

Inhaltsverzeichnis

I Lineare Algebra	1
1 Matrizen	1
1.1 Ein einführendes Beispiel	1
1.2 Definition einer Matrix	2
1.3 Transponierte einer Matrix	4
1.4 Spezielle quadratische Matrizen	5
1.4.1 Diagonalmatrix	6
1.4.2 Einheitsmatrix	6
1.4.3 Dreiecksmatrix	7
1.4.4 Symmetrische Matrix	7
1.4.5 Schiefsymmetrische Matrix	8
1.5 Gleichheit von Matrizen	9
1.6 Rechenoperationen für Matrizen	9
1.6.1 Addition und Subtraktion von Matrizen	9
1.6.2 Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	10
1.6.3 Multiplikation von Matrizen	11
2 Determinanten	17
2.1 Ein einführendes Beispiel	17
2.2 Zweireihige Determinanten	18
2.2.1 Definition einer zweireihigen Determinante	18
2.2.2 Eigenschaften zweireihiger Determinanten	20
2.3 Dreireihige Determinanten	26
2.3.1 Definition einer dreireihigen Determinante	26
2.3.2 Entwicklung einer dreireihigen Determinante nach Unterdeterminanten (Laplacescher Entwicklungssatz)	28
2.4 Determinanten höherer Ordnung	32
2.4.1 Definition einer n -reihigen Determinante	32
2.4.2 Laplacescher Entwicklungssatz	36
2.4.3 Rechenregeln für n -reihige Determinanten	37
2.4.4 Regeln zur praktischen Berechnung einer n -reihigen Determinante	39
3 Ergänzungen	43
3.1 Reguläre Matrix	43
3.2 Inverse Matrix	44
3.3 Rang einer Matrix	46

11 Anwendungen der komplexen Rechnung	189
11.1 Symbolische Darstellung von Schwingungen im Zeigerdiagramm	189
11.1.1 Darstellung einer Schwingung durch einen rotierenden komplexen Zeiger	189
11.1.2 Ungestörte Überlagerung von Schwingungen gleicher Frequenz	193
11.1.3 Anwendungsbeispiele aus Mechanik und Elektrotechnik	196
11.1.3.1 Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen	196
11.1.3.2 Überlagerung gleichfrequenter Wechselspannungen	198
11.2 Symbolische Berechnung eines Wechselstromkreises	199
11.2.1 Das Ohmsche Gesetz der Wechselstromtechnik	199
11.2.2 Widerstands- und Leitwertoperatoren	201
11.2.3 Ein Anwendungsbeispiel: Der Wechselstromkreis in Reihenschaltung	205
12 Ortskurven	209
12.1 Ein einführendes Beispiel	209
12.2 Ortskurve einer parameterabhängigen komplexen Größe (Zahl)	210
12.3 Anwendungsbeispiele: Einfache Netzwerkfunktionen	213
12.3.1 Reihenschaltung aus einem ohmschen Widerstand und einer Induktivität (Widerstands Ortskurve)	213
12.3.2 Parallelschaltung aus einem ohmschen Widerstand und einer Kapazität (Leitwert Ortskurve)	214
12.4 Inversion einer Ortskurve	215
12.4.1 Inversion einer komplexen Größe (Zahl)	215
12.4.2 Inversionsregeln	217
12.4.3 Ein Anwendungsbeispiel: Inversion einer Widerstands Ortskurve	219
Übungsaufgaben	222

IV Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen 229

13 Funktionen von mehreren Variablen und ihre Darstellung	229
13.1 Definition einer Funktion von mehreren Variablen	229
13.2 Darstellungsformen einer Funktion	232
13.2.1 Analytische Darstellung	232
13.2.2 Graphische Darstellung	233
13.2.2.1 Darstellung einer Funktion als Fläche im Raum	233
13.2.2.2 Schnittkurvendiagramme	238

14 Partielle Differentiation	243
14.1 Partielle Ableitungen 1. Ordnung	243
14.2 Partielle Ableitungen höherer Ordnung	250
14.3 Das totale oder vollständige Differential einer Funktion	253
14.3.1 Geometrische Betrachtungen	253
14.3.2 Definition des totalen oder vollständigen Differentials	255
14.4 Anwendungen	259
14.4.1 Implizite Differentiation	259
14.4.2 Linearisierung einer Funktion	261
14.4.3 Relative oder lokale Extremwerte	265
15 Mehrfachintegrale	271
15.1 Doppelintegrale	272
15.1.1 Definition und geometrische Deutung eines Doppelintegrals	272
15.1.2 Berechnung eines Doppelintegrals	275
15.1.2.1 Doppelintegral in kartesischen Koordinaten	275
15.1.2.2 Doppelintegral in Polarkoordinaten	282
15.1.3 Anwendungen	287
15.1.3.1 Flächeninhalt	288
15.1.3.2 Schwerpunkt einer Fläche	294
15.1.3.3 Flächenmomente (Flächenträgheitsmomente)	299
15.2 Dreifachintegrale	305
15.2.1 Definition eines Dreifachintegrals	305
15.2.2 Berechnung eines Dreifachintegrals	307
15.2.2.1 Dreifachintegral in kartesischen Koordinaten	307
15.2.2.2 Dreifachintegral in Zylinderkoordinaten	310
15.2.3 Anwendungen	315
15.2.3.1 Volumen und Masse eines Körpers	315
15.2.3.2 Schwerpunkt eines Körpers	322
15.2.3.3 Massenträgheitsmomente	328
16 Linien- oder Kurvenintegrale	334
16.1 Vektordarstellung einer Kurve	334
16.2 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter	337
16.3 Kraft- und Vektorfelder	340
16.4 Das Linien- oder Kurvenintegral	344
16.4.1 Ein einführendes Beispiel	344
16.4.2 Definition eines Linien- oder Kurvenintegrals	347
16.4.3 Wegunabhängigkeit eines Linienintegrals	351
16.5 Das Arbeitsintegral mit Anwendungsbeispielen	355
16.5.1 Das Arbeitsintegral	355
16.5.2 Elektronen im Magnetfeld	356
16.5.3 Arbeit im Gravitationsfeld (Berechnung der Fluchtgeschwindigkeit)	358
Übungsaufgaben	360

V	Gewöhnliche Differentialgleichungen	373
17	Grundbegriffe	373
17.1	Ein einführendes Beispiel	373
17.2	Definition einer gewöhnlichen Differentialgleichung	375
17.3	Lösungen einer Differentialgleichung	375
17.4	Anfangs- und Randwertprobleme	378
18	Differentialgleichungen 1. Ordnung	382
18.1	Geometrische Betrachtungen	382
18.2	Differentialgleichungen mit trennbaren Variablen	386
18.3	Integration einer Differentialgleichung durch Substitution	389
18.4	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	392
18.4.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung	392
18.4.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	392
18.4.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	394
18.4.3.1	Variation der Konstanten	394
18.4.3.2	Aufsuchen einer partikulären Lösung	397
18.5	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	400
18.6	Anwendungsbeispiele	404
18.6.1	Radioaktiver Zerfall	404
18.6.2	Freier Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes	405
18.6.3	Wechselstromkreis	407
19	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	411
19.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	412
19.2	Allgemeine Eigenschaften der homogenen linearen Differentialgleichung	413
19.3	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	419
19.4	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	425
20	Anwendungen	435
20.1	Mechanische Schwingungen	435
20.1.1	Allgemeine Schwingungsgleichung der Mechanik	435
20.1.2	Freie ungedämpfte Schwingung	437
20.1.3	Freie gedämpfte Schwingung	440
20.1.3.1	Schwache Dämpfung (Schwingungsfall)	441
20.1.3.2	Starke Dämpfung (aperiodische Schwingung, Kriechfall)	443
20.1.3.3	Aperiodischer Grenzfall	448
20.1.3.4	Zusammenfassung	451
20.1.4	Erzwungene Schwingung	451

20.2 Elektromagnetische Schwingungen	461
20.2.1 Schwingungsgleichung eines elektromagnetischen Reihen- schwingkreises	461
20.2.2 Freie elektromagnetische Schwingung	464
20.2.3 Erzwungene elektromagnetische Schwingung	466
Übungsaufgaben	470
VI Grundzüge der Fehler- und Ausgleichsrechnung	483
21 Fehlerarten, Aufgaben der Fehler- und Ausgleichsrechnung	483
22 Statistische Verteilung der Meßwerte und Meßfehler	485
22.1 Häufigkeitsverteilungen	485
22.2 Gaußsche Normalverteilung	488
23 Mittelwert und mittlerer Fehler einer Meßreihe	494
24 Das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz	502
25 Ausgleichskurven	510
25.1 Ein einführendes Beispiel	510
25.2 Ausgleichung nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate	512
25.3 Ausgleichs- oder Regressionsgerade	515
Übungsaufgaben	521
Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben	527
I Lineare Algebra	527
II Taylor- und Fourier-Reihen	536
III Komplexe Zahlen und Funktionen	545
IV Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen	554
V Gewöhnliche Differentialgleichungen	570
VI Grundzüge der Fehler- und Ausgleichsrechnung	585
Literaturhinweise	591
Sachwortverzeichnis	592