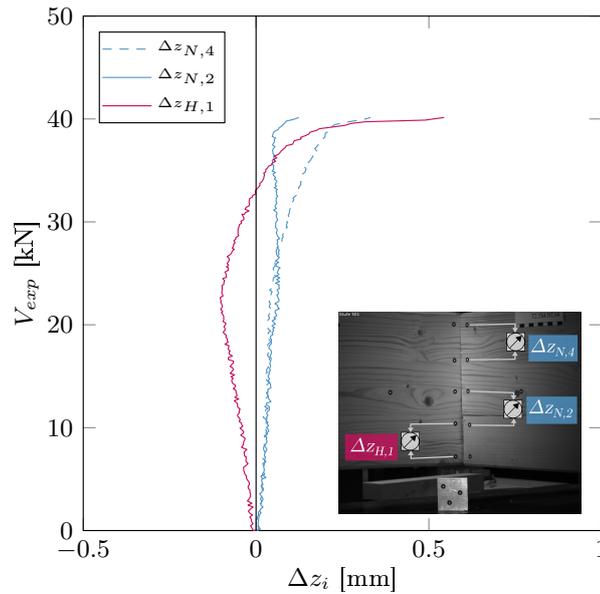


Abbildung 5.10: Rissöffnungs-Last-Beziehung an Haupt- und Nebenträger des Prüfkörpers TS4-04

sein. Eine Untersuchung der Fertigungstoleranzen ergab, dass ein Spalt zwischen dem untersten Zapfen und dem Zapfenloch von ca. 2,0 mm existiert. Die Abweichungen zum Soll-Zustand ergeben sich aus dem Ablauf des Abbunds, da hier die Prüfkörpern mit unterschiedlichen Werkzeugen bearbeitet wurden. Eine Darstellung der Methodik zur Ermittlung der Abweichungen ist in Abbildung B.5 in Anhang B.2 dargestellt.

### Serie TS4-V - Gereichte Zapfenverbindung mit Verstärkung

In der Versuchsserie TS4-V wurden die maßgebenden Rissebenen des Hauptträgers und alle Rissebenen des Nebenträgers mit Vollgewindeschrauben (VGS) verstärkt. Der Nebenträger wurde mit 2 VGS  $d = 8$  mm und  $l = 240$  mm und der Hauptträger mit 2 VGS  $d = 6$  mm und  $l = 160$  mm von unten verstärkt. Es handelte sich hierbei um VGS des Typs HECO-UNIX [ETA-11-0452]. Die Verstärkung wurde jeweils mit einem Randabstand von  $a_v = 3 \cdot d$  zur Stirnfläche des Trägers (siehe Abb. 5.5) rechtwinklig zur Faserrichtung

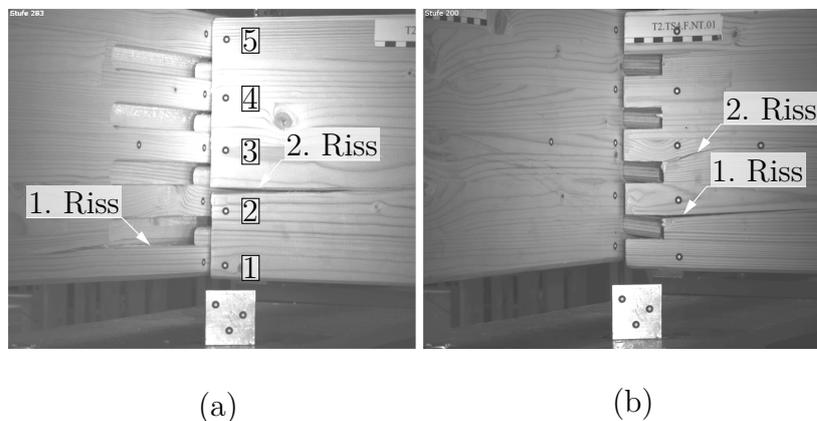


Abbildung 5.11: Rissentwicklung bei Prüfkörper mit  
(a) Schleifzapfen (TS4-S-04) und (b) Fremdzapfen (TS4-F-01)

eingbracht.

Die Bruchlast konnte durch die Verstärkung im Mittel auf  $\bar{V}_{\max} = 40,3 \text{ kN}$  erhöht werden. Die Verstärkung führte zu einer zusätzlich Verringerung der Streuung der Maximallast. Das Last-Verformungsverhalten einer verstärkten Verbindung zeigt eine größere Verformungskapazität bis zum Bruch (siehe Abb. 5.9a). Im Verlauf der Belastung entstanden an den Zapfen und Zapfenlöchern zahlreiche kleinere Risse. Das Risswachstum konnte durch die Schrauben verhindert werden. Es kam nicht zu einem Auszug der Schrauben, somit war die Einbindelänge der Schrauben in allen Fällen ausreichend. Es handelte sich stets um ein sprödes Versagen.

### Serie TS4-F - Gereichte Fremdzapfenverbindung

Bei der Fremdzapfenverbindung wurden die Zapfen der gereichten Zapfenverbindung durch Fremdzapfen ausgetauscht, welche zu  $2/3$  ihrer Gesamtlänge in den Nebenträger eingesetzt wurden. Eine Isometrie der Fremdzapfenverbindung ist in Abbildung 5.6b dargestellt. Durch die Fremdzapfen vereinfacht sich der Abbund und die Montage. Durch die Einspannung des Zapfens im Nebenträger entstehen die Risse oberhalb der Zapfen (siehe Abbildung 5.11b). Die Tragfähigkeit wird aufgrund der ungünstigen Wirkungsweise gegenüber TS4 auf  $\bar{V}_{\max} = 23,2 \text{ kN}$  reduziert. Der Riss, welcher zum Versagen führt, breitet sich oberhalb des unteren Fremdzapfens aus. Ein zweiter Riss ist am darüber liegenden Zapfen zu sehen. Die Verdrehung und Querpressung der Fremdzapfen führt zu einer Erhöhung der Relativverformung  $\Delta w_1$  zwischen Haupt- und Nebenträger, welche allerdings nur einen geringen Einfluss auf die Gesamtdurchbiegung  $w_{2,u}$  hat.

### Serie TS4-FV - Gereichte Fremdzapfenverbindung mit Verstärkung

In einer weiteren Optimierungsstufe wurden die Rissebenen der gereichten Fremdzapfenverbindung mit Vollgewindeschrauben verstärkt. Hierzu wurden 2 VGS  $d = 8 \text{ mm}$  und  $l = 240 \text{ mm}$  nach [ETA-11-0452] von oben in den Nebenträger in einem Abstand von  $a_v = 25 \text{ mm}$  von den Fremdzapfen rechtwinklig zur Holzfaser eingeschraubt. Da die Fremdzapfenverbindung TS4-F keinerlei Rissbildung im Hauptträger gezeigt hat, wurde dieser ohne Verstärkung ausgeführt. Durch die Verstärkung der Rissebenen mit

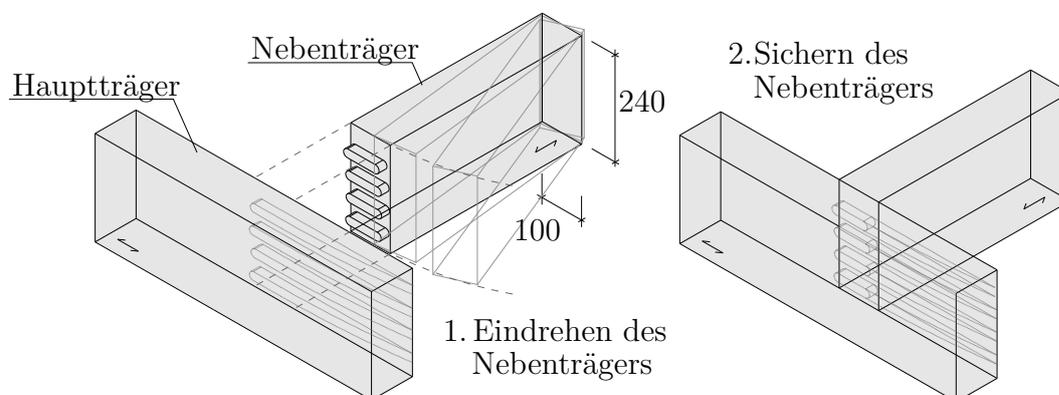


Abbildung 5.12: Isometrie der Schleifzapfenverbindung

Vollgewindeschrauben wird die mittlere Bruchlast auf  $\bar{V}_{\max} = 32,2 \text{ kN}$  gesteigert. Die Verformungskapazität der Verbindung nimmt stark zu, sodass der Bruch stets bei einer Relativverschiebung von  $\Delta w_1 > 5 \text{ mm}$  auftritt (siehe Abb. B.3d). Das spröde Bruchverhalten der Verbindung kann somit durch die Verstärkung abgemindert werden.

### Serie TS4-S - Schleifzapfenverbindung

Die Schleifzapfenverbindung wurde untersucht, um analog zur Fremdzapfenverbindung das Fügen von Haupt- und Nebenträger zu vereinfachen. Bei der Schleifzapfenverbindung wird das Zapfenloch an einer Seite verlängert, um den Nebenträger in den Hauptträger einschwenken zu können. Eine Isometrie ist in Abbildung 5.12 dargestellt. In der Praxis kann eine Lagesicherung des Nebenträgers notwendig werden. Durch die Vergrößerung der Zapfenlöcher im Hauptträger zu einer Seite wird die Bruchlast der Gesamtverbindung im Mittel auf  $\bar{V}_{\max} = 29,9 \text{ kN}$  reduziert. Das Versagen wird durch die Rissentwicklung unterhalb des Zapfenlochs, wie in Abbildung 5.11a dokumentiert, ausgelöst. Die Streuung der maximalen Bruchlasten  $V_{\max}$  ist sehr gering, was auf eine Umlagerung von Kräften innerhalb der Verbindung schließen lässt. Durch das fehlende Holzvolumen neben den Zapfenlöchern kann die maßgebende Rissebene am Hauptträger nicht wirkungsvoll mit Vollgewindeschrauben verstärkt werden.

Tabelle 5.6: Einzelwerte der Bruchlasten der experimentellen Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen (TM)

Serie	Prüfkörper	Material	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$\omega$ %	$b$ mm	$h$ mm	$h_z$ mm	$l_z$ mm	$r$ mm	$n_z$ -	$\alpha_{n_z}$ -	$V_{\max}$ kN
TM2	TM2-01	BSH	509	10,6	160	380	64	50	20	2	0,42	55,0
	TM2-02	BSH	498	10,8	160	380	64	50	20	2	0,42	49,6
	TM2-03	BSH	483	10,5	160	380	64	50	20	2	0,42	39,7
	TM2-04	BSH	483	10,6	160	380	64	50	20	2	0,42	52,3
	TM2-05	BSH	502	10,6	160	380	64	50	20	2	0,42	59,2
	TM2-06	BSH	487	10,5	160	380	64	50	20	2	0,42	56,8
Mittelwert (COV)			462 (3)									52,1 (13)
TM4	TM4-01	BSH	437	10,8	160	380	32	25	15	4	0,24	54,5
	TM4-02	BSH	442	10,6	160	380	32	25	15	4	0,24	71,4
	TM4-03	BSH	426	10,5	160	380	32	25	15	4	0,24	71,1
	TM4-04	BSH	432	10,6	160	380	32	25	15	4	0,24	73,5
	TM4-05	BSH	426	10,6	160	380	32	25	15	4	0,24	70,0
	TM4-06	BSH	441	10,6	160	380	32	25	15	4	0,24	75,8
Mittelwert (COV)			441 (2)									69,4 (11)
TM7	TM7-01	BSH	451	10,2	160	380	20	20	10	7	0,13	77,0
	TM7-02	BSH	444	9,6	160	380	20	20	10	7	0,13	73,9
	TM7-03	BSH	456	9,7	160	380	20	20	10	7	0,13	75,9
	TM7-04	BSH	455	9,0	160	380	20	20	10	7	0,13	78,7
	TM7-05	BSH	441	9,1	160	380	20	20	10	7	0,13	85,1
Mittelwert (COV)			449 (1)									78,1 (5)

### **Serie TM2 - Doppelte Zapfenverbindung**

Die Rissentwicklung bei der doppelten Zapfenverbindung des Querschnitts TM ähnelt der Rissöffnung der Prüfkörper aus der Serie TS2. Die maßgebenden Risse, welche zum Versagen führen, entstehen unterhalb des unteren Zapfens. Im weiteren Belastungsverlauf entstehen Risse am oberen Zapfen. Risse im Hauptträger entwickeln sich nur infolge einer zusätzlichen Laststeigerung. Die Bruchlast liegt im Mittel bei  $\bar{V}_{\max} = 52,1$  kN. Die Streuung ist niedriger als bei den Bauteilen aus Vollholz. Der Variationskoeffizient beträgt  $\text{COV} = 13\%$ .

### **Serie TM4 - Gereichte Zapfenverbindung**

Die weitere Aufteilung der Zapfen in eine gereichte Zapfenverbindung ermöglicht bei gleichen Querschnittsabmessungen eine Steigerung der mittleren Bruchlast um 33% auf  $\bar{V}_{\max} = 69,4$  kN. Die Streuung der Bruchlasten liegt bei  $\text{COV} = 11\%$ . Die gereichte Zapfenverbindung mit vier Zapfen versagt stets spröde durch die Rissentwicklung unterhalb der Zapfen. Eine eindeutige Reihenfolge der Rissentwicklung konnte nicht festgestellt werden. Analog zu der gereichten Zapfenverbindung mit dem TS-Querschnitt tritt das kritische Risswachstum schlagartig und gleichzeitig auf. Da der maßgebende Riss nicht lokalisiert werden kann, ist auch hier von einer Spannungsumlagerung zwischen den einzelnen Zapfen auszugehen, was durch die Betrachtung der Relativverformung  $\Delta w_1$  in Abhängigkeit von der Belastung zwischen Haupt- und Nebenträger bestätigt wird. In Abbildung B.4d im Anhang B.1 zeigt sich, dass sich die Steifigkeit des Anschlusses bei allen Prüfkörpern nach einer hohen Anfangssteifigkeit nach ca. 25 kN erheblich verringert. Infolge einer weiteren Belastung über 40 kN erhöht sich die Steifigkeit der Verbindung wieder, bis das Versagen oberhalb von 60 kN eintritt und die Steifigkeit erneut zurückgeht.

### **Serie TM7 - Gereichte Zapfenverbindung**

Beim TM-Querschnitt mit sieben Zapfen wird die Querkraft vom Nebenträger quasi kontinuierlich übertragen und erreicht so eine mittlere Bruchlast von  $\bar{V}_{\max} = 78,1$  kN mit einer sehr geringen Streuung von  $\text{COV} = 5\%$  der Versuchsergebnisse. Während der Belastung entstehen eine Vielzahl von kleinen Rissen an den Zapfen und Zapfenlöchern, sodass das maßgebende Versagen kaum zu lokalisieren ist. Trotz der vielen kleinen Risse beträgt die relative Verformung  $\Delta w_{1,\max}$  der Verbindung beim Versagen nur ca. 1,1 mm. Es handelt sich daher um eine sehr steife Verbindung.

## **5.6.4 Zwischenfazit zu experimentellen Versuchen**

Die experimentellen Untersuchungen an unterschiedlichen Zapfenkonfigurationen zeigten, dass durch gereichte Zapfenverbindungen eine wesentliche Tragfähigkeitssteigerung gegenüber traditionellen Zapfenverbindungen erreicht werden kann. Das Versagen von gereichten Zapfenverbindungen wird stets durch die Rissentwicklung entlang der Holzfasern im Nebenträger eingeleitet. Die Lage des Risses kann je nach Ausführung der Zapfenverbindung variieren. Das Rissverhalten ist daher komplex und maßgeblich abhängig von der Geometrie der gereichten Zapfenverbindung.

Eine optimierte Zapfengeometrie, die Anwendung von Brettschichtholz und die Bewehrung der potentiellen Rissebenen ermöglicht eine starke Reduzierung der Streuung von Bruchlasten im Vergleich zu traditionellen Zapfenverbindungen bzw. ausgeklinkten Trägerauflagern. Unterschiedliche Variationen zur Verbesserung der Montagebedingung gehen stets mit einer Verringerung der mittleren Bruchlast einher. Die Relativverschiebung zwischen den Haupt- und Nebenträgern deutet bei gereihten Zapfenverbindungen darauf hin, dass Lastumlagerungen zwischen den einzelnen Kontaktflächen unter Laststeigerung möglich sind.

## 5.7 Diskussion

In diesem Kapitel wurden zuerst experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern unter Variation des Balkenquerschnitts und des Ausklinkungsverhältnisses beschrieben. Die Ergebnisse bestätigten im Wesentlichen die Steigerung der Bruchlast bei größerem Ausklinkungsverhältnis und größerem Balkenquerschnitt. Wie auch bei den Untersuchungen an Zapfenverbindungen konnte gezeigt werden, dass die Streuung der Bruchlasten bei der Verwendung von Nadelvollholz wesentlich höher ausfallen als bei der Verwendung von Brettschichtholz. Da eine Korrelation der Bruchlast mit der Rohdichte nicht beobachtet werden konnte, ist hier vor allem die Homogenisierung der Werkstoffeigenschaften ausschlaggebend.

Bei einigen ausgeklinkten Trägerauflagern aus BSH wurde die Rissebene mit einer Vollgewindeschraube verstärkt. Bei diesen Untersuchungen wurde erstmals experimentell die axiale Zugkraft in der Vollgewindeschraube auf der Höhe der Rissebene ermittelt. Je nach Ausklinkungsverhältnis betrug diese zwischen 7% und 71% der Auflagerkraft beim Versagen des Prüfkörpers. Die Ergebnisse zeigen, dass ein Abstand der Schraube zur Ausklinkung von  $a_v = 2d - 3d$  die Schraube am besten ausnutzt. Darüber und darunter wird die Schraube maximal zu 30% der Auflagerkraft beansprucht. Die resultierende Zugkraft der Schraube steigt bei geringeren Einschraubwinkeln, da neben Querkraften auch Schubkräfte aus der Rissebene übertragen werden. Senkrecht eingeschraubte VGS werden meist erst bei fortschreitendem Risswachstum mehr oder weniger schlagartig beansprucht, wohingegen Schrauben unter einem Winkel von  $\Theta \leq 60^\circ$  kontinuierlich mit steigender Auflagerkraft beansprucht werden.

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass eine Verringerung des zulässigen Randabstands von  $a_v = 5d$  die Effizienz der Verstärkung erhöht. Der Einfluss des Einschraubwinkels der Schraube auf die Tragfähigkeit von verstärkten ausgeklinkten Trägerauflagern sollte weiter untersucht werden.

Zur Optimierung von formschlüssigen Kontaktverbindungen aus Holz wurde die gereichte Zapfenverbindung entwickelt. Der Vorteil dieser Verbindung gegenüber der traditionellen Zapfenverbindung ist die Verteilung der Anschlusskraft auf mehrere kleine Kontaktflächen. Die Auswertung der Bruchlasten aller gereihten Zapfenverbindungen zeigt eine signifikante Tragfähigkeitssteigerung der Verbindung gegenüber ausgeklinkten Trägerauflagern und der traditionellen Zapfenverbindung. Durch die Optimierung des Kraftflusses in der Verbindung konnte zudem die Streuung der Bruchlasten minimiert werden.

Verschiedene Varianten der Anschlussgeometrie von gereihten Zapfenverbindungen begünstigen zudem den Abbund und die Montage. Unterschiedliche geometrische Verhältnisse führen zu unterschiedlichen Bruchbildern. So lässt sich feststellen, dass zwar komplexe Anschlussgeometrien durch CNC-Abbund möglich sind, das komplexe Bruchverhalten jedoch nicht durch die aktuellen Regeln der Technik abgebildet werden kann, was in CLAUS ET AL. [Clau16] gezeigt werden konnte.

Ziel der folgenden Untersuchungen ist die Entwicklung von Berechnungsmodellen für Verbindungen mit gereihten Zapfen. Alle Rechenmodelle sollen auch auf ausgeklinkte Trägersauflager und einfache Zapfenverbindungen anwendbar sein. Neben den eigenen Versuchen werden zusätzlich experimentelle Untersuchungen aus der Literatur zur Validierung der Modelle herangezogen.

# 6 Numerische Modelle für Zapfenverbindungen

## 6.1 Materialmodell für Holz

Zur Darstellung der Materialeigenschaften von Holz in einem Finite-Elemente-Modell ist eine Diskretisierung der Struktur in einzelne Finite-Elemente notwendig. Bedingt durch die natürlichen Wuchsmerkmale können die elasto-mechanischen Eigenschaften auf makroskopischer Ebene in eine longitudinale ( $L$ ), eine tangentiale ( $T$ ) und eine radiale ( $R$ ) Richtung mit Bezug zur Holzfaser eingeordnet werden.

Grundsätzlich zeigt Holz in alle drei Richtungen unterschiedliche elastische Eigenschaften, sodass ein anisotropes Materialmodell für die numerische Simulation vorgeschlagen wird. Abbildung 6.1 zeigt die Transformation der Holzstruktur in Finite-Elemente. Die einzelnen Elemente werden in einem lokalen Koordinatensystem der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung zugeordnet. Den Elementen werden, unter Berücksichtigung eines linear-elastischen Materialmodells, Elastizitäts- und Schubmodule zugeordnet. Die Querdehnzahl (Poissonzahl)  $\nu$  verknüpft die beiden Steifigkeiten und bildet das Verhältnis von Quer- zur Längsdehnung ab.

Für numerische Untersuchungen werden häufig die Materialkennwerte über experimentelle Versuche bestimmt oder aus der Literatur übernommen. Bei den folgenden Berechnungen wird zwischen Vollholz der Festigkeitsklasse C24 und Brettschichtholz GL24h unterschieden. Aus den Normen [DIN EN 338] und [DIN EN 14080] lassen sich lediglich orthotrope Materialkennwerte entnehmen, da bei der Bemessung nur zwischen Beanspruchung in longitudinaler und radialer Richtung unterschieden wird.

In NIEMZ & SONDEREGGER [Niem17] wird ein näherungsweise Verhältnis der Elastizitäts- und Schubmodule zueinander angegeben. In Tabelle 6.1 wurde das Verhältnis an die Materialkennwerte nach SCHMIDT & KALISKE [Schm08], EBERHARDSTEINER [Eber02] und NEUHAUS [Neuh81] angepasst, welche von KOCH ET AL. [Koch13] und FRANKE [Fran08] für numerische Untersuchungen genutzt wurden.

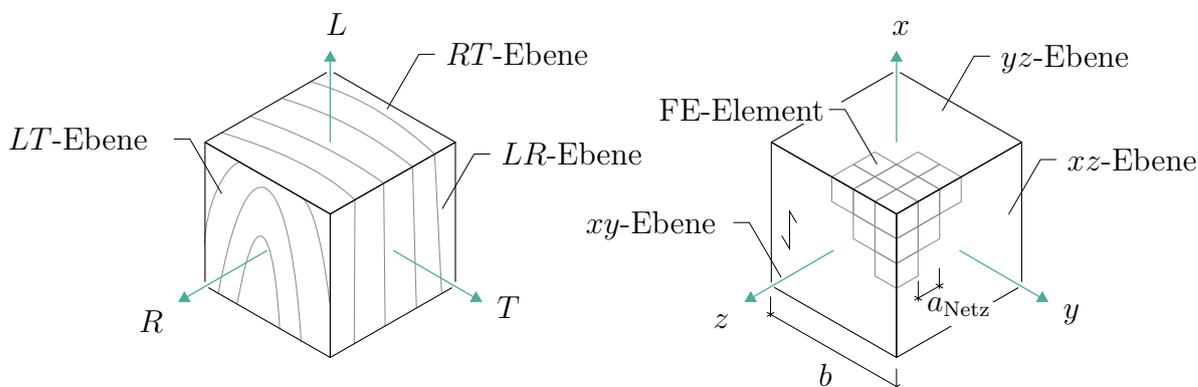


Abbildung 6.1: Beispiel der Diskretisierung eines Würfels aus Holz

Tabelle 6.1: Werkstoffabhängige Materialparameter für die numerische Simulation

	$E_x$ N/mm <sup>2</sup>	$E_y$	$E_z$	$G_{xy}$ N/mm <sup>2</sup>	$G_{xz}$	$G_{yz}$	$\nu_{xy}$ —	$\nu_{xz}$	$\nu_{yz}$
Verhältnis	30 :	1,7 :	1,0	1,0 :	1,0 :	0,1	1,0 :	1,0 :	0,5
VH C24	11000	630	370	690	690	40	0,45	0,45	0,24
BSH GL24h	11500	510	300	650	650	40	0,45	0,45	0,24

Tabelle 6.1 zeigt die Materialparameter der Biege- und Schubsteifigkeiten  $E_x$ ,  $E_z$  und  $G_{xy}$  der Festigkeitsklassen C24 und GL24h. Die fehlenden Materialparameter  $E_y$ ,  $G_{xz}$  und  $G_{yz}$  sowie die Querdehnzahlen  $\nu$  wurden über die globalen Verhältnisse unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Abschnitt 3.2.2 vervollständigt.

Die Modelle der folgenden Berechnungen werden durch 2D-Elemente mit vier Knoten abgebildet. In lokaler  $y$ -Richtung wird die Breite der Bauteile  $b$  somit auf ein Scheibenelement reduziert.

## 6.2 Kohäsivzonenmodell (KZM)

### 6.2.1 Modellierung des Versuchsaufbaus

Das Kohäsivzonenmodell (KZM), welches in Abschnitt 4.3.1 beschrieben ist, wird angewandt, um den Rissfortschritt in den potentiellen Rissebenen der gereihten Zapfenverbindung zu simulieren. Für die Simulation wird die kommerzielle Software ABAQUS genutzt.

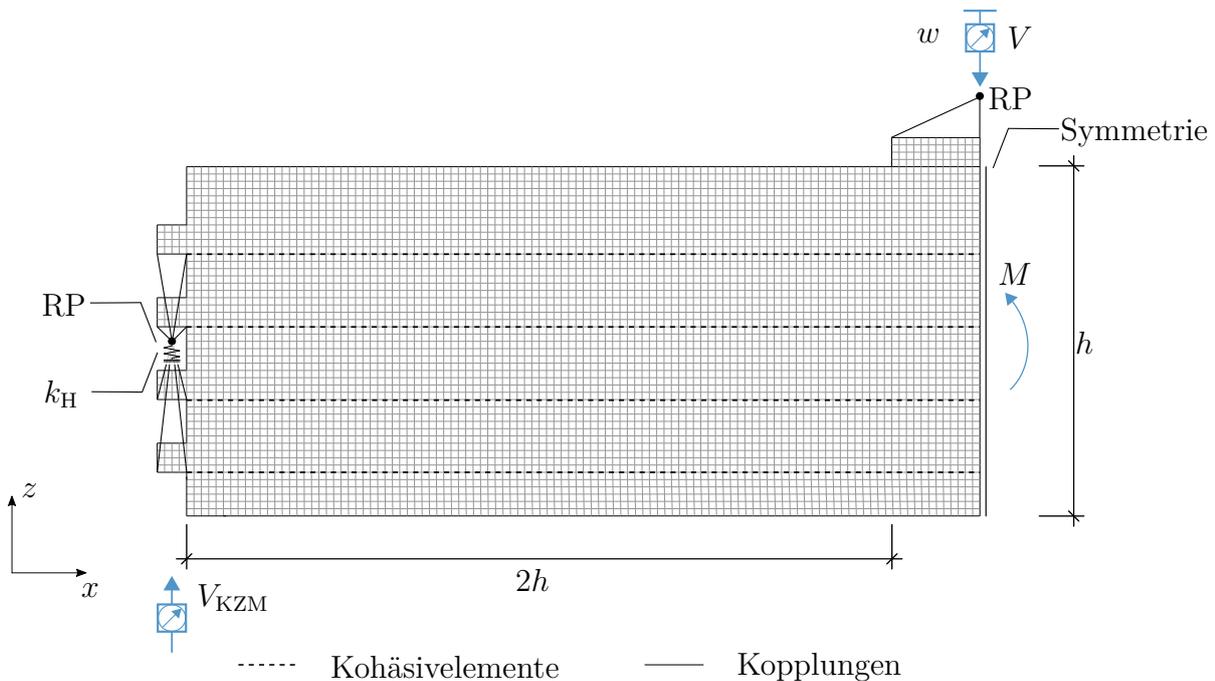


Abbildung 6.2: FE-Modell des Prüfkörpers TS4 mit vier Kohäsivzonen

Das Finite-Elemente-Modell bildet die Zapfenkonfiguration aus den experimentellen Untersuchungen aus Abschnitt 5.6 ab. Hierfür wird ein 2D Modell gewählt. Für den Nebenträger werden unterhalb der Lasteinleitung die Symmetriebedingungen genutzt, sodass nur der halbe Träger abgebildet wird. Die Last wird durch eine Verschiebung  $w$  über einen Referenzpunkt (RP) mit dem FE-Netz einer starren Lastverteilungsplatte gekoppelt. Die Auflagerkraft  $V$  wird an einem Referenzpunkt ermittelt, welche mit der Auflagerfläche der einzelnen Zapfen verbunden ist. Der Referenzpunkt wird nachgiebig gelagert, um die Durchbiegung des Hauptträgers aus den experimentellen Versuchen zu berücksichtigen. Die Federkonstante  $k_H$  beträgt für die Trägerquerschnitte TS ca. 20 kN/mm und für TM ca. 80 kN/mm. Das FE-Netz besteht aus quadratischen CPS4R Elementen mit einer Seitenlänge von  $a = 5$  mm. Für alle Elemente werden die Materialeigenschaften aus Tabelle 6.1 implementiert.

### 6.2.2 Modellierung der Rissebene

Die Rissebene wird durch eine Kohäsivzone abgebildet. Die Kohäsivzone hat eine Höhe von  $h_{\text{coh}} = 0,015$  mm, beginnt unterhalb der Zapfen und wird bis zum Ende des Bauteils definiert. Die Kohäsivzone besteht aus Kohäsivelementen des Typs COH2D4 mit einer Länge von  $a_{\text{coh}} = 5$  mm und vier Knoten. In den folgenden Simulationen werden die bruchmechanischen Kennwerte Abschnitt 3.2 verwendet.  $G_c^{I+II}$  entspricht dem Wert 0,210 N/mm. Die Querkzugfestigkeit beträgt für Nadelvollholz und Brettschichtholz  $f_{t,90} = 0,7$  N/mm<sup>2</sup>. Die Schubfestigkeit  $f_v$  für Nadelvollholz wird mit 5,6 N/mm<sup>2</sup> und für Brettschichtholz mit 4,4 N/mm<sup>2</sup> angenommen. Die Werte für die Modellierung sind in Tabelle 6.2 dokumentiert. Die Berechnungsroutine für Kohäsivelemente in ABAQUS [Abaq12] orientiert sich an den Berechnungsschritten aus Abschnitt 4.3.1.

Durch die Verwendung der kombinierten spezifischen Bruchenergie für ausgeklinkte Trägerauflager  $G_c^{I+II}$  wird (in Anlehnung an die Untersuchung von FRANKE [Fran08]) die freigewordene Bruchenergie aus der Summe der Bruchenergien in Modus I und Modus II nach Gl. (4.39) und Gl. (4.40) ermittelt.

$$G^{I+II} = G^I + G^{II} \quad (6.1)$$

Das Bruchkriterium für Kohäsivelemente lautet unter der Voraussetzung einer kombinierten spezifischen Bruchenergie für ausgeklinkte Trägerauflager abweichend von Gl.(4.41):

$$\frac{G^{I+II}}{G_c^{I+II}} = 1 \quad (6.2)$$

Tabelle 6.2: Bruchmechanische Kennwerte für die Simulation mit Kohäsivelementen

Material	$f_{t,90}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_v$	$G_c^{I+II}$ N/mm
VH C24	0,7	5,6	0,210
BSH GL24h	0,7	4,4	0,210

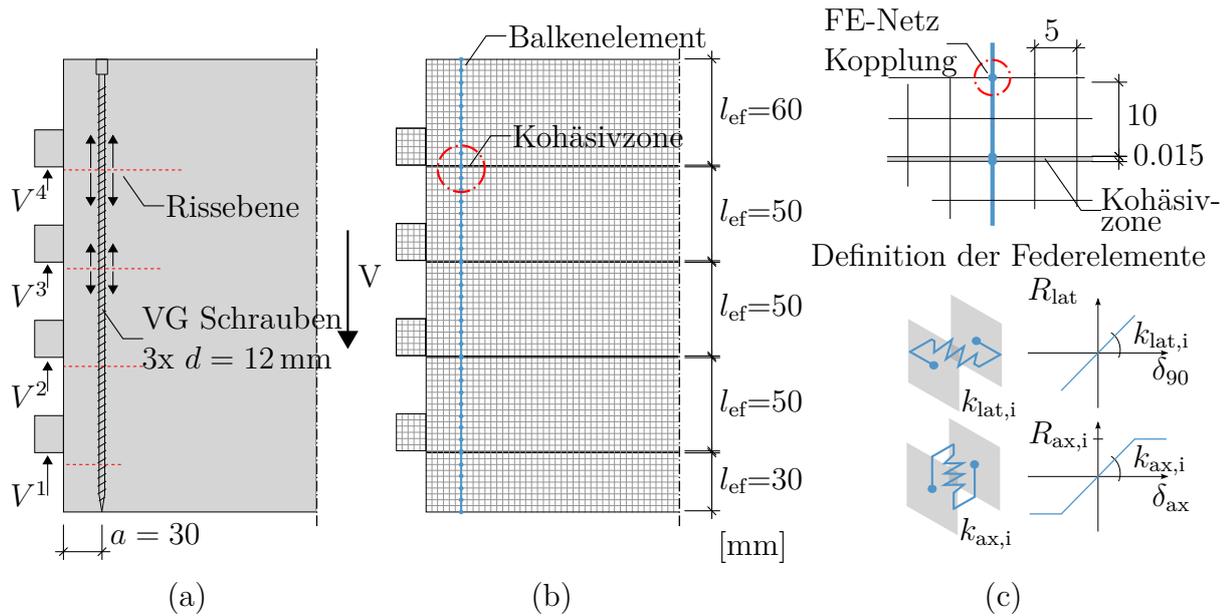


Abbildung 6.3: Rissverstärkung im Bereich der potentiellen Rissebenen (a) Darstellung der VGS, (b) Implementierung des Balkenelements im FE-Modell und (c) Verknüpfung des Balkenelements mit dem FE-Netz und Definition der Federerlemente

### 6.2.3 Modellierung einer Rissverstärkung

Verstärkungen von Rissebenen werden bei ausgeklinkten Trägersauflagern, Brettschichtholzträgern mit Durchbrüchen oder Stabdübelverbindungen bereits vielfältig eingesetzt. Ziel der Verstärkung ist die Vermeidung des spröden Bauteilversagens und die Erhöhung der Tragfähigkeit des Bauteils oder der Verbindung. Allgemeine Beispiele für die Verstärkung mit Vollgewindeschrauben finden sich in DIETSCH & BRANDNER [Diet15] oder JOCKWER [Jock15]. Verstärkungen für ausgeklinkte Trägersauflager wurden bereits von OUDJENE ET AL. [Oudj16] mit Kohäsivzonenmodellen untersucht, welche die Bruchlast gut abbilden konnten.

Eine einfache Verstärkung von Rissebenen kann durch senkrecht oder schräg zur Rissebene eingebrachte Vollgewindeschrauben erfolgen. Das Gewinde ermöglicht einen kontinuierlichen Verbund zwischen der Schraube und dem Holz, was bei mehreren Rissebenen der gereihten Zapfenverbindung von Vorteil ist. Die horizontalen Risse im Holz führen demnach zu einer Krafteinleitung in die VGS auf Höhe der einzelnen Rissebenen.

Abbildung 6.3a und b zeigen die Verstärkung des Prüfkörpers TS4 und die Modellierung einer Verstärkung der Rissebenen. Die VGS wird als Balkenelement mit dem Kerndurchmesser der Schraube modelliert. Die Balkenelemente sind mit dem FE-Netz über Federerlemente verbunden, welche den Verbund zwischen der Holzmatrix und der Schraube simulieren. BLASS ET AL. [Blaß06] untersuchten verschiedene Schraubentypen mit unterschiedlichem Durchmesser  $d$ , Einbindelängen  $l_{ef}$  und Rohdichte des Holzes  $\rho_k$ . Die Auszugstragfähigkeit einer Schraube konnte durch die Untersuchungen zu

$$R_{ax} = 0,6 \cdot \sqrt{d} \cdot l_{ef}^{0,9} \cdot \rho_k^{0,8} \quad (6.3)$$

ermittelt werden. Für den Prüfkörper TS4-V werden zwei Schrauben mit  $d = 8$  mm Durchmesser verwendet. Die charakteristische Rohdichte des Brettschichtholzes beträgt

Tabelle 6.3: Federkennwerte der Verstärkungselemente der Rissebenen

Kennwerte der Lamelle			Kennwerte der Federn			
$l_{\text{ef},i}$	$k_{\text{ax}}$	$R_{\text{ax}}$	$n_{\text{F}}$	$k_{\text{ax},i}$	$R_{\text{ax},i}$	$k_{\text{lat},i}$
mm	N/mm	N	–	N/mm	N	N/mm
30	9659	9610	4	2415	2402	2062
50	11848	15218	6	1975	2536	1375
60	12745	17932	7	1821	2562	1178

$$\rho_{\text{k}} = 450 \text{ N/mm}^2.$$

Der Verbund der Schrauben wurde im FE-Modell durch Federn mit elastisch-plastischem Verhalten modelliert (vgl. siehe Abb. 6.3c), wobei die axiale Federsteifigkeit  $k_{\text{ax}}$  von der Auszugssteifigkeit einer Schraube abgeleitet wurde.  $k_{\text{ax}}$  wurde aus Regressionsanalysen der Untersuchungen von BLASS ET AL. [Blaß06] und den Untersuchungen von RINGHOFER [Ring17] zu

$$k_{\text{ax}} = 234 \cdot (\rho_{\text{mean}} \cdot d)^{0,2} \cdot l_{\text{ef}}^{0,4} \quad (6.4)$$

bestimmt. Für die Rissverstärkung wird für die Einbindelänge  $l_{\text{ef}}$  die Höhe des Querschnitts zwischen den Rissebenen gewählt (siehe Abb. 6.3b). Da ein Versagen auf Abscheren der VG-Schraube ausgeschlossen wird, soll in diesem Modell lediglich die Steifigkeit des Verbunds auf Abscheren mit der Federsteifigkeit  $k_{\text{lat}}$  nach [DIN EN 1995-1-1] berücksichtigt werden. Für jedes einzelne Federelement kann die Tragfähigkeit auf Herausziehen  $R_{\text{ax},i}$  und die Steifigkeit  $k_{\text{ax},i}$  sowie  $k_{\text{lat},i}$  in Abhängigkeit der Anzahl der Federn  $n_{\text{F}}$  je Holzlamelle zu

$$R_{\text{ax},i} = \frac{0,6 \cdot \sqrt{d} \cdot l_{\text{ef}}^{0,9} \cdot \rho_{\text{k}}^{0,8}}{n_{\text{F}}}, \quad (6.5)$$

$$k_{\text{ax},i} = \frac{234 \cdot (\rho_{\text{mean}} \cdot d)^{0,2} \cdot l_{\text{ef}}^{0,4}}{n_{\text{F}}} \text{ und} \quad (6.6)$$

$$k_{\text{lat},i} = \frac{\rho_{\text{mean}}^{1,5} \cdot d}{n_{\text{F}}} \quad (6.7)$$

berechnet werden. Zur Ermittlung der Gesamttragfähigkeit und der Gesamtsteifigkeit der Verstärkung werden die Werte mit der Anzahl der Verstärkungselemente multipliziert. Die einzelnen Federkennwerte in Abhängigkeit der Lamellenhöhe zwischen den potentiellen Rissebenen sind in Tabelle 6.3 dokumentiert.

## 6.2.4 Ergebnisse

Mit dem vorgestellten Modell wurden sechs unterschiedliche Prüfkfigurationen der gereihten Zapfenverbindung aus den eigenen experimentellen Untersuchungen simuliert. Als Ergebnis der FE-Simulation konnten Last-Verschiebungskurven ausgegeben werden, welche in Abbildung 6.4a-f den Last-Verschiebungskurven der experimentellen Untersuchungen gegenübergestellt sind.

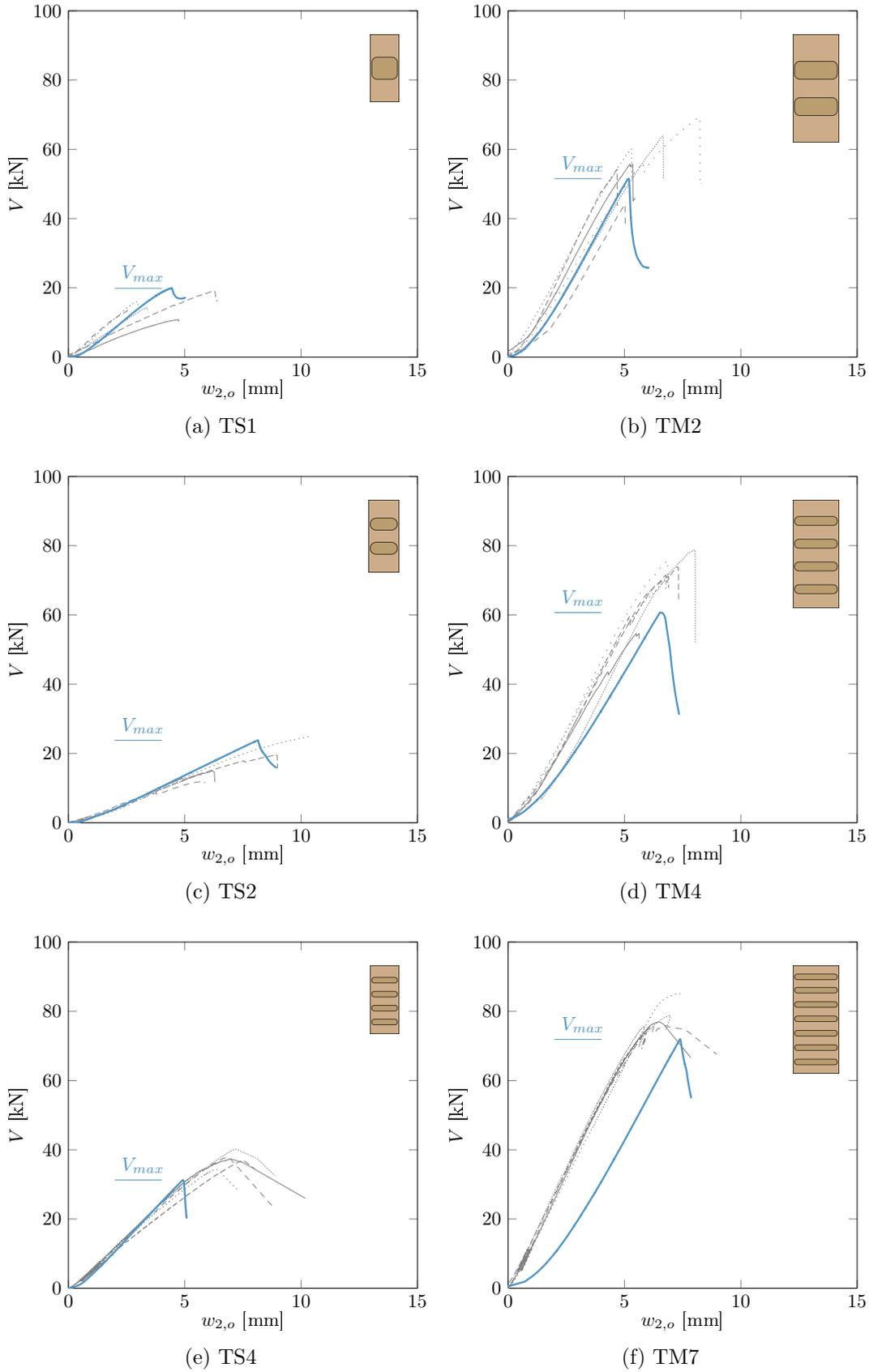


Abbildung 6.4: Last-Verformungsverhalten der experimentellen Versuchsserien (grau) im Vergleich mit der numerischen Simulation (blau) mit Kohäsivzonen

Aus den FE-Berechnungen lässt sich für alle Modelle die Bruchlast  $V_{\max}$  beim Einsetzen des Rissfortschritts an einer Kohäsivzone ermitteln. Die Bruchlast  $V_{\max}$  wird in Abbildung 6.6 den experimentellen Bruchlasten  $V_{\text{exp,max}}$  – unter Berücksichtigung der Streuung der Versuchsergebnisse – gegenübergestellt.

### Prüfserien ohne Querzugverstärkung

Die Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven zeigt, dass die numerischen Modelle mit Kohäsivzonen in der Lage sind, das Bruch- und Verformungsverhalten der experimentellen Versuchsserien gut abzubilden. Durch die genaue Berechnung der Federsteifigkeit des angeschlossenen Hauptträgers  $k_H$  lässt sich die Durchbiegung des Gesamtsystems sehr präzise modellieren, wobei die Größe der Federsteifigkeit keinen Einfluss auf die ermittelte Bruchlast hat.

Die Gegenüberstellung der simulierten Bruchlast in Abbildung 6.6 mit den experimentellen Bruchlasten zeigt, dass eine Verbesserung durch die Anzahl der Zapfen und die größeren Dimensionen der Träger gut abgebildet wird. Lediglich bei geringer Anzahl an Zapfen (TS1 bzw. TS2) wird die mittlere experimentelle Bruchlast leicht überschritten. Hier handelt sich jeweils um Prüfkörper aus Konstruktionsvollholz.

### Prüfserien mit Querzugverstärkung

Um den Einfluss einer Verstärkung der Rissebenen der gereihten Zapfenverbindung beurteilen zu können, wird für den Prüfkörper TS4-V eine Rissverstärkung, wie in Abschnitt 5.6.3 beschrieben, in das FE-Modell implementiert (siehe Abb. 6.3). In Abbildung 6.5a werden die Auflagerkraft  $V$ , sowie die axialen Zugkräfte  $F_{\text{ax},i}$  am Zapfen 3 und 4 in Abhängigkeit von der aufgetragenen Verschiebung  $w$  dargestellt. Abbildung 6.5b zeigt die resultierende

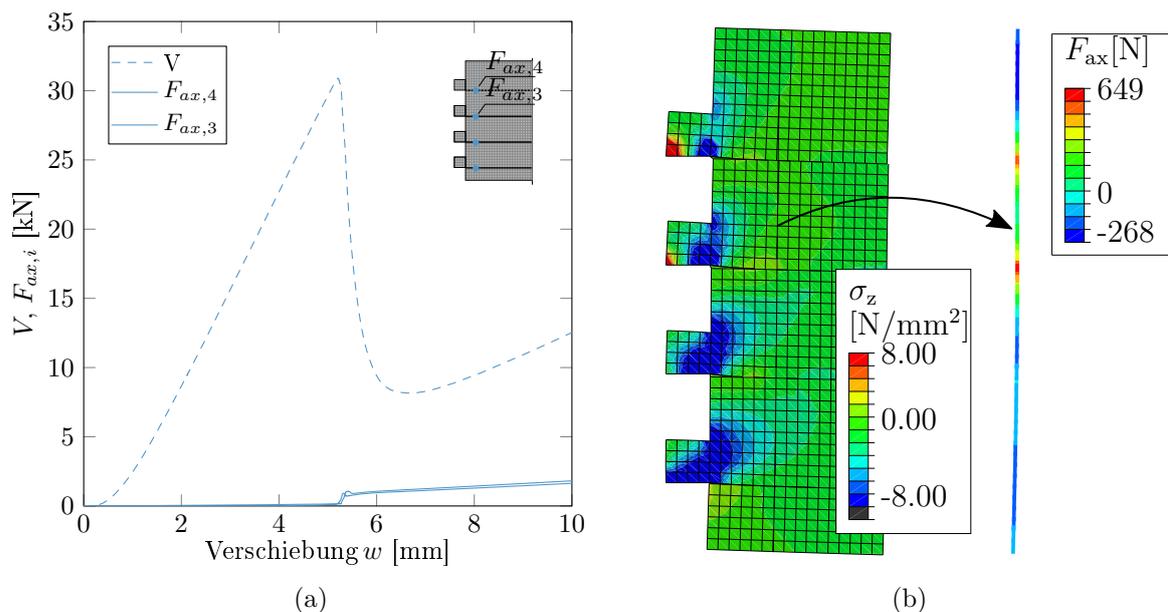


Abbildung 6.5: (a) Last-Verformungsverhalten und axiale Zugkräfte im Bereich der oberen Rissebenen, sowie (b) axiale Beanspruchung in der Verstärkung zu Beginn der Rissentwicklung ( $w = 5,3$  mm)

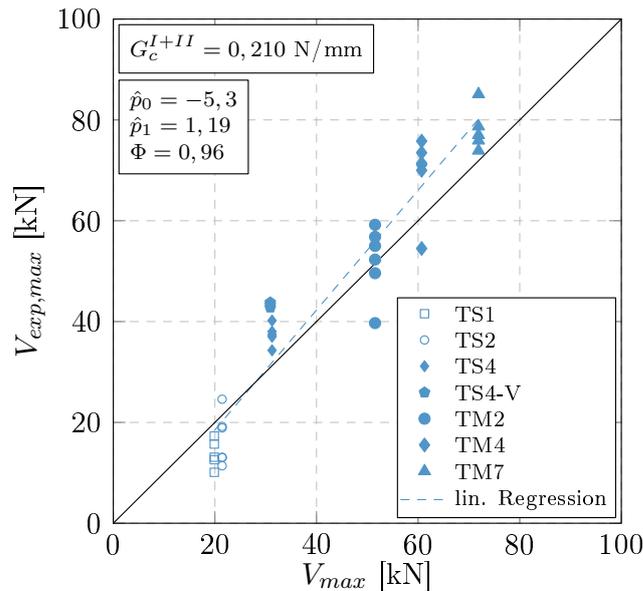


Abbildung 6.6: Gegenüberstellung der experimentellen Bruchlast und der numerisch ermittelten Bruchlast aus dem Kohäsivzonenmodell

Axialkraft  $F_{ax}$  in der Verstärkung zu Beginn der Rissbildung bei einer aufgetragenen Verschiebung von  $w = 5,3 \text{ mm}$ .

Durch die Simulation wird gezeigt, dass die Bruchlast der gereihten Zapfenverbindung durch die gewählte Rissverstärkung nicht signifikant gesteigert werden kann. Die axialen Zugkräfte in der Schraube werden erst nach Beginn des kritischen Rissfortschritts im Bereich der Kohäsivzonen unterhalb der Zapfen 3 und 4 aktiviert. Die Auszugstragfähigkeit der Verstärkung  $R_{ax,i}$  nach Tabelle 6.3 wird in diesem Prozess nicht erreicht. Es kann gezeigt werden, dass sich die Risse unterhalb der Zapfen 3 und 4 nahezu gleichzeitig entwickeln. Im Bereich der Zapfen 1 und 2 erfährt das Verstärkungselement hingegen hauptsächlich Druckkräfte.

## 6.2.5 Diskussion

Abbildung 6.6 zeigt, dass eine FE-Berechnung mit Kohäsivelementen die mittleren experimentellen Bruchlasten an gereihten Zapfenverbindungen gut erfasst. Die Regressionsgerade im Bereich der Datenpunkte hat eine Steigung  $\hat{p}_1 > 1$ , sodass mit steigender Bruchlast und Dimension der Querschnitte die Bruchlast von dem Rechenmodell tendenziell unterschätzt wird. Besonders die Bruchlast bei Prüfkörpern aus Nadelvollholz mit kleinen Querschnitten wird von den FE-Berechnungen überschätzt. Dies kann auf die gewählten Materialeigenschaften zurückzuführen sein oder mit der großen Streuung der experimentellen Versuchsergebnisse zusammenhängen.

Die Implementierung einer Querzugverstärkung aller vier Rissebenen bei der Geometrie TS4-V zeigte keine wesentliche Tragfähigkeitssteigerung gegenüber dem unverstärkten Prüfkörper TS4. Die axialen Zugkräfte in der Schraube betragen auch nach dem Anriss in der Rissebene 3 und 4 nur  $F_{ax} = 2 - 3 \text{ kN}$ . Die Verstärkung kann daher als wenig wirkungsvoll eingestuft werden.

Es konnte gezeigt werden, dass das Kohäsivzonenmodell unter Annahme der kombinierten Bruchenergie  $G^{I+II}$  in Modus I und II gute Simulationsergebnisse für gereichte Zapfenver-

bindungen ermöglicht. Kohäsivzonenmodelle eignen sich besonders für die Untersuchung spezieller Randbedingungen, wie beispielsweise die Berücksichtigung mehrerer Rissebenen und Verstärkungen. Gerade bei der Optimierung von Bauteilgeometrien mit bekannter Lage der Rissebenen kann das Modell gute Ergebnisse liefern (vgl. CLAUS & SEIM [Clau18]).

## 6.3 *J*-Integralmodell (JIM)

Im Folgenden wird die *J*-Integralmethode zur Bestimmung der rechnerischen Bruchlast nach Abschnitt 4.3.2 angewendet. Mit der FE-Simulation des Rissspitzenfeldes wird in dieser Arbeit für ca. 200 Laststufen das *J*-Integral sowie die resultierende Auflagerkraft *V* unterhalb der Auflagerfläche bestimmt. Die Bruchlast  $V_c$  ist erreicht, wenn das *J*-Integral den kritischen Wert erreicht.

$$V_c = V(J_c) = V(G_c^{I+II}) \quad (6.8)$$

Da das *J*-Integral nach Gl. (4.67) an ausgeklinkten Trägersauflagern und Zapfenverbindungen unter einer kombinierten Beanspruchung in Modus I und II berechnet wird, kann für den kritischen Wert  $J_c = G_c^{I+II}$  angenommen werden. Abbildung 6.7 zeigt die Auflagerkraft *V* in Abhängigkeit von *J* für unterschiedliche Konturen um die Rissspitze. *J*-Integral und Auflagerkraft verhalten sich nichtlinear zueinander. Die ersten vier Konturen zeigen eine gute Übereinstimmung. Für das anfangs gewählte Netz um die Rissspitze ergibt sich für die Kontur  $\Gamma_5$  bei gleicher Auflagerkraft ein geringerer Wert für *J*. Dies würde zu einer erhöhten rechnerischen Bruchlast  $V_c$  führen. Aus diesem Grund wird für die folgenden Untersuchungen das FE-Netz des Modells besonders im Bereich der Rissspitze optimiert und auf maßgebende Einflussfaktoren hin untersucht.

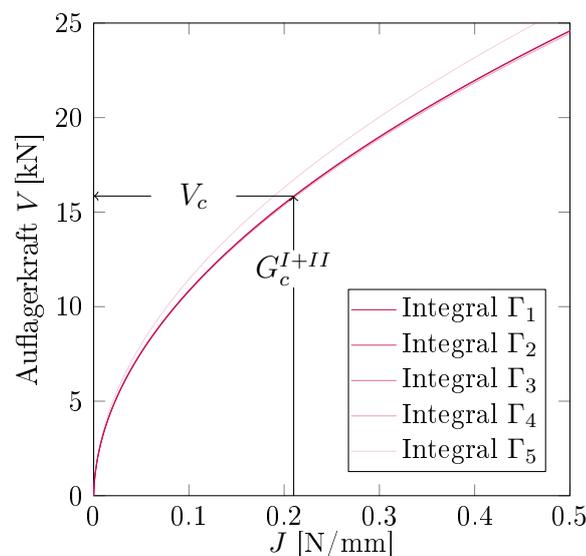


Abbildung 6.7: Entwicklung des *J*-Integrals für verschiedene Konturen  $\Gamma_i$  am Beispiel der Zapfengeometrie TS1

### 6.3.1 FE-Netz und Einflussfaktoren

Für eine Parameterstudie zur Ermittlung der Einflussfaktoren auf die mit der  $J$ -Integralmethode ermittelte Bruchlast wird ein FE-Modell, für die Geometrie der Zapfenverbindung (TS1) aus den eigenen experimentellen Untersuchungen (vgl. Abschnitt 5.6), betrachtet. Das Modell wird durch eine inkrementelle Erhöhung der Verschiebung  $\delta$  am oberen Rand beansprucht, welche auf einen Lasteinleitungsbereich von 25 mm Länge aufgebracht wird. Das starre Auflager befindet sich unterhalb des Zapfens, welches über eine Länge von  $l_A = 0,5 \cdot l_z$  mittig unter dem Zapfen angeordnet ist. Es wurde unter Berücksichtigung der Symmetriebedingungen eine Bauteilhälfte untersucht. Die Abmessungen für das Bauteil TS1 können Abbildung 6.8a entnommen werden.

Der Bereich um die Risspitze besteht aus 2D CPS4R Elementen mit einem Integrationspunkt (reduzierte Integration), welche mit den Materialparametern für Nadelholz C24 nach Tabelle 6.1 belegt sind.

Zur Ermittlung des  $J$ -Integrals wird in Verlängerung der Unterseite des Zapfens ein Riss und das Risspitzenumfeld modelliert. Der Riss wird über die Eigenschaft „seam“ (Naht) in lokaler  $x$ -Richtung implementiert und besitzt eine definierte Anfangsrislänge  $a$ . Am Ende des Risses wird die Richtung des Rissverlaufs durch den Vektor  $q = [1, 0]$  festgelegt. Im Bereich der Risspitze wird das FE-Netz mit Hilfe von definierten Netzpunkten erstellt. Die ersten vier Konturen werden über die quadratischen Elemente mit einer Kantenlänge von  $a_E = 1,0$  mm definiert. Unstetigkeiten im Bereich der Risspitze sollen so nur einen geringen Einfluss auf das Berechnungsergebnis haben. Die ersten neun Konturen sind ringförmig um die Risspitze angeordnet. Im Inneren sind hierfür vier Elemente notwendig. Die äußeren fünf der neun Konturen besitzen insgesamt 24 Elemente mit einer Elementgröße von etwa  $a_E = 2,0$  mm. Außerhalb der Konturen wird das Netz unter der Voraussetzung einer mittleren Elementgröße von  $a_E = 2,0$  mm automatisch generiert (siehe Abb. 6.8b). Zur Ermittlung des Einflusses verschiedener Modellparameter auf das Berechnungsergebnis und der Empfindlichkeit der Berechnungsmethode wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Als Referenzmodell wurde die Geometrie des Prüfkörpers TS1 mit den oben genannten Modelleigenschaften gewählt. Die mittlere Bruchlast der Kontur  $\Gamma_1$  bis  $\Gamma_4$  ergibt sich hierbei zu  $V_{c,Ref} = 16,7$  kN (siehe Abb. 6.7). Abbildung 6.9 zeigt die grafische

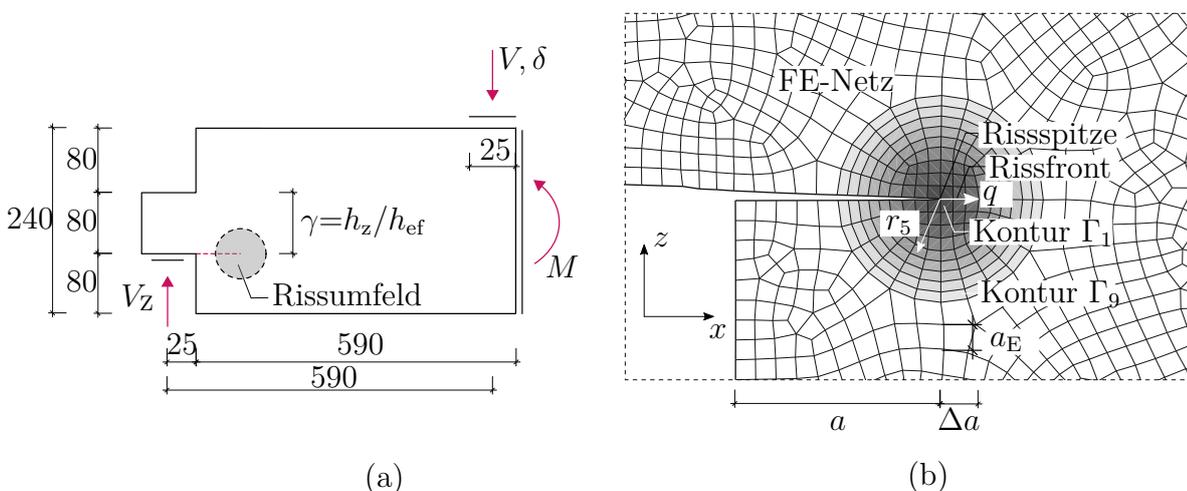
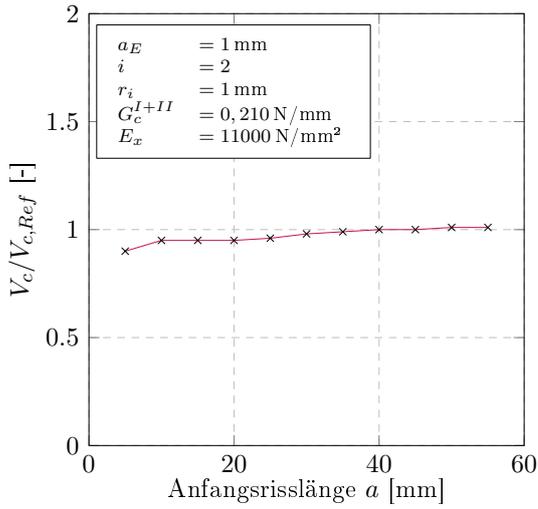
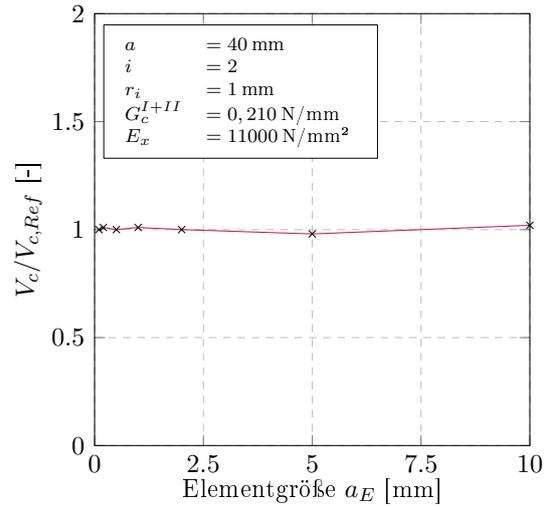


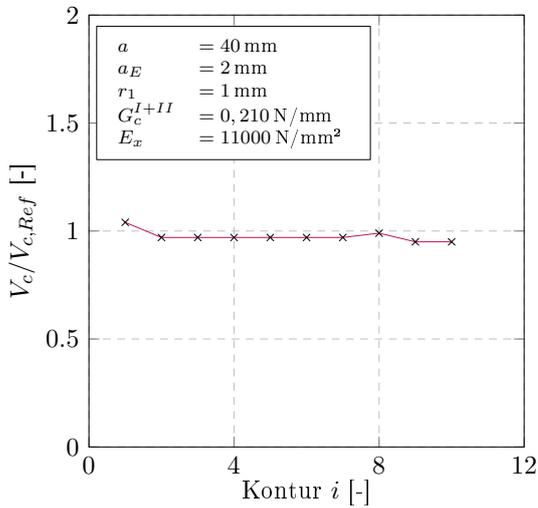
Abbildung 6.8: (a) Schematisches FE-Modell des Prüfkörpers TS1 mit Darstellung der Randbedingungen und (b) FE-Netz und Linienintegrale im Rissumfeld bei Rissöffnung



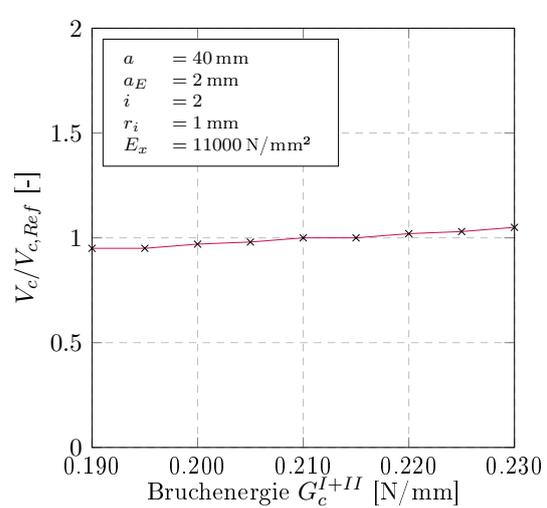
(a)



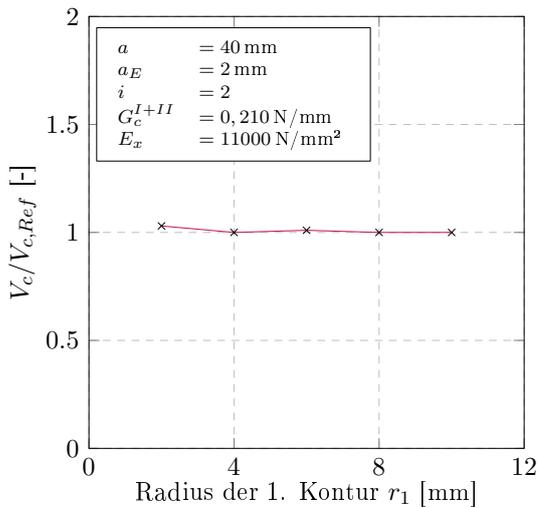
(b)



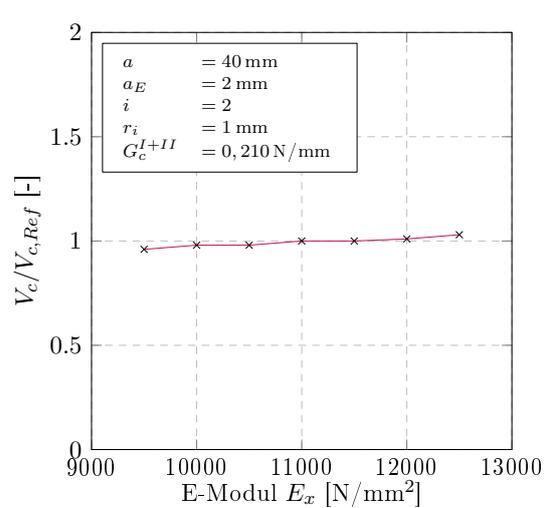
(c)



(d)



(e)



(f)

Abbildung 6.9: Entwicklung der Bruchlast in Abhängigkeit von geometrischen und materialspezifischen Modellparametern

Auswertung der ermittelten Bruchlast  $V_c$  der Parameterstudie in Bezug auf die Bruchlast des Referenzmodells  $V_{c,Ref}$ . Als maßgebende Einflussgrößen auf das Rechenergebnis wurden folgende Parameter variiert:

- Anfangsrisslänge  $a$
- Elementgröße  $a_E$  der FE-Struktur
- Kontur  $i$
- Radius  $r_1$  der Kontur  $\Gamma_1$
- Materialspezifische Bruchenergie  $G_c$
- Elastizitätsmodul parallel  $E_x$  und senkrecht  $E_z$  zur Faser

Die Anfangsrisslänge  $a$  wird zwischen 10 und 55 variiert. Abb. 6.9a zeigt, dass bei sehr kleinem Initialriss die rechnerische Bruchlast bis zu 10% abweichen kann. Zwischen  $a = 30 \dots 55$  mm verhält sich die Bruchlast jedoch nahezu konstant.

Die Elementgröße der CPS3 Elemente wurde in der Parameterstudie zwischen  $a_E = 0,1 \dots 10$  mm variiert. Abb. 6.9b zeigt, dass die Variation nahezu keinen Einfluss auf die ermittelte Bruchlast hat.

Abb. 6.9c zeigt die Änderung der Bruchlast infolge der  $J$ -Integral-Auswertung entlang unterschiedlicher Konturen um die Riss Spitze. Es wurden  $i = 10$  Konturen ausgewertet. Es kann gezeigt werden, dass die errechnete Bruchlast aus der ersten Kontur größer ist als die der Konturen zwei bis acht, was mit der Singularität der Spannungen an der Riss Spitze zu tun haben kann. Das  $J$ -Integral der Kontur neun und zehn fällt hingegen etwas geringer aus. Der Radius um die Riss Spitze beträgt hier  $r_9 = 18$  mm bzw.  $r_{10} = 20$  mm.

Die Auswertung der Radien der ersten Kontur zwischen  $r_1 = 2 \dots 10$  mm wird in Abb. 6.9e dargestellt. Hierfür wurde das Netz innerhalb der definierten Kreise um die Riss Spitze variiert. Es besteht nahezu keine Abhängigkeit zwischen dem Radius, also der Elementgröße im unmittelbaren Bereich der Riss Spitze und der rechnerischen Bruchlast.

Neben den Modellparametern haben auch die Materialeigenschaften einen Einfluss auf das Berechnungsergebnis der Finite-Elemente-Methode. Infolge der Variation der Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  zwischen 0,190 und 0,230 N/mm ergibt sich eine maximale Abweichung zur Referenzbruchlast von ca. 5% (vgl. Abb. 6.9d). Die Variation des E-Moduls parallel (wie auch senkrecht) zur Faser von mehr 30% ergibt eine Änderung der berechneten Bruchlast von maximal 5% (siehe Abb. 6.9f).

Die Parameterstudie konnte zeigen, dass die Ermittlung der Bruchlast mit Hilfe des  $J$ -Integrals vergleichsweise unempfindlich gegenüber Veränderungen der Modellparameter ist. Über weite Bereiche der modell- und materialspezifischen Einflussgrößen erhält man für das Referenzbauteil nahezu dieselbe rechnerische Bruchlast.

### 6.3.2 Vergleich mit experimentell ermittelten Bruchlasten (Validierung)

Zur Einschätzung der Zuverlässigkeit des  $J$ -Integralmodells wurden die experimentell ermittelten Bruchlasten aus 27 Versuchen an ausgeklinkten Trägersauflagern aus Abschnitt 5.4, 363 Bruchlasten an Zapfenverbindungen aus den 33 Versuchsserien aus Tabelle A.3, sowie die experimentellen Ergebnisse an gereihten Zapfenverbindungen den Bruchlasten aus dem Modell gegenübergestellt.

Tabelle 6.4: Übersicht der Modelle zu Zapfenverbindungen auf Grundlage der experimentellen Prüfserien aus Tab.A.3

Serie	$n$	$b$ mm	$h$ mm	$h_{ef}$ mm	$h_z$ mm	$h_o$ mm	$h_u$ mm	$l_z$ mm	$\alpha$ -	$\beta$ -	$\gamma$ -	$\bar{V}_{exp}$ kN
Z-120	121	80	120	80	40	40	40	40	0,67	0,17	0,50	9,3
Z-180	93	100	180	120	60	60	60	50	0,67	0,14	0,50	16,8
Z-240	63	120	240	160	80	80	80	60	0,67	0,13	0,50	24,1
ZBH-140	3	80	140	100	40	60	40	40	0,71	0,14	0,40	13,7
ZBH-160	3	80	160	120	40	80	40	40	0,75	0,13	0,33	17,5
ZBH-180	3	80	180	140	40	100	40	40	0,78	0,11	0,29	21,2
ZBH-200	3	80	200	160	40	120	40	40	0,80	0,10	0,25	23,3
ZVO-120	3	80	120	60	40	20	60	40	0,50	0,17	0,67	8,0
ZVU-120	3	80	120	100	40	60	20	40	0,83	0,17	0,40	19,7
ZZH-180	7	100	180	140	40	70	70	50	0,78	0,14	0,29	12,8
ZZH-240	7	120	240	140	40	100	100	60	0,58	0,13	0,29	20,5

### Validierung an ausgeklinkten Trägersauflagern

Für die Simulation der ausgeklinkten Trägersauflager wurden die Mittelwerte der jeweiligen Materialeigenschaften nach Tabelle 6.1 angesetzt. Die spezifische Bruchenergie für Modus I und II wurde zu  $G_c^{I+II} = 0,210 \text{ N/mm}$  gewählt. In Abbildung 6.10a sind die rechnerischen Ergebnisse des FE-Modells den experimentell ermittelten Bruchlasten gegenübergestellt. Die experimentell ermittelten Bruchlasten für Bauteile aus Brettschichtholz liegen stets über den rechnerischen Bruchlasten aus dem *J*-Integralmodell. Lediglich einige Prüfergebnisse der Serie TSA aus Nadelvollholz liegen unterhalb der Rechenwerte. Bei großen Bauteilen (TMA) aus Brettschichtholz wird die experimentell ermittelte Bruchlast hingegen eher unterschätzt. Allgemein wird die Bruchlast der untersuchten Prüfkörper unterschiedlicher Dimension gut abgebildet.

### Validierung an Zapfenverbindungen

Zur Ermittlung rechnerischer Bruchlasten für Zapfenverbindungen der 309 experimentellen Untersuchungen waren insgesamt 11 Modelle mit unterschiedlichen geometrischen Abmessungen erforderlich. Die Abmessungen sind in Tabelle 6.4 dokumentiert. In Bezug zur Sortierklasse S10 der experimentellen Untersuchungen wurde für die Modellierung die Festigkeitsklasse C24 nach Tabelle 6.1 für die Prüfkörper aus Nadelvollholz angesetzt. Stellt man die experimentell ermittelten Bruchlasten den rechnerischen Bruchlasten in einer Regressionsanalyse gegenüber – wie im Abschnitt 3.1.5 erläutert – ergibt sich eine Steigung von  $\hat{p}_1 = 1,26$  (vgl. Abb. 6.10b). Der *y*-Achsenabschnitt kann zu  $\hat{p}_0 = -2,2$  berechnet werden. Auf Grundlage dieser Parameter ergibt sich der Korrelationskoeffizient zu  $\Phi = 0,78$ .

Der Vergleich zeigt auch, dass die Bruchlasten durch das *J*-Integralmodell gerade mit größerem Trägerquerschnitt tendenziell unterschätzt werden.

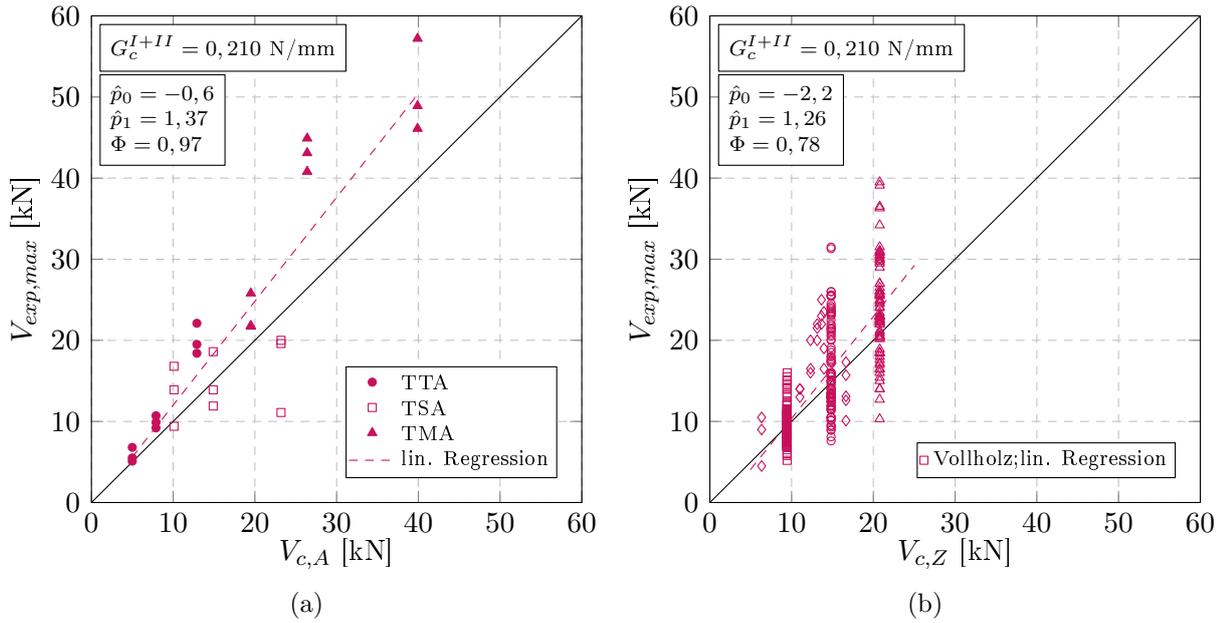


Abbildung 6.10: Gegenüberstellung von berechneten Bruchlasten mittels  $J$ -Integral und experimentell ermittelter Bruchlasten von (a) ausgeklinkten Trägerauflagern aus Abschnitt 5.4 und (b) Zapfenverbindungen aus der Literatur nach Tabelle A.3

### Validierung an gereihten Zapfenverbindungen

Zur Ermittlung der rechnerischen Bruchlast mit Hilfe des  $J$ -Integralmodells für gereichte Zapfenverbindungen wurden die sechs Hauptserien aus den experimentellen Untersuchungen aus Abschnitt 5.6 in Finite-Elemente-Modelle umgesetzt.

Abbildung 6.11 zeigt beispielhaft das Modell des Prüfkörpers TS4 mit vier Rissebenen und den Auflagerkräften  $V_G^1$  bis  $V_G^4$ . Die Summe der einzelnen Auflagerkräfte ergibt die Anschlusskraft  $V_G$ , welche von der Verbindung übertragen wird. Die Materialparameter wurden für Nadelvollholz C24 bzw. Brettschichtholz GL24h nach Tabelle 6.1 gewählt. Die Anfangsrissslänge wurde bei allen Modellen und bei allen Rissebenen zu  $a = 40$  mm gewählt. Auf jede einzelne Rissebene der Modelle wird das Bruchkriterium analog zu Gl.(6.8) angewendet.

Wird an einer Rissebene  $i$  zur Laststufe  $t_i$  das Bruchkriterium erfüllt, so wird die Berechnung abgebrochen und die Bruchlast an dem Zapfen  $i$  nach Gl. (6.8) ermittelt. Da die gesamte Auflagerkraft  $V_G$  bis zu diesem Zeitpunkt gleichmäßig auf die Zapfen verteilt ist, kann die Bruchlast der gereihten Zapfenverbindung  $V_{c,G}$  als ein Vielfaches der ermittelten Bruchlast am Zapfen  $i$  ( $V_{c,G}^i$ ) berechnet werden. Die Bruchlast ermittelt sich somit zu:

$$V_{c,G} = n_z \cdot \min(V_{c,G}^i) \tag{6.9}$$

Das Bruchkriterium wird bei den unterschiedlichen Modellen an unterschiedlichen Rissebenen erreicht, da bei der  $J$ -Integralmethode die Querzug- und Schubinteraktion am Riss berücksichtigt wird. Bei den Prüfgeometrien TS1, TS2 und TM2 wird die Bruchlast zuerst an dem unteren Zapfen (1) erreicht. Bei den Prüfgeometrien TS4 und TM4 tritt das Versagen zuerst an Zapfen 3 ein und bei sieben Zapfen des Typs TM7 versagt zuerst der Zapfen 4.

Abbildung 6.12 zeigt die rechnerische Bruchlast aus Gleichung (6.9) der sechs Verbindungstypen im Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen an gereihten Zapfenverbindungen.

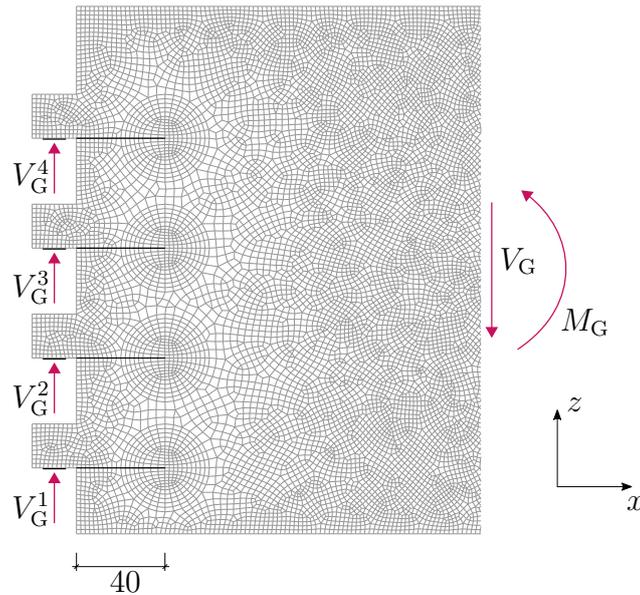
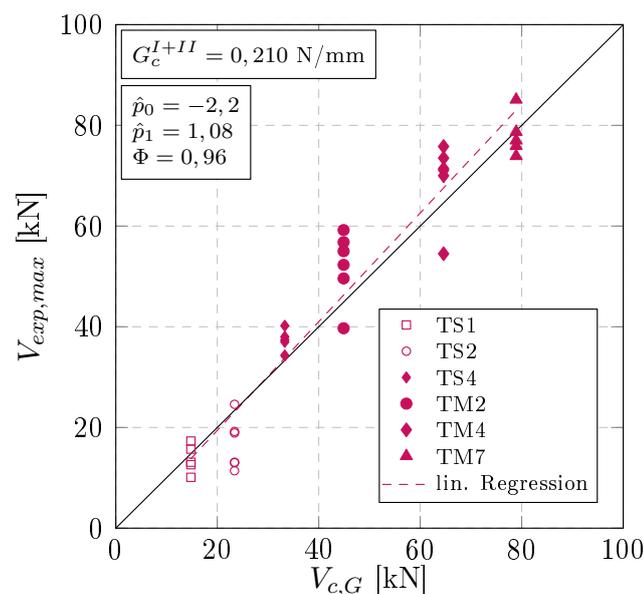


Abbildung 6.11: Ausschnitt des FE-Modells des Prüfkörpers TS4 mit vier Rissebenen

Die rechnerische Bruchlast beschreibt die Entwicklung über die unterschiedlichen Zapfenverbindungen sehr gut. Lediglich bei der gereihten Zapfenverbindung TS4 liegt die Bruchlast stets oberhalb der Winkelhalbierenden. Prozentual weicht das Ergebnis bei der Zapfenverbindung TS2 mit rund 35% am stärksten vom experimentellen Mittelwert ab. Im Mittel liegen die rechnerischen Bruchlasten 5% über den experimentellen Ergebnissen. Anders als bei anderen Berechnungsmethoden ist bei den ermittelten Bruchlasten kein Maßstabeffekt zu erkennen, welcher sich bei kleinen oder sehr großen Dimensionen signifikant auf das Rechenergebnis auswirkt.

Abbildung 6.12: Gegenüberstellung der rechnerischen Bruchlast aus dem *J*-Integralmodell mit experimentellen Bruchlasten der gereihten Zapfenverbindung

### 6.3.3 Parameterstudie an ausgeklinkten Trägersauflagern

Für eine erste Parameterstudie wird die Bauteilgeometrie eines ausgeklinkten Auflagers untersucht. Im Folgenden wird die rechnerische Bruchlast des  $J$ -Integralmodells  $V_{c,A}$  in Abhängigkeit von dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  und der Höhe  $h$  untersucht. Die Breite des Bauteils wird konstant zu  $b = 200$  mm angenommen. Der Abstand der resultierenden Auflagerkraft von dem ausgeklinkten Rand wird zu  $\beta = 0,1$  gewählt. Die Länge des halben Trägers ergibt sich insgesamt zu  $l/2 = 2,2 \cdot h$ . Die Anfangsrislänge wurde für alle Modelle konstant zu 40 mm gewählt, sodass das Netz um den Rissbereich stets gleich konfiguriert werden kann. Für die Parameterstudie wurde Brettschichtholz GL24h mit den Materialparametern nach Tabelle 6.1 gewählt. Insgesamt wurden für die Parameterstudie 55 Modelle erstellt, berechnet und ausgewertet. Im Folgenden werden die Ergebnisse beschrieben.

#### Einfluss der Bauteilhöhe

Die Bauteilhöhe wurde zwischen 100 mm und 1500 mm in insgesamt 9 Stufen variiert. Der Unterschied zwischen den Stufen beträgt zu Beginn 100 mm und zum Ende 500 mm. Für jede Trägerhöhe wurde zusätzlich das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  abgestuft.

Die Abhängigkeit der Bruchlast von der Trägerhöhe ist in Abbildung 6.13a dokumentiert. Die Bruchlast erfährt eine größere Änderung bei kleinen Trägerhöhen, als bei hohen Trägern. Die Bruchlast nimmt daher einen degressiven Verlauf in Abhängigkeit von der Trägerhöhe für alle Ausklinkungsverhältnisse. Das Besondere ist, dass sie sich nicht asymptotisch gegen einen finiten Wert bewegt sondern stets weiter steigt. Ein höheres Bauteil erreicht dadurch stets eine höhere Bruchlast.

#### Einfluss des Ausklinkungsverhältnisses

Das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  wurde bei den Untersuchungen in 6 Schritten zwischen 0,5 und 0,95 abgestuft. Da Ausklinkungsverhältnisse von  $\alpha < 0,5$  nicht empfohlen werden, wird der baupraktische Bereich hierdurch ausreichend abgedeckt. Die rechnerischen Bruchlasten aus dem  $J$ -Integralmodell in Abbildung 6.13b werden in Abhängigkeit von der Höhe  $h$  und vom Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  dargestellt.

Die Bruchlast steigt stetig für größere Werte von  $\alpha$ . Die Bruchlast verzeichnet in Abhängigkeit des Ausklinkungsverhältnisses einen überproportionalen Anstieg. Zu Beginn steigt die Bruchlast nur leicht. Nimmt das Volumen des Holzes oberhalb der Lasteinleitung weiter zu, steigt die Bruchlast jedoch stark an.

### 6.3.4 Parameterstudie an Zapfenverbindungen

Zur Ermittlung der wesentlichen Einflussfaktoren auf die Zapfenverbindung wurde eine zweite Parameterstudie durchgeführt. Insbesondere wurde die Höhenlage des Zapfens im Querschnitt durch das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  und die Zapfenhöhe  $\gamma = h_z/\alpha h$  untersucht. Als Referenzmodell dient die Geometrie der Zapfenverbindung TS1 aus den experimentellen Untersuchungen, anhand derer bereits die Netz- und Materialeinflüsse beim  $J$ -Integralmodell untersucht wurden. Die Höhe  $h = 240$  mm und Breite  $b = 100$  mm des Bauteils werden als konstant angenommen. Der Abstand der Lasteinleitung vom

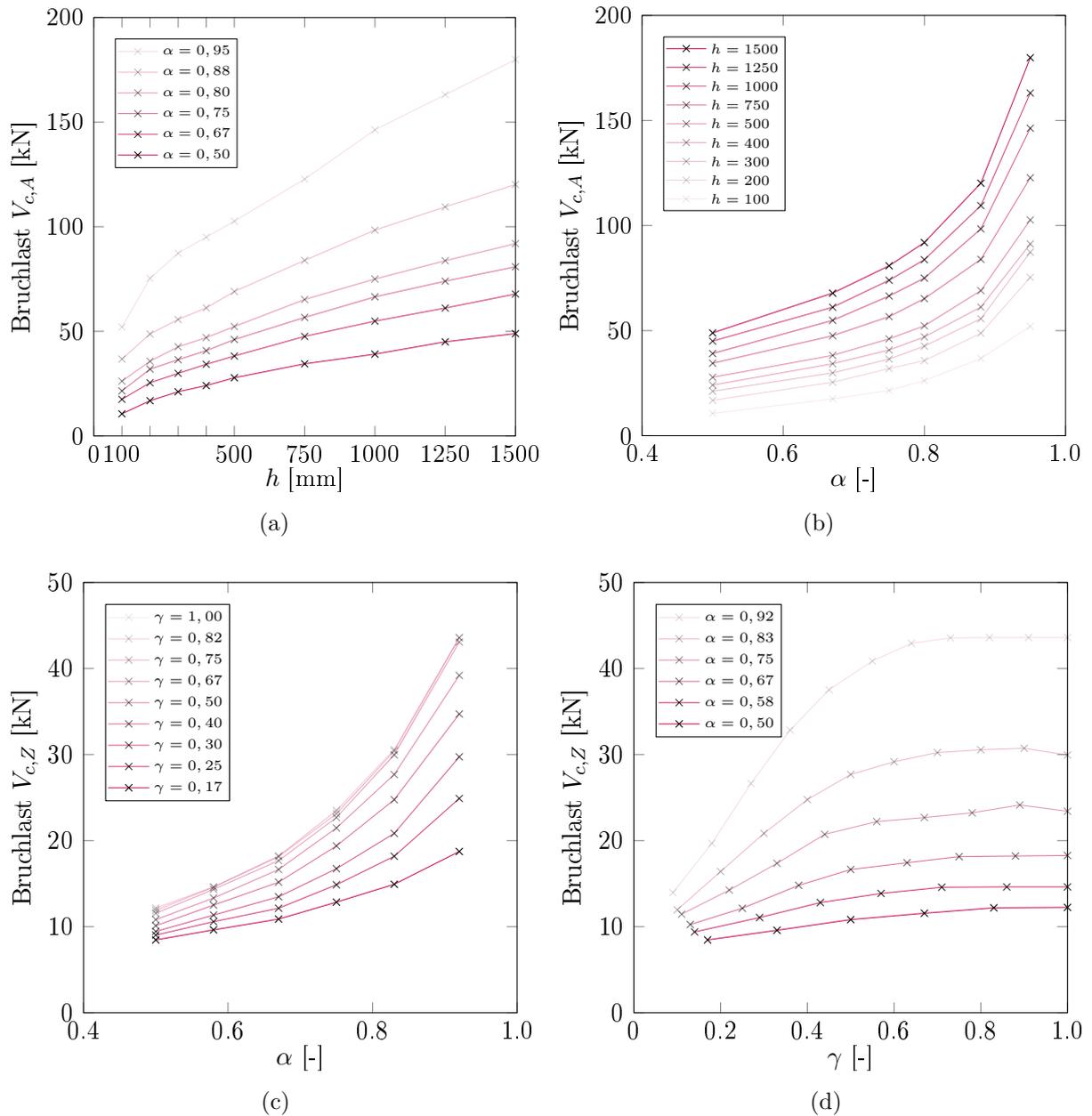


Abbildung 6.13: Rechnerische Bruchlast an ausgeklinkten Trägerauflagern in Abhängigkeit von  
 (a) der Höhe des Trägers und  
 (b) dem Ausklinkungsverhältnis sowie die Abhängigkeit der rechnerischen Bruchlast an Zapfen unter Berücksichtigung  
 (c) der Höhenlage des Zapfens und  
 (d) der Zapfenhöhe

potentiellen Riss wird mit  $\beta = 0,10$  festgelegt. Der definierte Riss in Verlängerung der Unterkante des Zapfens misst 40 mm. Für die Parameterstudie an Zapfenverbindungen wurde Brettschichtholz GL24h mit den elastischen Materialparametern nach Tabelle 6.1 gewählt.

## Einfluss der Zapfenlage

Wie schon in Abschnitt 7.2 gezeigt, ist die Bruchlast der Zapfenverbindung maßgeblich von der Lage des Zapfens, also von der Lage der Rissebene im Balkenquerschnitt abhängig. Die Lage des Zapfens wird über das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha = h_{ef}/h$  ausgedrückt.

Abbildung 6.13c zeigt die rechnerische Bruchlast aus dem FE-Modell in Abhängigkeit von der Lage des Zapfens. Das Verhältnis variiert zwischen  $\alpha = 0,5 \dots 0,92$ . Je höher der Zapfen angeordnet ist, d.h. je kleiner  $\alpha$ , desto geringer fällt die Bruchlast aus. Mit steigendem  $\alpha$  nimmt die Bruchlast wie bei den ausgeklinkten Trägerauflagern überproportional zu.

## Einfluss der Zapfenhöhe

Die Zapfenhöhe wurde in den Untersuchungen in Schritten von 20 mm erhöht, sodass sich das Verhältnis  $\gamma = h_z/h_{ef}$  vergrößert. Als minimale Zapfenhöhe wurde  $h_z = 20$  mm gewählt und maximal wurde für alle Modelle  $\gamma = 1,0$  erreicht.

Die rechnerischen Bruchlasten für alle Modelle sind in Abbildung 6.13d in Abhängigkeit von der Zapfenlage abgebildet. Allgemein lässt sich feststellen, dass die rechnerische Bruchlast mit der Zapfenhöhe zunimmt. Der Einfluss der Zapfenhöhe spielt dabei bei unten liegenden Zapfen eine wesentlich größere Rolle als bei oben liegenden Zapfen. Die Bruchlast  $V_{c,Z}$  kann bei einem unten liegenden Zapfen um über 350% gesteigert werden. Bei einem Zapfen mit  $\alpha = 0,50$  kann die Bruchlast lediglich um 50% gesteigert werden.

Liegt die Zapfenhöhe über einem Wert von  $\gamma = 0,67$ , ist keine signifikante Steigerung der Bruchlast mehr zu erkennen, was aus der Darstellung in Abbildung 6.13c hervorgeht. Für unten liegende Zapfen kann die Beziehung zwischen Zapfenhöhe und Bruchlast als nahezu bilinear bezeichnet werden.

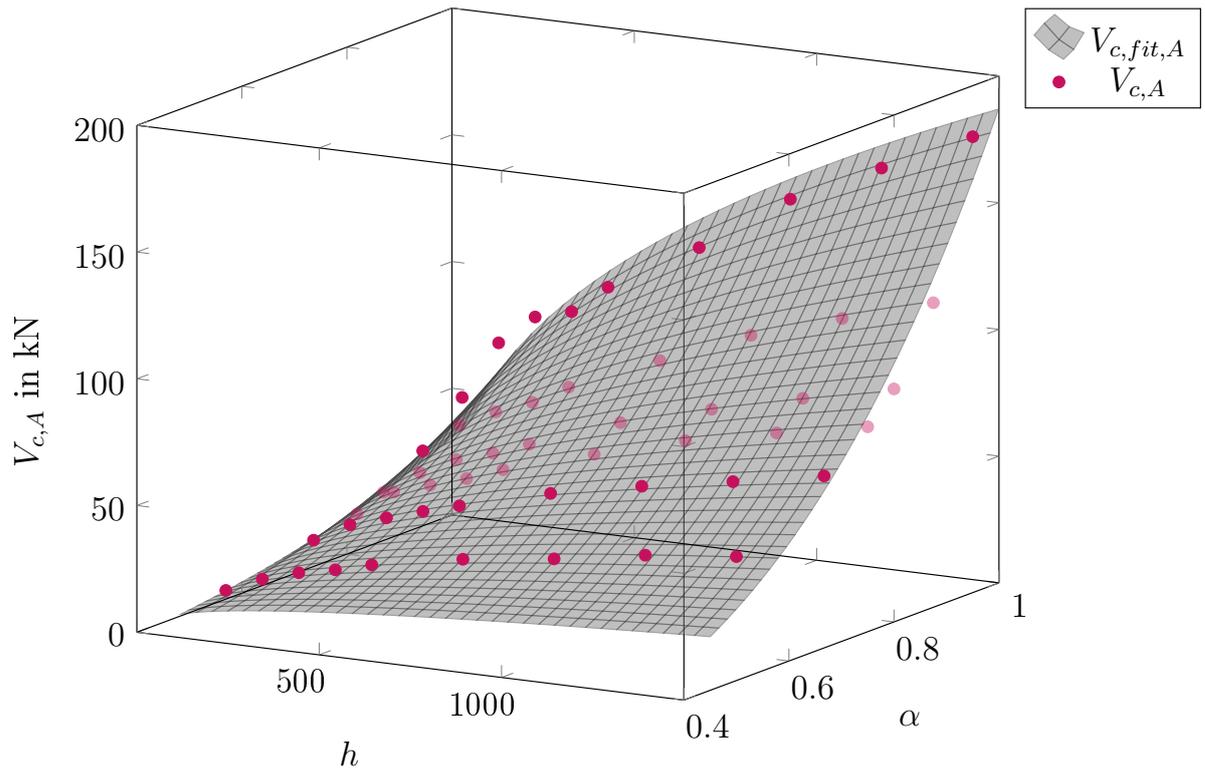
Die FE-Modellierung von Zapfenverbindungen mit dem  $J$ -Integralmodell zeigte, dass die Bruchlast von Zapfenverbindungen auf Seiten des Zapfenträgers maßgeblich von der Lage des Zapfens und der Zapfenhöhe abhängig ist. Der Einfluss der Zapfenlage, also die Lage der Rissebene im Balkenquerschnitt, ist vergleichbar mit dem Einfluss des Ausklinkungsverhältnisses bei ausgeklinkten Trägerenden. Ab einer Zapfenhöhe von  $h_z = 0,67 \cdot h_{ef}$  ist kein Einfluss der Zapfenhöhe auf die Bruchlast zu erkennen.

Es liegt nahe, dass der Spannungsverlauf, welcher bei der Berechnung des  $J$ -Integrals mit der Finite-Elemente-Methode berücksichtigt wird, einen maßgeblichen Einfluss auf die Bruchlast hat. Die Ergebnisse aus den Parameterstudien werden in Abschnitt 6.4 genutzt, um Gesetzmäßigkeiten für eine vereinfachte Bemessung von Zapfenverbindungen abzuleiten.

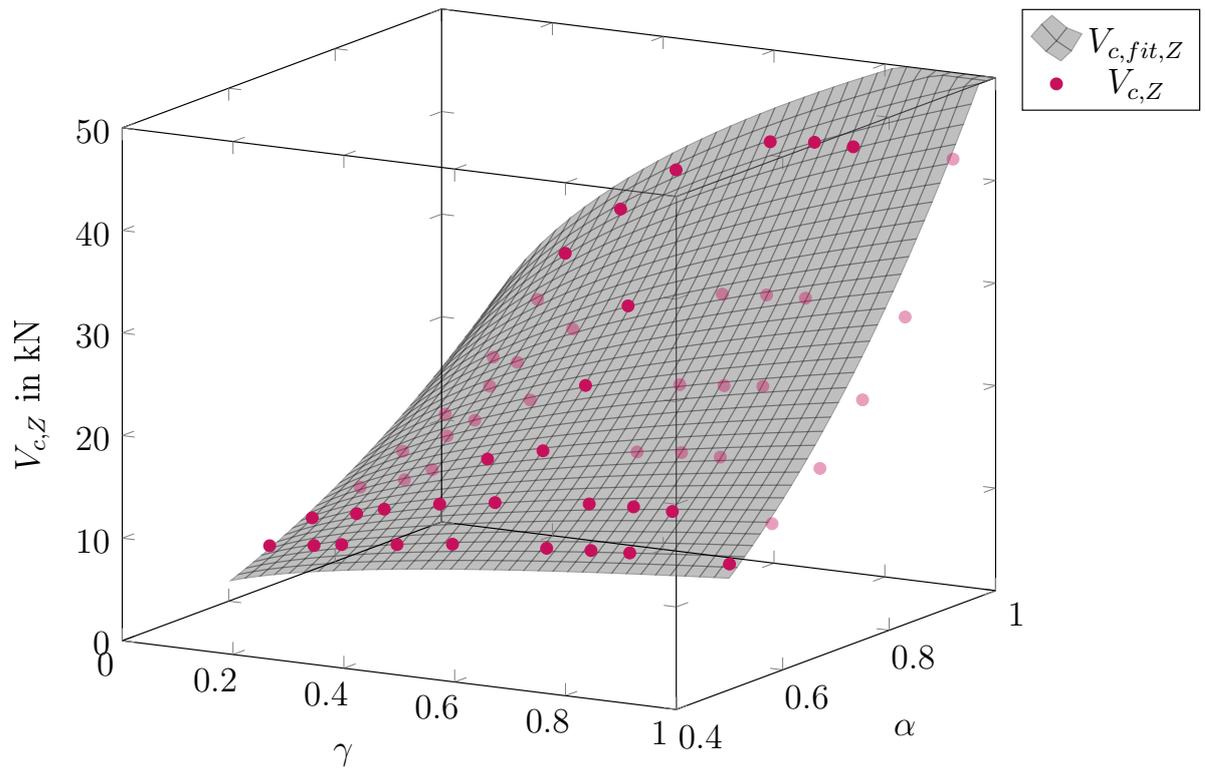
# 6.4 Entwicklung eines vereinfachten Widerstandsmodells

## 6.4.1 Vorgehensweise

Durch die Parameterstudie im Abschnitt 6.3.3 wurde eine eindeutige Abhängigkeit der Bruchlast von Zapfenverbindungen von der Zapfenlage und der Zapfenhöhe ermittelt. Im Folgenden soll aus den Daten der Parameterstudie ein vereinfachtes Ingenieurmodell zur



(a)



(b)

Abbildung 6.14: Darstellung der Datenpunkte und der Ausgleichsfunktionen aus der Parameterstudie an (a) ausgeklinkten Trägerauflagern und (b) Zapfenverbindungen

Bestimmung der Bruchlast unter Berücksichtigung der wesentlichen geometrischen Parametern hergeleitet werden. Folgende Vorgehensweise wird zur Entwicklung des vereinfachten Widerstandsmodells angewendet:

1. Aufstellen der theoretischen Widerstandsfunktion
2. Ermittlung des Faktors  $k$  und der Exponenten  $p$ ,  $q$ ,  $r$  und  $s$  aus der Parameterstudie
3. Bestimmung des Vorfaktors  $\lambda_m$  durch die Mittelwertanpassung
4. Reduzierung auf den Vorfaktor  $\lambda_k$  für das charakteristische Bemessungsniveau
5. Validierung des vereinfachten Rechenmodells

Die Vorgehensweise wird im Folgenden auf Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen angewendet.

### Aufstellen der theoretischen Widerstandsfunktion

Der Mittelwert der Bruchlast von ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereichten Zapfenverbindungen soll als theoretische Widerstandsfunktion in der Form

$$V_{Rm} = \lambda_m \cdot b \cdot h^p \cdot \alpha^q \cdot \gamma^r \cdot n_z^s \quad (6.10)$$

berechnet werden. Hierbei ist  $\lambda_m$  der Anpassungsbeiwert für die Mittelwertkorrektur nach Abschnitt 3.1.5 und berücksichtigt die Materialparameter. Die Basis des Anpassungsbeiwerts ist der Vorfaktor  $k$  aus der Parameterstudie.  $b$  bezeichnet die Breite und  $h$  die Höhe der Bauteile.  $\alpha$  steht für das Ausklinkungsverhältnis  $h/h_{ef}$  und  $\gamma$  für die relative Zapfenhöhe  $h_z/h_{ef}$ . Die zugehörigen Exponenten  $p$ ,  $q$  und  $r$  werden über die Auswertung der Parameterstudie bestimmt. Für gereichte Zapfenverbindungen wird die Anzahl der Zapfen mit  $n_z$  angegeben und der Exponent  $s$  berücksichtigt die effektive Anzahl der Zapfen.

Der charakteristische Wert der theoretischen Widerstandsfunktion kann unter Berücksichtigung der Streuung der Einflussparameter durch die Anwendung der Gl. (3.33) zu

$$V_{Rk} = V_{Rm} \cdot \exp\left(-k_{(n),k} \cdot Q_r - 0,5 \cdot Q_r^2\right) \quad (6.11)$$

bestimmt werden.

Der Fraktilienfaktor  $k_{(n),k}$  sowie der Streuwert  $Q_r$  können über die Auswertung der experimentell ermittelten Bruchlasten an Zapfenverbindungen und gereichten Zapfenverbindungen bestimmt werden. Der Anpassungsbeiwert für die charakteristische Widerstandsfunktion lautet dann:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_m} = \exp\left(-k_{(n),k} \cdot Q_r - 0,5 \cdot Q_r^2\right) \quad (6.12)$$

### Ermittlung des Vorfaktors und der Exponenten aus der Parameterstudie

Die Länge der Ausklinkung bzw. der Zapfen wird als klein angenommen ( $\beta < 0,15$ ) und findet somit keine zusätzliche rechnerische Berücksichtigung. In einem ersten Schritt werden die Parameter  $k$ ,  $p$ ,  $q$  und  $r$  über eine nicht-lineare Ausgleichsfunktion der Datenpunkte (Daten-Fit) aus der Parameterstudie (Abschnitt 6.3.3 und 6.3.4) gewonnen.

Tabelle 6.5: Eingabe- und Ausgabeparameter für die Ausgleichsfunktionen der Parameterstudie an ausgeklinkten Trägerauflagern und Zapfenverbindungen

	$b$	$h$	$k$	$p$	$q$	$r$
	mm	mm	–	–	–	–
ausgekl. Trägerauflager	200		29,7	0,472	2,73	-
Zapfenverbindungen	100	240	34,7	-	2,31	0,372

Die Ausgleichsfunktion von ausgeklinkten Trägerenden und Zapfenverbindungen wird als zwei-parametrische Potenzfunktion gewählt, welche abschnittsweise definiert ist. Die flächige Funktion wurde mit dem Programm WOLFRAM MATHEMATICA 8 [Math11] über den Befehl „NonlinearModelFit“ erstellt. Für ausgeklinkte Trägerauflager wurde die Funktion für den Bereich  $h = 100 \dots 1500$  mm und für ein Ausklinkungsverhältnis von  $0,5 \leq \alpha < 1,0$  ermittelt. Für Zapfenverbindungen wurde neben dem Ausklinkungsverhältnis die Zapfenhöhe im Bereich von  $0,1 \leq \gamma \leq 1,0$  betrachtet.

Die Formulierung für die Ausgleichskurve für rechnerische Bruchlasten aus dem  $J$ -Integralmodell für ausgeklinkte Trägerauflager und Zapfenverbindungen nach Abbildung 6.14 lautet allgemein

$$V_{c,fit,i} = k \cdot b \cdot h^p \cdot \alpha^q \cdot \gamma^r \quad (6.13)$$

Die Ausgleichsfunktion ist als graue Fläche der zweidimensionalen Potenzfunktion in Abhängigkeit von der Höhe  $h$  und dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  in Abbildung 6.14a dargestellt. Abbildung 6.14b zeigt die Ausgleichsfunktion in Abhängigkeit von dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  und dem Verhältnis der Zapfenhöhe  $\gamma$ . Einige Datenpunkte werden von den Ausgleichsfunktionen überschritten und einige werden unterschritten. Aus der Abweichung der einzelnen Datenpunkte zur Ausgleichsfunktion kann ein Standardfehler für die Parameter  $k$ ,  $p$ ,  $q$  und  $r$  ermittelt werden. Die größte Abweichung der Datenpunkte zu der Ausgleichskurve ergibt sich hierbei für große und kleine Werte von  $\gamma$ .

Für beide Parameterstudien wurde der Vorfaktor  $k$  bereits auf eine variable Breite  $b$  und Höhe  $h$  umgerechnet. Für ausgeklinkte Trägerauflager aus Brettschichtholz ergibt sich durch die konstante Trägerbreite  $b$  in der Parameterstudie  $k = 29,7$  und Für Zapfenverbindungen  $k = 34,7$ . Alle Ergebnisse der Ausgleichsfunktion sind in Tabelle 6.5 dokumentiert. Der Vorfaktor  $k$  kann die Materialien Brettschichtholz und Nadelvollholz gleichermaßen abdecken, da die spezifische Bruchenergie von  $G_c^{I+II} = 0,210$  N/mm für beide Materialien gleichermaßen angesetzt wurde. Zudem hat die Parameterstudie in Abschnitt 6.3.1 keinen signifikanten Einfluss der rechnerischen Bruchlast von dem E-Modul bzw. dem Schubmodul aufgezeigt.

Die Parameter der Ausgleichsfunktion werden in den folgenden Berechnungen für alle Anschlussstypen identisch gewählt. Die gewählten Parameter sind in Tabelle 6.6 dokumentiert.

Die Ergebnisse aus der Parameterstudie werden schließlich genutzt, um eine einheitliche Widerstandsfunktion für alle drei Anschlussstypen zu entwickeln. Aufbauend auf den ausgeklinkten Trägerauflagern wird die Gleichung für die Anwendung auf Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen erweitert. In den folgenden Abschnitten wird hierfür jeweils erst einmal die Mittelwertkorrektur vorgenommen, um das Widerstandsmodell dann auf das charakteristische Niveau umzurechnen.

### 6.4.2 Ausgeklinte Trägerauflager

Für die mittlere Widerstandsfunktion  $V_{Rm,A}$  von ausgeklinten Trägerauflagern werden die Ergebnisse der Parameterstudie gerundet bzw. vereinfacht angenommen. Eine Mittelwertkorrektur wird dann mit Bezug zu Gl. (3.25) über den Anpassungsfaktor  $\lambda$  durchgeführt. Die mittlere Widerstandsfunktion ergibt sich somit zu

$$V_{Rm,A} = 33,6 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \quad (\text{in N}). \quad (6.14)$$

Über den Variationskoeffizienten  $V_\delta$  nach Gl. (3.29) des Streumaßes der mittleren Widerstandsfunktion wurde die Varianz  $Q_r$  nach Gl. (3.34) zu 0,27 berechnet. In Abhängigkeit von dem Stichprobenumfang  $n = 27$  an ausgeklinten Trägerauflagern in Abschnitt 5.4.2 wurde der Fraktilefaktor nach Tabelle 3.1 zu  $k_{(30),k} = 1,87$  angenommen. Diesem Wert liegt ein Vertrauensintervall von  $\alpha = 75\%$  zugrunde. Die charakteristische Widerstandsfunktion ermittelt sich so zu

$$V_{Rk,A} = 19,5 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \quad (\text{in N}). \quad (6.15)$$

Die Berechnungsparameter sind zusätzlich in Tabelle 6.6 dokumentiert. Das Verhältnis des charakteristischen Wertes zum Mittelwert ergibt sich für ausgeklinte Trägerauflager zu  $\lambda_k/\lambda_m = 0,58$ .

Der vereinfachten Berechnungsgleichung liegen die Anwendungsgrenzen aus der Parameterstudie zugrunde. Für die Anwendung der Gl. (6.15) gilt daher  $100 \text{ mm} \leq h \leq 1500 \text{ mm}$  und  $\alpha \geq 0,5$ .

### 6.4.3 Zapfenverbindungen

Um die theoretische Widerstandsfunktion auch auf Zapfenverbindungen anwenden zu können, wird neben dem Ausklintungsverhältnis  $\alpha$  auch die Zapfenhöhe in Abhängigkeit von der Höhe des Restquerschnitts  $\gamma = h_z/h_{ef}$  berücksichtigt. Zur Berechnung des Mittelwerts des Widerstands eines Zapfens  $V_{Rm,Z}$  gegen Rissbildung in Faserrichtung kann Gl. (6.16) herangezogen werden.

$$V_{Rm,Z} = 47,8 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \cdot \gamma^{0,5} \quad (\text{in N}) \quad (6.16)$$

Die Mittelwertkorrektur  $\lambda = 1,37$  ist bei dieser Gleichung wesentlich größer als bei den ausgeklinten Trägerauflagern. Dies kann aus der stark vereinfachten Annahme des Exponenten  $r$  resultieren, welche über den Korrekturfaktor ausgeglichen wird.

Die charakteristische Widerstandsfunktion wurde über den Umfang der experimentellen Untersuchungen von SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88] entwickelt. Der Stichprobe

Tabelle 6.6: Parameter der charakteristischen Widerstandsfunktion

	$k$	$p$	$q$	$r$	$s$	$n$	$\lambda$	$\lambda_m$	$k_{(n),k}$	$Q_r$	$\lambda_k$
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ausklintungen	35	0,5	2,5	0,0	0,0	27	0,96	33,6	1,87	0,27	19,5
Zapfenverbindungen	35	0,5	2,5	0,5	0,0	309	1,37	47,8	1,64	0,30	28,0
gereimte Zapfenverb.	35	0,5	2,5	0,5	2,5	33	0,94	32,9	1,87	0,24	20,3

liegen insgesamt  $n = 309$  experimentelle Versuche zugrunde, wodurch der Fraktilefaktor zu  $k_{(\infty),k} = 1,64$  angesetzt wurde. Die Varianz des theoretischen Widerstandsmodells ergibt sich zu  $Q_r = 0,30$  und der Anpassungsbeiwert zu  $\lambda_k = 28,0$ . Der charakteristische Widerstand eines Zapfens gegen Rissbildung kann daher näherungsweise zu

$$V_{Rk,Z} = 28,0 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \cdot \gamma^{0,5} \quad (\text{in N}) \quad (6.17)$$

berechnet werden. Das Verhältnis zwischen der charakteristischen Widerstandsfunktion und der mittleren Widerstandsfunktion berechnet sich hier zu  $\lambda_k/\lambda_m = 0,59$  und liegt somit in der Größenordnung der ausgeklinkten Trägerauflager.

#### 6.4.4 Gereichte Zapfenverbindungen

Analog zum vereinfachten Widerstandsmodells für Zapfenverbindungen kann auf Grundlage der vorliegenden experimentellen Untersuchungen aus Abschnitt 5.6 ein Modell für gereichte Zapfenverbindungen entwickelt werden. Für die Ermittlung des Vorfaktors der Mittelwertabweichung des Berechnungsmodells wird der Stichprobenumfang der Hauptserien von  $n = 33$  zugrunde gelegt. Hierdurch ergibt sich  $\lambda = 0,94$ . Der Mittelwert der Widerstandsfunktion lautet:

$$V_{Rm,G} = 32,9 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \cdot \gamma^{0,5} \cdot n_Z^{2,5} \quad (\text{in N}) \quad (6.18)$$

Die Formulierung in Gl. (6.18) zeigt, dass neben dem Ausklinkungsverhältnis  $\alpha_n$  des oberen Zapfens auch die Anzahl der Zapfen  $n_Z$  einen großen Einfluss auf das Berechnungsergebnis hat. Der Exponent  $s = 2,5$  der Basis  $n_Z$  wurde durch eine zusätzlichen Parameteranalyse mit dem  $J$ -Integralmodell abgeschätzt, wobei die Anzahl der Zapfen der Prüfkörper TS4, TM4 und TM7 variiert wurden.

Aufgrund des geringeren Stichprobenumfangs im Vergleich zur Zapfenverbindung wird der Fraktilefaktor zu  $k_{(30),k} = 1,87$  gewählt. Die Streuung der experimentellen Ergebnisse ist bei den gereichten Zapfen am niedrigsten, sodass sich eine Varianz für das Bemessungsmodell von  $Q_r = 0,24$  ergibt. Der Anpassungsbeiwert für die charakteristische Widerstandsfunktion liegt mit  $\lambda_k = 20,3$  in der Größenordnung von ausgeklinkten Trägerauflagern. Die charakteristische Widerstandsfunktion gegen die Rissbildung einer gereichten Zapfenverbindung lautet demnach

$$V_{Rk,G} = 20,3 \cdot b \cdot h^{0,5} \cdot \alpha^{2,5} \cdot \gamma^{0,5} \cdot n_Z^{2,5} \quad (\text{in N}). \quad (6.19)$$

Für die Bemessung der gereichten Zapfenverbindung ergibt sich ein Verhältnis von  $\lambda_k/\lambda_m = 0,62$ . Dieser Wert liegt etwas höher im Vergleich zu ausgeklinkten Trägerauflagern und Zapfenverbindungen, was eindeutig auf die geringere Streuung der experimentellen Versuchsergebnisse zurückzuführen ist. Hierdurch macht sich die Möglichkeit der Spannungsumlagerung zwischen den Auflagerpunkten an den einzelnen Zapfen direkt positiv auf die Bemessung bemerkbar.

Angesichts der Einschränkungen bei der Untersuchung der geometrischen Parameter gilt die Formulierung in Gl. eqref nur für eine Trägerhöhe von  $100 \text{ mm} \leq h < 1500 \text{ mm}$ , einem Ausklinkungsverhältnis von  $0,5 \leq \alpha < 1,0$ , einer Zapfenhöhe von  $0,2 \leq \gamma < 1,0$  und weniger als sieben Zapfen für Bauteile aus Brettschichtholz.

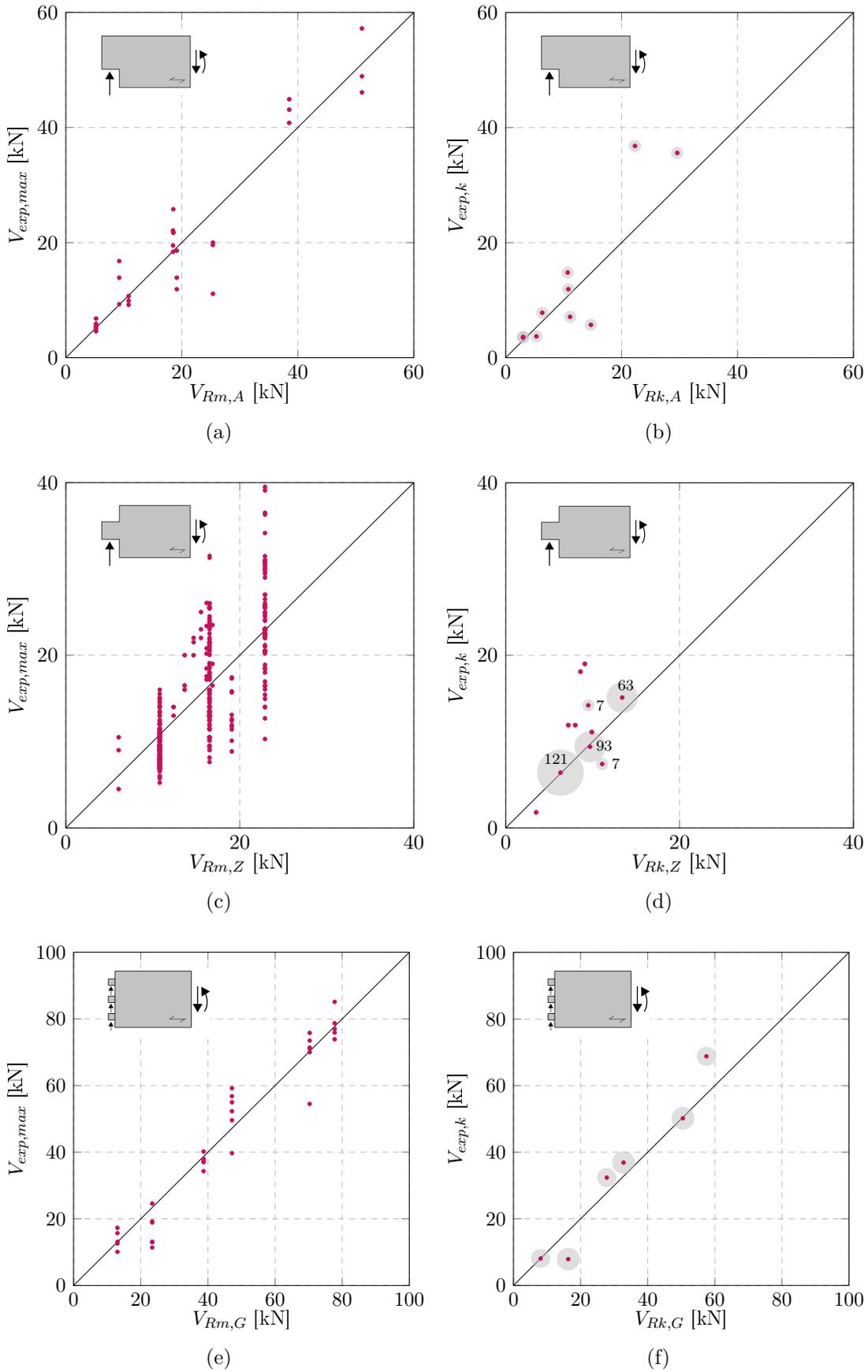


Abbildung 6.15: Gegenüberstellung der Widerstandsmodelle auf dem Niveau der Mittelwerte und charakteristischen Werte in (a) und (b) für ausgeklinkte Trägerauflager, in (c) und (d) für Zapfenverbindungen und in (e) und (f) für gereimte Zapfenverbindungen

### 6.4.5 Validierung des vereinfachten Berechnungsmodells

Die auf Grundlage einer Parameterstudie entwickelten Widerstandsmodelle sollen in diesem Abschnitt den experimentellen Versuchsergebnissen gegenübergestellt und somit validiert werden. Für ausgeklinkte Trägersauflager werden hierfür die experimentellen Untersuchungen aus Abschnitt 5.4.2 herangezogen. Für Zapfenverbindungen dienen die experimentellen Ergebnisse von SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88] und für gereichte Zapfenverbindungen werden die unverstärkten Hauptserien aus Abschnitt 5.6 zur Validierung genutzt. Zum besseren Verständnis werden die drei Widerstandsmodelle jeweils auf dem Niveau der Mittelwerte der Bruchlasten und auf dem Niveau des charakteristischen Widerstands den experimentellen Untersuchungen gegenübergestellt. Die Abbildungen 6.15a, 6.15c und 6.15e zeigen die Validierung auf dem Niveau der Mittelwerte.

Unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung der Einzelwerte werden über die Bruchlasten aus den experimentellen Untersuchungen die charakteristischen Widerstände für jede einzelne Versuchsserien nach Gl. (3.17) ermittelt. Die Gegenüberstellung der charakteristischen Bauteilwiderstände mit den Ergebnissen aus den charakteristischen Widerstandsfunktionen sind in Abbildungen 6.15b, 6.15d und 6.15f dargestellt. Die Größe der Kreise bildet in diesen Grafiken die Anzahl der Einzelversuche der jeweiligen Versuchsserien ab.

Durch die Mittelwertanpassung über den Beiwert  $\lambda$  entsprechen die Regressionsgeraden aus den zugehörigen Punktwolken der Winkelhalbierenden und somit der Zielfunktion. Die Datenpunkte streuen unterschiedlich stark um die Winkelhalbierende, was einerseits auf die Streuung aus den experimentellen Versuchsergebnisse und auf der anderen Seite auf die gewählten Parameter der Widerstandsfunktion zurückzuführen ist.

Für ausgeklinkte Trägersauflager ergibt sich der Korrelationskoeffizient nach Gl. (3.24) zu  $\Phi = 0,95$ , für Zapfenverbindungen zu  $\Phi = 0,78$  und für gereichte Zapfenverbindungen zu  $\Phi = 0,97$ . Tendenziell streuen die Versuchsserien aus Nadelvollholz stärker um die Winkelhalbierende als die Versuchsergebnisse von Prüfkörpern aus homogenisierten Brettschichtholz.

Gerade im Hinblick auf die gereichte Zapfenverbindungen kann in Abbildung 6.15e gezeigt werden, dass die Versuchsergebnisse über einen großen Lastbereich durch die mittlere Widerstandsfunktion gut wiedergegeben werden.

Die Gegenüberstellung der charakteristischen Widerstandsfunktion mit den charakteristischen Werten aus den experimentellen Bruchlasten zeigt eine gute Übereinstimmung, sodass die Punkte im Wesentlichen um die Winkelhalbierende streuen.

Bei den ausgeklinkten Trägersauflagern liegen die Datenpunkte der Serien aus Brettschichtholz stets oberhalb und lediglich die Serien aus Nadelvollholz unterhalb der Winkelhalbierenden.

Bei den Zapfenverbindungen fällt auf, dass gerade die Hauptserien mit mittig angeordneten Zapfen sehr gut durch das charakteristische Widerstandsmodell beschrieben werden. Der Bauteilwiderstand von Zapfenverbindungen mit kleinen Zapfen wird hingegen eher unterschätzt und der von oben angeordneten Zapfen ( $\alpha = 0,50$ ), sowie von hohen Zapfen ( $\gamma = 0,67$ ) wird eher überschätzt.

Auch für gereichte Zapfen zeigt das vereinfachte charakteristische Widerstandsmodell die beste Übereinstimmung. Lediglich die Prüfserie TS2 aus Nadelvollholz liegt unterhalb der Winkelhalbierenden. Zudem ist keine signifikante Unter- bzw. Überschätzung der

experimentellen Bruchlasten auf charakteristischem Niveau durch die theoretische Widerstandsfunktion zu erwarten.

## 6.5 Zwischenfazit und Diskussion

Das  $J$ -Integralmodell wurde in diesem Abschnitt mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode auf Holzbauteile mit Rissen angewandt. Über die Methode werden die tatsächlich vorhandenen Spannungen im Rissumfeld berücksichtigt, um das  $J$ -Integral zu berechnen.

Die Methode stellt sich als einfaches Werkzeug dar, um die Bruchlast von Kontaktverbindungen bei Beanspruchung in Modus I und II zu berechnen. Das Bruchkriterium unter Verwendung der kombinierten Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  ermöglicht es, zuverlässige Bruchlasten bei ausgeklinkten Trägerauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen zu ermitteln. Eine Anwendung auf Strukturen mit maßgeblicher Beanspruchung in Modus II wäre ein wichtiges Feld für weitere Untersuchungen.

Die Anwendung der  $J$ -Integrals auf Zapfenverbindungen zeigt gute Ergebnisse im Vergleich mit den experimentellen Versuchsreihen aus der Literatur. Eine Parameterstudie zur Zapfenlage und Zapfenhöhe konnte Aufschluss über den Einfluss der maßgebenden Parameter  $\alpha$  und  $\gamma$  geben. Zudem konnte gezeigt werden, dass bei den gegebenen geometrischen Verhältnissen eine Zapfenhöhe von  $h_z > 2/3 \cdot h_{ef}$  keine signifikante Erhöhung der Bruchlast der Verbindung zu Folge hat.

Es konnte gezeigt werden, dass auch für die multiple Rissentwicklung, die bei der gereihten Zapfenverbindung vorliegt, zuverlässige Bruchlasten berechnet werden können. Die Gegenüberstellung mit den experimentellen Versuchsergebnissen hat gezeigt, dass die Bruchlast beim Erreichen des Bruchkriteriums gute Übereinstimmung mit den experimentellen Versuchsergebnissen liefert.

Das  $J$ -Integralmodell ist eine linear-elastische Berechnung auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode, welche sich durch eine geringe Rechenzeit und eine hohe Zuverlässigkeit bei automatisierter Modellentwicklung auszeichnet. Daher eignet sich diese Methode als Prognose-Werkzeug, um Bauteile und Verbindungen aus Holz zu dimensionieren und zu optimieren.

Auf Grundlage der Parameterstudie konnten vereinfachte Bemessungsgleichungen für Zapfen- und gereichte Zapfenverbindungen entwickelt werden. Für die vorgeschlagene Bemessungsgleichung wurden die wesentlichen geometrischen Parameter der Verbindungen berücksichtigt und die Materialeigenschaften in einem Vorfaktor berücksichtigt.

Das vereinfachte Widerstandsmodell bildet die experimentellen Ergebnisse von mittig angeordneten Zapfen sehr gut ab, wobei abweichende geometrische Verhältnisse weniger gut erfasst werden.

Gerade bei gereihten Zapfenverbindungen zeigt das vereinfachte Widerstandsmodell beim Mittelwert und auf charakteristischem Niveau sehr gute Übereinstimmung.

Bei allen Verbindungstypen konnte gezeigt werden, dass die vereinfachte Berechnung bei Bauteilen aus Brettschichtholz aufgrund der geringeren Streuung der experimentellen Bruchlasten bessere Ergebnisse liefert als bei Nadelvollholz.

## 7 Anwendung des Konzepts der Energiebilanz

Durch die Anwendung des in Abschnitt 4.1 erläuterten Konzepts der Energiebilanz werden in diesem Kapitel Modelle für Versagenslasten für ausgeklinkte Trägersauflager, Zapfenverbindungen sowie gereihte Zapfenverbindungen entwickelt.

Für die Validierung der Modelle werden die Mittelwerte der Materialeigenschaften nach Tabelle 7.1 verwendet. Die einzelnen Prüfkörper bzw. Prüfserien werden hierfür über die Rohdichte den Materialklassen zugeordnet, sodass eigene experimentelle Ergebnisse aber auch Ergebnisse aus der Literatur zur Bewertung der Modelle herangezogen werden können.

In einem ersten Schritt unterschiedliche Modellvarianten diskutiert. In einem weiteren Schritt werden die weiterentwickelten Modelle von ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen auf Grundlage der Mittelwerte und der charakteristischen Werte der Materialeigenschaften über die Ergebnisse an experimentellen Untersuchungen validiert.

### 7.1 Ausgeklinkte Trägersauflager

Als Grundlage für die Gegenüberstellung der rechnerischen Bruchlasten  $V_{c,A}$  mit experimentellen Daten wurden 582 Einzelversuche aus 87 Prüfserien aus der Literatur ausgewertet. Die mittleren Bruchlasten  $V_{\text{exp,max}}$  sowie der zugehörige Variationskoeffizient COV der einzelnen Prüfserien sind in Tabelle A.1 im Anhang A unter Angabe der maßgebenden geometrischen Abmessungen und der ermittelten Rohdichten aufgelistet.

Die Dimensionen der untersuchten Ausklinkungen variieren stark. Die kleinsten Prüfkörper aus fehlerfreiem Nadelholz haben die Abmessungen  $b = 38 \text{ mm}$  und  $h = 9,5 \text{ mm}$ . Bei baupraktisch relevanten Untersuchungen von Trägern aus Brettschichtholz mit den Abmessungen  $b = 175 \text{ mm}$  und  $h = 646 \text{ mm}$  wurden die größten Dimensionen erreicht. Das Ausklinkungsverhältnis  $\alpha$  liegt zwischen 0,25 und 0,92 und das Verhältnis der Ausklinkungslänge  $\beta$  liegt zwischen 0,12 und 5,5.

Aufgrund der sehr unterschiedlichen Dimensionen variiert auch die mittlere Bruchlast sehr stark zwischen 0,7 und 126 kN. Um alle Ergebnisse in einer Abbildung einander gegenüberstellen zu können, wird in diesem Abschnitt die doppelt logarithmische Darstellung gewählt.

Die rechnerische Bruchlast für ausgeklinkte Trägersauflager nach dem Konzept der Energiebilanz wurde von GUSTAFSSON [Gust88] entwickelt. In Abschnitt 4.1.2 wurde bereits die Herleitung der Bruchlast diskutiert. Grundlage für das Modell von GUSTAFSSON und des daraus resultierenden Bemessungsvorschlags von LARSEN ET AL. [Lars92] ist die spezifische Bruchenergie  $G_c = G_c^I = 0,300 \text{ N/mm}$  im Modus I. Eine Gegenüberstellung der rechnerischen Bruchlasten nach Gl.(4.25) auf Grundlage der mittleren Baustoffeigenschaften in Abhängigkeit von der Rohdichte zeigt Abbildung 7.1a.

Die Datenpunkte liegen im Mittel oberhalb der Winkelhalbierenden. Bei 82 Prüferien wird der Mittelwert durch den rechnerischen Ansatz von 26 Serien überschätzt. Im ungünstigsten Fall - bei einer Prüferie mit drei Prüfkörpern aus Nadelvollholz - wird die Bruchlast um das 2-fache überschätzt.

### 7.1.1 Einfluss der spezifischen Bruchenergie auf das Berechnungsmodell

Experimentelle und numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass es sich bei der Rissöffnung am ausgeklinkten Trägersauflager um eine kombinierte Beanspruchung in Modus I und II handelt. Abbildung 7.1b stellt die rechnerische Bruchlast der experimentellen Bruchlast für die kombinierte spezifische Bruchenergie nach FRANKE [Fran08] von  $G_c = G_c^{I+II} = 0,210 \text{ N/mm}$  gegenüber. Diese wird für Brettschichtholz und Nadelvollholz gleichermaßen auf die Gl.(4.25) angewendet.

Im Mittel beträgt die theoretische Bruchlast ca. 70% der experimentellen Bruchlast. Nur bei 15 Prüferien wird der Mittelwert durch das Modell überschritten. Im ungünstigsten Fall wird die experimentelle Bruchlast um das 1,7-fache überschritten.

### 7.1.2 Einfluss der Anfangsrisslänge auf das Berechnungsmodell

Die Bruchlast von ausgeklinkten Trägersauflagern wurde von GUSTAFSSON [Gust88] mit Hilfe der Energiebilanz über die Gesamtdurchbiegung des Systems hergeleitet (vgl. Abschnitt 4.1.2). Für die Mittendurchbiegung wurden die Biege- und Schubanteile der Verformung sowie die elastische Einspannung des Restquerschnitts mit der Höhe  $h_{ef} = \alpha h$  in den Träger der Höhe  $h$  berücksichtigt. Der Anteil der elastischen Einspannung wurde mit

Tabelle 7.1: Materialeigenschaften in Abhängigkeit von der Rohdichte für Nadelvollholz und Brettschichtholz

Klasse	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	Mittelwerte				charakteristische Werte			
		$E_x$ N/mm <sup>2</sup>	$G_v$	$G_c$ N/mm	$G_c^{I+II}$	$E_{x,k}$ N/mm <sup>2</sup>	$G_{v,k}$	$G_{c,k}$ N/mm	$G_{c,k}^{I+II}$
C18	380	9000	560	0,300	0,210	6000	370	0,210	0,140
C20	400	9500	590			6400	400		
C22	410	10000	630			6700	420		
C24	420	11000	690			7400	460		
C27	430	11500	720			7700	480		
C30	460	12000	750			8000	500		
C30+	>460	13000	810			8700	540		
G122	410	10500	650	0,300	0,210	8800	540	0,210	0,140
G124	420	11500	650			9600	540		
G126	445	12100	650			10100	540		
G128	460	12600	650			10500	540		
G130	480	13600	650			11300	540		
G132	>490	14200	650			11800	540		

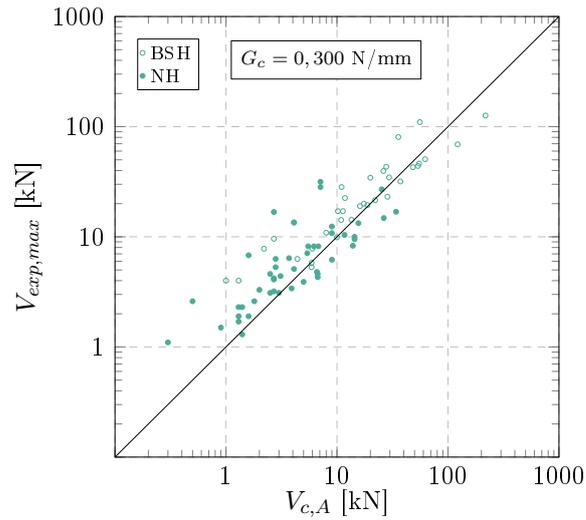
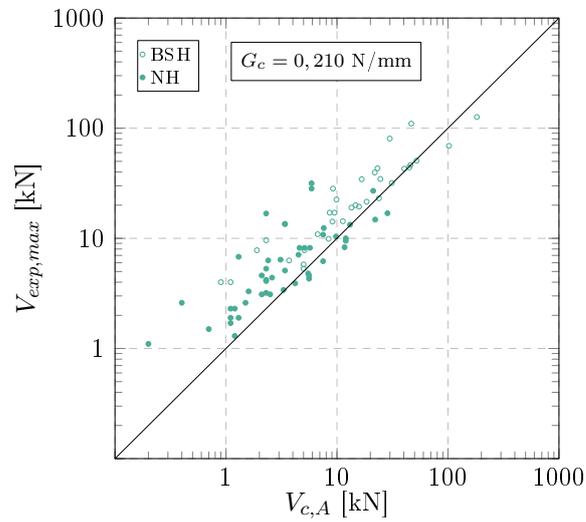
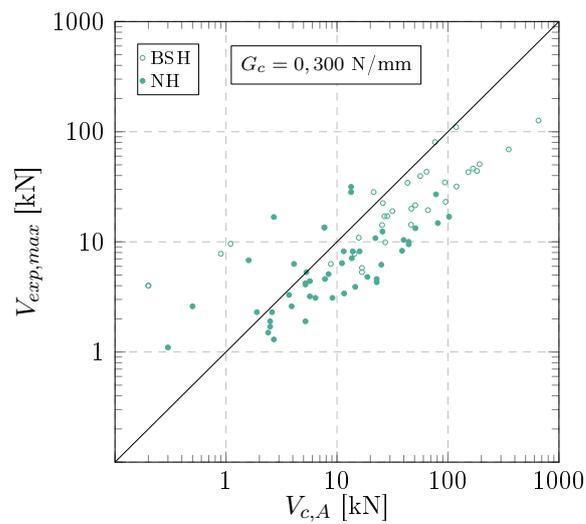
(a) Ansatz nach Gl. (4.25) mit  $G_c = 0.300 \text{ N/mm}^2$ (b) Ansatz nach Gl. (4.25) mit  $G_c = 0.210 \text{ N/mm}^2$ (c) Ansatz nach Gl. (7.1) mit  $G_c = 0.300 \text{ N/mm}^2$ 

Abbildung 7.1: Gegenüberstellung der rechnerischen Bruchlasten und der experimentell ermittelten Bruchlasten nach Tabelle A.1

einer zusätzlichen Feder mit der Federkonstanten  $c$  angenommen. Durch den zusätzlichen Verformungsanteil wird die Gesamtverformung nach den Untersuchungen von SMITH & SPRINGER [Smit93] überschätzt. Ohne die elastische Einspannung ergibt sich die Bruchlast nach der Balkentheorie in Anlehnung an Gl. (4.25) zu

$$V_{c,A,(B)} = \frac{b\alpha h\sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha - \alpha^2)/G_v + \beta^2\sqrt{6(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}}}. \quad (7.1)$$

Die Modifikation der Randbedingungen führt in diesem Fall zu einer Erhöhung der rechnerischen Bruchlast für Werte von  $\beta < 1,0$  und eine Verringerung der rechnerischen Bruchlast für  $\beta > 1,0$ .

Abbildung 7.1b zeigt die Anwendung der Bruchlast nach der Formulierung (7.1) im Vergleich zu den experimentell ermittelten Bruchlasten. Durch die größere Abhängigkeit von  $\beta$  vereinzeln sich die Ergebnisse stark, sodass die Korrelation insgesamt schlechter wird. Die rechnerischen Bruchlasten weichen teilweise stark von experimentellen Ergebnissen ab, wobei diese besonders für kleine  $\beta$  um ein Vielfaches überschritten werden. Die Bruchlast von ausgeklinkten Trägerauflagern mit großen Werten  $\beta$  werden hingegen stark unterschätzt.

### 7.1.3 Diskussion

Die rechnerische Ermittlung der Bruchlast mit dem Konzept der Energiebilanz ermöglicht für Ausklinkungen eine gute Prognose der Bruchlast über einen großen Bereich unterschiedlicher geometrischer Dimensionen. Die geometrischen Abmessungen werden dabei mit dem Konzept der Energiebilanz genauso berücksichtigt wie die maßgebenden Materialeigenschaften über den E-Modul, den Schubmodul und die spezifische Bruchenergie. Es konnte gezeigt werden, dass die Wahl der spezifischen Bruchenergie und die elastische Einspannung des Restquerschnittes einen wesentlichen Einfluss auf das Rechenergebnis haben. Gemessen anhand des Mittelwerts der Abweichung und der maximalen Überschreitung der experimentellen Ergebnisse führt die Modifikation der spezifischen Bruchenergie nach dem Ansatz von FRANKE im Mittel zu einer besseren Übereinstimmung der rechnerischen und experimentellen Bruchlasten. Die Gegenüberstellung des Ansatzes von GUSTAFSSON mit und ohne einer elastischen Einspannung zeigt, dass ohne den Verformungsanteil aus der elastischen Einspannung die experimentellen Bruchlasten zum Teil erheblich unter- und überschätzt werden.

Die Ergebnisse der Auswertung des Ansatzes von GUSTAFSSON auf Grundlage des Konzepts der Energiebilanz zeigen, dass sich der Ansatz zur Beschreibung der Rissentwicklung und der Bruchlast zur Prognose der Tragfähigkeit des diskontinuierlichen Bereichs eignet. Da die Zapfenverbindung und die gereifte Zapfenverbindung ein vergleichbares Versagensmuster zeigen, wird dieser Ansatz in den folgenden Abschnitten auf diese Geometrien angewendet. Zum Vergleich mit den experimentellen Bruchlasten soll dabei stets die kombinierte Bruchenergie berücksichtigt werden. Die Vereinfachung ohne die elastische Einspannung soll für die folgenden Untersuchungen an Zapfenverbindungen keine Rolle spielen.

## 7.2 Der Zapfen

Die Zapfenverbindung unterscheidet sich von der Ausklinkung durch die geringere Höhe des Querschnitts, in den die Last eingeleitet wird. Die Zapfenhöhe kann daher als Teil des Restquerschnitts der Ausklinkung mit  $h_z = \alpha\gamma h$  bezeichnet werden. Der fehlende Querschnitt oberhalb des Zapfen besitzt die Höhe  $h_o$  und die Länge  $l_o$  (vgl. Abbildung 7.2). Für unten liegende Zapfen eignet sich das Konzept der Energiebilanz nicht, da hier ein Schub- oder Biegeversagen, anstatt einer Rissentwicklung in Modus I und II zu erwarten ist.

### 7.2.1 Die Bruchlast der Zapfenverbindung

#### Energiebilanz und Energieanteile

Die Energiebilanz während des Rissfortschritts setzt sich aus der inneren Energie  $\Pi_Z^i$ , der von außen eingebrachten Energie  $\Pi_Z^a$ , sowie der durch den Rissfortschritt frei gewordenen Energie  $\Pi_Z^0$  zusammen. Die Änderung der einzelnen Energieanteile ist in Abschnitt 4.1 anhand der Lastpunktverschiebung erläutert.

Wie für die Ausklinkung lässt sich auch für die Durchbiegung in der Mitte des Trägers  $\delta_Z$  im Abstand von  $l/2$  für eine Auflagerkraft  $V_Z$  berechnen. Die Durchbiegung setzt sich aus dem Schubanteil  $\delta_{v,Z}$ , dem Biegeanteil  $\delta_{b,Z}$  und dem Anteil aus der elastischen Einspannung des Zapfens in den Trägerquerschnitt  $\delta_{r,Z}$  zusammen.

$$\delta_Z = \delta_{v,Z} + \delta_{b,Z} + \delta_{r,Z} \quad (7.2)$$

Die Änderung der Gesamtdurchbiegung kann über  $\Delta\delta_Z$  ausgedrückt werden:

$$\Delta\delta_Z = \Delta\delta_{v,Z} + \Delta\delta_{b,Z} + \Delta\delta_{r,Z} \quad (7.3)$$

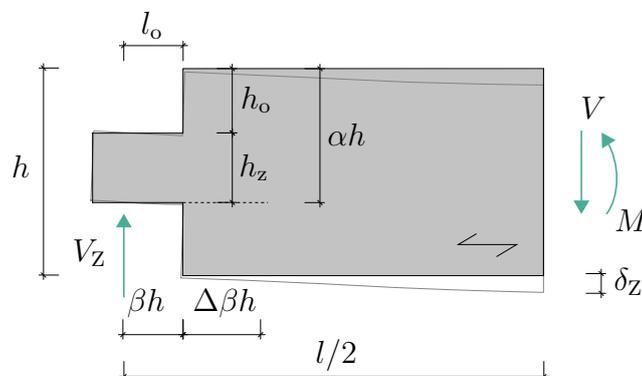


Abbildung 7.2: Geometrie eines Zapfens mit Verformungsbetrachtung

Bei der Schubverformung des Kragträgers wird die Länge des Balkens, die Lage der Rissebene  $\alpha h$ , sowie die Fehlstelle oberhalb des Zapfens berücksichtigt.

$$\delta_{v,z} = \frac{1,2V_Z}{G_v} \left[ \frac{\beta h}{b\alpha h} - \frac{\beta h}{bh} + \underbrace{\frac{l/2}{bh} - \frac{l_o}{bh_o}}_{konst.} \right] \quad (7.4)$$

Aus der Gleichung wird deutlich, dass die Länge des Balkens und die Größe der Fehlstelle unabhängig von der Risslänge sind. Das bedeutet, dass diese Anteile bei der Ableitung nach  $\beta$  als konstant gelten und keinen Einfluss auf das Ergebnis haben. Die Höhe des Zapfens hat somit keinen Einfluss auf die Energiebilanz beim Rissfortschritt.

$$\Delta\delta_{v,z} = \frac{1,2V_Z}{G_v b} \left[ \frac{1}{\alpha} - 1 \right] \quad (7.5)$$

Der Anteil der Biegeverformung des Kragträgers ergibt sich zu

$$\delta_{b,z} = \frac{V_Z}{E_x b h^3 / 12} \left[ \frac{(\beta h)^3}{3\alpha^3} - \frac{(\beta h)^3}{3} + \underbrace{\frac{l^3}{24} - \frac{(l_o)^3}{3(\alpha - \alpha\gamma)}}_{konst.} \right]. \quad (7.6)$$

Auch bei der Änderung der Biegeverformung durch den Rissfortschritt  $\Delta\beta$  haben die Balkenlänge und die Querschnittschwächung oberhalb des Zapfens keinen Einfluss auf  $\Delta\delta_{b,z}$ .

$$\Delta\delta_{b,z} = \frac{12\beta^2 V_Z}{E_x b h} \left[ \frac{1}{\alpha^3} - 1 \right] \quad (7.7)$$

Die elastische Einspannung des Teilquerschnitts oberhalb der Rissebene als Kragträger in den Balken wird über die Drehfederkonstante  $c_Z$  berücksichtigt:

$$\delta_{r,z} = V_Z \beta^2 h^2 c_Z \quad (7.8)$$

Die Definition der Drehfederkonstante nach GUSTAFSSON [Gust88] wird zu

$$c_Z = \frac{12}{b(\alpha h)^2} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\alpha^3)}{10 G_v E_x}} \quad (7.9)$$

übernommen. Die Ableitung des Durchbiegungsanteils infolge der elastischen Einspannung nach  $\beta$  ergibt

$$\Delta\delta_{r,z} = \frac{24\beta V_Z}{b\alpha^2} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-(\alpha)^3)}{10 G_v E_x}}. \quad (7.10)$$

Da die Zapfenhöhe und somit die Fehlstelle oberhalb des Zapfens unabhängig vom Rissfortschritt  $\Delta\beta h$  sind, unterscheidet sich die Änderung der Durchbiegung  $\Delta\delta_Z$  nicht von dem für ausgeklinkte Trägersauflager in Unterabschnitt 4.1.2 hergeleitetem Wert.

## Das Bruchkriterium

Das Risswachstum wird kritisch, wenn die Gesamtenergie  $\Pi_Z$  bei Zunahme der Rissfläche  $\Delta\beta hb$  ihr Maximum erreicht, die Änderung also null ist (vgl. Abbildung 4.2).

$$\frac{\Delta\Pi_Z}{\Delta\beta hb} = 0 \quad (7.11)$$

Das Potential der Gesamtenergie  $\Pi_Z^i - \Pi_Z^a$  nimmt mit dem Risswachstum ab. Die Energiefreisetzungsrate oder spezifische Bruchenergie des Materials ist die Änderung der freigewordene Energie  $\Delta\Pi_Z^0$  zur Rissfläche  $\Delta\beta hb$ .

$$G_c = \frac{\Delta\Pi_Z^0}{\Delta\beta hb} = \frac{\Delta(\Pi_Z^a - \Pi_Z^i)}{\Delta\beta hb} \quad (7.12)$$

## Die kritische Bruchlast

Für die kritische Bruchlast des Zapfens  $V_{c,Z}$ , lässt sich durch Umstellen der Gleichung (7.12) und Einsetzen der Energieanteile aus der Änderung der inneren und äußeren Energie die Beziehung

$$\frac{1}{2} V_{c,Z}^2 \Delta \left( \frac{\delta_Z}{V_Z} \right) = G_c b \Delta \beta h \quad (7.13)$$

herleiten.

Durch Umstellen kann die kritische Bruchlast allgemein durch die spezifische Bruchenergie und die Änderung der Durchbiegung in Abhängigkeit von der Risslängenänderung durch Gl. (7.14) dargestellt werden.

$$V_{c,Z} = \sqrt{\frac{2G_c b h}{\frac{\Delta(\delta_Z/V_Z)}{\Delta\beta}}} \quad (7.14)$$

Durch Einsetzen der nach  $\beta$  abgeleiteten Durchbiegungsanteile aus den Gleichungen (7.5), (7.7) und (7.10) in (7.14) ergibt sich die Versagenslast für die Rissentwicklung am Zapfen zu

$$V_{c,Z} = \frac{b\sqrt{G_c \cdot h}}{\sqrt{\frac{0.6}{G_v} \left[ \frac{1}{\alpha} - 1 \right] + \frac{6\beta^2}{E_x h} \left[ \frac{1}{\alpha^3} - 1 \right] + \frac{12\beta}{\alpha^2} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\alpha^3)}{10 G_v E_x}}}} \quad (7.15)$$

Die Bruchlast ist, analog zur Formulierung der Ausklinkung, abhängig von der spezifischen Bruchenergie  $G_c$ , der Ausgangsrisslänge  $\beta$ , des Schub- und Elastizitätsmoduls  $G_v$  bzw.  $E_x$ , sowie der Höhenlage der potentiellen Rissebene  $\alpha h$  im Querschnitt. Die Zapfenhöhe hat bei der energetischen Betrachtung keinen Einfluss auf die Bruchlast. Die Bruchlast kann nach der Umformung wie bei GUSTAFSSON zu

$$V_{c,Z} = \frac{b\alpha h \sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha - \alpha^2)/G_v + \beta \sqrt{6(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}}} \quad (7.16)$$

vereinfacht werden. Diese Formulierung ist identisch mit Gleichung (4.25).

## 7.2.2 Varianten zur Berücksichtigung der Zapfenhöhe

In der Energiebilanz ist die rechnerische Bruchlast abhängig von der Änderung der gespeicherten Energie bei Rissfortschritt. Da, wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, die Zapfenhöhe keinen Einfluss auf den Rissfortschritt hat, besteht formal kein Unterschied zwischen der Ausklingungs- und der Zapfengeometrie. Da die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen jedoch eine Abhängigkeit der Bruchlast von der Zapfenhöhe zeigen, soll im Folgenden versucht werden, die Geometrie des Zapfens zu berücksichtigen, um die Bruchlast besser erfassen zu können. Dazu werden zwei fiktive Änderungen an der Geometrie vorgenommen (siehe Abb. 7.3).

### Variante A: Reduktion der Gesamthöhe

Bleibt das Holzvolumen oberhalb des Zapfens unberücksichtigt, so ändert sich die angesetzte Höhe des Trägers zu  $h_A = h - h_o$  (siehe Abb. 7.3a). Durch Umformen der Gleichung (7.16) ergibt sich für die Geometrie der Variante A

$$V_{c,Z,A} = \frac{b\alpha h_A \sqrt{G_c/h_A}}{\sqrt{0,6(\alpha_A - \alpha_A^2)/G_v + \beta_A \sqrt{6(1/\alpha_A - \alpha_A^2)/E_x}}} \quad (7.17)$$

mit

$$\alpha_A = h_z/h_A$$

und

$$\beta_A = l_o/h_A.$$

Diese Variante stellt eine starke Vereinfachung der Situation dar und lässt damit einen großen Anteil der gespeicherten Verformungsenergie unberücksichtigt.

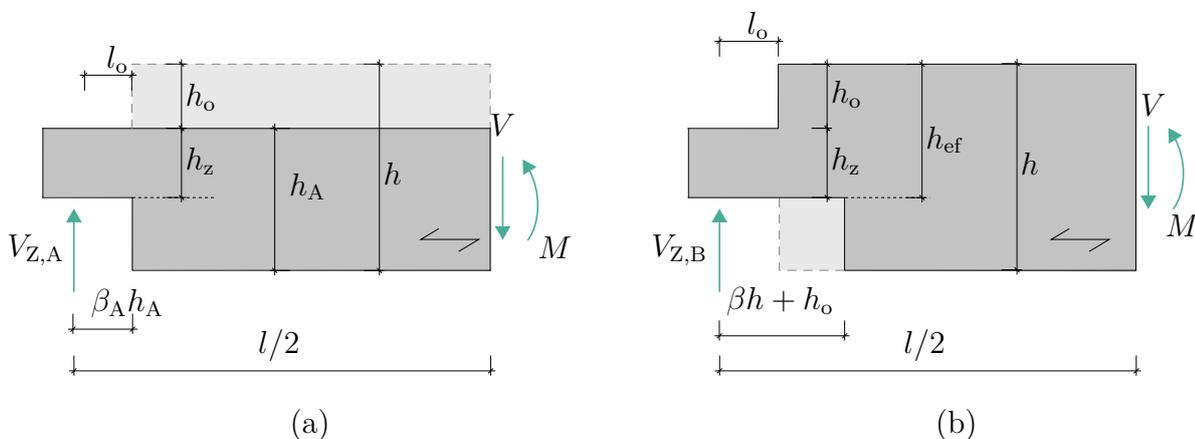
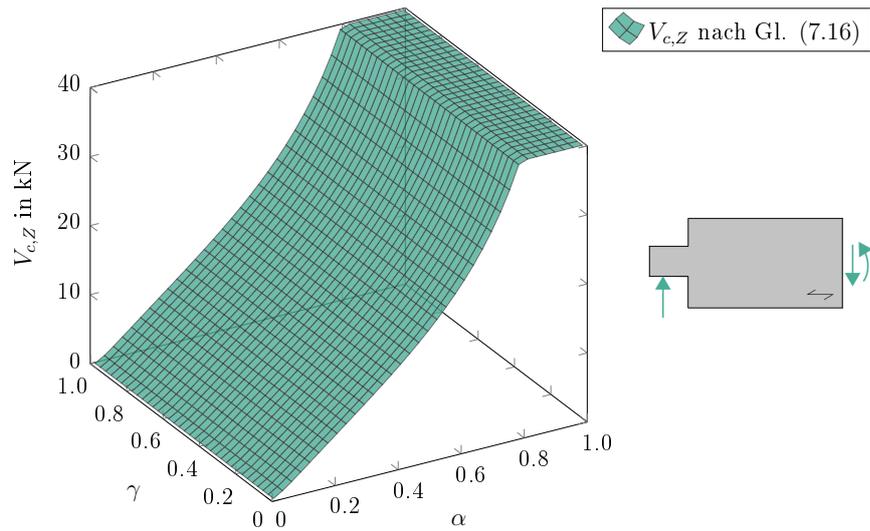
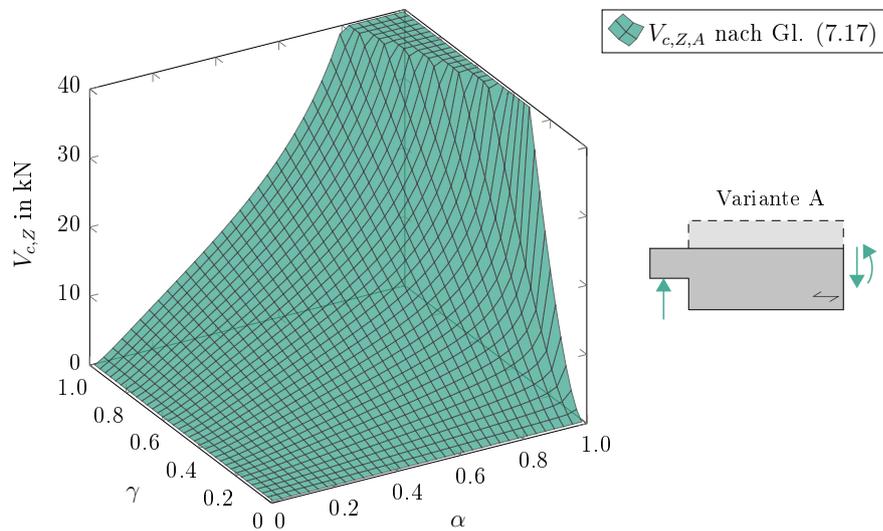


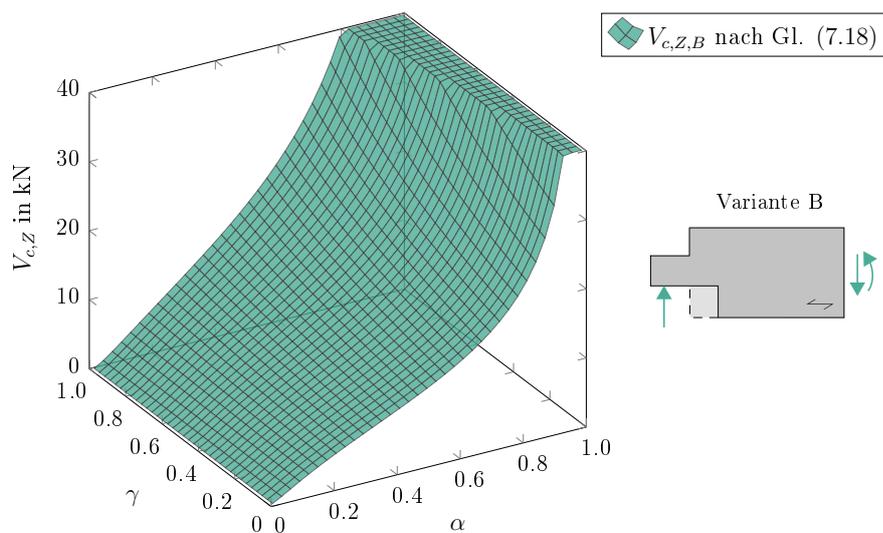
Abbildung 7.3: (a) Variante A und (b) Variante B zur Untersuchung des Einflusses der Zapfenhöhe



(a) Ansatz nach Gl. (7.16)



(b) Ansatz nach Gl. (7.17)



(c) Ansatz nach Gl. (7.18)

Abbildung 7.4: Grafische Auswertung der drei Varianten mit dem Konzept der Energiebilanz für  $h/b = 100/240$  mm

**Variante B:** Vergrößerung der Anfangsrisslänge

In einer weiteren Variante wird eine fiktive Verlängerung der Ausklinkung um den Betrag der fehlenden Höhe oberhalb des Zapfens  $h_o$  erstellt, sodass die Bruchlast auch hier von der Zapfenhöhe abhängig ist. Die Bruchlast in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\gamma$  ergibt sich zu

$$V_{c,Z,B} = \frac{b\alpha h\sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha - \alpha^2)/G_v + (\beta + \alpha - \alpha\gamma)\sqrt{6(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}}} \quad (7.18)$$

mit

$$\alpha = h_{ef}/h$$

und

$$\gamma = h_z/h_{ef}.$$

In Abbildung 7.4 werden die drei unterschiedlichen Ansätze nach dem Konzept der Energiebilanz für einen Querschnitt aus Vollholz mit der Höhe  $h = 240$  mm und der Breite  $b = 100$  mm ausgewertet und einander gegenübergestellt. Für den Ansatz nach Gl. (7.16) ergibt sich keine Abhängigkeit von der Zapfenhöhe, welche durch  $\gamma$  ausgedrückt wird. Für den reduzierten Querschnitt mit der Höhe  $h_A$  und dem Ansatz nach Gl. (7.17) ergibt sich eine starke Abhängigkeit der Bruchlast von der Zapfenhöhe. Für  $\gamma = 1,0$  liefern die drei Ansätze identische Ergebnisse und es ergibt sich ein Verlauf wie bei der Ausklinkung. Bei abnehmender Zapfenhöhe nimmt auch die Bruchlast ab. Für einen Zapfen der Höhe  $h_z = 0$  wird auch die Bruchlast zu null berechnet.

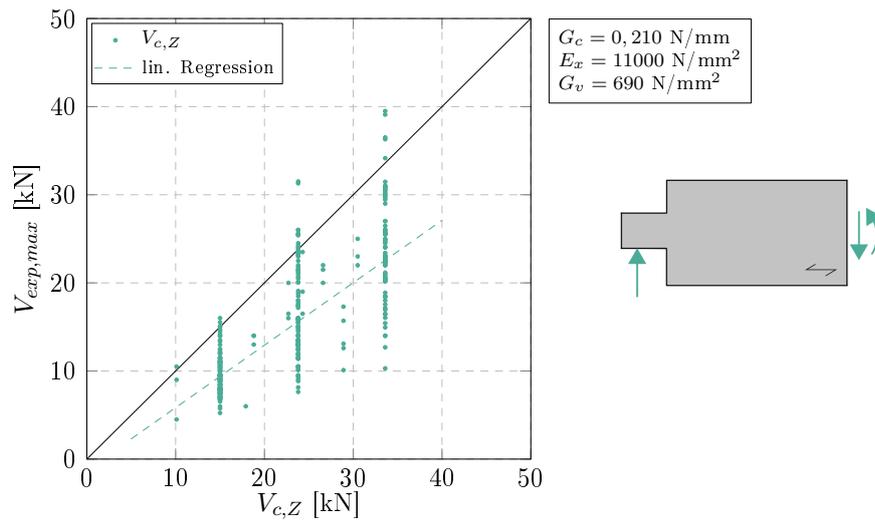
Wird die Zapfenhöhe indirekt über die Anfangsrisslänge wie in Gl. (7.18) abgebildet, ergibt sich eine leichte Abhängigkeit der Bruchlast von der Zapfenhöhe. Da der Einfluss der Anfangsrisslänge nicht nur von der Zapfenhöhe abhängig ist, wird die Bruchlast auch bei kleinen Zapfen nicht annähernd null.

### 7.2.3 Vergleich der Bruchlast mit experimentellen Ergebnissen

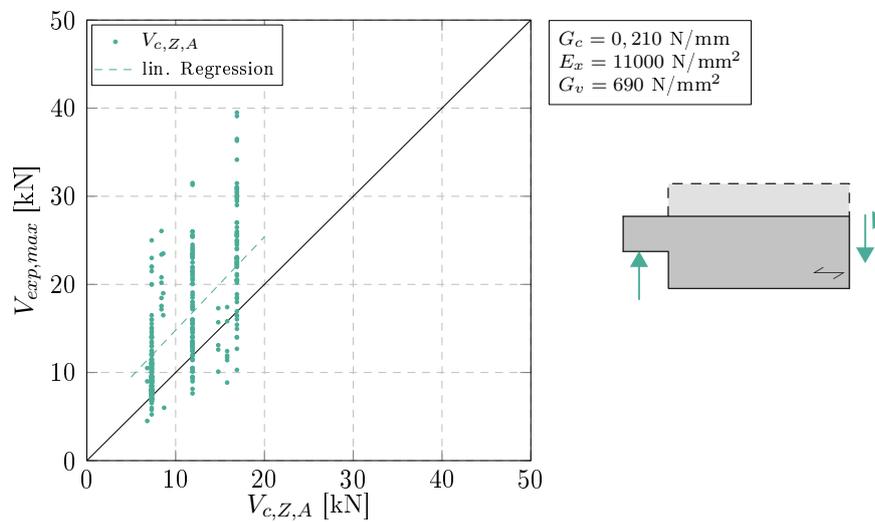
Die Abbildungen 7.5a bis c zeigen die rechnerische Bruchlast  $V_{c,Z,i}$  im Vergleich zur experimentell ermittelten Bruchlast  $V_{exp,max}$  für die 33 Prüferien in SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88], welche in Tabelle A.3 im Anhang A dokumentiert sind. Aufgrund der dokumentierten Rohdichte von  $\rho = 360-460$  kg/m<sup>3</sup> der Prüfkörper wurde für alle Prüferien Vollholz der Festigkeitsklasse C24 vorausgesetzt. Für den Variantenvergleich wurden die mittleren Materialeigenschaften nach Tabelle 7.1 angesetzt. Die spezifische Bruchenergie wurde für die kombinierte Beanspruchung in Modus I und II zu  $G_c^{I+II} = 0,210$  N/mm gewählt.

Datenpunkte, welche oberhalb der Diagonalen liegen, weisen eine höhere experimentelle als rechnerische Bruchlast auf. Bei den Datenpunkten unterhalb der Diagonalen wird die tatsächliche Bruchlast hingegen überschätzt.

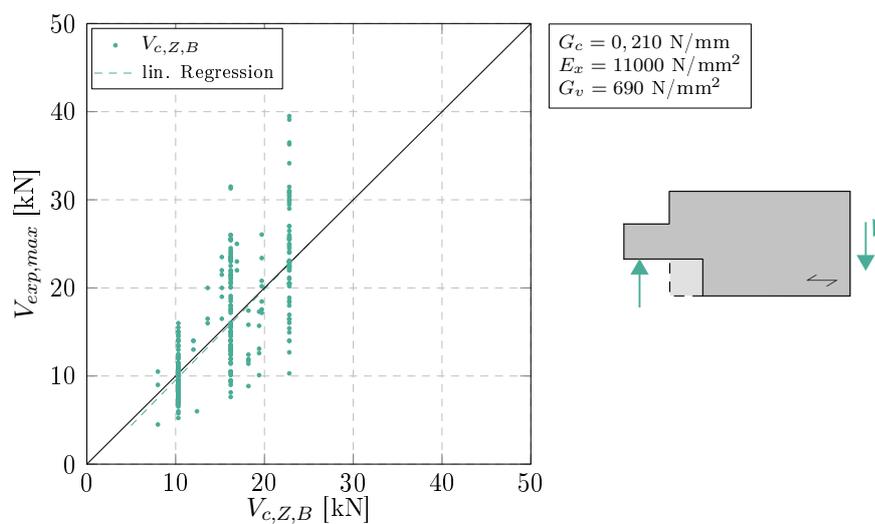
Wird die gesamte Querschnittshöhe nach Gl. (7.16) angesetzt, bleibt die individuelle Zapfenhöhe unberücksichtigt, was zu einer ganz erheblichen Überschätzung der Bruchlast am Zapfen führt. Einzelne Ergebnisse der Hauptserien mit den Querschnittsabmessungen  $h/b = 80$  mm/120 mm, 100 mm/180 mm und 120 mm/240 mm liegen um das 1,25 bis 2,0-fache über den experimentellen Bruchlasten. Die rechnerische Bruchlast größerer bzw.



(a) Ansatz nach Gl. (7.16)



(b) Ansatz nach Gl. (7.17)



(c) Ansatz nach Gl. (7.18)

Abbildung 7.5: Gegenüberstellung der Varianten für die Bruchlast von Zapfen nach dem Konzept der Energiebilanz mit experimentellen Ergebnissen aus Tabelle A.3

kleinerer Zapfen als  $h/3$  und aus der Mittellage verschobene Zapfen liegen allgemein näher an den experimentellen Ergebnissen.

Bleibt der Querschnitt oberhalb der Zapfen unberücksichtigt, wie in Variante A nach Gl. (7.17), fallen die rechnerischen Bruchlasten der einzelnen Serien wesentlich geringer aus. Bis auf einzelne Versuchsreihen der Hauptserien werden die experimentellen Ergebnisse vom rechnerischen Ansatz unterschätzt.

Die Auswertung der Variante B nach dem Konzept der Energiebilanz mit einer Verlängerung der Ausgangsrisslänge liefert eine sehr gute Übereinstimmung von rechnerischen und experimentellen Ergebnissen. Die Hauptserien liegen im Mittel auf der Winkelhalbierenden und die experimentellen Bruchlasten bei Variation der Zapfenhöhe und Zapfenlage werden von dem Ansatz positiv berücksichtigt.

In Abbildung 7.5 ist für alle Varianten eine lineare Regressionsgerade abgebildet. Die Regressionsgerade wurde nach Abschnitt 3.1.5 mit der zugehörigen Korrelation  $\Phi$  ermittelt. Die Steigung der Regressionsgerade kann für Variante A und B zu  $p_1 = 1,0$  ermittelt werden. Lediglich der y-Achsenabschnitt ist bei Variante A mit  $p_0 = 3$  etwas höher als für Variante B mit  $p_0 = 0$ . Die Korrelation lässt sich dann zu  $\Phi_A = 0,7$  bzw.  $\Phi_B = 0,8$  ermitteln. Die Wahl der Bruchenergie im reinen Modus I führt hinsichtlich der Regressionsgeraden für die drei Varianten zu erheblich größeren Abweichungen zwischen experimentellen und rechnerischen Ergebnissen. Daher wurde hier die kombinierte spezifische Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  gewählt.

### 7.2.4 Diskussion

In diesem Abschnitt konnte gezeigt werden, dass der konsequente Ansatz der Energiebilanz den Einfluss der Zapfenhöhe auf die Bruchlast nicht berücksichtigen kann und, dass dadurch eine starke Überschätzung der experimentellen Versuchsergebnissen erreicht wird. Eine Modifikation der geometrischen Randbedingungen hilft, um die experimentellen Ergebnisse aus den systematischen Untersuchungen von SCHELLING & HINKES in [Sche85] und [Hink88] sicher abbilden zu können. Mit Variante B können die experimentellen Bruchlasten sehr gut abgebildet werden. Die Modifikation der Ausgangsrisslänge in Variante B um den Betrag  $h_o$  ist allerdings eine Annahme ohne konkreten Hintergrund in Zusammenhang mit dem Konzept der Energiebilanz.

Die Gegenüberstellungen aus Abschnitt 7.1.3 und 7.2.3 zeigt zudem, dass die von FRANKE [Fran08] ermittelte Bruchenergie für Ausklinkungen in Modus I und Modus II die experimentellen Bruchlasten besser abbilden kann, als die von LARSEN & GUSTAFSSON [Lars90] angenommene spezifische Bruchenergie, welche Grundlage für die aktuelle Bemessung nach EC5 ist.

Die Bruchlast von unten liegenden Zapfen kann nicht über das bruchmechanische Konzept der Energiebilanz abgebildet werden, da hier Biege- bzw. Schubversagen eintritt.

## 7.3 Der gereihte Zapfen

In diesem Abschnitt findet das Konzept der Energiebilanz Anwendung auf die gereihte Zapfenverbindung. Die auf dieser Grundlage berechnete Bruchlast wird den experimentellen Ergebnissen aus Abschnitt 5.6 gegenübergestellt. An gereihten Zapfenverbindungen können eine oder gleich mehrere Rissebenen parallel auftreten. Das in den Versuchen beobachtete Rissverhalten ist in Abschnitt 5.6.3 dokumentiert. Um die Bruchlast richtig abzuschätzen zu können, werden im Folgenden unterschiedliche Varianten der Rissentwicklung untersucht.

### 7.3.1 Varianten der Rissentwicklung

Zur Berechnung der Bruchlast gereihter Zapfen werden an dieser Stelle drei mögliche Varianten betrachtet. Sie unterscheiden sich hinsichtlich der Lage und der Anzahl der Risse, sowie bei der Verteilung der Querkraft auf die einzelnen Zapfen. Andere Risskombinationen sind möglich. Es wird davon ausgegangen, dass die Bruchlast anderer Kombinationen zwischen denjenigen für die vorgestellten Varianten liegt. Die unterschiedlichen Varianten sind in Abbildung 7.6 dargestellt und werden auf Grundlage des Ansatzes der Energiebilanz nach Gl. (7.18) ausgewertet, da dieser Ansatz die experimentellen Bruchlasten an Zapfen am besten abbilden konnte.

#### **Variante 1:** Rissentwicklung nur am unteren Zapfen

Aufgrund der geometrischen Verhältnisse wird ein großer Teil der Querkraft über den unteren Zapfen übertragen, was von CLAUS ET AL. [Clau16] gezeigt werden konnte. Das kritische Risswachstum kann daher zuerst unterhalb des unteren Zapfens auftreten. Eine Rissentwicklung an den anderen Zapfen wird in diesem Fall ausgeschlossen. Es wird davon ausgegangen, dass alle Zapfen zum Zeitpunkt des Versagens denselben Anteil der Auflagerkraft übertragen (vgl. Abbildung 7.6a). Die Bruchlast der Verbindung ist die Summe der einzelnen Auflagerkräfte bei Rissentwicklung am Zapfen 1. Bei dieser Annahme handelt es sich um eine obere Abschätzung der Traglast der gereihten Zapfenverbindungen. Es muss davon ausgegangen werden, dass der Formschluss an allen Zapfen gegeben ist. Die Bruchlast kann dann nach Gl. (7.19) ermittelt werden.

$$V_{c,G,(1)} = n \cdot V_{c,G}^1 \quad (7.19)$$

#### **Variante 2:** Gleichzeitige Rissentwicklung an allen Zapfen

Bei den experimentellen Untersuchungen in Unterabschnitt 5.6.3 konnte beobachtet werden, dass an allen Zapfen Risse auftreten können. Durch gleichzeitige Risse entstehen einzelne Lamellen (siehe Abb. 7.6b), welche unterschiedliche Höhen besitzen. Bei Beginn der kritischen Rissentwicklung an einem Riss kommt es zum Versagen der gesamten Verbindung. Für dieses Versagensmuster lautet die Bruchlast

$$V_{c,G,(2)} = n \cdot \min(V_{c,G}^i). \quad (7.20)$$

Die Definition der veränderten Geometrie durch die Rissentwicklung an mehreren Zapfen ist Abbildung 7.6b zu entnehmen.

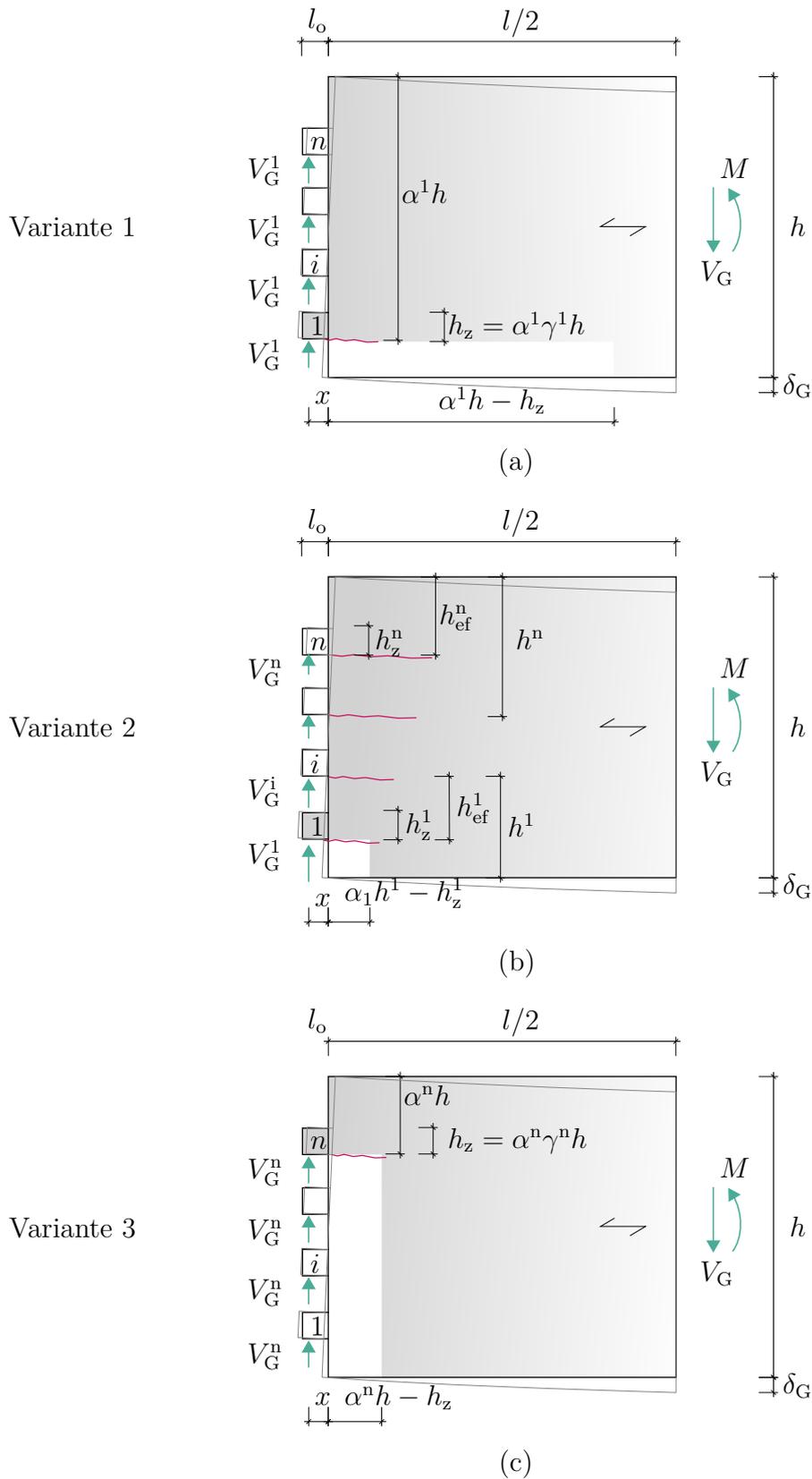


Abbildung 7.6: Varianten der möglichen Rissentwicklung an gereihten Zapfen bei Erhöhung der Anfangsriszlänge (a) Rissebene am unteren Zapfen (b) Rissebenen an allen Zapfen und (c) Rissebene am oberen Zapfen

**Variante 3:** Rissentwicklung nur am oberen Zapfen

Aufgrund der Lage im oberen Bereich des Querschnitts ist das Holzvolumen oberhalb des oberen Zapfen am geringsten. Da die Bruchlast maßgeblich von der effektiven Höhe  $h_{\text{ef}} = \alpha h$  abhängig ist, kann davon ausgegangen werden, dass eine gereichte Zapfenverbindung zu aller erst durch eine Rissentwicklung am oberen Zapfen versagt. Kommt es zum Versagen am oberen Zapfen, versagt auch die gesamte Verbindung.

Bis zur kritischen Rissentwicklung an einem Zapfen herrscht ein linear-elastischer Zustand vor und es kann von einer gleichmäßig verteilten Querkraft  $V_G$  ausgegangen werden. Die Auflagerkraft der gereichten Zapfenverbindung ist somit das  $n$ -fache der Auflagerkraft am obersten Zapfen (vgl. Abb. 7.6c). Für den Bruchzustand ergibt sich dann:

$$V_{c,G,(3)} = n \cdot V_{c,G}^n \quad (7.21)$$

**7.3.2 Vergleich der Varianten und Diskussion**

Abbildung 7.7 zeigt die rechnerischen Bruchlasten der Varianten 1-3 im Vergleich zu den Mittelwerten der experimentellen Bruchlast der Hauptserien an gereichten Zapfenverbindungen. Für die Auswertung der Varianten wurde die Bruchlast von Zapfenverbindungen aus Gl. (7.18) unter Berücksichtigung der spezifischen Bruchenergie  $G_c = G_c^{I+II} = 0,210 \text{ N/mm}$  gewählt. Der Mittelwert des Elastizitätsmoduls und des Schubmoduls wurde in Abhängigkeit des Materials der Prüfserien (Nadelholz C24 und Brettschichtholz Gl24h) nach Tabelle 7.1 eingegrenzt.

Für die einfache Zapfenverbindung (TS1) ergeben sich bei allen Versuchen identische rechnerische Bruchlasten, welche den Mittelwert um ca. 35% überschätzen. Für die doppelte Zapfenverbindung aus Nadelvollholz (TS2) wird die mittlere Bruchlast ebenso von allen Varianten überschritten. Tendenziell wird hierbei die experimentelle Bruchlast am stärksten von der Variante 1 überschätzt, wohingegen die Variante 3 die beste Übereinstimmung

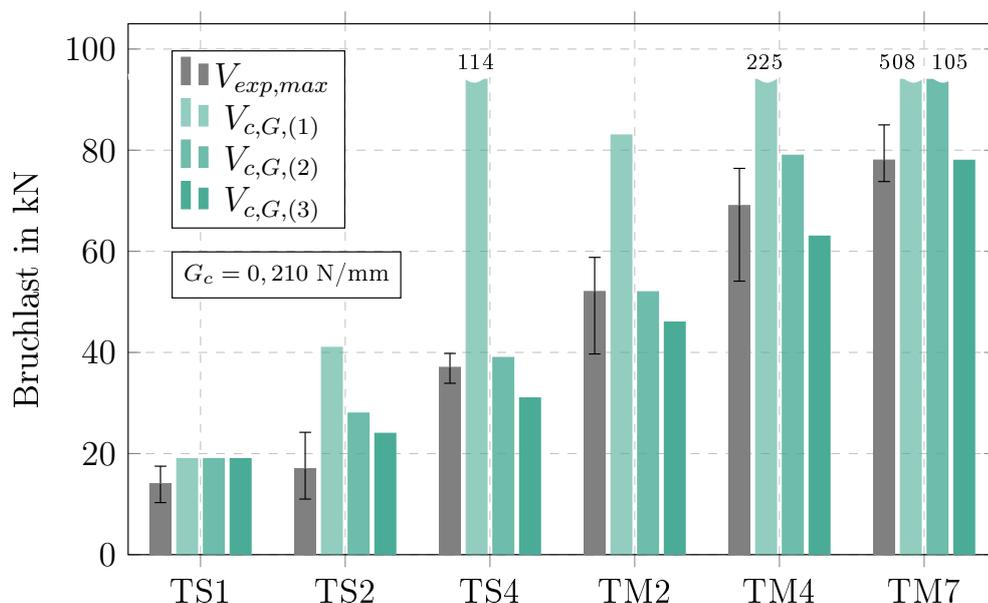


Abbildung 7.7: Gegenüberstellung der rechnerischen Bruchlast der unterschiedlichen Varianten von gereichten Zapfenverbindungen mit den experimentellen Bruchlasten

zeigt. Diese Tendenz wird bei allen Serien an gereihten Zapfenverbindungen bestätigt. Je tiefer der unterste Zapfen im Balkenquerschnitt angeordnet ist, desto höher wird die experimentelle Bruchlast durch die Variante 1 überschritten. Auch die Variante 2 überschätzt tendenziell die experimentell ermittelte Bruchlast. Die Variante liefert jedoch für die Serien TS4 und TM2 eine gute Übereinstimmung.

Durch Variante 3 wird lediglich die experimentelle Bruchlast der Serien TS1 und TS2 aus Nadelvollholz überschätzt. Alle weiteren Serien werden durch Variante 3 unterschätzt, wobei die Serie TM7 sehr gut von dem Rechenmodell abgebildet wird.

Hinsichtlich einer sicheren Auslegung der gereihten Zapfenverbindungen wird für die Bemessung die Variante 3 vorgeschlagen, da hier vor allem bei einer größeren Anzahl an Zapfen die Bruchlast nicht überschätzt wird. Die Bruchlast für gereichte Zapfenverbindung kann durch Zusammenführen der Gleichungen (7.18) und (7.21) zu

$$V_{c,G} = n \cdot \frac{b\alpha_n h \sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha_n - \alpha_n^2)/G_v + (\beta + \alpha_n - \alpha_n \gamma_n) \sqrt{6(1/\alpha_n - \alpha_n^2)/E_x}}} \quad (7.22)$$

formuliert werden.

Die Variantenuntersuchung an Zapfenverbindungen in Kombination mit der Untersuchung bei mehreren Rissebenen führt zu einem mechanisch sinnvollen Berechnungsmodell für gereichte Zapfenverbindungen. In einem folgenden Schritt werden die ermittelten Berechnungsansätze anhand der Mittelwerte der Bruchlasten und den charakteristischen Bruchlasten validiert.

## 7.4 Validierung der Modelle

Grundlage der Validierung der aufgestellten Rechenmodelle aus den Gleichungen (4.25), (7.18) und (7.22) sind experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen.

Auf der einen Seite wird die Bruchlast der Modelle  $V_{c,i}$  über die Mittelwerte der experimentellen Versuchsserien  $V_{\text{exp,max}}$  mit den Mittelwerten der Materialeigenschaften validiert. Auf der anderen Seite wird der charakteristische Bauteilwiderstand der einzelnen Versuchsserien  $V_{\text{exp,k}}$  über die Stichprobengröße ermittelt und dem Rechenmodell auf Grundlage der charakteristischen Materialeigenschaften  $V_{c,i,Rk}$  gegenübergestellt. Für die charakteristischen Bauteilwiderstände der Prüfserien wird stets eine logarithmische Normalverteilung der Einzelwerte vorausgesetzt.

Für ausgeklinkte Trägerauflager werden die experimentellen Ergebnisse von neun Prüfserien aus Abschnitt 5.4.2 herangezogen. Es werden die Materialkennwerte für Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C24 und Brettschichtholz der Festigkeitsklasse nach Tabelle 7.1 für die Berechnung angewendet. Die charakteristische Bruchlast  $V_{\text{exp,k}}$  wurde über die Gl. (3.17) unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung bestimmt. Für den Stichprobenumfang von  $n = 3$  der Prüfserien ergibt sich der Fraktilefaktor bei allen Serien zu  $k_{(3),k} = 3,15$ .

Für Zapfenverbindungen werden die experimentellen Ergebnisse aus der Literatur von SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88] mit den Rechenmodellen verglichen. Die geometrischen Abmessungen und die mittlere Bruchlast der 11 Prüfserien wurde in Tabelle 6.4 dokumentiert. Der Elastizitätsmodul, der Schubmodul und die spezifische Bruchenergie wird für alle Prüfkörper in Abhängigkeit der mittleren Rohdichte von  $\rho = 420 \text{ kg/m}^3$

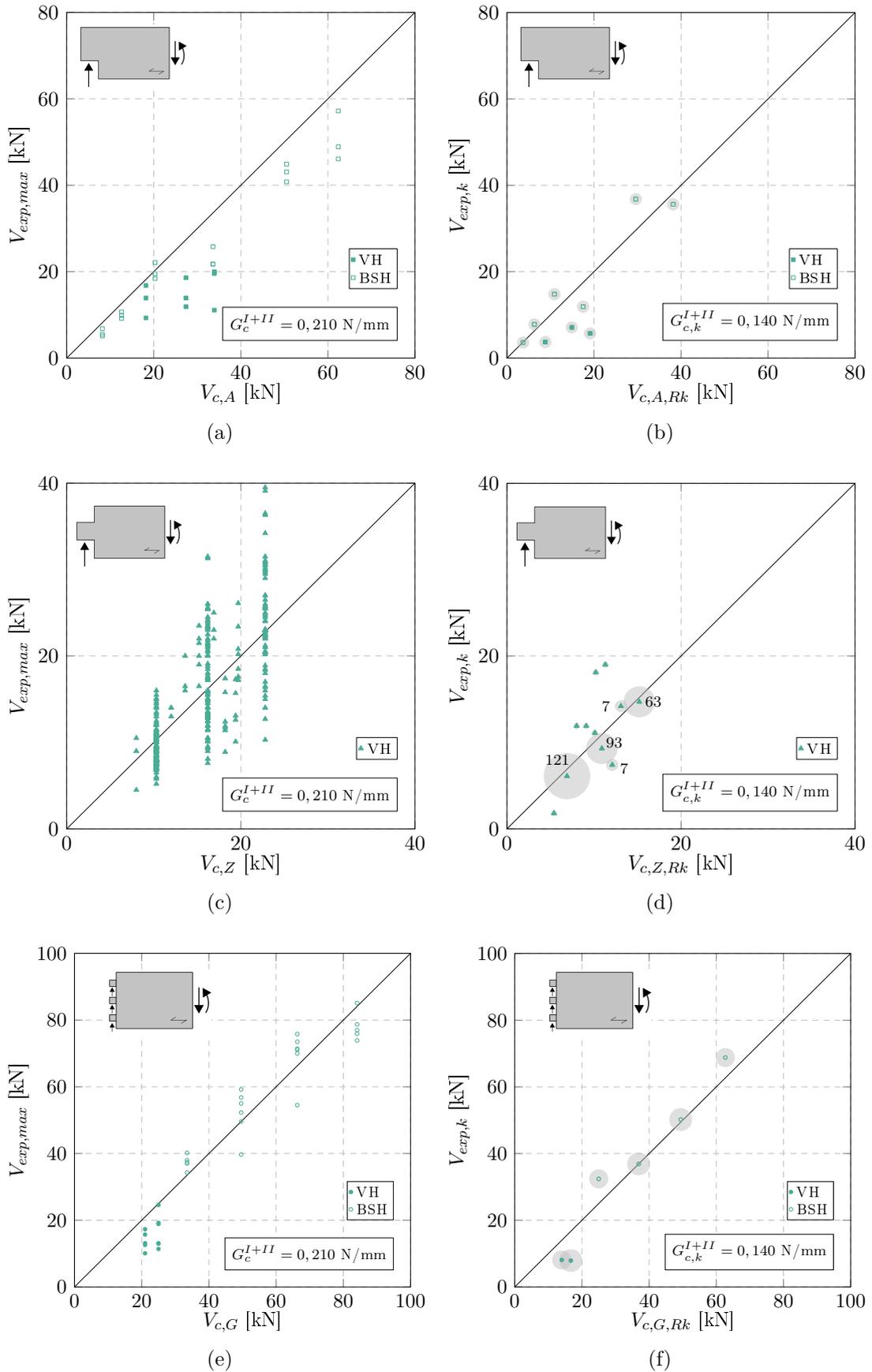


Abbildung 7.8: Gegenüberstellung der Rechenmodelle auf dem Niveau der Mittelwerte und charakteristischen Werte in (a) und (b) für ausgeklinte Trägerauflager, in (c) und (d) für Zapfenverbindungen und in (e) und (f) für gereichte Zapfenverbindungen

nach Tabelle 7.1 gewählt. Die charakteristischen Bauteilwiderstände werden über die Stichprobengröße und den dazugehörigen Fraktilefaktoren  $k_{(n),k}$  nach Tabelle 3.1 unter Berücksichtigung eines Vertrauensintervalls von 0,75 ermittelt.

Die Validierung des Modells an gereihten Zapfenverbindungen wird auf Grundlage der experimentellen Bruchlasten der Hauptserien aus Tabelle 5.5 und 5.6 vollzogen. Für die mittleren und charakteristischen Materialeigenschaften wird die Festigkeitsklasse der Werkstoffe C24 (Nadelholz) und Gl24h (Brettschichtholz) verwendet. Die Kennwerte sind in Tabelle 7.1 dokumentiert.

### 7.4.1 Vergleich von Mittelwerten

Abbildung 7.8a,c und e zeigen die Gegenüberstellung aller experimenteller Einzelwerte der Bruchlasten und der rechnerischen Bruchlasten der aufgestellten Modelle auf dem Niveau der Mittelwerte der Materialeigenschaften.

Abbildung 7.8a zeigt die Validierung der Gl. (4.25) von ausgeklinkten Trägerauflagern. Es ist zu sehen, dass der gewählte Ansatz die experimentellen Bruchlasten tendenziell überschätzt, obwohl die kombinierte spezifische Bruchenergie angesetzt wurde. Die größte Überschätzung der experimentellen Bruchlasten tritt bei Prüfserien aus Nadelvollholz auf. Abbildung 7.8c zeigt den Vergleich des Rechenmodells an Zapfenverbindungen nach Gl. (7.18) mit den experimentellen Einzelwerten der Bruchlasten an Zapfenverbindungen. Obwohl die Ergebnisse stark streuen, erfasst das Rechenmodell die experimentellen Ergebnisse sehr zutreffend. Dabei werden auch die Serien mit veränderter Zapfenhöhe und verschobener Zapfenlage gut abgebildet.

In Abbildung 7.8e wird das Modell für gereichte Zapfenverbindungen nach Gl. (7.22) validiert. Es ist ersichtlich, dass bei allen Serien die mittlere Bruchlast - unabhängig von der Anzahl der Zapfen - sehr treffend von dem Modell beschrieben wird. Die Prüfserien TS1 und TS2 aus Nadelvollholz zeigen auch hier die größte Abweichung von der Winkelhalbierenden, wobei hier die Bruchlasten am stärksten vom Modell überschätzt werden.

### 7.4.2 Vergleich von charakteristischen Werten

Abbildung 7.8b,d und f zeigen die Gegenüberstellung von charakteristischen Werten der einzelnen Prüfserien an ausgeklinkten Trägerauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen im Vergleich mit den Modellen unter Verwendung der charakteristischen Materialkennwerte  $E_{x,k}$ ,  $G_{v,k}$  und  $G_{c,k}^{I+II}$ .

Die Gegenüberstellung der charakteristischen Bruchlast mit den experimentellen Ergebnissen an ausgeklinkten Trägerauflagern zeigt in Abbildung 7.8b eine gute Übereinstimmung für die Serien aus Brettschichtholz, besonders bei größeren Trägerdimensionen. Serien an kleinen Prüfkörpern aus Nadelvollholz werden tendenziell von dem Modell überschätzt. Dies kann mit der Streuung der Einzelwerte der kleinen Stichprobe oder der daraus resultierenden (hohen) Fraktilefaktor zusammenhängen. Zudem zeigt sich gerade hier, dass es sich um einen Maßstabeffekt durch die Verteilung der Holzmerkmale im Prüfkörper handeln kann, da dieser bei homogenisiertem Brettschichtholz weniger stark auftritt.

Bei der Gegenüberstellung charakteristischer Bruchlasten mit den charakteristischen Werten von 11 Prüfserien an Zapfenverbindungen in Abbildung 7.8d zeigt sich eine gute

Übereinstimmung bei den Hauptserien mit mittig angeordneten Zapfen. Trotz der unterschiedlichen Trägerdimensionen sind hier keine nachteiligen Maßstabeffekte zu erkennen. Tendenziell wird die Bruchlast gerade bei oben angeordneten Zapfen und hohen Zapfen überschätzt und die Bruchlast bei unten liegenden Zapfen eher unterschätzt. Aufgrund des geringen Stichprobenumfangs dieser Serien ( $n = 3$  bzw.  $7$ ) kann hier jedoch keine allgemeine Prognose abgegeben werden.

Die charakteristische Bruchlast von gereihten Zapfenverbindungen wird für alle Hauptserien aus Brettschichtholz sehr gut abgebildet (siehe Abb. 7.8f). Auffällig ist die Überschätzung der experimentellen Bruchlast der Serien aus Nadelvollholz mit ein oder zwei Zapfen (TS1 bzw. TS2). Grund der großen Abweichungen kann die große Streuung der experimentellen Prüfserien mit einer relativ kleinen Stichprobe sein ( $n = 5$  bzw.  $6$ ). Auf der anderen Seite kann auch hier ein Maßstabeffekt bemerkbar machen, der sich durch die geringe Anzahl der Rissebenen und durch die Wahl von Nadelvollholz ausbildet.

## 7.5 Zwischenfazit

In diesem Kapitel wurden auf Grundlage der Energiebetrachtung drei Modelle für die unterschiedlichen Anschlussgeometrien von ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen erstellt und anhand von experimentellen Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Eine Validierung der Modelle erfolgte dann anhand der Mittelwerte der Bruchlasten aus den experimentellen Untersuchungen und auf Grundlage der daraus resultierenden charakteristischen Widerstände der einzelnen Prüfserien mit gleichen Randbedingungen.

Die Validierung zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der Modelle für Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen. Für ausgeklinkte Trägersauflager mit dem Stichprobenumfang von  $n = 3$  der einzelnen Prüfserien war die Übereinstimmung weniger treffend, sodass im Besonderen die Bruchlast der Prüfserien aus Nadelvollholz von dem Modell stark überschätzt wurde. Auch bei der gereihten Zapfenverbindung zeigte sich eine Überschätzung der Bruchlast ausschließlich bei Prüfserien aus Nadelvollholz. Dies kann unter anderem mit einem Maßstabeffekt begründet werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass es sich hierbei um geeignete Berechnungsmodelle handelt, welche den Mittelwert und den charakteristischen Widerstand adäquat abbilden können. Eine Verbesserung der theoretischen Widerstandsmodelle über die Mittelwertanpassung nach Gl. (3.25) ist zusätzlich noch möglich. Hinsichtlich der Prüfserien aus Nadelvollholz sollten weitere Untersuchungen angestrebt werden oder die Modelle auf die Anwendung von Brettschichtholz – mit den entsprechenden homogenen Eigenschaften – beschränkt bleiben.

Ob ein ausreichendes Sicherheitsniveau der Bauteile im Bemessungsfall erreicht wird, kann durch die Validierung nicht prognostiziert werden. Daher soll in einem weiteren Schritt der Sicherheitsabstand der charakteristischen Modelle ( $R_k$ ) von dem Bemessungspunkt ( $R_d$ ) bestimmt werden.



# 8 Vergleich der Rechenmodelle und Vorschlag eines Bemessungsmodells

## 8.1 Vergleich anhand der gereihten Zapfenverbindung

Zur Bewertung der aufgestellten Simulations- und Berechnungsmodelle werden die rechnerischen Bruchlasten für gereichte Zapfenverbindungen mit den experimentellen Bruchlasten verglichen. In den Abschnitten 6 und 7 wurden insgesamt vier Modelle auf Basis der Bruchmechanik für die Geometrie von Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen weiterentwickelt. Es kann zwischen Kohäsivzonenmodell (KZM),  $J$ -Integralmodell (JIM) und einem Modell, basierend auf dem Konzept der Energiebilanz (KDE), unterschieden werden. Zudem ist eine Unterscheidung in Finite-Elemente-Modelle (FEM) und Modelle zur Handrechnung sinnvoll. Die einzelnen Modelle können folgendermaßen bezeichnet werden:

- KZM (FEM)** Finite-Elemente-Modell mit Kohäsivelementen
- JIM (FEM)** Finite-Elemente-Modell mit der  $J$ -Integralmethode
- JIM** Handrechenmodell auf Grundlage der  $J$ -Integralmethode
- KDE** Berechnungsmodell auf Grundlage des Konzepts der Energiebilanz

Für das Kohäsivzonenmodell, das  $J$ -Integralmodell und das Konzept der Energiebilanz wurden für die untersuchten Materialien (Nadelvollholz und Brettschichtholz) dieselben bruchmechanisch relevanten Eigenschaften angesetzt, sodass ein direkter Vergleich der Modelle auf dem Niveau der Mittelwerte der ermittelten Bruchlasten zulässig ist. Es konnte zudem in Abschnitt 6.3.1 gezeigt werden, dass das Handrechenmodell auf Grundlage des  $J$ -Integralmodells maßgeblich von der Bruchenergie des Materials und weniger von den Steifigkeitsparametern abhängig ist, wodurch auch hier ein Vergleich möglich wird. Die

Tabelle 8.1: Materialeigenschaften für Nadelvollholz C24 und Brettschichtholz Gl24h

Klasse	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	Mittelwerte			charakteristische Werte		
		$E_x$ N/mm <sup>2</sup>	$G_v$ N/mm <sup>2</sup>	$G_c^{I+II}$ N/mm	$E_{x,k}$ N/mm <sup>2</sup>	$G_{v,k}$ N/mm <sup>2</sup>	$G_{c,k}^{I+II}$ N/mm
C24	420	11000	690	0,210	7400	460	0,140
Gl24	420	11500	650	0,210	9600	540	0,140

rechnerischen Bruchlasten werden auf dem Niveau der Mittelwerte unter Berücksichtigung der Streuungen aus den experimentellen Untersuchungen verglichen. Die Materialkennwerte für Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C24 und Brettschichtholz der Festigkeitsklasse Gl24h sind in Tabelle 8.1 dokumentiert. Abbildung 8.1 zeigt die Ergebnisse aus den experimentellen Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen. Dargestellt sind die Mittelwerte der ermittelten Bruchlast und der Streubereich. Vergleichend sind die Bruchlasten der vier Modelle zu den sechs Hauptserien abgebildet.

Mit allen Modellen, welche einerseits auf der Energiebilanz und andererseits auf der Finite-Elemente-Methode mit unterschiedlicher Definition der Bruchlast basieren, werden vergleichbare Bruchlasten erzielt. Die Wahl der kombinierten Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  in Modus I und II für ausgeklinkte Trägerauflager (aus FRANKE [Fran08]) zeigt auch bei den gereihten Zapfenverbindungen plausible Ergebnisse, wohingegen die Bruchenergie in Modus I die experimentellen Bruchlasten stets überschätzt (siehe Abb. 7.1).

Da alle Konzepte zur Bestimmung der Bruchlast, unter kombinierter Beanspruchung in Modus I und II, geeignet sind, soll im Folgenden die Übereinstimmung mit den experimentellen Bruchlasten und die Vor- und Nachteile der einzelnen Modelle diskutiert werden.

Das *Kohäsivzonenmodell* (KZM) ermöglicht die Simulation der tatsächlichen Rissentwicklung unterhalb der Zapfen in Richtung der Holzfaser. Bei dem Verfahren wird die kombinierte Beanspruchung aus Querkzugspannungen und Schubspannungen in der potentiellen Rissebene berücksichtigt. Das Bruchkriterium ist definiert, wenn in den Kohäsivelementen die spezifische Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  erreicht wird.

Die experimentellen Bruchlasten werden von dem Modell ( $V_{c,KZM (FEM)}$ ) im Allgemeinen gut abgebildet. Für Zapfenverbindungen mit ein bis zwei Zapfen aus Nadelvollholz wird die tatsächliche Bruchlast tendenziell überschätzt. Auf der anderen Seite werden die experimentellen Bruchlasten der gereihten Zapfenverbindungen aus Brettschichtholz eher unterschätzt. Gerade bei hohen Trägern mit vielen Zapfen erreicht das Modell im Vergleich zu den anderen Modellen die geringsten Bruchlasten.

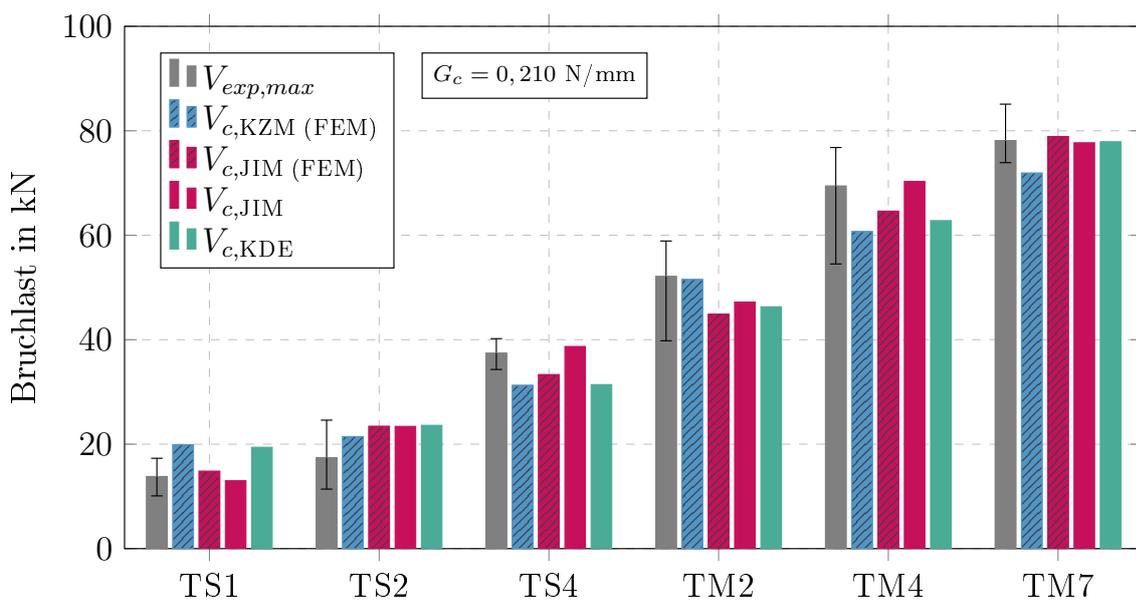


Abbildung 8.1: Gegenüberstellung der experimentellen Ergebnisse an gereihten Zapfenverbindungen mit den Bruchmodellen auf Basis von Mittelwerten

Die nichtlinearen Berechnungsabläufe in den Kohäsivelementen zur Bestimmung der Bruchlast sind im Vergleich zu den anderen Methoden sehr aufwendig. Das Kohäsivzonenmodell eignet sich daher weniger für große Parameterstudien als vielmehr für die präzise Untersuchung des Last-Verformungsverhaltens. Ein sinnvoller Einsatz des Berechnungsmodells ergibt sich für die Optimierung der Anschlussgeometrie von Holzverbindungen (vgl. CLAUS & SEIM [Clau18]) oder die Untersuchung des Last-Verformungsverhaltens unter Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen. Nur das Kohäsivzonenmodell eignete sich, um eine zusätzliche Rissverstärkung zu simulieren.

Die berechnete Bruchlast mit dem  $J$ -Integralmodell  $V_{c,JIM (FEM)}$ , auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode, wird über die Auswertungen der Spannungen und Verzerrungen im Bereich der Risspitze ermittelt. Da neben den Querzug- und Schubspannungen auch Querdruck- und Längsspannungen direkt in die Berechnung des  $J$ -Integrals einfließen, werden gerade hier die besonderen Einflüsse aus der Geometrie der gereihten Zapfenverbindung berücksichtigt.

Dieses Verfahren zeigt die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Bruchlasten bei gereihten Zapfenverbindungen im Vergleich zu den anderen Modellen. Bei ausgeklinkten Trägersauflagern und Zapfenverbindungen unterschiedlicher Dimension zeigte sich zudem eine gute Übereinstimmung bei baupraktischen Bauteilabmessungen (siehe Abschnitt 6.3.2). Bei Trägern größerer Dimension aus Brettschichtholz wird die Bruchlast geringfügig unterschätzt. Eine Überschreitung der experimentellen Bruchlast ist bei den gereihten Zapfenverbindungen lediglich bei der Serie TS2 zu erkennen.

Das entwickelte Modell eignet sich aufgrund des geringen Rechenaufwands bei linear elastischen Materialeigenschaften besonders gut zur Durchführung von Parameterstudien. Die Untersuchung des Einflusses geometrischer Parameter auf die Bruchlast kann mit dem  $J$ -Integralmodell schnell und präzise Ergebnisse bei einer kombinierten Beanspruchung von Rissen in Modus I und II ermöglichen. Bei vorwiegend schub-beanspruchten Rissebenen kann die getrennte Untersuchung in Modus I und Modus II sinnvoll sein, wofür das Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren besser geeignet ist.

Im Gegensatz zum Kohäsivzonenmodell kann eine Verstärkung der Rissebene nicht ohne weiteres implementiert werden, da die Rissufer bei der  $J$ -Integralmethode spannungsfrei sein müssen. Die Entwicklung eines vereinfachten Berechnungsmodells aus der Parameterstudie hat gezeigt, dass vor allem die Qualität des Daten-Fittings darüber entscheidet, wo die Anwendungsgrenzen liegen.

Die rechnerischen Bruchlasten des *Handrechenmodells* auf Grundlage der Parameterstudie des  $J$ -Integralmodells  $V_{c,JIM}$  sind in Abbildung 8.1 neben den Ergebnissen der FE-Simulation abgebildet. Es kann gezeigt werden, dass das Modell, welches aus den Daten der Parameterstudie in Abschnitt 6.4 hergeleitet wurde, ähnliche Ergebnisse liefert wie die Finite-Elemente-Berechnung mit der  $J$ -Integralmethode. Keine der experimentellen Bruchlasten werden von dem Modell wesentlich über- oder unterschätzt. Dies kann auf die durchgeführte Mittelwertkorrektur zurückzuführen sein, welche die Einzelwerte der Bruchlasten berücksichtigt.

Das *Konzept der Energiebilanz* (KDE) zeigt bei den Prüfkörpern TS1 und TS2 aus Nadelvollholz eine Tendenz zur Überschätzung der experimentellen Bruchlast. Bei den gereihten Zapfenverbindungen aus Brettschichtholz wird die experimentelle Bruchlast eher unterschätzt. Nur bei der optimierten Geometrie des Typs TS4 liegt die berechnete Bruchlast auch unterhalb des Streubereichs.

Im Hinblick auf die Zapfenverbindung berücksichtigt die Modifikation der Anfangsrisslänge

$\beta h$  um  $(\alpha - \alpha\gamma)h$  das fehlende Bauteilvolumen oberhalb des Zapfens nur indirekt (siehe Abschnitt 7.2). Hierdurch wird der tatsächliche (teilweise günstige) Einfluss der Zapfenhöhe auf die Spannungsverteilung im Bereich der Rissebene nicht berücksichtigt. Ansonsten folgt das Konzept der Energiebilanz eindeutigen mechanischen Überlegungen und berücksichtigt alle - bruchmechanisch - relevanten Parameter. Durch die Modifikation des Ansatzes von GUSTAFSSON [Gust88] ermöglicht das Konzept der Energiebilanz die Integration der Zapfenverbindung und der gereihten Zapfenverbindung in die Formulierung des Eurocode 5 für ausgeklinkte Trägerenden, was im folgenden Kapitel gezeigt werden soll.

## 8.2 Entwicklung eines Bemessungskonzepts

Auf Grundlage der im Kapitel 7 entwickelten Berechnungsmodelle für Zapfen- und gereichte Zapfenverbindungen mit dem Konzept der Energiebilanz soll in diesem Abschnitt der Übergang auf das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept nach Eurocode 0 erfolgen. Dazu wird das Konzept mit fiktiven Schubspannungen aufgegriffen, weil die spezifische Bruchenergie nicht normativ geregelt ist. Für das Bemessungskonzept werden charakteristische Widerstände  $V_{Rk}$  aus den theoretischen Modellen entwickelt. Zusätzlich werden die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{Modell}$  zur Berücksichtigung der Modellunsicherheit ermittelt und daraus die Abminderungsfaktoren  $k_n$  in Abhängigkeit von dem Material und der Verbindungsgeometrie berechnet.

### 8.2.1 Zapfenverbindungen

Für ein allgemeingültiges Bemessungskonzept für Zapfenverbindungen ist eine Normierung der experimentellen Ergebnisse notwendig, um die statistische Verteilungsfunktion der Bruchlasten zu ermitteln. Wird das Nachweisverfahren in Anlehnung an ausgeklinkte Trägerauflager nach DIN EN 1995 angestrebt, gilt nach Gl. (2.1) für den Bemessungspunkt

$$\frac{1,5 \cdot V}{b \cdot \alpha \cdot h} = f_v \cdot k_v. \quad (8.1)$$

Der Beiwert  $k_v$  berücksichtigt bei dem „fiktiven Schubspannungsnachweis“ die bruchmechanischen Zusammenhänge in der Rissebene in Verlängerung der Auflagerfläche des Zapfens. Über die Umstellung der Gl. (7.18) zu

$$\frac{V}{b \cdot \alpha \cdot h} = \frac{\sqrt{G_c/h}}{\sqrt{0,6(\alpha - \alpha^2)/G_v + (\beta + \alpha - \alpha\gamma)\sqrt{6(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}}} \quad (8.2)$$

kann diese direkt mit der bezogenen Querkraft aus Gl. (8.1) gleichgesetzt werden. Die materialspezifischen und geometrischen Parameter können voneinander getrennt werden:

$$\frac{1,5 \cdot V}{b \cdot \alpha \cdot h} = f_v \cdot 1,5 \frac{\sqrt{\frac{G_c^1 E_x}{f_v^2}} \cdot \sqrt{\frac{G_v}{0,6 E_x}}}{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha - \alpha^2} + \sqrt{10 \frac{G_v}{E_x}} \cdot (\beta + \alpha - \alpha\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \quad (8.3)$$

Ist das Verhältnis von E-Modul zu Schubmodul  $E_x/G_v = 16$ , wie in Abschnitt 3.2.2 erläutert, kann aus Gl. (8.3) die normierte Bruchlast für Zapfenverbindungen in Anlehnung an die Formulierung von JOCKWER ET AL. [Jock11] zu

$$A'_{\text{exp}} = 1,5 \cdot \frac{V_{\text{exp}}}{b \cdot \alpha \cdot h} \cdot \sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha - \alpha^2} + 0,8 \cdot (\beta + \alpha - \alpha\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right) \quad (8.4)$$

$$= f_v \cdot X \cdot \underbrace{1,5 \sqrt{\frac{G_c^I E_x}{f_v^2} \cdot \frac{1}{0,6 \cdot 16}}}_A = A' \quad (8.5)$$

entwickelt werden. Die Modellunsicherheit wird hierbei von der Variablen  $X$  abgedeckt. Der Parameter  $A'$  ist somit unabhängig von den geometrischen Parametern und hat mit  $\text{Nmm}^{-3/2}$  die selbe Einheit wie die Spannungsintensitätsfaktoren.  $A'$  kann somit als Bruchzähigkeit der Zapfenverbindung angesehen werden.

Abbildung 8.2a zeigt die normierte Bruchlast  $A'_{\text{exp}}$  nach Gl. (8.4) aus Untersuchungen an Zapfenverbindungen durch SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88] und CLAUS & SEIM [Clau18]. Die Prüfkörper aller untersuchten Serien bestanden aus Nadelvollholz. Die normierte Bruchlast aus den experimentellen Untersuchungen kann gut durch eine logarithmische Normalverteilung mit dem Mittelwert  $A'_{\text{exp,mean}} = 22,1 \text{ Nmm}^{-3/2}$  mit dem Variationskoeffizienten von  $\text{COV} = 0,27$  wiedergegeben werden.

Der charakteristische Wert aus der Verteilung experimenteller Bruchlasten  $A'_{\text{exp},0,05}$  lässt sich durch die Anwendung der Gl. (3.17) unter Berücksichtigung des Mittelwerts  $A'_{\text{mean}}$  und des Variationskoeffizienten ermitteln. Für die Zapfenverbindung ergibt sich  $A'_{\text{exp},0,05} = 14,1 \text{ N/mm}^2$ .

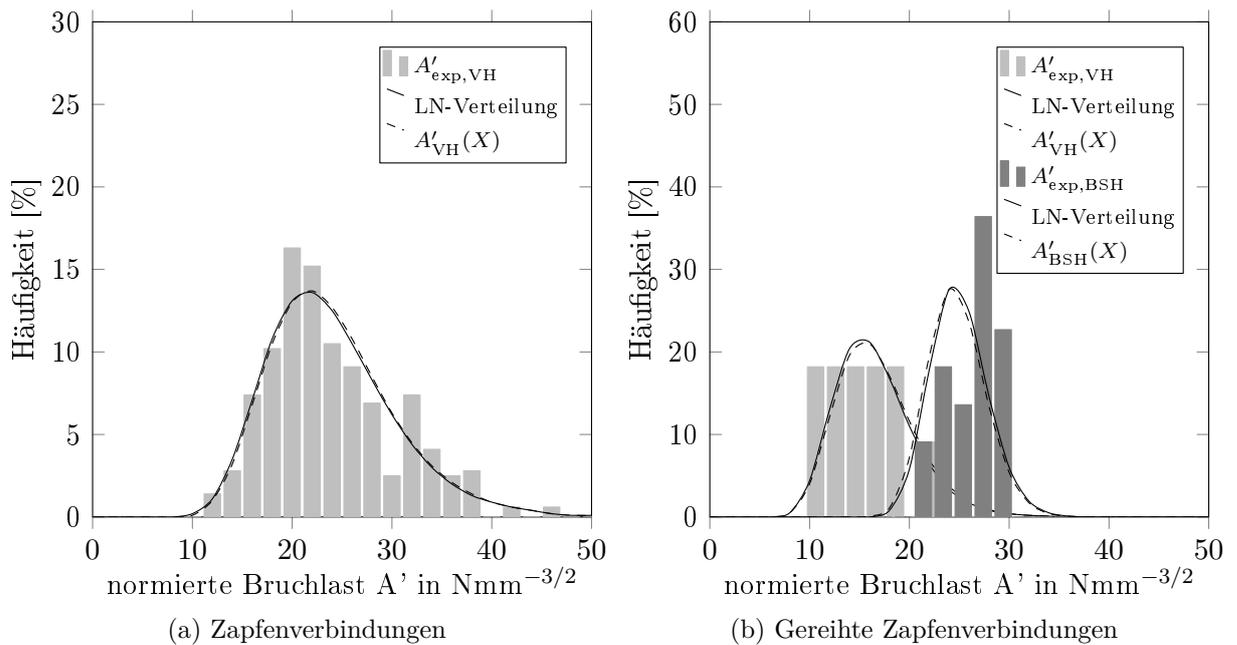


Abbildung 8.2: Normierte Bruchlast  $A'$  von Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen aus experimentellen Ergebnissen an Nadelvollholz und Brettchichtholz nach Gl. (8.5) unter Berücksichtigung der Modellunsicherheiten

Tabelle 8.2: Parameter der Verteilungsfunktion zur Beschreibung des Widerstands  $A'$  von Zapfen- und gereihten Zapfenverbindungen

	$n$	$A'_{\text{exp,mean}}$ Nmm $^{-3/2}$	COV	$A'_{\text{exp,0,05}}$ Nmm $^{-3/2}$	$X_{\text{mean}}$	COV(X)
Ausgeklinkte Trägerauflager aus [Jock11]						
VH	$\approx 332$	17,9	0,29	12,4	0,66	0,23
BSH	$\approx 80$	22,8	0,31	15,6	0,82	0,24
Zapfenverbindungen						
VH	363	22,1	0,27	14,1	0,80	0,30
Gereichte Zapfenverbindungen						
VH	11	15,5	0,25	9,0	0,55	0,25
BSH	22	24,0	0,12	19,0	0,84	0,12

Der Widerstandsparameter  $A'$  ist lediglich von der Bruchenergie und dem E-Modul bzw. dem Schubmodul über das Verhältnis von Schub- und E-Modul abhängig. Zur Ermittlung der Verteilung von  $A'$  nach Gleichung (8.5) wird der Parameter für die Modellunsicherheit  $X$  in Anlehnung an JOCKWER ET AL. für Nadelvollholz von  $X_{\text{mean}} = 0,80$  und einem Variationskoeffizienten von  $\text{COV}(X) = 0,30$  unter Berücksichtigung einer logarithmischen Normalverteilung bestimmt.

Die Berücksichtigung der Modellunsicherheit wird durch die große Abhängigkeit der Bruchlast von der Bruchenergie notwendig, da sonst die experimentelle Bruchlast weit überschätzt wird (vgl. [Jock11]). Als Vergleich sind in Tabelle 8.2 die Parameter der Verteilungsfunktionen für ausgeklinkte Trägerauflager angegeben. Die aufgrund der gewählten Parameter resultierende Dichtefunktion der Verteilung ist in Abbildung 8.2a dargestellt. Tabelle 8.3 gibt die Parameter für die angepasste Verteilungsfunktion an. Über den Variationskoeffizienten  $\text{COV}(X)$  der Funktion und der Materialkennwerte, sowie dem Mittelwert aus den Untersuchungen, kann der 5-%-Quantilwert bestimmt werden.  $A'_{0,05}$  liegt mit  $13,9 \text{ N/mm}^{-3/2}$  geringfügig unter dem Wert der Verteilung der experimentellen Bruchlasten.

Der Bemessungspunkt kann analog zur Formulierung aus Gl. (3.17) zu

$$A'_d = \exp(\bar{y} - k_{(n),d} \cdot s_y) \tag{8.6}$$

abgeschätzt werden.

Für Zapfenverbindungen ergibt sich dadurch der Bemessungswert von  $A'_d = 8,9 \text{ N/mm}^{-3/2}$ . Für  $k_{\text{mod}} = 1,0$  ergibt sich der Modellsicherheitsfaktor unter Berücksichtigung des Material-sicherheitsfaktors nach Gl. (3.37) zu

$$\gamma_{\text{Modell}} = \frac{A'_{0,05}}{\gamma_m \cdot A'_d} \tag{8.7}$$

Ziel des zusätzlichen Teilsicherheitsfaktors ist es, möglichst exakt die Zuverlässigkeit der Bemessung von Bauteilen unter Biege- und Schubbeanspruchung zu erreichen (vgl. KÖHLER ET AL. [Köhl07]).

Für die Zapfenverbindung kann der Modellsicherheitsfaktor zu  $\gamma_{\text{Modell}} = 1,59$  bestimmt werden, wenn für  $\gamma_m = 1,3$  gewählt wird (siehe Tab. 8.3).

Analog zu den Untersuchungen von JOCKWER ET AL. [Jock11] kann ein Material- und

Tabelle 8.3: Modellparameter und Teilsicherheitsfaktoren aus der Zuverlässigkeitsanalyse

	$A'_{\text{mean}}$ Nmm <sup>-3/2</sup>	$k_{(n),k}$	$A'_{0,05}$	$k_{(n),d}$	$A'_d$ Nmm <sup>-3/2</sup>	$\gamma_m$	$\gamma_{\text{Modell}}$	$f_{v,k}$ N/mm <sup>2</sup>	$A_d$	$k_n$
Ausgeklinkte Trägersauflager aus [Jock11]										
VH	17,9	-	12,4	-	9,1	1,3	1,05	4,0	2,96	3,0
BSH	22,8	-	15,6	-	10,9	1,25	1,15	3,5	3,89	3,9
Zapfenverbindungen										
VH	22,2	1,64	13,9	3,04	8,9	1,3	1,59	4,0	2,89	2,9
Gereichte Zapfenverbindungen										
VH	15,3	2,09	9,1	4,51	5,0	1,3	1,83	4,0	1,61	1,6
BSH	23,6	1,93	19,4	3,64	15,4	1,25	1,26	3,5	5,02	5,0

Modellparameter  $A_d$  unter Berücksichtigung des Bemessungswertes der Schubfestigkeit berechnet werden:

$$A_d = \frac{A'_d}{f_{v,k}/\gamma_m} \approx k_n \quad (8.8)$$

Dieser Parameter ist abhängig von der Schubfestigkeit von Nadelvollholz nach [DIN EN 338], welches dem Modell zugrunde liegt. In Anlehnung an die Berechnung von ausgeklinkten Trägersauflagern im Eurocode 5 kann  $A_d$  als Proportionalitätskonstante  $k_n$  in die Bemessung eingehen.

Die Modellparameter, die Teilsicherheitsbeiwerte sowie die Proportionalitätskonstante sind in Tabelle 8.3 für Nadelvollholz dokumentiert. Der Modellsicherheitsbeiwert fällt größer aus, wie der von JOCKWER ET AL. für ausgeklinkte Trägersauflager. Dies kann mit den erweiterten Modellparameter der Zapfenverbindung zusammenhängen. Mit  $k_n = 2,9$  liegt die Proportionalitätskonstante in der Größenordnung der Werte für ausgeklinkten Trägersauflager aus Nadelvollholz.

Da für Brettschichtholz keine Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen vorliegen, ist eine Zuverlässigkeitsanalyse auf Grundlage normierter Versuchsergebnisse derzeit nicht möglich.

## 8.2.2 Gereichte Zapfenverbindungen

Die Bruchlast für gereichte Zapfenverbindungen nach Gl. (7.22) kann in einen Schubspannungsnachweis mit fiktiven Schubspannungen analog zu Gl. (8.1) zu

$$\frac{1,5 \cdot V}{b \cdot \alpha_n \cdot h \cdot n} = f_v \cdot k_v \quad (8.9)$$

umgeformt werden. Hierbei steht  $n$  für die Anzahl der Zapfen. Die normierte Bruchlast  $A'$  kann daraus für die gereichte Zapfenverbindungen zu

$$A'_{\text{exp}} = 1,5 \cdot \frac{V_{\text{exp}}}{b \cdot \alpha_n \cdot h \cdot n} \cdot \sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha_n - \alpha_n^2} + 0,8 \cdot \left( \beta + \alpha_n - \alpha_n \gamma_n \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha_n} - \alpha_n^2} \right) \quad (8.10)$$

$$= f_v \cdot X \cdot \underbrace{1,5 \sqrt{\frac{G_c^I E_x}{f_v^2} \cdot \frac{1}{0,6 \cdot 16}}}_A = A' \quad (8.11)$$

berechnet werden. Die normierte Bruchlast wird in Abbildung 8.2b für die experimentellen Prüferien TS1 bis TM7 dargestellt. Eine Unterscheidung zwischen den Prüferien aus Nadelvollholz und Brettschichtholz wurde im Voraus angestrebt, da die experimentellen Untersuchungen sehr unterschiedliche Streuungen in Abhängigkeit von dem Holzwerkstoff zeigten.

Die normierten Bruchlasten  $A'_{\text{exp}}$  lassen sich näherungsweise durch eine logarithmische Normalverteilung erfassen. Mittelwerte  $A'_{\text{mean}}$  und Streuungen der experimentellen Serien sind in Tabelle 8.2 dokumentiert. Der Mittelwert für Prüfkörper aus Vollholz erreicht hierbei nur rund 65% des Mittelwerts der Proben aus Brettschichtholz. Auch die Streuungen der normierten Bruchlasten variieren stark. Die Streuungen erreichen bei Nadelvollholz  $\text{COV}=0,25$  und bei Brettschichtholz  $\text{COV}=0,12$ .

Bildet man die normierten Bruchlasten in Abhängigkeit von den Materialeigenschaften über Gl. (8.11) ab, ergibt sich ein Beiwert für gereichte Zapfenverbindungen aus Nadelvollholz von  $X_{\text{mean}} = 0,55$  und für Verbindungen aus Brettschichtholz von  $X_{\text{mean}} = 0,84$ . Eine grafische Gegenüberstellung der Dichtefunktionen ist in Abbildung 8.2b dargestellt.

Aus der Zuverlässigkeitsanalyse, wie sie in Abschnitt 8.2.1 beschrieben wird, ergeben sich für die Bemessung unterschiedliche Werte für die Proportionalitätskonstante  $k_n$  beim fiktiven Schubspannungsnachweis. Gegenüber der einfachen Zapfenverbindung ergibt sich bei Bauteilen aus Nadelvollholz  $k_n = 1,6$ . Für gereichte Zapfenverbindungen aus Brettschichtholz kann  $k_n = 5,0$  ermittelt werden. Die große Spanne der Proportionalitätsfaktoren zeigt, dass die Materialien und die Streuung einen großen Einfluss auf die Qualität des Bemessungsmodells haben.

### 8.3 Bemessungsmodell für Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen

In diesem Abschnitt wird ein Vorschlag für ein Bemessungsmodell auf Grundlage der vorhandenen Struktur des Bauteilnachweises für „Biegestäbe mit Ausklinkungen am Auflager“ nach Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1] erarbeitet.

Der bestehende Nachweis wird modifiziert, um mehrere Lastabtragungswege, wie bei der gereichten Zapfenverbindung, berücksichtigen zu können. Zusätzlich wird der Faktor  $k_v$  angepasst, um die Zapfengeometrie zu berücksichtigen. Zuletzt wird der Anwendungsbereich für die Proportionalitätskonstanten  $k_n$  erweitert, um die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse zu berücksichtigen, welche die Modellunsicherheiten und die Materialstreuungen abbildet.

Für die Anschlussgeometrie von unten bzw. oben ausgeklinkten Trägerauflagern, Zapfenverbindungen und gereichten Zapfenverbindungen am Auflager eines rechteckigen Biegeträgers nach Abbildung 8.3 wird in Abhängigkeit von der relevanten Bauteilhöhe  $h_{\text{ef}}$  nachgewiesen, dass:

$$\tau_{v,d} = \frac{1,5 \cdot V_d}{n_v \cdot b_{\text{ef}} \cdot h_{\text{ef}}} \leq f_{v,d} \cdot k_v \quad (8.12)$$

Der Bemessungswert der fiktiven Schubspannungen  $\tau_{v,d}$  im Restquerschnitt ermittelt sich aus dem Bemessungswert der einwirkenden Auflagerkraft  $V_d$  im Bezug auf die relevante Fläche, wobei  $b_{ef}$  die Breite - unter Berücksichtigung von Schwindrissen mit dem Rissbeiwert  $k_{cr}$  - des Trägers und  $n_v$  die Anzahl der Kontaktflächen beschreibt. Auf der Seite des Widerstands wird die Schubfestigkeit des Materials  $f_{v,d}$  mit dem Faktor  $k_v$  multipliziert, welcher neben dem Schubversagen vor allem das Versagen des Trägers durch vorzeitige Rissentwicklung in Richtung der Holzfaser berücksichtigt.

Für am oberen Rand ausgeklinkte Trägerauflager, welche ebenso die unten liegenden Zapfen abdecken, ist der Schubnachweis ausreichend, da planmäßig keine zusätzlichen Querkzugspannungen auftreten (siehe Abb. 8.3b). Der Wert  $k_v$  kann für diesen Fall zu 1,0 gewählt werden.

Entsteht im Bereich der Lasteinleitung eine zusätzliche geometrische Diskontinuität und dadurch Querkzugspannungen im Bereich der Lasteinleitung, kann es zur Rissentwicklung kommen (siehe Abb. 8.3a,c und d). Der Abminderungsfaktor ermittelt sich zu:

$$k_v = \min \left\{ \frac{k_n \cdot \left( 1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \cdot \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right. \quad (8.13)$$

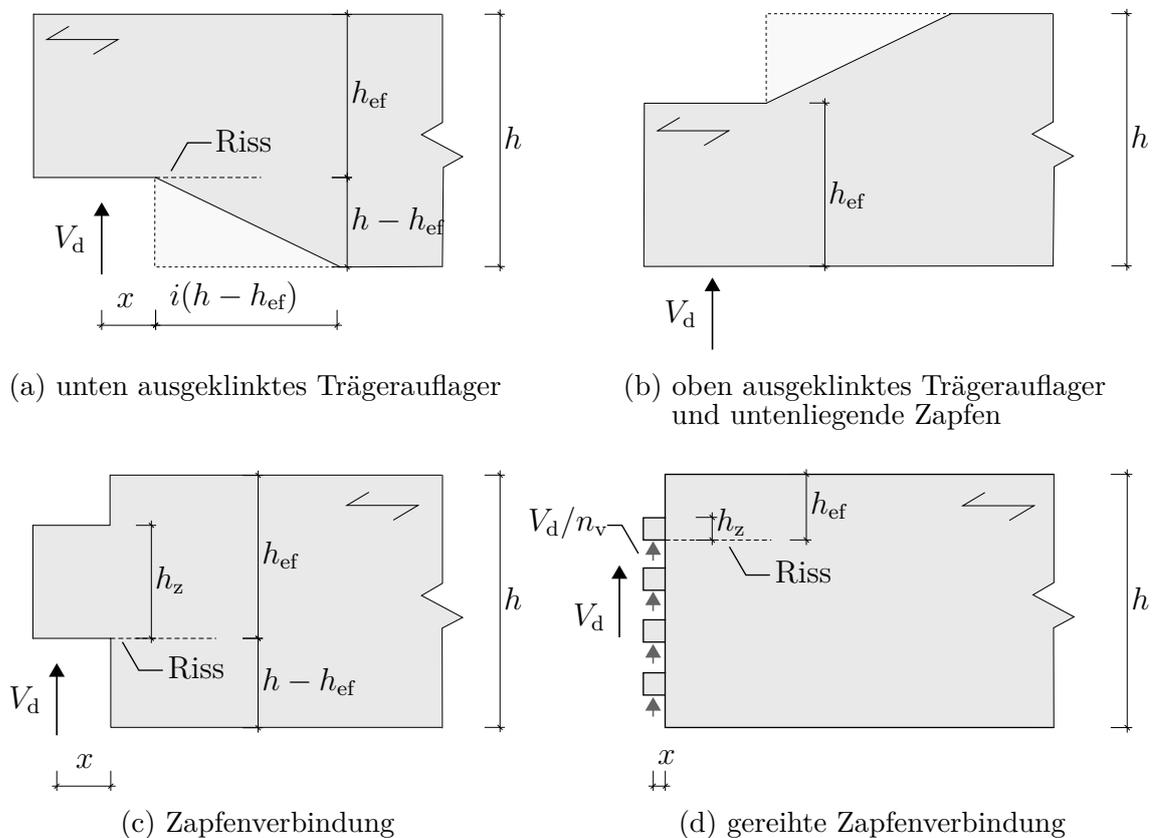


Abbildung 8.3: Varianten der Anschlussgeometrien

mit	$h$	Höhe des Querschnitts
	$h_{\text{ef}}$	reduzierte Querschnittshöhe oberhalb der Lasteinleitung
	$i$	Neigung der Ausklinkung
und	$k_n$	Proportionalitätsfaktor zur Berücksichtigung der Material- und Modelleinflüsse nach Tab. 8.4,
sowie	$m$	Verhältnis zur Berücksichtigung des Abstands der Lasteinleitung nach Tab. 8.4
mit	$\alpha = \frac{h_{\text{ef}}}{h}$	Berücksichtigung des Ausklinkungsverhältnisses
	$\beta = \frac{x}{h}$	Berücksichtigung der Lage der Lasteinleitung
	$\gamma = \frac{h_z}{h_{\text{ef}}}$	Berücksichtigung der Zapfenhöhe

Die wesentliche Änderung des Abminderungsfaktors  $k_v$  gegenüber der [DIN EN 1995-1-1] liegt in der Berücksichtigung unterschiedlicher Proportionalitätsfaktoren  $k_n$  für die unterschiedlichen geometrischen Randbedingungen, welche sich durch die Änderung der Variablen  $m$  ergeben. Alle Modellparameter und die dazugehörigen Proportionalitätsfaktoren sind in Tabelle 8.4 dokumentiert. Die Proportionalitätsfaktoren wurden in Bezug zu den gültigen Materialnormen für Brettschichtholz [DIN EN 14080] und Nadelvollholz [DIN EN 338] festgelegt.

Für unten ausgeklinkte Trägersauflager muss das Verhältnis der Ausklinkungshöhe und der Ausklinkungslänge aufgrund des reduzierten Umfangs der experimentellen Untersuchungen auf  $\alpha \geq 0,5$  und  $\beta \leq 1,0$  beschränkt werden.

Da für Zapfenverbindungen nur experimentelle Untersuchungen mit  $h_z \geq 0,25 \cdot h_{\text{ef}}$  vorliegen, muss auch das Verhältnis der Zapfenhöhe auf  $\gamma \geq 0,25$  beschränkt werden.

Durch schwankende klimatische Randbedingungen im Auflagerbereich kommt es zu Quellen und Schwinden des Trägers, da Feuchtigkeit über das Hirnholz ein und wieder austritt. Die damit einhergehende Erhöhung der Querspannungen in der potentiellen Rissebene kann zu einem vorzeitigen Versagen führen, wodurch der Einsatz der vorgestellten Verbindungstypen auf die Nutzungsklasse 1 und 2 nach [DIN EN 1995-1-1] beschränkt werden sollte, für den Fall, dass keine Querszugverstärkung mit Vollgewindeschrauben vorgesehen wird.

Tabelle 8.4: Parameter zur Bemessung

Anschlussgeometrie	$n_v$	$m$	$k_n$		
			VH	BSH	LVL
unten ausgeklinktes Trägersauflager					
nach JOCKWER ET AL. [Jock11]	1	$\beta$	3,0	3,9	-
nach [DIN EN 1995-1-1]	1	$\beta$	5,0	6,5	4,5
Zapfenverbindung	1	$\beta + \alpha - \alpha\gamma$	2,9	-	-
gereihte Zapfenverbindung	$\geq 2$	$\beta + \alpha - \alpha\gamma$	1,6	5,0	-

## 8.4 Validierung des Bemessungsmodells

Stellt man den Nachweis aus Gl. (8.12) nach der Auflagerkraft um, kann hierdurch der charakteristische Bauteilwiderstand zu

$$V_{Rk} = \frac{2}{3} \cdot n_v \cdot b_{ef} \cdot h_{ef} \cdot f_{v,k} \cdot k_v \quad (8.14)$$

ausgedrückt werden.

In Abhängigkeit von der Anschlussgeometrie und der Anzahl der Kontaktflächen kann unter Berücksichtigung des Abminderungsfaktors  $k_v$  nach Gl. (8.13) der Widerstand von ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen ermittelt werden.

Abbildung 8.4 zeigt die Gegenüberstellung der charakteristischen Tragwiderstände  $V_{Rk}$  mit den charakteristischen Werten experimenteller Versuchsserien  $V_{exp,k}$  an ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen. Zum Vergleich der experimentellen Bruchlasten mit dem Bemessungsmodell wird davon ausgegangen, dass die geprüften Bauteile keine Risse im Bereich des Auflagers aufweisen. Somit gilt  $k_{cr} = 1,0$  und für die beanspruchte Breite kann  $b_{ef} = b$  gewählt werden

Insgesamt liegen genauso viele Datenpunkte unterhalb, sowie oberhalb der Winkelhalbierenden. Im Bereich kleiner Bruchlasten bis 20 kN streuen die charakteristischen Widerstände der Prüferien aus Nadelvollholz relativ stark. Im Bereich zwischen 20 kN und 70 kN wird die Bruchlast tendenziell unterschätzt. Dies gilt besonders für die gereichte Zapfenverbindungen mit sieben Zapfen (TM7). Die Steigung der linearen Regression mit  $\hat{p}_1 = 1,26$  zeigt somit tendenziell eine Unterschätzung der experimentellen Bauteilwiderstände bei großen Bruchlasten. Die Korrelation des Bemessungsmodells mit  $\Phi = 0,93$  ist sehr hoch.

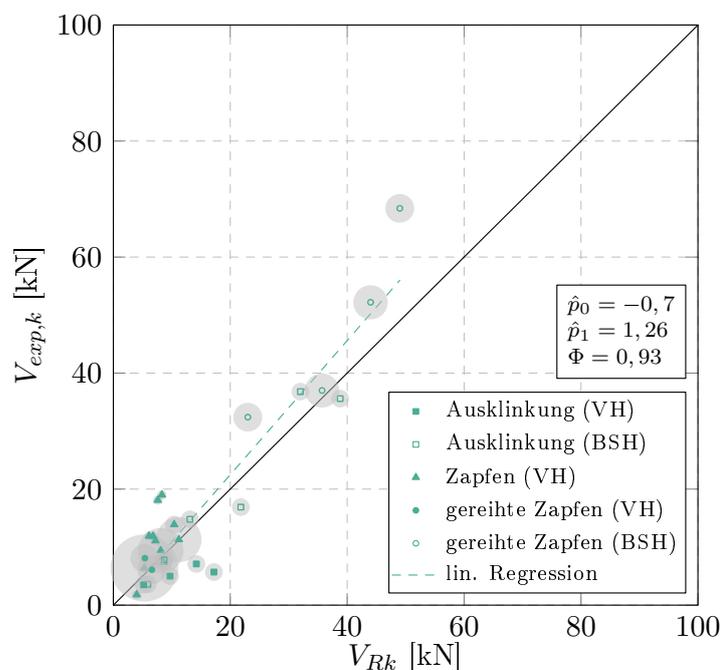


Abbildung 8.4: Gegenüberstellung der charakteristischen Bemessungswerte mit charakteristischen Bauteilwiderständen von experimentellen Versuchsserien an ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfenverbindungen und gereihten Zapfenverbindungen

## 8.5 Diskussion

Basierend auf den entwickelten Modellen wurden über eine Zuverlässigkeitsanalyse die wesentlichen Bemessungsparameter für Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen abgeleitet. Dadurch ist es möglich die Zapfenverbindung und die gereichte Zapfenverbindung analog zu ausgeklinkten Trägersauflagern zu bemessen. Basierend auf dem Nachweis der fiktiven Schubspannungen nach dem Eurocode 5 wird primär der Faktor  $k_v$  zur Berücksichtigung der Anschlussgeometrie angepasst. Der Proportionalitätsfaktor  $k_n$  berücksichtigt zudem die Streuung der Materialparameter und die Modellunsicherheiten, um das erforderliche Sicherheitsniveau zu erbringen.

In Abbildung 8.4 werden die Bemessungswerte der Tragfähigkeit von Zapfenverbindungen und gereichten Zapfenverbindungen den experimentellen Bruchlasten gegenübergestellt. Durch die direkte Gegenüberstellung aller Anschlussgeometrien zeigt sich die deutliche Tragfähigkeitssteigerung durch die gereichte Zapfenverbindung. Der Tragwiderstand der klassischen Zapfenverbindung wird durch die große Streuung der experimentellen Bruchlasten und der Materialparameter von Vollholz stark reduziert. Bei den gereichten Zapfenverbindungen wirkt sich die geringere Streuung der Versuchsergebnisse positiv auf die Zuverlässigkeit des Modells aus, sodass teilweise doppelt so hohe Tragwiderstände der Verbindung erreicht werden können.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Unterschiedliche Typen von Holzverbindungen zeigen stets die gleichen Versagensformen durch die Einleitung von Kräften in das Holz. Bei Holz-Holz-Verbindungen werden die Kräfte zwischen Holzbauteilen über den Kontakt zweier Flächen übertragen. Dies gilt für historische Verbindungen, sowie für moderne Verbindungen, welche durch CNC-Abbund hergestellt wurden. Die Versagensformen, welche in Kapitel 2 zusammengefasst wurden, können stets über ein Spannungskriterium oder über die Anwendung der Bruchmechanik in Form eines bautechnischen Nachweises berücksichtigt werden. Zur Beschreibung des Rissfortschritts gibt es eine Vielzahl von analytischen und numerischen Rechenmodellen, welche in Kapitel 4 vorgestellt wurden.

Auf Grundlage der traditionellen, liegenden Zapfenverbindung wurde in Kapitel 5 die gereimte Zapfenverbindung entwickelt. Durch das Herausarbeiten mehrerer Zapfen am Balkenende entstehen mehrere Flächen für die Kraftübertragung zwischen Haupt- und Nebenträger. Durch die verteilte Kraftübertragung sind mehrere potentielle Rissebenen vorstellbar. Eine Optimierung der Anschlussgeometrie, mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode in CLAUS & SEIM [Clau18], ermöglichte eine signifikante Erhöhung der Bruchlast in experimentellen Untersuchungen gegenüber der traditionellen Zapfenverbindung bei gleicher Bauteilabmessung.

Für die optimierte Anschlussgeometrie der gereimten Zapfenverbindung wurden unterschiedliche Einbauvarianten im Entwurf berücksichtigt und experimentell untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass eine Verstärkung der maßgeblichen Rissebenen mit Vollgewindeschrauben an Haupt- und Nebenträger keine signifikante Steigerung der Bruchlast mit sich bringt. Bei Untersuchungen an größeren Balkenquerschnitten aus Brettschichtholz konnte die Bruchlast mit sieben Zapfen nochmals verdoppelt werden. Obwohl es sich um ein sprödes Versagen der Verbindung handelt, konnten, bei Bauteilen aus Brettschichtholz, durch die Verteilung der Spannungen, sehr geringe Streuungen der Bruchlasten im Vergleich zu ausgeklinkten Trägersauflagern oder der liegenden Zapfenverbindung erzielt werden. Durch die Verstärkung der Rissebenen kann diese Streuung nochmals verringert werden.

Durch die Auswertung der Verzerrungen an den Rissebenen konnte gezeigt werden, dass Querspannungen sowie Schubspannungen in Modus I und Modus II auftreten, welche das Versagen herbeiführen. Das Versagen von Zapfenverbindungen und gereimten Zapfenverbindungen wird durch die kritische Rissentwicklung unterhalb der Zapfen in Richtung der Holzfaser eingeleitet.

Die Rissentwicklung an Zapfen und ausgeklinkten Trägersauflagern ist vergleichbar, sodass sich für die Berechnung von Bruchlasten das analytische Konzept der Energiebilanz, sowie die Finite-Elemente-Methode mit Kohäsivzonen oder mit  $J$ -Integral eignen. In Kapitel 6 und 7 dieser Arbeit wurden die drei verschiedenen Berechnungskonzepte weiterentwickelt und auf die Zapfenverbindung und die gereimte Zapfenverbindung angewendet.

Die Finite-Elemente-Methode mit Kohäsivzonen ermöglicht die Beschreibung des Bruchverhaltens in definierten Elementen in der potentiellen Rissebene. Beim Erreichen der kombinierten Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  in Modus I und II in den Kohäsivelementen wird das

Versagenskriterium erreicht. Das Ergebnis der Berechnung ist die Simulation der Rissentwicklung, wodurch eine realitätsnahe Last-Verformungskurve, sowie die Bruchlast, bestimmt werden kann. Über die berechnete Bruchlast verschiedener Modelle konnte die Anschlussgeometrie der Zapfen optimiert und der Einfluss von Passungenauigkeiten im Anschluss identifiziert werden.

In Kapitel 6 konnte das  $J$ -Integralmodell auf Grundlage der FEM weiterentwickelt werden, um die Bruchlast von Riss behafteten Strukturen unter Beanspruchung des Modus I und II zu ermitteln. Durch die von FRANKE [Fran08] definierte kombinierte Bruchenergie  $G_c^{I+II}$  konnte, ohne die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren, die Bruchlast von ausgeklinkten Trägersauflagern, Zapfen und gereihten Zapfenverbindungen bestimmt werden. Eine umfangreiche Parameteranalyse bestätigte diese Methode als zuverlässiges Werkzeug. Aufgrund der einfachen Ermittlung des  $J$ -Integrals im Bereich der Rissspitze über die Spannungen und Verzerrungen konnten umfangreiche Studien zum Einfluss der wesentlichen geometrischen Parametern von ausgeklinkten Trägersauflagern und Zapfenverbindungen erstellt werden. Ergebnis der Analyse war die Entwicklung eines vereinfachten Modells zur Berechnung der Bruchlast von Zapfen- und gereihten Zapfenverbindungen.

Das letztendlich in Kapitel 8 vorgeschlagene Bemessungskonzept für Zapfen- und gereichte Zapfenverbindungen basiert auf dem Konzept der Energiebilanz. Das von GUSTAFSSON [Gust88] vorgeschlagene und von LARSEN ET AL. [Lars92] angepasste Modell für die Bemessung von unten ausgeklinkten Trägersauflagern konnte in dieser Arbeit auf die Geometrie von Zapfenverbindungen übertragen werden. Der Vergleich experimenteller und berechneter Mittelwerte von Bruchlasten zeigte hier die beste Übereinstimmung. Die analytische Berechnung der Bruchlast ermöglichte die Entwicklung eines Bemessungskonzeptes unter Berücksichtigung aller wesentlichen Materialparameter und geometrischen Abmessungen. Über die Anwendung der Zuverlässigkeitsanalyse auf die entwickelten Berechnungsmodelle von Zapfen- und gereihten Zapfenverbindungen konnten die wesentlichen Bemessungsparameter zur Ermittlung charakteristischer Tragfähigkeiten ermittelt werden. Unter Anwendung der gewonnen Proportionalitätskonstanten  $k_n$  in Abhängigkeit der Materialparameter für Brettschichtholz und Nadelvollholz, ist die Integration der Tragfähigkeitsnachweise für Zapfen und gereichte Zapfen in die Formulierung für ausgeklinkte Trägerenden nach [DIN EN 1995-1-1] möglich.

Um ein vollständiges Bemessungsmodell für ausgeklinkte Trägersauflager, Zapfenverbindungen und gereichte Zapfenverbindungen zu erhalten, ist es notwendig experimentelle Untersuchungen an allen Holzwerkstoffen durchzuführen. Materialien, welche hohe Querkzugfestigkeiten und hohe spezifische Bruchenergien aufweisen, wie etwa querverleimtes Furnierschichtholz aus Fichte oder Buche, können einen wesentlichen Beitrag zur Anwendung von formschlüssigen Kontaktverbindungen liefern.

Die Bemessung der Bruchlast von CNC-gefertigten Schwalbenschwanzzapfen orientiert sich in den bauaufsichtlichen Zulassungen bereits an der Formulierung des Eurocode 5. Eine Zusammenfassung und Auswertung der experimentellen Ergebnisse an Schwalbenschwanzverbindungen würde das vorgeschlagene Bemessungsmodell um diesen Verbindungstyp erweitern, um ein einheitliches Bemessungskonzept unter Berücksichtigung der Modellsicherheiten und der Materialstreuungen zu ermöglichen.

Die Untersuchungen dieser Arbeit haben gezeigt, dass die Versagensformen von Kontaktverbindungen zwischen Holzbauteilen eindeutig zuzuordnen sind. Da es sich um wiederkehrende Versagensformen handelt, welche in der Literatur weitestgehend untersucht wurden, lässt sich für alle Formen des Holzversagens ein anwendbares Berechnungsmodell

---

entwickeln.

Der Entwurf anwendungsorientierter Kontaktverbindungen sollte weiter Bestandteil der Forschung sein, um die positiven Eigenschaften des Holzes und der Holzwerkstoffe besser ausnutzen zu können. Als Beitrag zur weiteren Forschung konnte die Formoptimierung mittels der Finite-Elemente-Methode, unter Anwendung des  $J$ -Integrals, als wirksames Werkzeug entwickelt werden, um den Kraftfluss in der Bauteilgeometrie zu steuern, um das Bauteilverhalten weiter zu verbessern.



## 10 Summary and Outlook

Different types of timber connections show similar failure mechanism. In timber-to-timber joints loads are transferred via contact between the timber members. This is valid for historical as well as for modern timber joints. The decisive failure modes, which are carved out in chapter 2, could be determined due the analysis of linear stresses or by the application of fracture mechanics. For each failure mode, theoretical background exists in the current codes. Many models, based on analytical and numerical determination of the fracture process were discussed in chapter 4.

Based on the traditional mortise and timber joint the multiple tenon connection was developed and experimentally investigated in chapter 5. Two or more tenons enable to distribute the total shear force into multiple contact forces. Thus, several crack layers might be possible. An optimised connection geometry could be developed by applying FE-based optimisation process. The result was a three times higher capacity compared to the single tenon geometry. Furthermore, different modifications were applied to improve the mounting process for the optimised multiple tenon geometry. Reinforcement with self-tapping screws leads to lower spreading of the maximum shear forces but not to a significant higher load bearing capacity. The capacity was increased once more with increasing dimensions of the timber beams when using glued laminated timber.

A detailed analysis of the strains and stresses in the crack area showed the influence of shear and transversal tensions stresses in mode I and II on the fracture process. Thus, fracture of the multiple tenons is comparable to the fracture of end-notched beams.

Due to the comparability with end-notched beams, tenons could be structurally analysed by the energy-based approach and by the application of the finite element method (FEM) with cohesive zones or the application of  $J$ -integral. In chapter 6 and 7 all three methods were evolved and applied on the mortise and tenon as well on the multiple tenon geometry. The cohesive zone model based on FEM was used to describe fracture in the elements of the possible crack layers. Fracture is induced by exceeding the specific fracture energy  $G_c^{I+II}$  in mode I and mode II. Due to the fracture, the crack growth and the realistic deformation behaviour was simulated. The fracture load was defined as the maximum load bearing capacity before the instable crack growth occur. A comparison of the fracture loads of different models was used to estimate the behaviour of the reinforced tenon connection. In CLAUS & SEIM [Clau18] the decrease of load capacity was carved out when little gaps between mortise and tenon appears.

A second FE model was used to determine the failure load by evaluating the  $J$ -integral around the crack tip. The fracture criteria is reached, when the  $J$ -integral exceeds the value of the specific fracture energy  $G_c^{I+II} = 0,210 \text{ N/mm}^2$  derived by FRANKE [Fran08]. The  $J$ -integral is calculated out of the strains and stresses in a linear elastic model with predefined cracks. Thus, the computational time is neglectable and the tool is efficient for the analysis of geometric parameters. After reliability and sensitivity of the model was checked, a parametric study was performed to carve out the main influences of the geometric dimensions and relations.

The results of the parametric study were used to set up an simplified resistance model based on the decisive geometrical values.

The finally proposed model to design tenons and multiple tenons is documented in chapter 7. The model is based on the energy conservation which was first developed by GUSTAFSSON [Gust88] and completed by LARSEN ET AL. [Lars92] to transfer it to a design equation in the Eurocode 5. All principles of the energy-based method were applied on the mortise and tenon joint and the multiple tenon connection by making mechanical consistent assumptions of the crack propagating which were extracted from the experimental results and the FE analysis. The formulation according to Gustafssons proposal includes all decisive material properties and geometrical dimensions of the tenons.

All four models – FE with cohesive zones and  $J$ -integral, simplified resistance model and energy based model – were compared in chapter 8 and showed very good results based of the experimental failure loads of multiple tenon connections.

In the end of chapter 8, a reliability analysis was performed to determine the main design parameters for tenons and multiple tenon connections on the characteristic design level in order to the formulation of Eurocode 5. The design parameter  $k_n$  considers the spreading of the material properties as well as the model uncertainties. The adaption of the full design model enables the integration of the tenon geometries into the Eurocode 5.

A complete design model for end-notched beams, tenons and multiple tenons joints requires more experimental investigations of different timber products. Materials, which show high transversal tension strength together with a high specific fracture energy - for example crossed laminated veneer lumber in softwood or hardwood (beech LVL) - are able to contribute to the application of more timber-to-timber connections.

Currently, the design of CNC-manufactured dovetail connection is also referring to the Eurocode 5. A collection of all experimental results under the application of a reliability analysis could extend the given design proposal as well. Consequently, the spreading of material properties and the model uncertainties could be considered appropriate.

It was carved out, that the failure of timber-to-timber connections could be assigned clearly to one of the announced failure modes. The failure modes of timber were all described comprehensively in the literature. Modification of the models is possible as shown by the application on the multiple tenons connection. For the structural design, the  $J$ -integral model seems to be a promising tool to forecast the fracture loads depending of the individual joint geometries .

# Literaturverzeichnis

- [Abaq12] Abaqus 6.12-3 - Dassault Systèmes Simulia Corporation. *Abaqus 6.12-3*. Dassault Systèmes Simulia Corporation, 2012.
- [Aich02] S. Aicher, P. J. Gustafsson, P. Haller und H. Petersson. *Fracture mechanics models for strength analysis of timber beams with a hole or a notch – A report of RILEM TC-133*. Lund, Schweden: Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, 2002.
- [Aich94] S. Aicher. *Bruchenergien, kritische Energiefreisetzungsraten und Bruchzähigkeiten von Fichte bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Faserrichtung*. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 52.6 (1994), Seiten 361–370.
- [Aich97] S. Aicher, L. Boström, M. Gierl, D. Kretschmann und G. Valentin. *Determination of Fracture Energy of Wood in Mode II: RILEM TC 133 Report*. Boras, Schweden: SP Swedish National Testing and Research Institute, 1997.
- [Asiz08] A. Asiz und I. Smith. *Design of inclined glulam members with an end notch on the tension face*. In: *Proc. of CIB-W18/41*. Band 41-6-1. St. Andrews, Kanada, 2008.
- [Augu11] M. Augustin. *Prüftechnik und Modellbildung für HT/NT - Systemverbinder*. In: *17. Internationales Holzbau-Forum*. Garmisch-Partenkirchen, Deutschland, 2011.
- [Blaß01] H. J. Blaß und M. Schmid. *Querzugfestigkeit von Vollholz und Brettschichtholz*. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 58.6 (2001), Seiten 456–466.
- [Blaß04a] H.-J. Blaß, J. Ehlbeck, H. Kreuzinger und G. Steck. *Erläuterungen zu DIN 1052: 2004-08: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken*. 1. Aufl., Stand: 2004. Informationsdienst Holz. München: DGfH Innovations- und Service, 2004.
- [Blaß04b] H.-J. Blaß und R. Görlacher. *Compression perpendicular to the grain*. In: *Proc., 8th World Conf. on Timber Engineering: WCTE 2004, Lahti, Finland*. Band 2. Lahti, Finnland, 2004, Seiten 435–440.
- [Blaß06] H.-J. Blaß, I. Beijtkka und T. Uibel. *Tragfähigkeit von Verbindungen mit selbstbohrenden Holzschrauben mit Vollgewinde*. Band 4. Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau. Karlsruhe, 2006.
- [Blaß18] H. J. Blaß und L. Windeck. *Versuche an Schwalbenschwanz - Zapfenverbindungen mit Furnierschichtholz aus Nadelholz zur Erweiterung der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung Nr. Z-9.1-649*. Forschungsbericht. Karlsruhe, Deutschland: Karlsruher Institut für Technologie, 2018.

- [Bort02] O. Borth. *Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen an Trägern aus Voll- und Brettschichtholz im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik*. Dissertation. Weimar, Deutschland: Bauhaus Universität, 2002.
- [Chan06] W.-S. Chang, M.-F. Hsu und K. Komatsu. *Rotational performance of traditional Nuki joints with gap I: theory and verification*. In: *Journal of wood science* 52.1 (2006), Seiten 58–62.
- [Cher67] G. P. Cherepanov. *The Propagation of Cracks in a Continuous Medium*. In: *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 31.3 (1967), Seiten 503–512.
- [Clau16] T. Claus, W. Seim und B. Schröder. *Multiple tenons - Experimental study on load-bearing capacity and deformation characteristics*. In: *Proc., 14th World Conf. on Timber Engineering*. Wien, Österreich, 2016.
- [Clau18] T. Claus und W. Seim. *Development of the multiple tenon timber connection based on experimental studies and FE simulation*. In: *Engineering Structures* 173 (2018), Seiten 331–339.
- [Cour06] J.-L. Coureau, P. J. Gustafsson und K. Persson. *Elastic layer model for application to crack propagation problems in timber engineering*. In: *Wood science and technology* 40.4 (2006), Seiten 275–290.
- [Denz07] J. K. Denzler und P. Glos. *Determination of shear strength values according to EN 408*. In: *Materials and Structures* 40.1 (2007), Seiten 79–86.
- [Diet05] P. Dietsch. *Development of a finite-element model for parameter studies of a dovetail connection*. Diplomarbeit. Fachgebiet Holzbau, Technische Universität, München, 2005.
- [Diet15] P. Dietsch und R. Brandner. *Self-tapping screws and threaded rods as reinforcement for structural timber elements—a state-of-the-art report*. In: *Construction and Building Materials* 97 (2015), Seiten 78–89.
- [Eber02] J. Eberhardsteiner. *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz: Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften*. Wien, Österreich: Springer-Verlag, 2002.
- [Eise15] L. Eisenhut. *Geklebter Verbund aus Holz und hochfestem Beton - Untersuchungen zum Langzeitverhalten*. Dissertation. Kassel, Deutschland: Universität Kassel, 2015.
- [Ende15] M. Enders-Comberg. *Leistungsfähige Verbindungen des Ingenieurholzbaus - Einsatzmöglichkeiten für Nadel- und Laubholz*. Dissertation. Karlsruhe, Deutschland: Karlsruher Institut für Technologie, 2015.
- [Fech20] S. Fecht. *Festigkeit und Dauerhaftigkeit von lasttragenden geklebten Holz-Glas-Verbindungen im Bauwesen*. Dissertation. Kassel, Deutschland: Universität Kassel, 2020.

- [Feio05] A. O. Feio. *Inspection and diagnosis of historical timber structures: NDT correlations and structural behaviour*. Dissertation. Minho, Portugal: University of Minho, 2005.
- [Foli92] G. C. Foliente, T. E. McLain und F. C. Pneuman. *Draft design criteria for notched wood beams*. In: *Wood Design Focus* 3.4 (1992), Seiten 3–8.
- [Fons89] M. Fonselius und K. Riipola. *Determination of Mode II fracture toughness  $K_c^{II}$  for wood*. Forschungsbericht (finnisch). Espoo, Finnland, 1989.
- [Fons92] M. Fonselius und K. Riipola. *Determination of fracture toughness for wood*. In: *Journal of Structural Engineering* 118.7 (1992), Seiten 1727–1740.
- [Fran08] B. Franke. *Zur Bewertung der Tragfähigkeit von Trägersausklinkungen in Nadelholz*. Dissertation. Weimar, Deutschland: Bauhaus Universität, 2008.
- [Gern00] M. Gerner und H.-J. Möhn. *Entwicklung der Holzverbindungen - Forschungs- und Untersuchungsergebnisse*. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 2000.
- [Glos03] P. Glos und J. Denzler. *Characteristic shear strength values based on tests according to EN1193*. In: *Proc. of CIB-W18/36*. Band 36-6-1. Colorado, USA, 2003.
- [GOM 11] GOM Gesellschaft für optische Messtechnik. *PONTOS Software Version 6.3*. Braunschweig: GOM Messtechnik, 2011.
- [Görl91] R. Görlacher und M. Kromer. *Tragfähigkeit von Versatzanschlüssen in historischen Holzkonstruktionen*. In: *Bauen mit Holz* 93.3 (1991), Seiten 164–169.
- [Grau16] W. Graubner und W. Grunder. *Holzverbindungen: Gegenüberstellungen japanischer und europäischer Lösungen*. 2. Auflage. München: Deutsche Verlags-Anstalt, 2016.
- [Grif21] A. A. Griffith. *The phenomena of rupture and flow in solids*. In: *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character* 221 (1921), Seiten 163–198.
- [Gros11] D. Gross und T. Seelig. *Bruchmechanik: Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. 5., erw. Aufl. Heidelberg, Deutschland: Springer-Verlag, 2011.
- [Gust88] P. J. Gustafsson. *A study of strength of notched beams*. In: *Proc. of CIB-W18/21*. Band 21-10-1. Parksville, Kanada, 1988.
- [Gust98] P. J. Gustafsson, P. Hoffmeyer und G. Valentin. *DOL behaviour of end-notched beams*. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 56.5 (1998), Seiten 307–317.
- [Hahn12] B. Hahn, T. Vallée, B. Stamm und Y. Weinand. *Experimental investigations and probabilistic strength prediction of linear welded double lap joints composed of timber*. In: *International journal of adhesion and adhesives* 39 (2012), Seiten 42–48.

- [Heim88] B. Heimeshoff, W. Schelling und E. Reyer. *EGH Bericht - Zimmermannsmäßige Holzverbindungen*. München, Deutschland, 1988.
- [Heim89] B. Heimeshoff und N. Köhler. *Untersuchung über das Tragverhalten von zimmermannsmäßigen Holzverbindungen: Forschungsbericht*. München: IRB-Verlag, 1989.
- [Henr84] D. Henrici. *Beitrag zur Spannungsermittlung in ausgeklinkten Biegeträgern aus Holz*. Dissertation. München, Deutschland: Technische Universität München, 1984.
- [Hink88] F.-J. Hinkes. *Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Zapfenverbindungen*. Düsseldorf, 1988.
- [Hoch00] M. Hochstrate. *Untersuchungen zum Tragverhalten von CNC gefertigten Schwalbenschwanzverbindungen*. Diplomarbeit. Hildesheim, Deutschland: FH Hildesheim, 2000.
- [Hömm88] H. Hömmerich. *Holzarchitektur im Detail: Traditionelle und neuzeitliche Holzverbindungen*. Köln, Deutschland: Verlagsgesellschaft Rudolf Müller, 1988.
- [Irwi57] G. R. Irwin. *Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate*. In: *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME* 1957.Vol. E24 (1957), Seiten 351–369.
- [Jock11] R. Jockwer, R. Steiger, A. Frangi und J. Köhler. *Impact of material properties on the fracture mechanics design approach for notched beams in Eurocode 5*. In: *Proc. of CIB-W18/44*. Band 44-6-1. Alghero, Italy, 2011.
- [Jock13] R. Jockwer, R. Steiger und A. Frangi. *State-of-the-art review of approaches for the design of timber beams with notches*. In: *Journal of Structural Engineering* 140.3 (2013).
- [Jock15] R. Jockwer. *Structural behaviour of glued laminated timber beams with unreinforced and reinforced notches*. Dissertation. Zürich, Schweiz: ETH Zürich, 2015.
- [Joha49] K. W. Johansen. *Theory of timber connections*. In: *Int Assoc Bridge Struct Eng* 9 (1949), Seiten 249–262.
- [Käst20] M. Kästner. *Zum Tragverhalten von Polymermörtel-Klebeverbindungen für die Anwendung bei Straßenbrücken in Holz-Beton-Verbund-bauweise*. Dissertation. Weimar, Deutschland: Bauhaus Universität, 2020.
- [Keun08] D. Keunecke, S. Hering und P. Niemz. *Three-dimensional elastic behaviour of common yew and Norway spruce*. In: *Wood science and technology* 42.8 (2008), Seiten 633–647.
- [Koch11] H. Koch. *Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten historischer Holztragwerke – Der abgestirnte Zapfen*. Dissertation. Kassel, Deutschland: Universität Kassel, 2011.

- [Koch13] H. Koch, L. Eisenhut und W. Seim. *Multi-mode failure of form-fitting timber connections—Experimental and numerical studies on the tapered tenon joint*. In: *Engineering Structures* 48 (2013), Seiten 727–738.
- [Köhl07] J. Köhler, J. D. Sørensen und M. H. Faber. *Probabilistic modeling of timber structures*. In: *Structural Safety* 29.4 (2007), Seiten 255–267.
- [Kolb10] J. Kolb. *Holzbau mit System: Tragkonstruktion und Schichtaufbau der Bauteile*. 3. Aufl. Basel: De Gruyter, 2010.
- [Kret95] D. E. Kretschmann. *Effect of varying dimensions on tapered end-notched flexure shear specimen*. In: *Wood science and technology* 29.4 (1995), Seiten 287–293.
- [Kreu99] H. Kreuzinger und R. Spengler. *Untersuchungsbericht (LKI7313) - Zum Tragverhalten von machinell abgebundenen Zapfenverbindungen aus Konstruktionsvollholz zwischen Haupt- und Nebenträger*. München: Institut für Tragwerksbau, TU München, 1999.
- [Kuil14] J.-W. v. d. Kuilen, J. v. Otterloo, G. Ravenshorst und P. de Vries. *Load carrying capacity of large mortise and tenon joints in wooden mitre gates*. In: *Proc., 13th World Conf. on Timber Engineering*. Quebec, Kanada, 2014.
- [Kuna08] M. Kuna. *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2008.
- [Lars90] H. J. Larsen und P. J. Gustafsson. *The fracture energy of wood in tension perpendicular to the grain: Results from a joint testing project*. In: *Proc. of CIB-W18/23*. Band 23-19-2. Lisbon, Portugal, 1990.
- [Lars92] H. J. Larsen, H. Riberholt und P. J. Gustafsson. *Annex to paper CIB-W18/25-102-1: Eurocode 5 - Design of notched beams*. In: *Proc. of CIB-W18/25*. Band 25-102-1A. Åhus, Schweden, 1992.
- [Loge92] M. Logemann und W. Schelling. *Die Bruchzähigkeit von Fichte und ihre wesentlichen Einflußparameter: Untersuchungen im Mode-2*. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 50.1 (1992), Seiten 117–121.
- [Masu96] M. Masuda. *Application of the Finite Small Area Fracture Criteria to Bending of Beams with End Sloped Notches*. In: *Proceedings of the International Wood Engineering Conference*. Band 4. 1996, Seiten 136–143.
- [Math11] Mathematica 8.0.1.0 - Wolfram. *Mathematica 8.0.1.0*. Wolfram Research, 2011.
- [Meis15] A. Meisel. *Historische Dachwerke*. Dissertation. Graz, Österreich: Technische Univesität Graz, 2015.
- [Möhl78] K. Möhler und H.-L. Mistler. *Untersuchungen über den Einfluss von Ausklinkungen im Auflagerbereich von Holzbiegeträgern auf die Tragfestigkeit*. Band F1504. Bau und Wohnforschung. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 1978.

- [Möhl79] K. Möhler und L. Mistler. *Ausklinkungen am Endauflager von Biegeträgern*. In: *Holzbau-Statik-Aktuell, Folge 4* (1979).
- [Murp86] J. F. Murphy. *Strength and stiffness reduction of large notched beams*. In: *Journal of Structural Engineering* Vol.112, No. 9 (1986), Seiten 1989–2000.
- [Neuh81] H. Neuhaus. *Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit*. Dissertation. Bochum, Deutschland: Ruhr-Universität Bochum, 1981.
- [Niem17] P. Niemz und W. Sonderegger. *Holzphysik: Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Carl Hanser Verlag, 2017.
- [Norr62] C. Norris. *Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses*. Report. Madison, Wisconsin: United States department of agriculture, 1962.
- [Oudj16] M. Oudjene, V.-D. Tran, E.-M. Meghlat und H. Ait-Aider. *Numerical Models for Self-Tapping Screws as Reinforcement of Timber Structures and Joints*. In: *Proc., 14th World Conf. on Timber Engineering*. Wien, Österreich, 2016.
- [Pari00] M. A. Parisi und M. Piazza. *Mechanics of plain and retrofitted traditional timber connections*. In: *Journal of Structural Engineering* 126.12 (2000), Seiten 1395–1403.
- [Put90] T. v. d. Put. *Tension perpendicular to the grain at notches and joints*. In: *Proc. of CIB-W18/23*. Band 23-10. Lisbon, Portugal, 1990.
- [Quen00] J. H. P. Quenneville und M. Mohammad. *On the failure modes and strength of steel-wood-steel bolted timber connections loaded parallel-to-grain*. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 27.4 (2000), Seiten 761–773.
- [Ribe91] H. Riberholt, B. Enquist, P. J. Gustafsson und R. B. Jensen. *Timber beams notched at the support*. Report. Lyngby, Denmark: Denmark's Tekniske Hojskole, 1991.
- [Rice68] J. R. Rice. *A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks*. In: *Journal of applied mechanics* 35.2 (1968), Seiten 379–386.
- [Riip90] K. Riipola. *Dimensioning of beams with cracks, notches and holes: An application of fracture mechanics*. In: *Proc. of CIB-W18/23*. Band 23-10-2. Lisbon, Portugal, 1990.
- [Riip95] K. Riipola. *Timber Beams with Holes: Fracture Mechanics Approach*. In: *Journal of Structural Engineering* 121.2 (1995), Seiten 225–239.
- [Ring17] A. Ringhofer. *Axially Loaded Self-Tapping Screws in Solid Timber and Laminated Timber Products*. Dissertation. Graz, Österreich: Technische Univesität Graz, 2017.

- [Sche85] W. Schelling und F.-J. Hinkes. *Tragverhalten von Zapfenverbindungen: Untersuchungen durchgeführt im Auftrage der Entwicklungsgemeinschaft Holzbau (EHG) in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung e.V. (DGfH) und des Instituts für Bautechnik (IfBT)*. IRB-Verlag, 1985.
- [Schi01] G. Schickhofer. *Determination of Shear Strength Values for GLT using Visual and Machine Graded Spruce Laminations*. In: *Proc. of CIB-W18/34*. Band 34-12-6. Venice, Italy, 2001.
- [Schi14] G. Schickhofer u. a. *Holz-Holz-Verbindungen: Mechanisches Verhalten von Holz-Holz-Verbindungen in historischen und modernen Holztragwerken*. Graz: Schickhofer, G, 2014.
- [Schm08] J. Schmidt und M. Kaliske. *Numerische Analyse des Versagens von Strukturen aus Holz*. In: *Bauingenieur* 83 (2008), Seiten 459–467.
- [Shan05] J. D. Shanks und P. Walker. *Experimental performance of mortice and tenon connections in green oak*. In: *Structural Engineer* 83.17 (2005), Seiten 40–45.
- [Smit93] I. Smith und G. Springer. *Consideration of Gustafsson's proposed Eurocode 5 failure criterion for notched timber beams*. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 20.6 (1993), Seiten 1030–1036.
- [Søre02] J. D. Sørensen. *Calibration of partial safety factors in Danish structural codes*. In: *JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration, ETH Zürich, Schweiz*. 2002.
- [Tan95] D. M. Tan, S. E. Stanzl-Tschegg und E. K. Tschegg. *Models of wood fracture in Mode I and Mode II*. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 53.3 (1995), Seiten 159–164.
- [Tann08] T. Tannert. *Structural performance of rounded dovetail connections*. Dissertation. Vancouver, Kanada: University of British Columbia, 2008.
- [Tann12] T. Tannert, T. Vallée und S. Hehl. *Probabilistic strength prediction of adhesively bonded timber joints*. In: *Wood science and technology* 46.1-3 (2012), Seiten 503–513.
- [Tann16] T. Tannert. *Improved performance of reinforced rounded dovetail joints*. In: *Construction and Building Materials* 118 (2016), Seiten 262–267.
- [Vrou01] T. Vrouwenvelder und M. Faber. *The JCSS probabilistic model code: Part III: Resistance Models*. 2001.
- [Weib51] W. Weibull. *A statistical distribution function of wide applicability*. In: *Journal of applied mechanics* 18.3 (1951), Seiten 293–297.
- [Wolf16] F. Wolfthaler und M. Augustin. *Development of a measurement screw and application for laboratory tests and building monitoring*. In: *Proc., 14th World Conf. on Timber Engineering*. Wien, Österreich, 2016.

- [Wu67] E. M. Wu. *Application of fracture mechanics to anisotropic plates*.  
In: *Journal of applied mechanics* 34.4 (1967), Seiten 967–974.

## Normenverzeichnis

- [AITC-TN-19] AITC Technical Note 19. *Guidelines for Evaluation of holes and notches in structural glued laminated timber beams - American Institute of Timber Construction*. Tigard, Oregon, USA, 2012.
- [CSA 086] CSA 086-09. *Engineering Design in Wood - Canadian Standards Association*. Mississauga, Ontario, Canada, 2009.
- [DIN 1052] DIN 1052-1. *Holzbauwerke; Berechnung und Ausführung*. 1988.
- [DIN EN 1194] DIN EN 1194. *Holzbauwerke - Brettschichtholz - Festigkeitsklassen und Bestimmung charakteristischer Werte; Deutsche Fassung EN 1194:1999*. 1999.
- [DIN EN 14080] DIN EN 14080. *Holzbauwerke - Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen; Deutsche Fassung EN 14080:2013*. 2013.
- [DIN EN 14358] DIN EN 14358. *Holzbauwerke – Berechnung und Kontrolle charakteristischer Werte; Deutsche Fassung EN 14358:2016*. 2016.
- [DIN EN 1990] DIN EN 1990. *Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010*. 2010.
- [DIN EN 1995-1-1] DIN EN 1995-1-1. *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004 + AC:2006 + A1:2008*. 2012.
- [DIN EN 1995-1-1NA] DIN EN 1995-1-1/NA. *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*. 2013.
- [DIN EN 26891] DIN EN 26891. *Holzbauwerke; Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln; Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens (ISO 6891:1983); Deutsche Fassung EN 26891:1991*. 1991.
- [DIN EN 338] DIN EN 338. *Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen; Deutsche Fassung EN 338:2016*. 2016.
- [DIN EN 408] DIN EN 408. *Holzbauwerke - Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz - Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften; Deutsche Fassung EN 408:2010+A1:2012*. 2012.
- [DIN EN ISO 12737] DIN EN ISO 12737. *Metallische Werkstoffe - Bestimmung der Bruchzähigkeit (ebener Dehnungszustand) (ISO 12737:2010); Deutsche Fassung EN ISO 12737:2010*. 2011.

- [ETA-11-0190]      ETA-11/0190. *Selbstbohrende Schrauben als Holzverbindungsmitel (Würth) - Europäische Technische Zulassung.* Berlin, 2013.
- [ETA-11-0452]      ETA-11/0452. *HECO-Unix-plus und HECO-UNIX-top Schrauben als Holzverbindungsmitel - Europäische Technische Zulassung.* Berlin, 2011.
- [ETA-12-0114]      ETA-12/0114. *Selbstbohrende Schrauben als Holzverbindungsmitel in tragenden Holzkonstruktionen (SPAX) - Europäische Technische Zulassung.* Berlin, 2012.
- [Z-9 1-649]        Z-9.1-649. *Schwalbenschwanz-Verbindung in Bauteilen - Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung.* Berlin, 2018.
- [Z-9 1-838]        Z-9.1-838. *Furnierschichtholz aus Buche zur Ausbildung stabförmiger und flächiger Tragwerke Platte BauBuche S und Platte BauBuche Q - Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung.* Berlin, 2018.

# A Experimentelle Untersuchungen aus der Literatur

## A.1 Experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern

Tabelle A.1: Experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern

n	Material	$b$ mm	$h$ mm	$h_{ef}$ mm	$\alpha$ -	$\beta$ -	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$V_{max}$ kN	COV %	$\tau_{max}$ N/mm <sup>2</sup>	$A'^a$ N/ $\sqrt{mm^3}$
MÖHLER & MISTLER [Möhl78]											
6	NH	32	120	110,0	0,92	0,25	510	8,3	11	2,4	15,0
27	NH	32	120	100,0	0,83	0,25	510	6,2	15	1,9	16,0
43	NH	32	120	90,0	0,75	0,25	510	4,8	19	1,7	17,0
14	NH	32	120	79,9	0,67	0,25	510	3,9	18	1,5	17,0
10	NH	32	120	70,0	0,58	0,25	510	3,4	18	1,5	18,0
49	NH	32	120	60,0	0,50	0,25	510	3,1	18	1,6	20,0
10	NH	32	120	40,0	0,33	0,25	510	1,9	16	1,5	20,0
5	BSH	100	600	550,2	0,92	0,42	470	110,0	13	2,0	33,0
4	BSH	100	600	499,8	0,83	0,42	470	80,5	28	1,6	36,0
4	BSH	100	600	450,0	0,75	0,42	470	39,6	12	0,9	24,0
4	BSH	100	600	399,6	0,67	0,42	470	34,4	16	0,9	26,0
4	BSH	100	600	300,0	0,50	0,42	470	22,5	7	0,8	26,0
CARLSSON ET AL. IN [GUST88]											
2	NH, KI	45	50	25,0	0,50	0,50	(467)	2,3	16	2,0	22,0
2	NH, KI	45	100	50,0	0,50	0,50	(467)	3,3	11	1,5	23,0
2	NH, KI	45	200	100,0	0,50	0,50	(467)	5,3	6	1,2	26,0
MURPHY [Murp86]											
2	BSH, DGA	79	305	213,5	0,70	2,5	-	7,8	8	0,5	29,0
2	BSH, DGA	79	305	213,5	0,70	5,5	-	4,0	2	0,2	30,0
2	BSH, DGA	79	457	319,9	0,70	2,5	-	9,6	10	0,4	29,0
1	BSH, DGA	79	457	319,9	0,70	5,5	-	4,0	-	0,2	24,0
GUSTAFSSON [Gust88]											
6	NH, KI	45	45	22,5	0,50	0,50	(467)	1,7	9	1,7	18,0
6	NH, KI	45	195	97,5	0,50	0,50	(467)	4,1	17	0,9	20,0
4	NH, KI	45	45	22,5	0,50	0,50	(467)	1,9	9	1,9	20,0
4	NH, KI	45	195	97,5	0,50	0,50	(467)	4,2	4	1,0	21,0
7	NH, KI	44	12	9,0	0,75	0,50	434	1,3	16	3,3	14,0
7	NH, KI	44	48	36,0	0,75	0,50	499	4,4	10	2,8	22,0
7	NH, KI	44	192	144,0	0,75	0,50	499	8,2	25	1,3	21,0
RIBERHOLT ET AL. [Ribe91]											
6	NH	45	95	23,8	0,25	0,33	390	1,5	24	1,4	20,0
6	NH	45	95	47,5	0,50	0,33	390	3,1	6	1,5	18,0
6	NH	45	95	71,3	0,75	0,33	390	7,1	48	2,2	21,0
6	NH	45	95	83,1	0,88	0,33	390	10,8	22	2,9	21,0
6	NH	45	95	47,5	0,50	0,66	390	2,3	19	1,1	19,0
6	NH	45	95	71,3	0,75	0,66	390	6,3	39	2,0	26,0

... Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle A.1: Experimentelle Untersuchungen an ausgeklinkten Trägersauflagern (Fortsetzung)

n		$b$	$h$	$h_{ef}$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$V_{max}$	COV	$\tau_{max}$	$A'^a$
-		mm	mm	mm	-	-	kg/m <sup>3</sup>	kN	%	N/mm <sup>2</sup>	N/ $\sqrt{mm^3}$
6	NH	45	195	97,5	0,50	0,16	385	4,6	11	1,0	15,0
6	NH	45	195	146,3	0,75	0,16	384	9,5	29	1,5	17,0
6	NH	45	195	97,5	0,50	0,16	392	4,3	16	1,0	14,0
6	NH	45	195	146,3	0,75	0,16	393	10,0	17	1,5	17,0
6	NH	85	185	92,5	0,50	0,17	387	10,4	14	1,3	18,0
6	NH	85	185	138,8	0,75	0,17	394	27,0	65	2,3	26,0
4	BSH	90	200	100,0	0,50	0,18	426	14,3	27	1,6	23,0
4	BSH	90	200	150,0	0,75	0,18	466	34,6	44	2,6	30,0
4	BSH	90	300	150,0	0,50	0,15	428	19,4	15	1,4	25,0
4	BSH	90	300	216,6	0,72	0,15	452	31,8	31	1,6	24,0
4	BSH	90	300	249,9	0,83	0,15	436	46,3	34	2,1	25,0
4	BSH	90	300	150,0	0,50	0,30	436	17,1	19	1,3	27,0
4	BSH	160	567	283,5	0,50	0,12	406	44,0	16	1,0	22,0
SMITH & SPRINGER [Smit93]											
4	NH	35	60	18,0	0,30	1,00	(425)	1,1	26	1,7	39,0
5	NH	35	60	48,0	0,80	1,00	(425)	6,81	9	4,1	48,0
3	NH	35	180	54,0	0,30	1,00	(425)	2,62	25	1,4	53,0
4	NH	35	180	144,0	0,80	1,00	(425)	16,75	9	3,3	69,0
MASUDA [Masu96]											
10	NH	30	85	74,4	0,88	0,24	534	12,4	15	5,5	34,0
9	NH	30	85	63,8	0,75	0,24	528	8,2	12	4,3	35,0
7	NH	30	85	53,1	0,63	0,24	534	6,4	22	4,0	38,0
7	NH	30	85	42,5	0,50	0,24	521	4,6	16	3,6	37,0
GUSTAFSSON ET AL. [Gust98]											
15	NH, C35	90	100	50,0	0,50	0,50	475	13,5	-	3,0	46,0
15	NH, C35	90	100	50,0	0,50	0,50	475	13,5	-	3,0	46,0
15	NH, C35	90	300	150,0	0,50	0,50	475	31,6	-	2,3	63,0
15	NH, C35	90	300	150,0	0,50	0,50	475	28,3	-	2,1	56,0
FRANKE [Fran08]											
5	NH, C24	40	80	70,0	0,88	0,44	480	8,2	21	2,9	21,0
15	NH, C24	40	80	60,0	0,75	0,44	480	5,1	19	2,1	21,0
15	NH, C24	40	80	50,0	0,63	0,44	480	3,2	19	1,6	19,0
5	NH, C24	40	80	40,0	0,50	0,44	480	2,6	23	1,6	21,0
4	BSH, GL24h	100	200	125,4	0,63	0,38	460	17,1	18	1,4	24,0
3	BSH, GL24h	100	200	175,0	0,88	0,38	460	43,3	6	2,5	27,0
4	BSH, GL24h	80	200	100,0	0,50	0,38	440	7,8	37	1,0	19,0
4	BSH, GL24h	80	200	137,6	0,69	0,38	440	14,2	13	1,3	21,0
4	BSH, GL24h	80	200	175,0	0,88	0,38	440	21,5	12	1,5	17,0
4	BSH, GL24h	80	160	80,0	0,50	0,47	440	6,3	17	1,0	19,0
4	BSH, GL24h	80	160	110,1	0,69	0,47	440	10,9	36	1,2	20,0
4	BSH, GL24h	80	160	140,0	0,88	0,47	440	19,0	33	1,7	18,0
ASIZ & SMITH [Asiz08]											
6	BSH	80	532	489,4	0,92	0,12	(420)	69,14	14	1,8	19,0
6	BSH	175	646	581,4	0,90	0,15	(420)	126,3	16	1,2	17,0
JOCKWER [Jock15]											
8	BSH, GL30c	90	315	204,8	0,65	0,48	(480)	28,3	12	1,1	36,0

<sup>a</sup> normierte Bruchlast aus JOCKWER [Jock11]  $A' = 1,5 \cdot \frac{V_{max}}{b\alpha h} \cdot \frac{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha - \alpha^2} + 0,8\beta \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}{\left( 1 + \frac{1,1i^{1,5}}{h} \right)}$

## A.2 Experimentelle Untersuchungen an Zapfenverbindungen aus Nadelvollholz

Tabelle A.2: Zusammenfassung der Ergebnisse an Zapfenverbindungen auf Grundlage der einzelnen Serien der experimentellen Prüfserien aus Tab.A.3

Serie	$n$	$b$ mm	$h$ mm	$l_z$ mm	$\alpha$ -	$\beta$ -	$\gamma$ -	$\bar{V}_{exp}$ kN	COV %	$k_{(n),k}$ -	$V_{exp,k}$ kN
Z-120	121	80	120	40	0,67	0,17	0,50	9,3	20	1,64	6,1
Z-180	93	100	180	50	0,67	0,14	0,50	16,8	32	1,64	9,3
Z-240	63	120	240	60	0,67	0,13	0,50	24,1	25	1,64	14,7
ZBH-140	3	80	140	40	0,71	0,14	0,40	13,7	4	3,15	11,9
ZBH-160	3	80	160	40	0,75	0,13	0,33	17,5	12	3,15	11,9
ZBH-180	3	80	180	40	0,78	0,11	0,29	21,2	5	3,15	18,1
ZBH-200	3	80	200	40	0,80	0,10	0,25	23,3	7	3,15	19,0
ZVO-120	3	80	120	40	0,50	0,17	0,67	8,0	39	3,15	1,8
ZVU-120	3	80	120	40	0,83	0,17	0,40	19,7	18	3,15	11,1
ZZH-180	7	100	180	50	0,78	0,14	0,29	12,8	23	2,34	7,4
ZZH-240	7	120	240	60	0,58	0,13	0,29	20,5	16	2,34	14,2

Tabelle A.3: Experimentelle Untersuchungen an Zapfenverbindungen

n	Bezeichnung	$b$	$h$	$h_{ef}$	$h_z$	$l_z$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$V_{max}$	$\tau_{max}$	COV
-	-	mm	mm	mm	mm	mm	-	-	-	kN	N/mm <sup>2</sup>	%
SCHELLING & HINKES 1985[Sche85], Hauptserien (mittige Zapfen)												
60	Z 8/12	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	9,3	4,34	24
4	SZ-F	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	8,9	4,17	14
4	SZ-T	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	8,0	3,74	13
11	SZ-L <sup>a</sup>	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	9,6	4,48	17
31	Z 10/18	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	18,7	4,67	28
7	SZ-F	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	13,6	3,40	23
7	SZ-T	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	10,9	2,71	14
6	SZ-L <sup>b</sup>	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	19,0	4,74	18
21	Z 12/24	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	25,5	3,99	21
6	SZ-T	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	19,6	3,06	12
8	SZ-L <sup>c</sup>	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	25,2	3,94	18
Zapfen an Kanthölzern mit Sonderhöhe (SZ- / ) NH, FI, GK II												
3	SZ 8/14	80	140	100	40	40	0,71	0,14	0,40	13,9	6,53	4
3	SZ 8/16	80	160	120	40	40	0,75	0,13	0,33	17,3	8,09	10
3	SZ 8/18	80	180	140	40	40	0,78	0,11	0,29	20,7	9,72	4
3	SZ 8/20	80	200	160	40	40	0,80	0,10	0,25	22,6	10,60	6
Zapfenträger mit verschobener Zapfenlage (SZ- / ) NH, FI, GK II												
3	SZ 8/12	80	120	60	40	40	0,50	0,17	0,67	7,9	3,68	32
3	SZ 8/12	80	120	100	40	40	0,83	0,17	0,40	19,6	9,16	15
Untenliegende Zapfen (UZ) NH, FI, GK II												
7	UZ 8/12	80	120	120	40	40	1,00	0,17	0,33	17,1	8,03	21
7	UZ 8/12	80	120	120	60	40	1,00	0,17	0,50	20,2	6,30	15
7	UZ-F 8/12	80	120	120	40	40	1,00	0,17	0,33	12,4	5,82	15
7	UZ-F 8/12	80	120	120	60	40	1,00	0,17	0,50	15,1	4,70	12
7	UZ 10/18	100	180	180	60	50	1,00	0,14	0,33	33,5	8,38	19
7	UZ 10/18	100	180	180	90	50	1,00	0,14	0,50	40,4	6,73	5
7	UZ-F 10/18	100	180	180	60	50	1,00	0,14	0,33	26,5	6,30	12
7	UZ-F 10/18	100	180	180	90	50	1,00	0,14	0,50	29,1	4,84	10
HINKES 1988[Hink88], Zapfen mittig, $h_z = h/3$ (1. Versuchsserie)												
14	Z-8/12-I/F	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	9,2	4,30	20
7	Z-10/18-I/F	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	13,0	3,24	31
7	Z-12/24-I/F	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	19,3	3,02	37
14	Z-8/12-II/T	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	9,8	4,59	20
7	Z-10/18-II/T	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	13,0	3,24	26
7	T-12/24-II/T	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	20,5	3,20	39
Zapfen mittig, $h_z = h/3$ (2. Versuchsserie)												
7	Z-8/12-I/F	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	7,4	3,48	7
14	Z-10/18-I+IV/F	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	16,2	4,05	21
7	Z-12/24-I/F	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	25,5	3,99	18
7	Z-8/12-II/T	80	120	80	40	40	0,67	0,17	0,50	7,5	3,52	34
7	Z-10/18-II/T	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	14,4	3,61	23
7	Z-12/24-II/T	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	23,9	3,74	23
Zapfen mittig, $h_z < h/3$												
7	Z-10/18-II/T	100	180	120	60	50	0,67	0,14	0,50	14,4	3,61	23
7	Z-10/18-III/T	100	180	140	40	50	0,78	0,14	0,29	12,8	4,80	23
7	Z-12/24-II/T	120	240	160	80	60	0,67	0,13	0,50	23,9	3,74	23
7	Z-12/24-III/T	120	240	140	40	60	0,58	0,13	0,29	20,5	6,41	16

<sup>a</sup>7x Biegebruch,

<sup>b</sup>4x Biegebruch,

<sup>c</sup>3x Biegebruch

## B Eigene experimentelle Untersuchungen

### B.1 Experimentelle Untersuchungen an gereihten Zapfenverbindungen

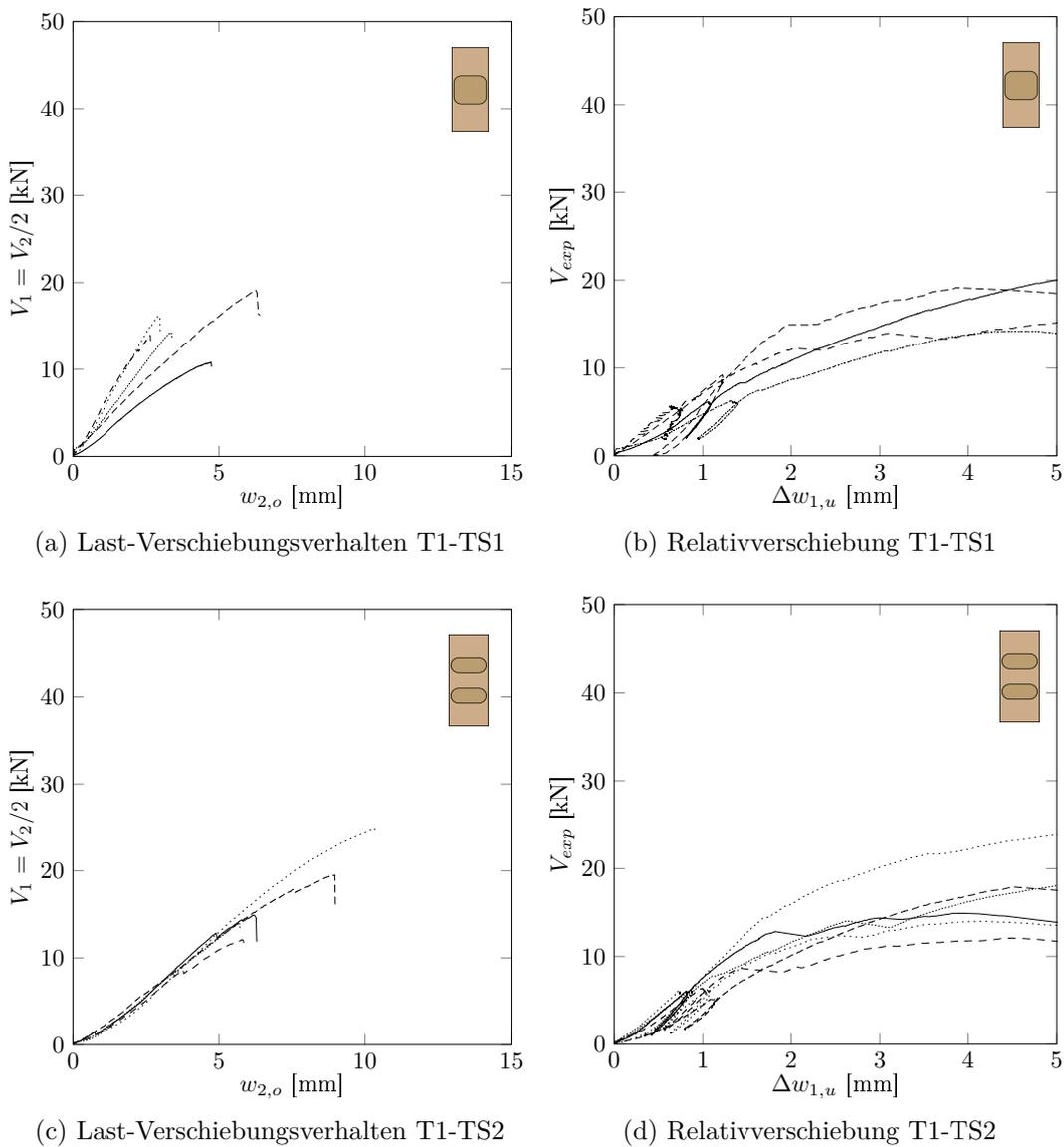
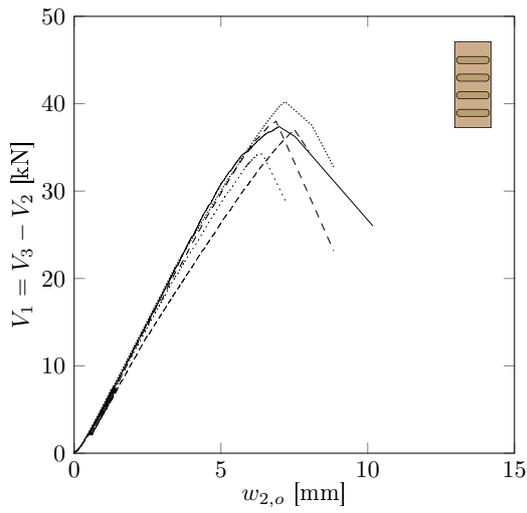
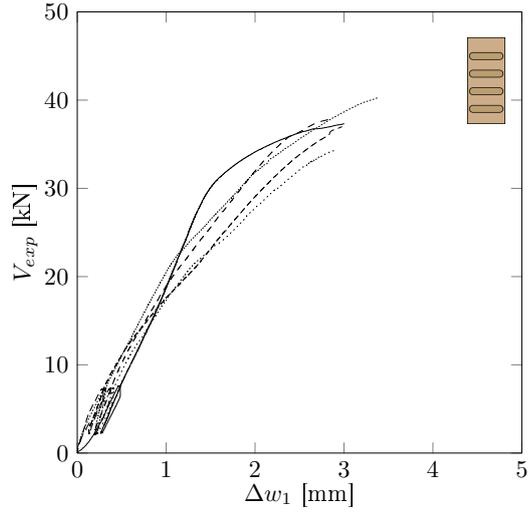


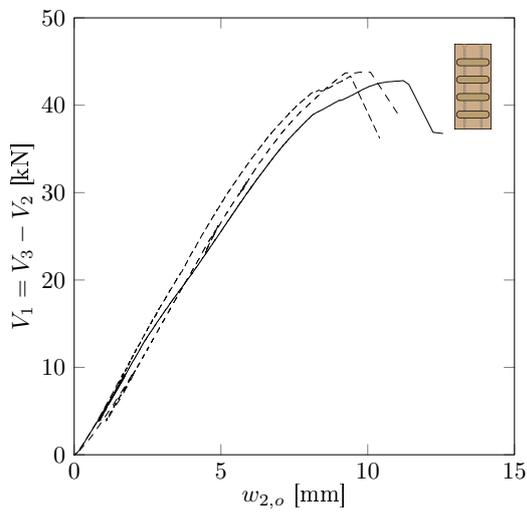
Abbildung B.1: Last-Verformungsverhalten und Relativverschiebung der Bauteile der Prüfsreihe T1-TS1 und T1-TS2



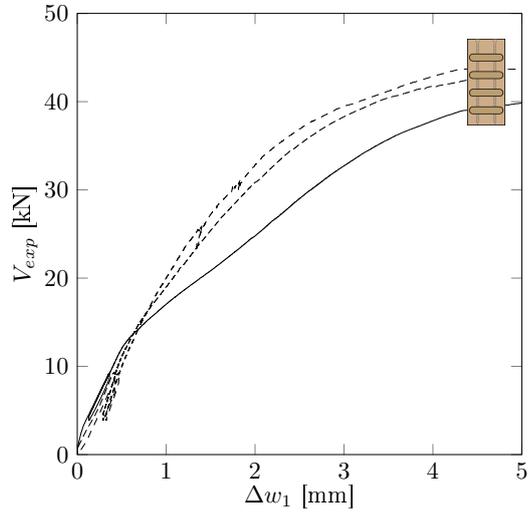
(a) Last-Verschiebungsverhalten T2-TS4



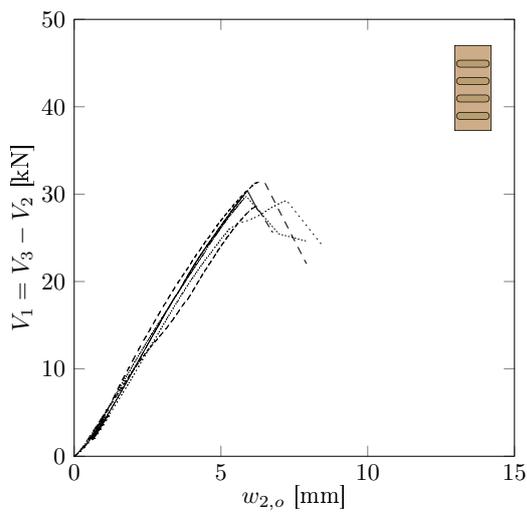
(b) Relativverschiebung T2-TS4



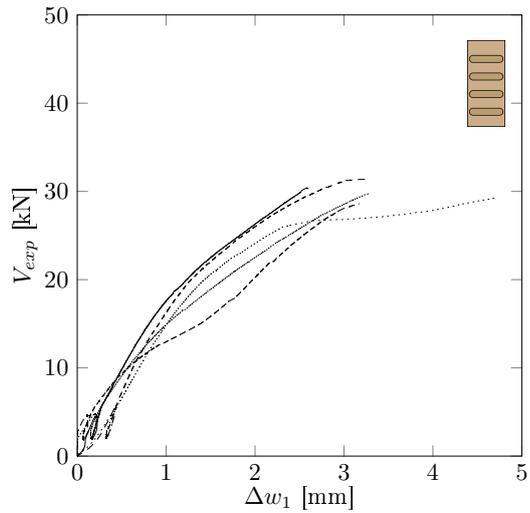
(c) Last-Verschiebungsverhalten T2-TS4-V



(d) Relativverschiebung T1-TS4-V

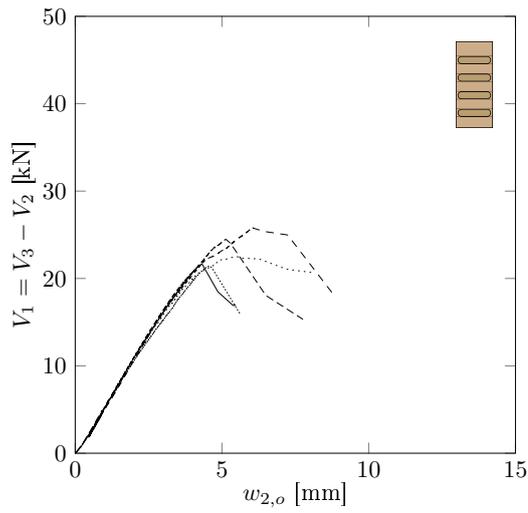


(e) Last-Verschiebungsverhalten T2-TS4-S

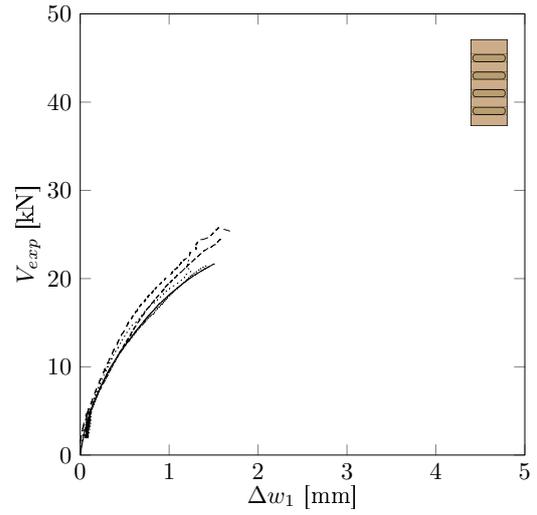


(f) Relativverschiebung T2-TS4-S

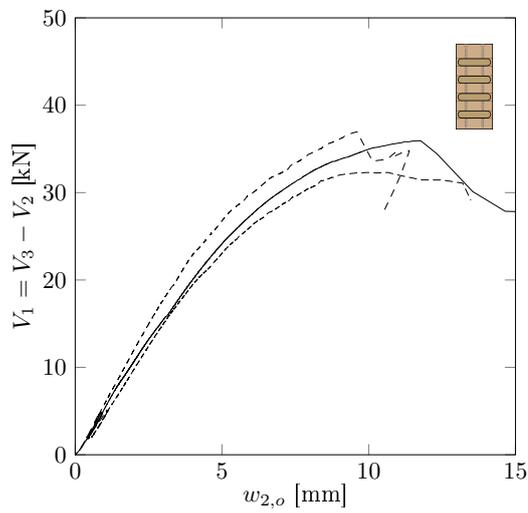
Abbildung B.2: Last-Verformungsverhalten und Relativverschiebung der Bauteile der Prüferie T2-TS4, T2-TS4-V und T2-TS4-S



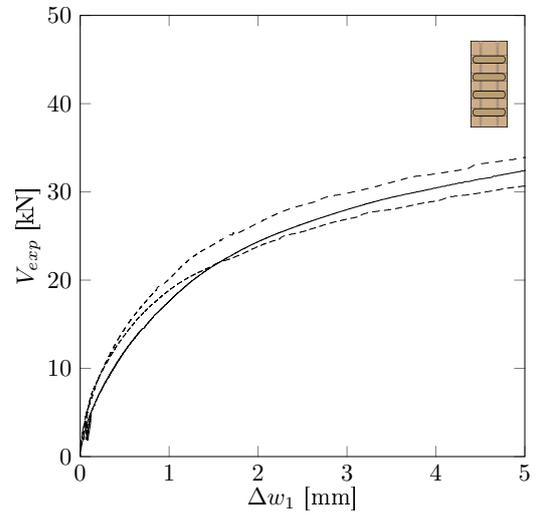
(a) Last-Verschiebungsverhalten T2-TS4-F



(b) Relativverschiebung T2-TS4-F

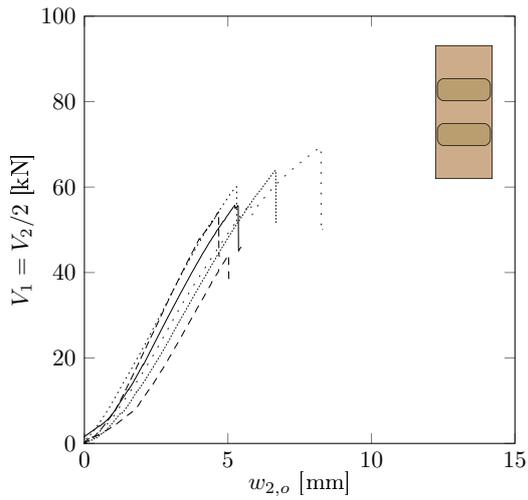


(c) Last-Verschiebungsverhalten T2-TS4-FV

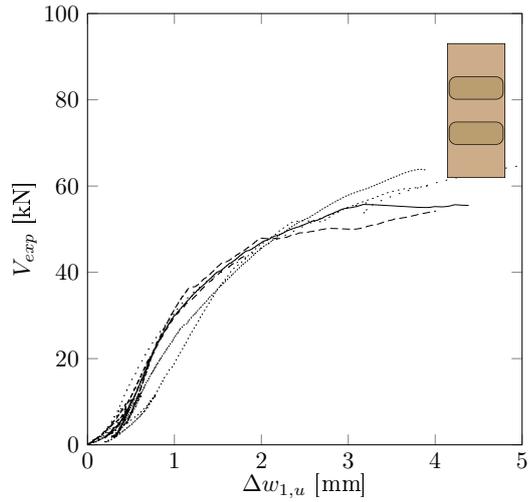


(d) Relativverschiebung T2-TS4-FV

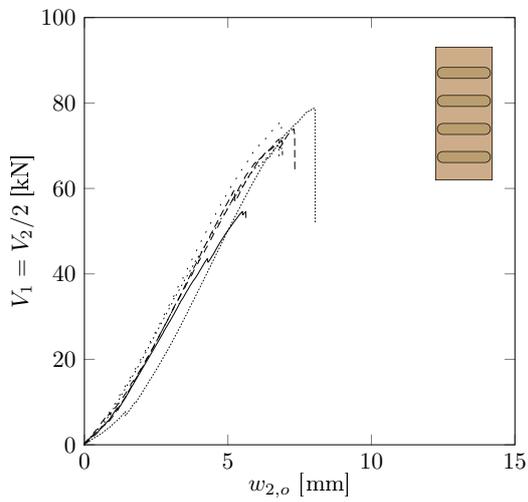
Abbildung B.3: Last-Verformungsverhalten und Relativverschiebung der Bauteile der Prüferserie T2-TS4-F und T2-TS4-FV



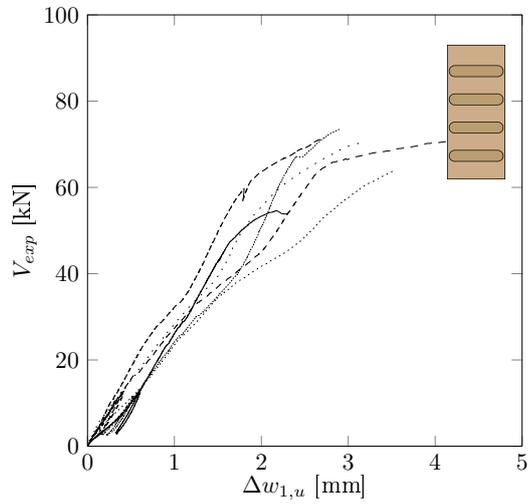
(a) Last-Verschiebungsverhalten T1-TM2



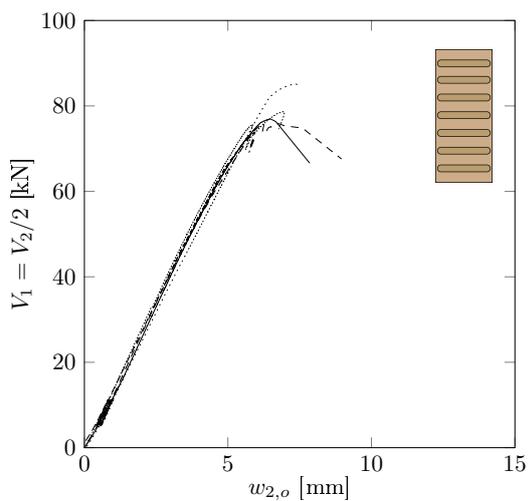
(b) Relativverschiebung T1-TM2



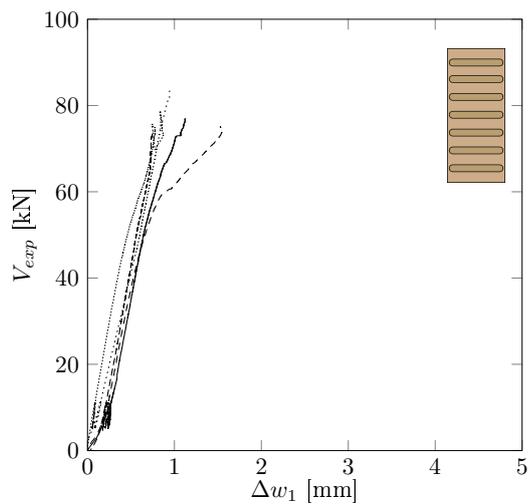
(c) Last-Verschiebungsverhalten T1-TM4



(d) Relativverschiebung T1-TM4



(e) Last-Verschiebungsverhalten T2-TM7



(f) Relativverschiebung T2-TM7

Abbildung B.4: Last-Verformungsverhalten und Relativverschiebung der Bauteile der Prüferie T1.TM2, T1-TM4 und T2-TM7

## B.2 Untersuchung der Fertigungsabweichung anhand eines Prüfkörpers der Serie TS4

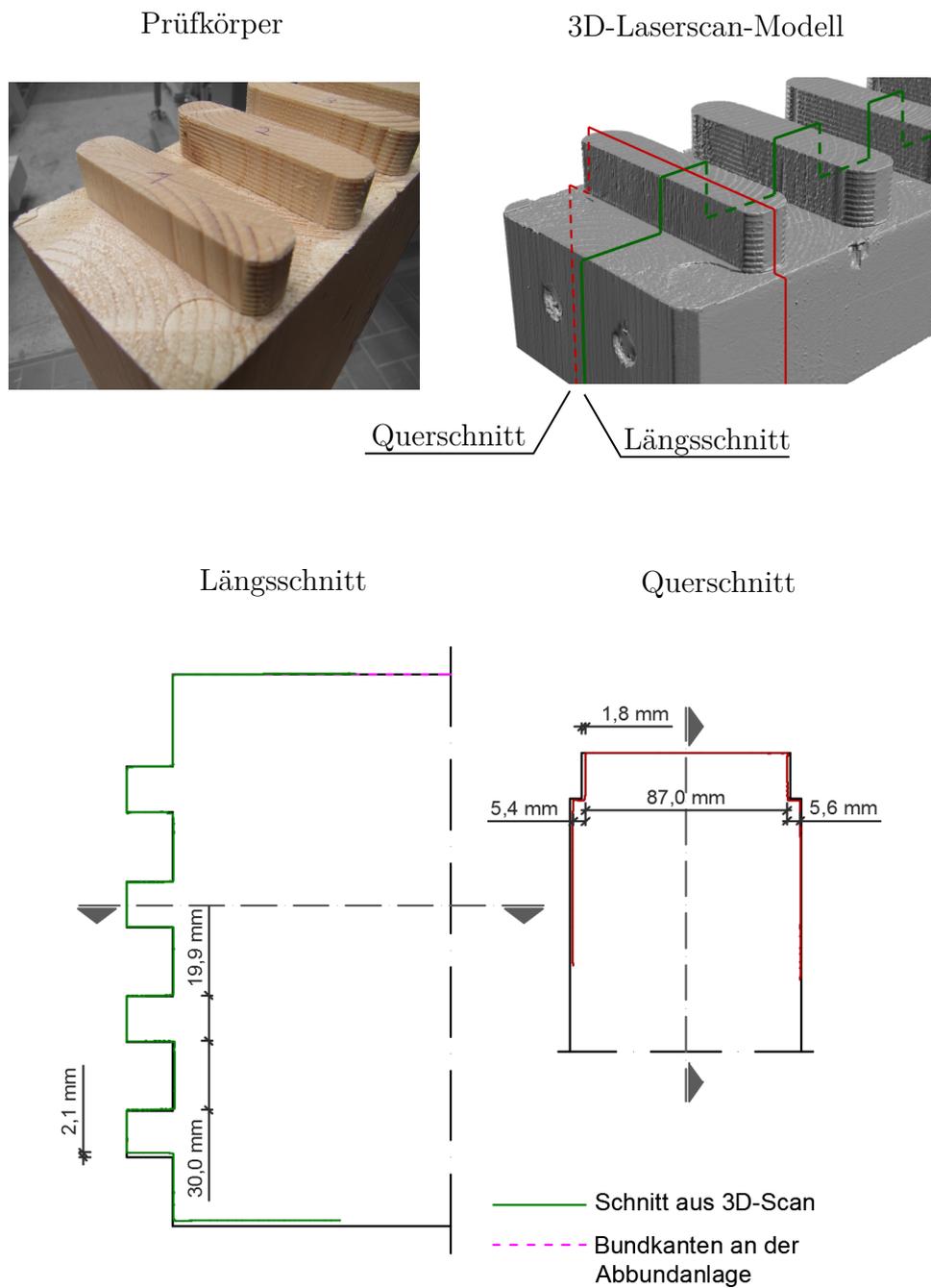


Abbildung B.5: Ermittlung der Fertigungsabweichung im Längs- und Querschnitt von gereihten Zapfenverbindungen durch 3D-Laserscan



## B.3 Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerenden

Tabelle B.1: Einzelwerte der Bruchlasten der experimentellen Untersuchungen an ausgeklinkten Trägerenden

Serie	Prüfkörper	Material mm	$b$ mm	$h$ mm	$h_{ef}$ mm	$\alpha$ –	$\beta$ –	$\Theta$ °	$a_v$ mm	$V_{max}$ kN
TTA	TTA-VH-050-1	VH	80	120	60	0,50	0,29			5,9
	TTA-VH-050-2	VH	80	120	60	0,50	0,29			5,4
	TTA-VH-050-3	VH	80	120	60	0,50	0,29			4,6
TTA	TTA-BSH-050-1	BSH	80	120	60	0,50	0,29			5,5
	TTA-BSH-050-2	BSH	80	120	60	0,50	0,29			6,8
	TTA-BSH-050-3	BSH	80	120	60	0,50	0,29			5,1
	TTA-BSH-067-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29			9,2
	TTA-BSH-067-2	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29			10,7
	TTA-BSH-067-3	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29			9,9
	TTA-BSH-083-1	BSH	80	120	99,6	0,83	0,29			18,4
	TTA-BSH-083-2	BSH	80	120	99,6	0,83	0,29			22,1
	TTA-BSH-083-3	BSH	80	120	99,6	0,83	0,29			19,5
TTAV	TTAV-050-V45-2d-1	BSH	80	120	60	0,50	0,29	45	24	9,2
	TTAV-050-V90-3d-1	BSH	80	120	60	0,50	0,29	90	36	8,4
	TTAV-067-V45-1d-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	45	12	11,5
	TTAV-067-V45-2d-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	45	24	16,5
	TTAV-067-V45-2d-2	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	45	24	15,6
	TTAV-067-V45-3d-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	45	36	14,6
	TTAV-067-V60-3d-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	60	36	13,9
	TTAV-067-V90-3d-1	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	90	36	13,7
	TTAV-067-V90-5d-5	BSH	80	120	80,4	0,67	0,29	90	60	12,8
	TTAV-083-V45-2d-1	BSH	80	120	99,6	0,83	0,29	45	24	23,3
	TTAV-083-V60-2d-1	BSH	80	120	99,6	0,83	0,29	60	24	19,9
TSA	TSA-050-1	VH	100	240	120	0,50	0,21			9,4
	TSA-050-2	VH	100	240	120	0,50	0,21			16,8
	TSA-050-3	VH	100	240	120	0,50	0,21			13,9
	TSA-067-1	VH	100	240	160,8	0,67	0,21			11,9
	TSA-067-2	VH	100	240	160,8	0,67	0,21			13,9
	TSA-067-3	VH	100	240	160,8	0,67	0,21			18,6
	TSA-075-1	VH	100	240	180	0,75	0,21			19,6
	TSA-075-2	VH	100	240	180	0,75	0,21			20,0
	TSA-075-3	VH	100	240	180	0,75	0,21			11,1
TMA	TMA-050-1	BSH	160	380	190	0,50	0,21			21,8
	TMA-050-2	BSH	160	380	190	0,50	0,21			25,8
	TMA-050-3	BSH	160	380	190	0,50	0,21			21,7
	TMA-067-1	BSH	160	380	254,6	0,67	0,21			43,1
	TMA-067-2	BSH	160	380	254,6	0,67	0,21			40,8
	TMA-067-3	BSH	160	380	254,6	0,67	0,21			44,9
	TMA-075-1	BSH	160	380	285	0,75	0,21			57,2
	TMA-075-2	BSH	160	380	285	0,75	0,21			48,9
TMA-075-3	BSH	160	380	285	0,75	0,21			46,1	

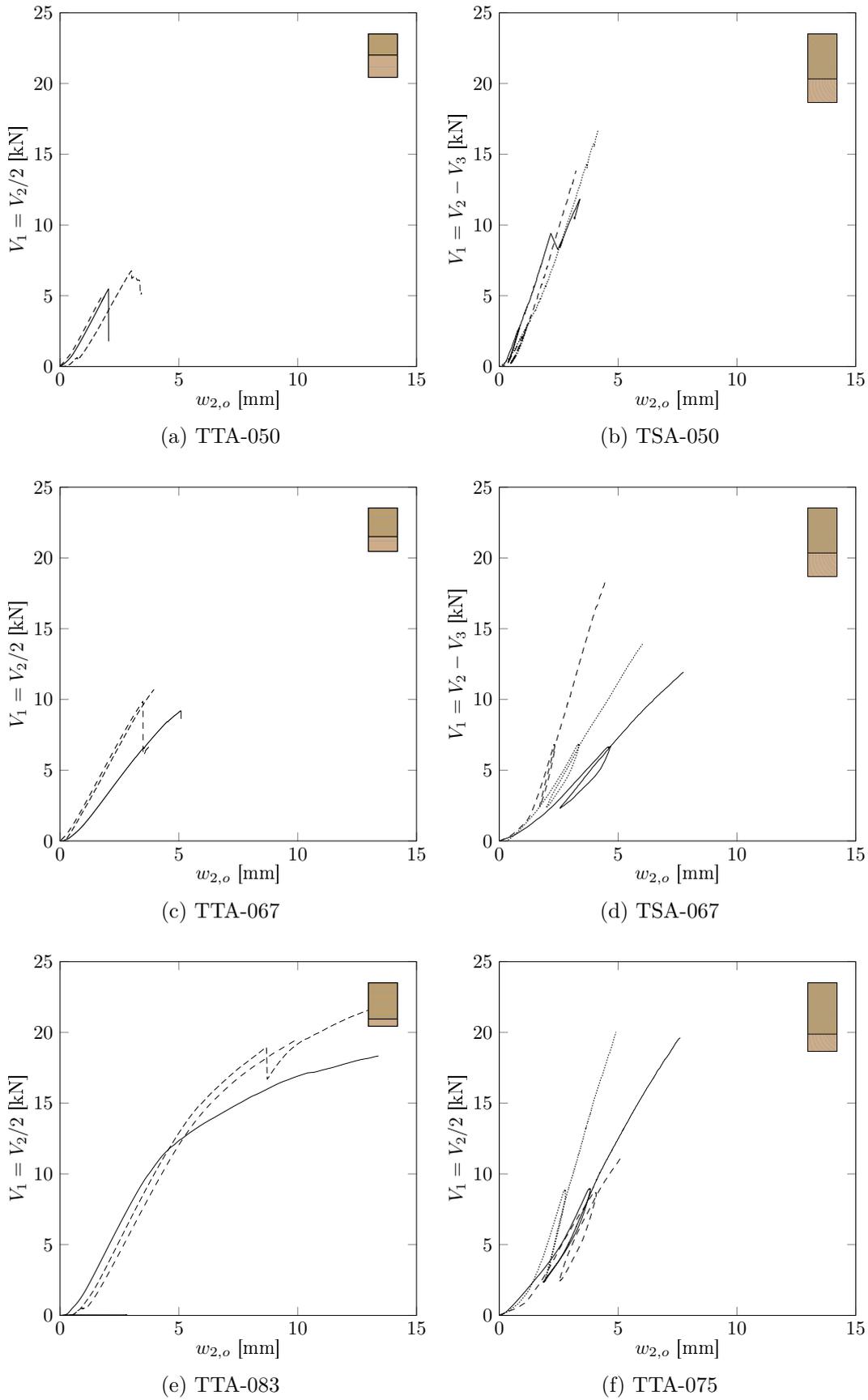
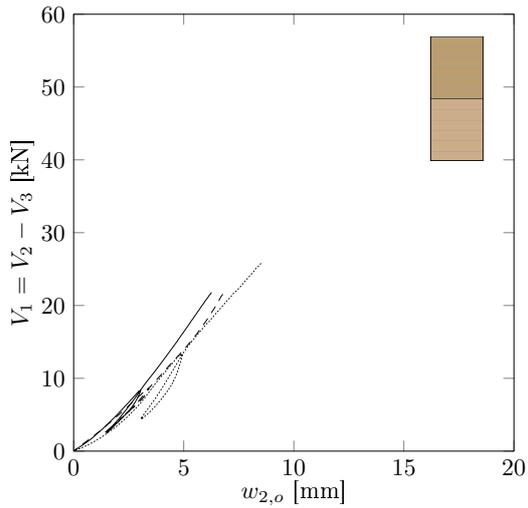
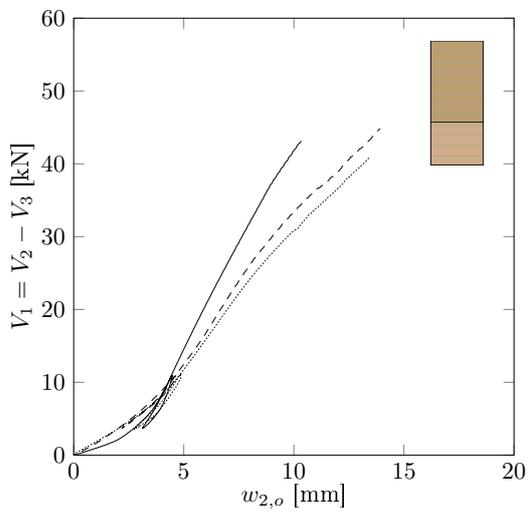


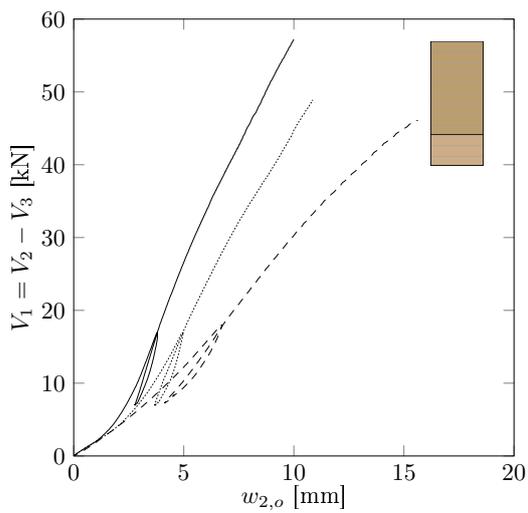
Abbildung B.6: Last-Verformungsverhalten von unverstärkten Trägersauflagern der Prüfserien TTA und TSA



(a) TMA-050



(b) TMA-067



(c) TMA-075

Abbildung B.7: Last-Verformungsverhalten von unverstärkten Trägerauflagern der Prüferserie TMA

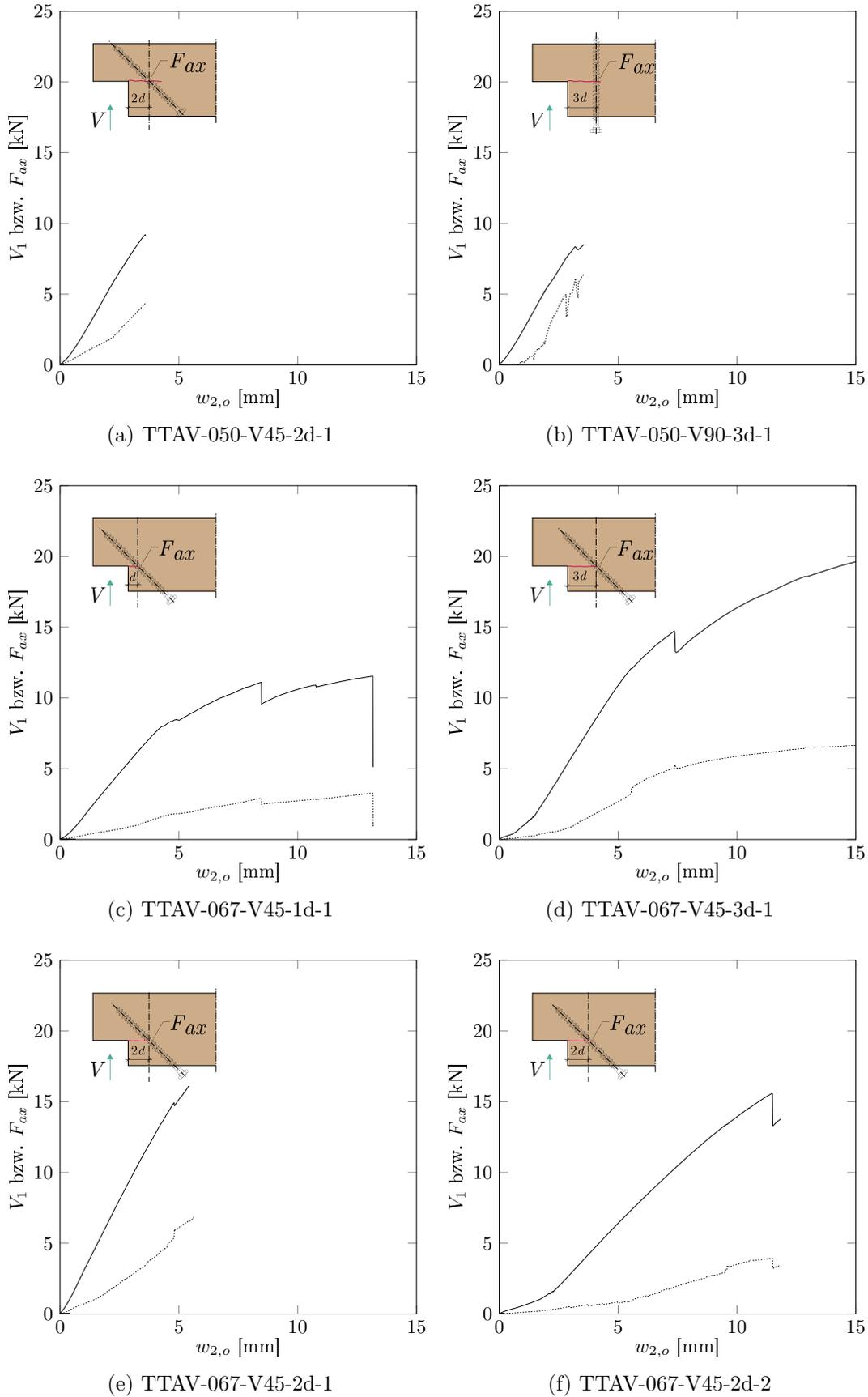


Abbildung B.8: Last-Verformungsverhalten von verstärkten Trägersauflagern mit Angabe der axialen Zugkraft  $F_{ax}$  in der Schraube (Strichlinie)

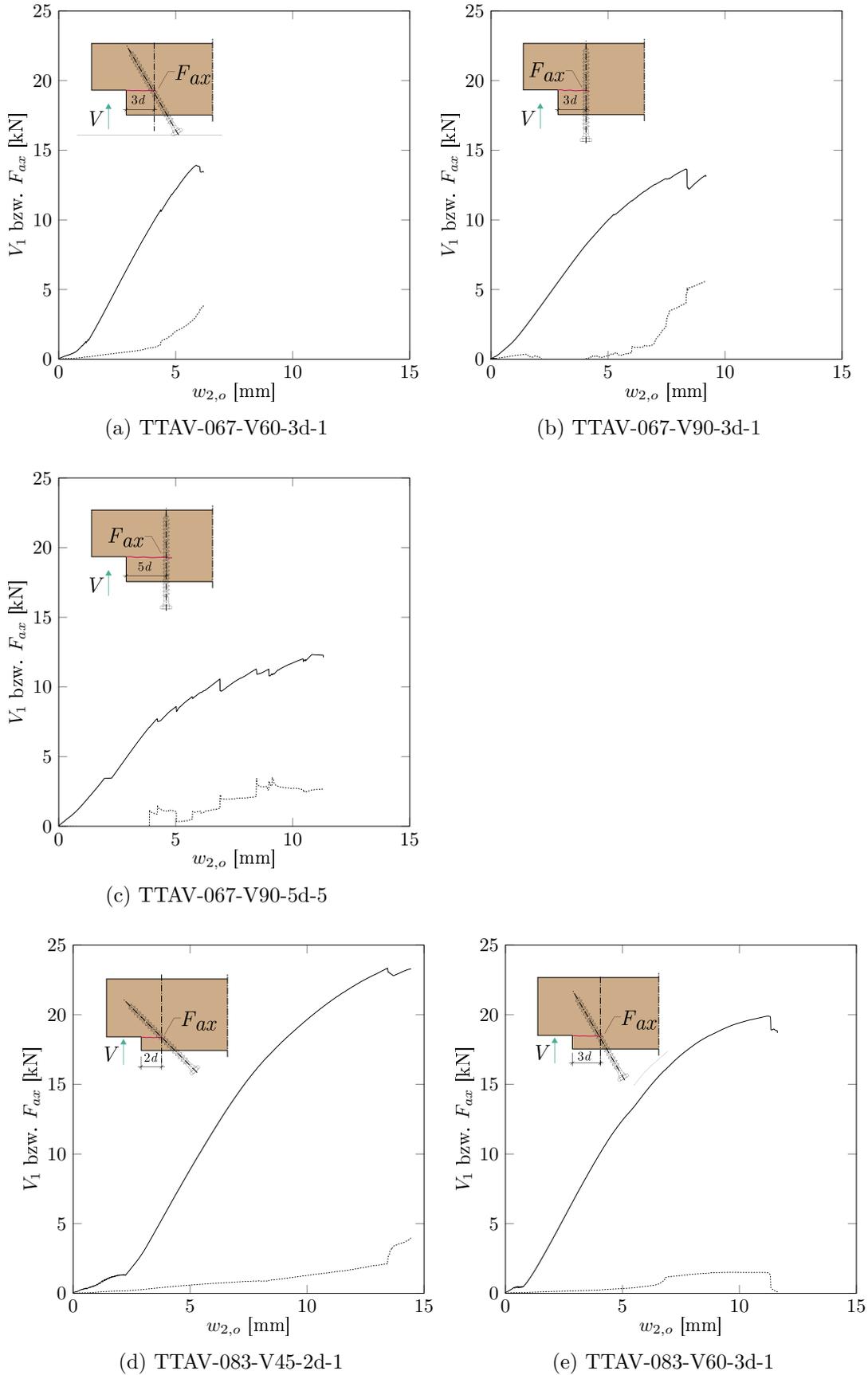


Abbildung B.9: Last-Verformungsverhalten von verstärkten Trägerauflagern mit Angabe der axialen Zugkraft  $F_{ax}$  in der Schraube (Strichlinie)



# C Informativ

## C.1 Definition von Rissystemen in Holz

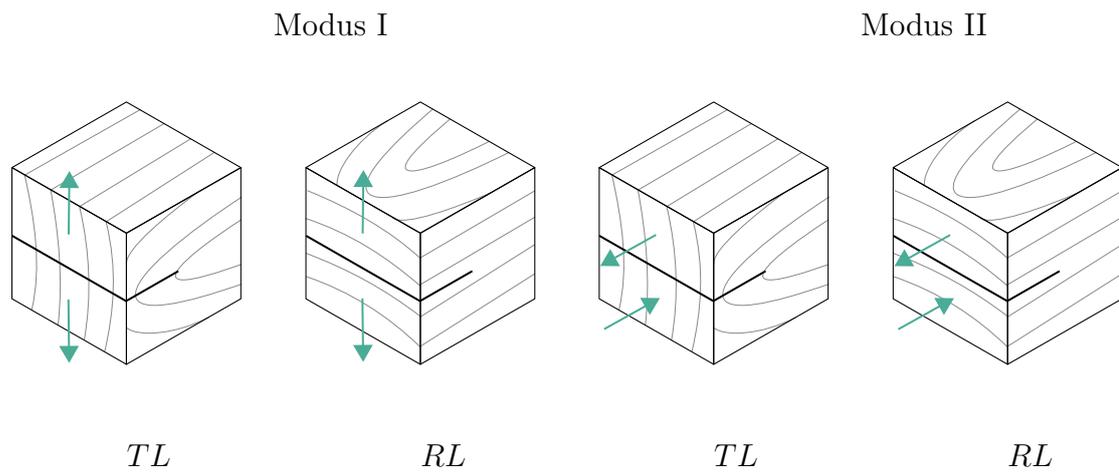
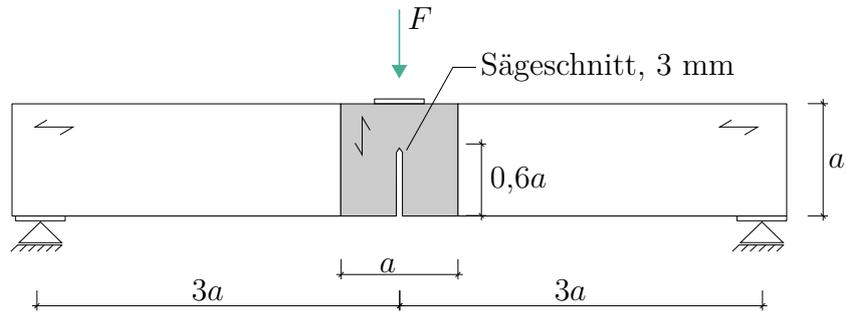


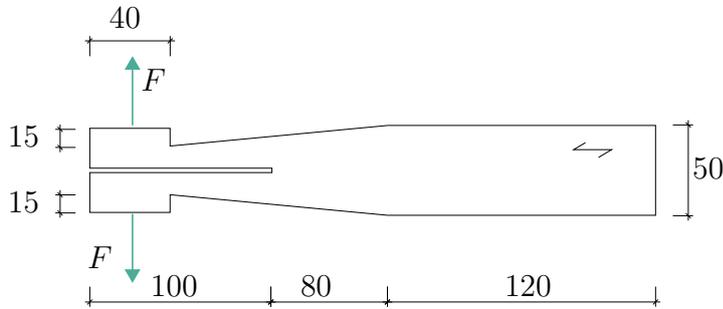
Abbildung C.1: Rissysteme in Modus I und Modus in Abhängigkeit der Faserorientierung

## C.2 Zur Ermittlung von Bruchparametern

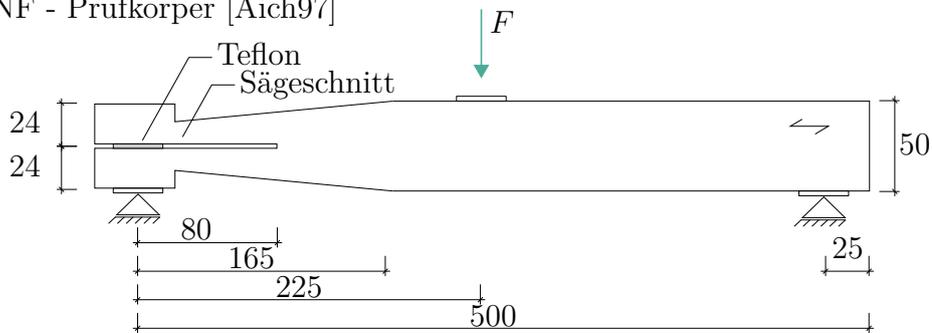
SENB - Prüfkörper [Lars90]



TDCB - Prüfkörper [Cour06]



LTENF - Prüfkörper [Aich97]



TENF - Prüfkörper [Fons89]

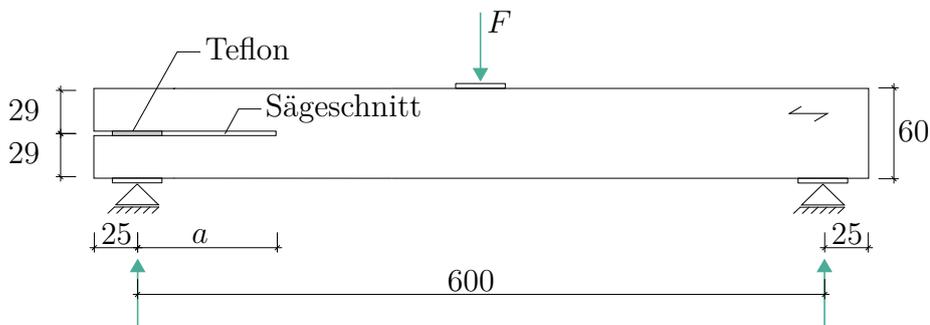


Abbildung C.2: Prüfkörper zur Ermittlung von bruchmechanischen Materialparametern

## C.3 Zapfenverbindungen nach DIN EN 1995-1-1/NA - Vergleich der Bruchlast

Im nationalen Anhang des Eurocode 5 [DIN EN 1995-1-1NA] wird der charakteristische Tragwiderstand einer Zapfenverbindung nach Gl. (2.7) zu

$$V_{Rk} = \frac{2}{3} \cdot b_{ef} \cdot h_{ef} \cdot k_z \cdot k_v \cdot f_{v,k} \quad (C.1)$$

bestimmt.

Der Widerstand von Zapfenverbindungen wird hierbei mit Hilfe des empirisch gewonnen Abminderungsbeiwertes  $k_z$  nach Gl. (2.8) berücksichtigt.

Abbildung C.3 zeigt die Gegenüberstellung charakteristischer Bruchlasten aus den experimentellen Untersuchungen von SCHELLING & HINKES [Sche85], [Hink88] im Vergleich zu den Bemessungswerten  $V_{Rk}$  nach Gl.(C.1). Eine Übersicht der charakteristischen Werte ist in Tabelle A.2 dokumentiert.

Die Hauptserien mittiger Zapfen werden von dem Bemessungsmodell gut wiedergegeben. Einzelne Serien mit unten- bzw. oben angeordneten Zapfen kann das Bemessungsmodell weniger gut wiedergeben. Der experimentell ermittelte Widerstand von unten liegenden Zapfen wird daher tendenziell unterschritten und der Widerstand von oben liegenden Zapfen generell überschritten. Durch diese Abweichungen im kleinen und großen Bereich des Widerstands bekommt die Regressionsgerade über die Datenpunkte eine Steigung von  $\hat{p}_1 = 1,32$ . Die Korrelation zu der Regressionsgerade beträgt dabei nur  $\Phi = 0,8$ .

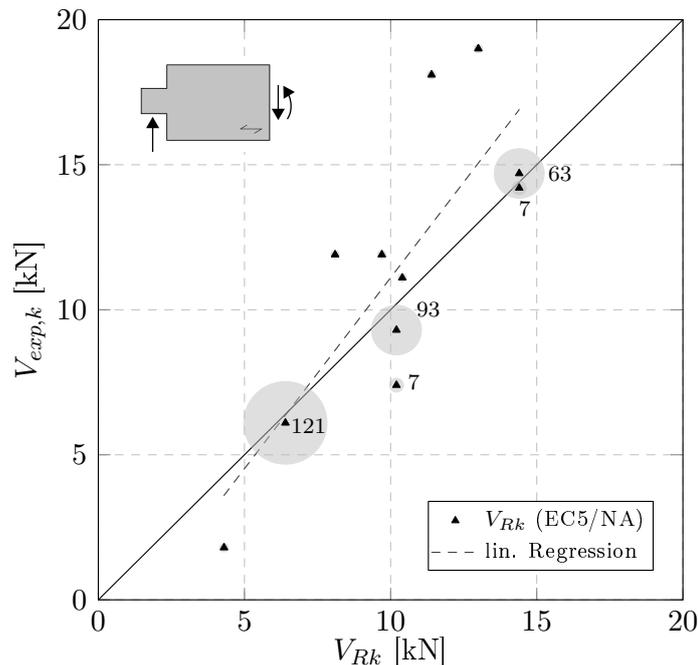


Abbildung C.3: Gegenüberstellung charakteristischer Bruchlasten an Zapfenverbindungen mit dem bestehenden Bemessungsmodell nach [DIN EN 1995-1-1NA]



# Schriftenreihe

## Bauwerkserhaltung und Holzbau

### Universität Kassel

---

- Heft 1 Karsten Schilde: *Untersuchungen zum Verbund zwischen Beton und nachträglich aufgeklebten Kohlefaserlamellen am Zwischenrisselement*. Universität Kassel, 2005. ISBN 3-89958-149-0.
- Heft 2 Carsten Pörtner: *Untersuchungen zum Verbund zwischen eingeklebten stiftförmigen faserverstärkten Kunststoffen und Holz*. Universität Kassel, 2005. ISBN 3-89958-191-1.
- Heft 3 Uwe Pfeiffer: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Klebeverbund zwischen Mauerwerk und Faserverbundwerkstoffen*. Universität Kassel, 2009. ISBN 978-3-89958-780-7.
- Heft 4 Martin Schäfers: *Entwicklung von hybriden Bauteilen aus Holz und hochfesten bzw. ultrahochfesten Betonen – Experimentelle und theoretische Untersuchungen*. Universität Kassel, 2010. ISBN 978-3-89958-986-3.
- Heft 5 Heiko Koch: *Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten historischer Holztragwerke – Der abgestirnte Zapfen*. Universität Kassel, 2011. ISBN 978-3-86219-140-6.
- Heft 6 Tobias Vogt: *Entwicklung eines Berechnungsmodells zur Beschreibung des Tragund Verformungsverhaltens von Holzrahmenwänden unter Berücksichtigung lokaler Effekte*. Universität Kassel, 2015. ISBN 978-3-86219-920-4.
- Heft 7 Lars Eisenhut: *Geklebter Verbund aus Holz und hochfestem Beton. Untersuchungen zum Langzeitverhalten*. Universität Kassel, 2015. ISBN 978-3-86219-994-5.
- Heft 8 Johannes Hummel: *Displacement-based seismic design for multi-storey cross laminated timber buildings*. Universität Kassel, 2017. ISBN 978-3-7376-0288-4.
- Heft 9 Michael Schick: *Probabilistische Untersuchungen zu Überfestigkeiten von genagelten Wandelementen in Holztafelbauweise*. Universität Kassel, 2017. ISBN 978-3-7376-0290-7.

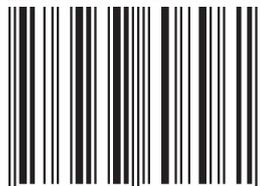
Heft 10 Simon Fecht: *Festigkeit und Dauerhaftigkeit von lasttragenden geklebten Holz-Glas-Verbindungen im Bauwesen*. Universität Kassel, 2020. ISBN 978-3-7376-0900-5.

Heft 11 Timo Claus: *Entwurf und Berechnung von ausgeklinkten Trägerauflagern und Zapfenverbindungen im Holzbau*. Universität Kassel, 2020. ISBN 978-3-7376-0896-1.

Herausgeber

Prof. Dr.-Ing. Werner Seim  
Fachgebiet Bauwerkserhaltung und Holzbau  
Fachbereich Bauingenieur-  
und Umweltingenieurwesen  
Universität Kassel  
Kurt-Wolters-Straße 3  
34125 Kassel  
Tel. +49 (0) 561 804-2625  
Fax +49 (0) 561 804-7647  
wseim@uni-kassel.de  
[www.uni-kassel.de/fb14/tragwerk/](http://www.uni-kassel.de/fb14/tragwerk/)

ISBN 978-3-7376-0896-1



9 783737 608961 >