
Herausgeber: Prof. Dr. O. Beyer, Magdeburg · Prof. Dr. H. Erfurth, Merseburg
Prof. Dr. O. Greuel† · Prof. Dr. C. Großmann, Dresden
Prof. Dr. H. Kadner, Dresden · Prof. Dr. K. Manteuffel, Magdeburg
Prof. Dr. M. Schneider, Karl-Marx-Stadt · Doz. Dr. G. Zeidler, Berlin

PROF. DR. N. SIEBER
PROF. DR. H.-J. SEBASTIAN
DOZ. DR. G. ZEIDLER

Grundlagen der Mathematik, Abbildungen, Funktionen, Folgen

9. AUFLAGE



BSB B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT
1990

Inhalt

| | | |
|--------|--|----|
| 1. | Zum Anliegen des Bandes | 6 |
| 2. | Die Entwicklung der Mathematik und ihre Beziehungen zur Praxis | 8 |
| 2.1. | Aus der Entwicklungsgeschichte der Mathematik | 8 |
| 2.2. | Zu den Anwendungen der Mathematik | 10 |
| 3. | Logik | 11 |
| 3.1. | Aussagen | 11 |
| 3.2. | Variable und Aussageformen | 13 |
| 3.3. | Aussagenverbindungen | 14 |
| 3.3.1. | Elementare Aussagenverbindungen, n -stellige Aussagenverbindungen | 14 |
| 3.3.2. | Wahrheitstabellen der elementaren Aussagenverbindungen | 15 |
| 3.3.3. | Wahrheitstabellen n -stelliger ($n > 2$) Aussagenverbindungen | 17 |
| 3.3.4. | Verbindungen von Aussageformen | 18 |
| 3.4. | Die wesentlichen logischen Zeichen und ihre technische Realisierung | 19 |
| 3.4.1. | Logische Zeichen | 19 |
| 3.4.2. | Technische Realisierung der logischen Zeichen | 20 |
| 4. | Einige Beweisprinzipien | 23 |
| 4.1. | Logische Schlüsse | 23 |
| 4.1.1. | Tautologien | 25 |
| 4.1.2. | Logische Schlußfiguren | 27 |
| 4.2. | Beispiele zur Anwendung logischer Schlüsse beim Führen von Beweisen | 28 |
| 4.2.1. | Zur Anwendung der Abtrennungsregel | 28 |
| 4.2.2. | Direktes und indirektes Beweisen | 29 |
| 4.2.3. | Schluß auf eine Äquivalenz | 31 |
| 4.3. | Die Methode der vollständigen Induktion | 32 |
| 5. | Aufbau der Zahlenbereiche | 36 |
| 5.1. | Der Bereich der reellen Zahlen | 36 |
| 5.1.1. | Natürliche Zahlen | 36 |
| 5.1.2. | Rationale Zahlen, Grundgesetze der Arithmetik | 36 |
| 5.1.3. | Reelle Zahlen | 41 |
| 5.1.4. | Zahlendarstellung | 43 |
| 5.2. | Rechnen mit Ungleichungen und absoluten Beträgen | 44 |
| 5.2.1. | Ungleichungen | 44 |
| 5.2.2. | Absoluter Betrag | 47 |
| 5.3. | Komplexe Zahlen | 48 |
| 5.3.1. | Rein imaginäre Zahlen | 49 |
| 5.3.2. | Komplexe Zahlen | 50 |
| 5.3.3. | Veranschaulichung der komplexen Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene. Trigonometrische und exponentielle Darstellung der komplexen Zahlen | 51 |
| 5.3.4. | Potenzieren, Radizieren und Logarithmieren von komplexen Zahlen | 55 |
| 6. | Kombinatorik | 59 |
| 6.1. | Einführung | 59 |
| 6.1.1. | Auswahl- und Anordnungsprobleme | 59 |
| 6.1.2. | Gebrauch des Summen- und Produktzeichens | 60 |
| 6.2. | Permutationen | 61 |
| 6.2.1. | Permutationen ohne Wiederholung | 61 |
| 6.2.2. | Permutationen mit Wiederholung | 63 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 6.3. | Variationen | 64 |
| 6.3.1. | Variationen ohne Wiederholung | 64 |
| 6.3.2. | Variationen mit Wiederholung | 65 |
| 6.4. | Kombinationen | 66 |
| 6.4.1. | Kombinationen ohne Wiederholung | 66 |
| 6.4.2. | Binomialkoeffizient und binomischer Lehrsatz | 67 |
| 6.4.3. | Kombinationen mit Wiederholung | 70 |
| 6.5. | Übersicht zu den Grundaufgaben der Kombinatorik | 70 |
| 7. | Mengen | 73 |
| 7.1. | Zum Begriff der Menge | 73 |
| 7.2. | Spezielle Mengen | 75 |
| 7.2.1. | Teilmengen, leere Menge | 75 |
| 7.2.2. | Potenzmenge | 77 |
| 7.2.3. | Komplementärmenge | 78 |
| 7.3. | Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen | 79 |
| 7.3.1. | Vereinigungsmenge | 79 |
| 7.3.2. | Durchschnittsmenge | 80 |
| 7.3.3. | Differenzmenge | 80 |
| 7.3.4. | Rechenregeln für die Verknüpfungen Vereinigung, Durchschnitt, Komplement | 81 |
| 7.4. | Über Mächtigkeit von Mengen | 83 |
| 7.4.1. | Gleichmächtige Mengen | 84 |
| 7.4.2. | Abzählbare Mengen | 85 |
| 7.4.3. | Nicht abzählbare Mengen | 86 |
| 7.4.4. | Beispiel für die Begriffe Vereinigung, Durchschnitt, Komplement und Mächtigkeit | 86 |
| 7.5. | Produktmengen | 88 |
| 7.5.1. | Geordnete Paare und geordnete n -Tupel | 88 |
| 7.5.2. | Produktmengen | 89 |
| 7.6. | Beziehungen zwischen den Elementen einer Menge (System) | 90 |
| 7.7. | Operationen zwischen den Elementen einer Menge (linearer Raum) | 91 |
| 7.8. | Metriken in Mengen (metrischer Raum, Umgebungsbegriff) | 92 |
| 7.9. | Weitere Anwendungen (Graphen, konvexe Polyeder) | 96 |
| 7.9.1. | Graphen | 96 |
| 7.9.2. | Konvexe Polyeder | 97 |
| 8. | Abbildungen | 99 |
| 8.1. | Abbildungsbegriff | 99 |
| 8.2. | Lineare Abbildungen | 103 |
| 8.3. | Umkehrabbildung | 104 |
| 8.4. | Einige spezielle Abbildungen | 105 |
| 9. | Funktionen reeller Variabler | 109 |
| 9.1. | Begriff der Funktion und Arten ihrer Vorgabe | 109 |
| 9.2. | Umkehrfunktion (für eine unabhängige Variable) | 115 |
| 9.3. | Einfachste Eigenschaften von Funktionen | 117 |
| 9.4. | Grundfunktionen einer Variablen | 122 |
| 9.5. | Mittelbare und elementare Funktionen | 126 |
| 9.6. | Interpolation (Newton) | 131 |
| 9.7. | Darstellung von Funktionen mittels Parameter | 134 |
| 9.8. | Anwendungen von Funktionen | 136 |
| 9.9. | Funktionsleitern und Netze | 139 |
| 10. | Zahlenfolgen | 150 |
| 10.1. | Zahlenfolgen als Spezialfall von Abbildungen und einige ihrer besonderen Vertreter | 150 |
| 10.2. | Einfachste Eigenschaften von Zahlenfolgen | 152 |
| 10.3. | Nullfolgen und ihr Vergleich | 154 |

6 **Inhalt**

| | | |
|-------------------------------|--|-----|
| 10.4. | Konvergenzbegriff für Zahlenfolgen | 156 |
| 10.5. | Eigenschaften von und Rechnen mit konvergenten Zahlenfolgen | 158 |
| 10.6. | Konvergenzkriterien | 162 |
| 10.7. | Einige spezielle Zahlenfolgen | 165 |
| 10.8. | Häufungspunkte und $\lim \sup$ sowie $\lim \inf$ | 167 |
| 10.9. | Bedeutung von Zahlenfolgen und Grenzwert für die numerische Mathematik | 170 |
| Lösungen der Aufgaben | | 173 |
| Literatur | | 190 |
| Namen- und Sachregister | | 191 |