Inhalt

Einleitung	13
I Zur Einstimmung	
1 Beispiele von Differentialgleichungen in der Praxis	17
Leibnizens silberne Taschenuhr oder die Traktrix	17
Exponentielles Wachstum	18
Logistisches Wachstum	22
Verbreitung von Gerüchten	25
Freier und verzögerter Fall	27
Fluchtgeschwindigkeit einer Rakete	30
Äquipotential- und Kraftlinien eines elektrischen Feldes	32
2 Grundbegriffe	41
<i>Historische Anmerkung. Newton und Leibniz</i>	44
II Differentialgleichungen erster Ordnung	
3 Das Richtungsfeld und der Euler-Cauchysche Polygonzug. Das Runge-Kutta-Verfahren	53
4 Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	59
5 Anwendungen	70
Die Gompertzschen Überlebens- und Wachstumsfunktionen	70
Sättigungsprozesse	71
Ausgleichsprozesse	73
Exponentielle Zerfallsprozesse mit zeitlich konstanter Zufuhr	75
Mischungsprozesse	76
Wurfbahnen	77
Stromkreise	79
6 Die exakte Differentialgleichung	91
7 Integrierende Faktoren	100
8 Die Differentialgleichung mit getrennten Veränderlichen	102
9 Die eulerhomogene Differentialgleichung und die Differentialgleichung $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{ax+by+c}{ax+\beta y+\gamma}\right)$	108
10 Anwendungen	113
Die Eisversorgung Alexanders des Großen	113
Chemische Reaktionskinetik	114
Informationsverbreitung	116

	Scheinwerfer	116
	Grenzgeschwindigkeit eines Autos	118
	Orthogonaltrajektorien in cartesischen Koordinaten	118
	Orthogonaltrajektorien in Polarkoordinaten	120
	Das Problem der Brachistochrone	121
	<i>Historische Anmerkung. Jakob und Johann Bernoulli</i>	127
III	Existenz-, Eindeutigkeits- und Abhängigkeitssätze für Differentialgleichungen erster Ordnung	
11	Der Existenzsatz von Peano	135
12	Der Existenz- und Eindeutigkeitsatz von Picard-Lindelöf	138
13	Abhängigkeitssätze	143
	<i>Historische Anmerkung. Cauchy</i>	146
IV	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	
14	Die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung	153
15	Die homogene lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	163
16	Die inhomogene lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	172
	Spezielle Störfunktionen	172
	Methode der Variation der Konstanten	181
	Reihenansätze	185
17	Die Methode der Laplacetransformation	187
	Die Laplacetransformation	187
	Das Anfangswertproblem für lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	193
18	Anwendungen	200
	Freie Schwingungen eines Massenpunktes	200
	Erzwungene Schwingungen eines Massenpunktes bei schwacher oder verschwindender Dämpfung	204
	Periodische Zwangskräfte und Fouriemethoden	205
	Elektrische Schwingungskreise	212
	Resonanz	215
	Mathematisches Pendel	218
	Zykloidenpendel	219
	Temperaturverteilung in einem Stab	221
	Nochmals die Eisversorgung Alexanders des Großen oder vom Nutzen tiefer Keller	224
V	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit variablen Koeffizienten	
19	Vorbemerkungen	237
20	Die Eulersche Differentialgleichung	240

21	Ein Existenz- und Eindeutigkeitssatz	243
22	Integralbasis und allgemeine Lösung der homogenen Gleichung .	249
23	Reduktion der homogenen Gleichung	254
24	Die Methode der Variation der Konstanten	257
25	Stetige Abhängigkeit der Lösung eines Anfangswertproblems von den Ausgangsdaten	259
26	Potenzreihenlösungen	260
	Die Airysche Differentialgleichung	261
	Die Hermitesche Differentialgleichung	262
	Die Legendresche Differentialgleichung	264
	Die Tschebyscheffsche Differentialgleichung	268
27	Reihenentwicklungen um schwach singuläre Stellen	274
28	Besselsche Differentialgleichung und Besselsche Funktionen . .	292
29	Laguerresche Differentialgleichung und Laguerresche Polynome .	310
30	Lineare Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten .	314
31	Die Mathieusche Differentialgleichung	322
32	Trennungs-, Oszillations- und Amplitudensätze	328
33	Anwendungen	338
	Flüssigkeitsströmung in Rohren. Das Raucherbein	338
	Potential einer elektrischen Punktladung	341
	Wasserwellen in einem Kanal	342
	Schwingungen eines frei herabhängenden Seiles	343
	Knicklast	346
	Die Keplersche Gleichung der Planetenbahn	348
	Das Wasserstoffatom	352
	<i>Historische Anmerkung. Euler</i>	360
VI	Rand- und Eigenwertaufgaben	
34	Die schwingende Saite	372
35	Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung	377
36	Sturmsche Randwertaufgaben. Die Greensche Funktion	379
37	Sturm-Liouvillesche Eigenwertaufgaben	384
38	Die Integralgleichung und der Integraloperator der Sturm-Liouvil- leschen Eigenwertaufgabe	391
39	Die Eigenwerte und Eigenfunktionen der Sturm-Liouvilleschen Aufgabe	398
40	Entwicklungssätze	409
41	Die Entwicklung der Greenschen Funktion nach Eigenfunktionen	415
42	Die Auflösung halbhomogener Randwertaufgaben	420
43	Iterative Bestimmung von Eigenwerten	424
44	Einschließungssätze und Extremalprinzipien	429
45	Das Ritzsche Verfahren	438
	<i>Historische Anmerkung: Die schwingende Saite</i>	441

VII	Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	
46	Beispiele und Begriffsbestimmungen	450
	Ein Gefechtsmodell	450
	Abbau eines Medikaments	451
	Begriffsbestimmungen	453
47	Die Eliminationsmethode bei kleinen Systemen	454
48	Vektorwertige Funktionen und die Matrixexponentialfunktion .	457
49	Existenz- und Eindeutigkeitsätze	462
50	Das charakteristische Polynom einer Matrix	464
51	Die Auflösung des homogenen Systems	467
52	Die Auflösung des inhomogenen Systems	473
53	Die Methode der Laplacetransformation	475
54	Allgemeinere lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten . .	477
	Die Eliminationsmethode	478
	Die Methode der Laplacetransformation	481
55	Anwendungen	483
	Kompartimentmodelle	483
	Mischungsprozesse	486
	Radioaktive Zerfallsreihen	488
	Wiederkäuer	489
	Chemische Reaktionskinetik	489
	Luftverschmutzung bei Inversionswetterlage	489
	Der Einfluß medikamentöser Dauertherapie einer Schwangeren auf den Fötus	490
	Bleiakkumulation im Körper	492
	Gleichstrommotoren	493
	Schwingungstilger	494
VIII	Systeme linearer Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten	
56	Der Existenz- und Eindeutigkeitsatz	501
57	Integralbasen homogener Systeme	503
58	Die Auflösung inhomogener Systeme	509
IX	Allgemeine Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung. Die Differentialgleichung n-ter Ordnung	
59	Beispiele und Begriffsbestimmungen	512
60	Existenz- und Eindeutigkeitsätze für Systeme	515
61	Die allgemeine Differentialgleichung n -ter Ordnung	518
62	Reduzierbare Typen von Differentialgleichungen zweiter Ordnung	519
63	Numerische Lösungsverfahren	525

X	Qualitative Theorie. Stabilität	
64	Ein Beispiel: Das Lotka-Volterrasche Räuber-Beute-Modell . . .	528
65	Grundbegriffe und Grundtatsachen	534
66	Gleichgewichtspunkte und Stabilität bei linearen Systemen mit konstanten Koeffizienten	541
67	Die Ljapunoffsche Methode	546
68	Periodische Lösungen	556
69	Anwendungen	559
	Ausbreitungsdynamik ansteckender Krankheiten	559
	Organregeneration	565
	Das Lotka-Volterrasche Wettbewerbsmodell	567
	Wettrüstungsmodelle	568
	Die van der Polsche Gleichung der Elektrotechnik	571
	Anhang 1: Tabelle unbestimmter Integrale	575
	Anhang 2: Tabelle zur Laplacetransformation	581
	Lösungen ausgewählter Aufgaben	586
	Literaturverzeichnis	617
	Symbolverzeichnis	620
	Namen- und Sachverzeichnis	621