Wolfgang Kliemann / Norbert Müller

Logik und Mathematik für Sozialwissenschaftler 2

Bestandteile und Methoden formalisierter Modelle in den Sozialwissenschaften

Wilhelm Fink Verlag München

Inhaltsverzeichnis

(0.) Einleitung 9

(1.) Graphentheorie 11
(1.1) Grundlegende Definitionen 13
(1.2) Nachbarschaft, Erreichbarkeit, Quotienten- und reduzierte Graphen 23
(1.2.1) Der Grad eines Knoten 24
(1.2.2) Pfad,Weg, einfacher Weg 28
(1.2.3) Matrizen und Graphen 32
(1.2.4) Punktbasen, Quotientengraphen, reduzierte Graphen 42
(1.3) Semi - Eigenschaften eines Graphen 52
(1.3.1) Semiwege, Semipfade, Semizyklen und Semizusammenhang 53
(1.3.2) Artikulationsmengen, i - Verbundenheit 58
(1.4) Begrenzte Erreichbarkeit 64
(1.4.1) Distanz und Distanzmatrix 65
(1.5) Graphen und Ordnung 68
(1.5.1) Azyklische Graphen 70
(1.5.2) Transitive Hülle eines Graphen 71
(1.5.3) Niveauabbildung eines Graphen 72
(1.6) Bezeichnete Graphen, signierte Graphen, Netzwerke 82
(1.6.1) Bezeichnete Graphen 83
(1.6.2) Signierte Graphen, strukturelle Balance 85
(1.6.3) Bewertete Graphen, Netzwerke 89
(1.6.3.1) Stochastische Matrizen, Markow - Ketten 91
(1.6.3.2) Sättigungsprobleme, Flüsse in Netzwerken 96
(1.6.3.3) Minimale Wege in einem Graphen 101
(1.6.3.4) Netzplantechnik 102

(2.) Lineare Algebra 112
(2.1) Vektorräume 113

(2.2) Operatoren(Lineare Abbildungen) 117
(2.3) Matrizen und Vektoren 122
(2.3.1) Einführung 122
(2.3.2) Algebraische und Ordnungsrelationen auf Mengen von Matrizen und Vektoren 124
(2.4) Diagonal- und Dreiecksmatrizen 139
(2.5) Lineare Gleichungssysteme 148
(2.5.1) Struktur von Vektorräumen 149
(2.5.2) Struktur von Operatoren 154
(2.5.3) Lösungen linearer Gleichungssysteme 157
(2.5.4) Determinanten 159
(2.5.5) Das Operatorenkonzept 170
(2.6) Diagonalisierbarkeit von Matrizen(Operatoren) - Eigenwerte und Eigenvektoren - 183
(2.6.1) Das Konzept der Diagonalisierung 183
(2.6.2) Basisabhängige Matrizendarstellung von Operatoren 188
(2.6.3) Eigenwerte, Eigenvektoren: Diagonalisierbarkeit I 199
(2.6.4) Nullstellen von Polynomen mit reellen Koeffizienten 205
(2.6.5) Diagonalisierbarkeit II 208
(2.6.6) Diagonalisierbarkeit spezieller Matrizen (mit nur reellen Eigenwerten) 211
(2.7) Analyse von Markow - Ketten 214
(2.7.1) Interpretation einer Markow-Kette als Operator 215
(2.7.2) Spektraleigenschaften stochastischer Matrizen 216
(2.7.3) Grenzverhalten von Markow - Ketten 223

(3.) Analysis 234
(3.1) Vorbemerkung 234
(3.2) Komplexe Zahlen 234
(3.3) Spezielle Funktionen 243
(3.3.1) Trigonometrische Funktionen 244
(3.3.2) Exponentialfunktion und Logarithmus 258
(3.3.3) Anwendungsbeispiele für exp und ln 261

(3.4) Differential- und Integralrechnung 271
(3.4.1) Differentialrechnung in $\mathbb{R}$ 274
(3.4.2) Analyse differenzierbarer Funktionen 287
(3.4.3) Differentialrechnung im $\mathbb{R}^n$ 303
(3.4.4) Integralrechnung in einer Variablen 354

(4.) Einführung in die Theorie dynamischer Systeme 384
(4.1) Einführende Bemerkungen zu Differential- und Differenzengleichungen 384
(4.2) Laplace- und Z - Transformation 401
(4.2.1) Die Laplace - Transformation 402
(4.2.2) Die Z - Transformation 433
(4.3) Dynamische Systeme 452
(4.3.1) Einführung in die systemtheoretische Modellbildung 452
(4.3.2) Konstruktion von Systemmodellen 457
(4.3.3) Analyse von Signalflußdiagrammen 465
(4.3.4) Systemanalyse mit Hilfe der Mason - Formel ... 472
(4.3.5) Analyse von Signalflußdiagrammen und Lineare Algebra 482
(4.4) Systemanalyse 498
(4.4.1) Sensitivität 498
(4.4.2) Stabilität 502
(4.5) Kontrollsysteme und Zustandsraumdarstellung .. 524
(4.6) Das Phillips - Modell 545
(4.7) Systemanalyse von Markow - Ketten 551

Aufgabenlösungen 558

Verwendete Literatur 650

Index 657