

# Inhalt

1.	Elemente der Theorie der Punktfolgen .....	6
1.1.	Grundbegriffe der Theorie der Punktfolgen .....	6
1.1.1.	Definition des $R^n$ ; Abstand im $R^n$ .....	6
1.1.2.	Der Umgebungsbegriff im $R^n$ .....	8
1.1.3.	Gebiete im $R^n$ .....	11
1.2.	Konvergenz von Punktfolgen .....	15
2.	Funktionen mehrerer unabhängiger Variabler .....	19
2.1.	Begriff einer reellen Funktion von mehreren unabhängigen Variablen .....	19
2.2.	Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variabler .....	22
2.3.	Grenzwertsätze .....	26
2.4.	Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variabler .....	27
2.5.	Sätze über stetige Funktionen .....	29
2.6.	Vektorfunktionen .....	31
2.6.1.	Begriff der Vektorfunktion .....	31
2.6.2.	Krummlinige Koordinaten im $R^2$ .....	33
2.6.3.	Krummlinige Koordinaten im $R^3$ .....	37
2.6.4.	Parameterdarstellung von Kurven und Flächen .....	40
3.	Partielle Ableitungen und totales Differential .....	44
3.1.	Partielle Ableitungen erster Ordnung .....	44
3.2.	Partielle Ableitungen höherer Ordnung .....	48
3.3.	Das totale Differential .....	52
3.3.1.	Das totale Differential und die Zerlegungsformel .....	52
3.3.2.	Eigenschaften des totalen Differentials .....	56
3.3.3.	Der Gradient einer reellen Funktion $f(x, y, z)$ .....	61
3.3.4.	Der Mittelwertsatz für Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	62
3.4.	Differentiale höherer Ordnung .....	64
3.5.	Anwendungen des totalen Differentials in der Fehlerrechnung .....	67
3.6.	Differentiation zusammengesetzter Funktionen. Die verallgemeinerte Kettenregel .....	72
3.6.1.	Zusammengesetzte Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	72
3.6.2.	Die verallgemeinerte Kettenregel .....	74
3.7.	Implizite Funktionen. Implizite Differentiation .....	80
3.7.1.	Implizit definierte Funktionen einer Variablen .....	80
3.7.2.	Implizite Differentiation implizit definierter Funktionen einer Variablen .....	83
3.7.3.	Implizite Funktionen von mehreren Variablen .....	87
3.7.4.	Die Differentiation implizit definierter Funktionen mehrerer Variabler .....	88
3.7.5.	Extremwerte impliziter Funktionen .....	90
3.8.	Die Funktionaldeterminante eines Funktionensystems .....	92
3.8.1.	Geometrische Eigenschaften, die mittels der Funktionaldeterminante ausgedrückt werden können .....	92
3.8.2.	Der Multiplikationssatz für Funktionaldeterminanten .....	96
3.8.3.	Die Transformation von Differentialausdrücken bei Transformation der unabhängigen Variablen .....	97
3.8.3.1.	Transformation auf ebene Polarkoordinaten .....	9

3.8.3.2.	Transformation auf Zylinderkoordinaten .....	100
3.8.3.3.	Transformation auf Kugelkoordinaten .....	101
3.8.4.	Abhängigkeit differenzierbarer Funktionen .....	102
4.	Der Satz von Taylor und Extremwertaufgaben .....	106
4.1.	Die Taylor-Formel für Funktionen zweier Variabler .....	106
4.2.	Extremwertaufgaben .....	112
4.2.1.	Notwendige Bedingungen für Extremwerte .....	113
4.2.2.	Hinreichende Bedingungen für das Vorliegen eines Extremwertes .....	114
4.2.3.	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen .....	119
4.2.4.	Hinreichende Bedingungen für das Vorliegen relativer Extremwerte für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen .....	124
4.2.5.	Beispiele für Extremwertaufgaben .....	127
4.2.5.1.	Standortproblem. Steiner-Weber-Problem .....	127
4.2.5.2.	Kritische Punkte des elektrischen Feldes .....	130
4.2.5.3.	Geometrische Beispiele .....	131
4.3.	Die Methode der kleinsten Quadrate .....	132
5.	Skalare Felder und Vektorfelder .....	139
5.1.	Allgemeine Betrachtungen zum Feldbegriff .....	139
5.2.	Die Differentialoperatoren der Vektoranalysis .....	144
5.2.1.	Richtungsableitung und Gradient .....	144
5.2.2.	Divergenz .....	146
5.2.3.	Rotation .....	148
5.2.4.	Der Vektordifferentialoperator $\nabla$ . Rechenregeln für die Operatoren grad; div; rot .....	149
5.2.5.	Differentialoperatoren zweiter Ordnung .....	153
	Lösungen der Aufgaben .....	156
	Literatur .....	162
	Namen- und Sachregister .....	163