

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Das Koordinatensystem. Ebene und Gerade.

	Seite
1. Der Begriff des Vektors	1
2. Projektion eines Vektors auf eine gerichtete Gerade	1
3. Projektion eines geschlossenen Linienzugs auf eine gerichtete Gerade	2
4. Projektion eines Vektors auf eine Ebene	3
5. Projektion eines Dreiecks auf eine Ebene	3
6. Vorzeichen des Dreiecksinhalts	4
7. Das rechtwinklige Koordinatensystem	5
8. Das schiefwinklige Koordinatensystem	6
9. Abstand eines Punktes vom Ursprung. Kugelgleichung	6
10. Festlegung eines Punktes durch seinen Radiusvektor und dessen Richtungskosinus	7
11. Entfernung zweier Punkte. Gleichung einer Kugel in beliebiger Lage. Gleichungen der geraden Linie	8
12. Winkel zweier Richtungen	9
13. Richtungskosinus der Normalen zu zwei gegebenen Strahlen	10
14. Normalform der Gleichung einer Ebene	10
15. Teilverhältnis eines Punktes in bezug auf zwei Grundpunkte	13
16. Ebene durch drei Punkte	13
17. Eine Gleichung $f(x, y, z) = 0$ zwischen den Koordinaten x, y, z stellt eine Fläche dar	15
18. Zwei Gleichungen $f_1(x, y, z) = 0, f_2(x, y, z) = 0$ stellen eine Raumkurve dar	16
19. Drei Gleichungen $f_1(x, y, z) = 0, f_2(x, y, z) = 0, f_3(x, y, z) = 0$ stellen im allgemeinen einzelne Punkte dar	18
20. Bedingung dafür, daß zwei Raumkurven sich schneiden	18
21. Ordnung einer algebraischen Fläche. Tangentialebene. Unendlich ferne Elemente. Homogene Punktkoordinaten	18
22. Ordnung einer Raumkurve	24
23. Winkel zweier Ebenen. Aufeinander senkrecht stehende und parallele Ebenen	24
24. Ebene bestimmt durch die Achsenabschnitte	25
25. Ebene durch drei Punkte	25
26. Inhalt eines Dreiecks	26
27. Abstand eines Punktes von einer Ebene	28
28. Schnittpunkt von drei Ebenen. Vier Ebenen durch einen Punkt	29
29. Tetraedervolumen	30
30. Ebenenbüschel. Ebenenbündel	36
31. Doppelverhältnis von vier Ebenen. Projektivität. Involution	37

Die gerade Linie.

	Seite
32. Gleichungsformen der geraden Linie	42
33. Richtungskosinus einer Geraden aus der allgemeinen Gleichungsform . .	44
34. Richtungskosinus der Halbierungslinie des von zwei gegebenen Geraden gebildeten Winkels	46
35. Winkel zweier Geraden. Winkel zwischen Ebene und Gerade.	46
36. Bedingung dafür, daß eine Gerade in einer Ebene liegt	48
37. Ebene durch eine Gerade senkrecht zu einer Ebene	48
38. Das Parallelebenenpaar zu zwei windschiefen Geraden	49
39. Kürzester Abstand zweier windschiefer Geraden	50
40. Die sechs Koordinaten einer Geraden.	53

Koordinatentransformation.

41. Parallelverschiebung des Koordinatensystems. Allgemeine Koordinatentransformation	54
42. Drehung des Koordinatensystems	55
43. Die Cayleyschen und Eulerschen Gleichungen	59

Zweites Kapitel.

Plückersche Ebenenkoordinaten. Dualitätsprinzip. Der unendlich ferne Kugelskreis.

44. Plückersche Ebenenkoordinaten.	63
45. Das Dualitätsprinzip	66
46. Deutung einer Gleichung in Ebenenkoordinaten	69
47. Zwei Gleichungen in Ebenenkoordinaten stellen eine abwickelbare Fläche dar .	71
48. Homogene Ebenenkoordinaten	73
49. Der unendlich ferne Kugelskreis	76

Drittes Kapitel.

Erzeugung der Flächen. Übersicht über die verschiedenen Formen von Flächen zweiter Ordnung.

50. Flächenfamilien.	78
51. Zylinderflächen	80
52. Kegelflächen	82
53. Umdrehungsflächen	85
54. Die Umdrehungsflächen zweiter Ordnung	88
55. Die allgemeinen Flächen zweiter Ordnung.	90

Viertes Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften der Flächen zweiter Ordnung. Quadratische Formen. Invarianten.

56. Gleichung der allgemeinen Fläche zweiter Ordnung	95
57. Schnitt einer Geraden mit der Fläche. Tangentialebene. Der Kegel zweiter Ordnung	96
58. Polarebene. Polartetraeder.	99
59. Tangentenkegel.	103
60. Diametralebenen. Konjugierte Durchmesser	103
61. Die Hauptebenen	107

62. Parallelebenen schneiden die Fläche zweiter Ordnung nach ähnlichen und ähnlich gelegenen Kegelschnitten.	108
63. Die Gleichung der Fläche zweiter Ordnung in Ebenenkoordinaten.	108
64. Die Gleichungen des Kegels zweiter Ordnung in Ebenenkoordinaten.	110
65. Quadratische Formen	115
66. Reduzible und irreduzible quadratische Formen	117
67. Minimalzahl der Veränderlichen einer reduzierbaren quadratischen Form	119
68. Kanonische Darstellung der quadratischen Formen	121
69. Das Trägheitsgesetz der quadratischen Formen	124
70. Invarianten der quadratischen Formen	124
71. Simultaninvarianten von zwei quadratischen Formen	125
72. Orthogonale Invarianten	126

Fünftes Kapitel.

Klassifikation der Flächen zweiter Ordnung.

73. Der Mittelpunkt wird zum Ursprung des Koordinatensystems gemacht.	130
74. Reduktion der Flächengleichung durch Beziehung auf die Hauptachsen als Koordinatenachsen.	131
75. Reduktion der Flächengleichung durch Drehung des Koordinatensystems	138

Sechstes Kapitel.

Ableitung von Eigenschaften der Flächen zweiter Ordnung aus besonderen Formen ihrer Gleichungen.

76. Gleichung der Tangentialebene der Mittelpunktsflächen.	146
77. Gleichung der Fläche in Ebenenkoordinaten.	147
78. Flächennormale.	148
79. Beziehung zwischen drei zueinander senkrechten Halbmessern.	148
80. Beziehung zwischen den Abständen des Mittelpunkts von drei zueinander senkrechten Tangentialebenen	149
81. Diametralebene	149
82. Die Summe der Quadrate von drei zueinander konjugierten Halbmessern ist konstant	150
83. Das Parallelepiped, dessen Kanten drei konjugierte Halbmesser sind, hat ein konstantes Volumen	150
84. Quadratsumme der Projektionen von drei konjugierten Halbmessern auf eine Gerade oder eine Ebene.	151
85. Ort des Schnittpunktes der Tangentenebenen in den Endpunkten von drei konjugierten Halbmessern	151
86. Achsenlängen eines Diametralschnittes	152
87. Ebener Schnitt mit einem gegebenen Durchmesser als Achse	153
88. Die Kreisschnitte des Ellipsoids	154
89. Die Kreispunkte des Ellipsoids.	155
90. Die Kreisschnitte der allgemeinen Fläche zweiter Ordnung. Bündel von Flächen zweiter Ordnung.	155
91. Die Kreisschnitte und der unendlich ferne Kugelkreis	164
92. Bedingungen für Rotationsflächen zweiter Ordnung.	166
93. Das einmantlige Hyperboloid und seine Erzeugenden.	167
94. Das einmantlige Hyperboloid ist durch drei Erzeugende derselben Schar bestimmt	171

	Seite
95. Das hyperbolische Paraboloid und seine Erzeugenden	174
96. Die Kugel.	178
97. Geometrische Örter. Beispiele.	182

Siebentes Kapitel.

Tetraederkoordinaten. Projektive Verwandtschaft. Linienkoordinaten.

98. Definition der Tetraederkoordinaten	207
99. Gleichung der Ebene und des Punktes in Tetraederkoordinaten.	216
100. Metrische Beziehungen in Tetraederkoordinaten.	222
101. Die Kollineation und Korrelation im Raume	231
102. Die allgemeine lineare Substitution. Allgemeinste Koordinatentransformation	233
103. Kollineation für Cartesische Koordinaten. Perspektive Räume. Affinität.	238
104. Doppelemente der Kollineation. Involutionen. Systeme	256
105. Haupttetraeder der Korrelation. Das Nullsystem. Klassifikation der Korrelationen	266
106. Die projektiven Koordinaten der Geraden	284
107. Bedingung dafür, daß zwei Geraden sich schneiden	289
108. Transformation der Linienkoordinaten	290
109. Die Gleichung einer Fläche zweiter Ordnung in Linienkoordinaten	291
110. Strahlenkomplexe. Strahlenkongruenzen. Regelflächen	294

Achstes Kapitel.

Verwandtschaft der Flächen zweiter Ordnung. Die Raumkurven dritter Ordnung.

111. Kollineare Flächen zweiter Ordnung	303
112. Kollineare Transformation der Flächen zweiter Ordnung in sich	306
113. Korrelative Flächen zweiter Ordnung	319
114. Kugelreziprozität	320
115. Die kugelreziproke Fläche einer Kugel ist eine Umdrehungsfläche	320
116. Reziprokalkegel. Die Fokallinien des Kegels zweiter Ordnung	323
117. Die Fläche zweiter Ordnung erzeugt durch zwei reziproke Bündel oder Felder	325
118. Die Raumkurven dritter Ordnung (synthetisch)	328
119. Analytische Darstellung der Raumkurve dritter Ordnung.	332
120. Kanonische Gleichungen der kubischen Raumkurve	334

Neuntes Kapitel.

Das Flächenbüschel zweiter Ordnung.

121. Das Flächenbüschel zweiter Ordnung	342
122. Sätze über das Flächenbüschel und über die Flächenschar zweiter Ordnung	346
123. Die vier Kegel und das gemeinsame Polartetraeder des Flächenbüschels.	348
124. Das Flächenbüschel $U + \lambda LM = 0$	353
125. Das Flächenbüschel $U + \lambda L^2 = 0$	359
126. Tetraeder, die in bezug auf eine Fläche zweiter Ordnung zueinander konjugiert sind	360
127. Sätze über Flächen zweiter Ordnung, die den Sätzen von <i>Pascal</i> und <i>Brianchon</i> entsprechen	362