

Inhalt

1	<i>Einleitung</i>	1
Kapitel I. Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung		3
2	<i>Wahrscheinlichkeiten</i>	4
2.1	Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition	4
2.2	Geometrische Wahrscheinlichkeiten	4
2.3	Häufigkeitsinterpretation der Wahrscheinlichkeiten	5
2.4	Axiomatische Wahrscheinlichkeiten	5
2.5	Subjektive Wahrscheinlichkeiten	6
3	<i>Wahrscheinlichkeitsräume</i>	7
3.1	Ereignisfelder	7
3.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	9
3.3	Beispiele von Wahrscheinlichkeitsräumen	10
4	<i>Struktur allgemeiner Wahrscheinlichkeitsräume</i>	11
4.1	Satz über Wahrscheinlichkeitsräume	11
4.2	Boolesche Ungleichung	11
4.3	Additionstheorem für Wahrscheinlichkeiten	12
4.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	12
4.5	Multiplikationstheorem für Wahrscheinlichkeiten	13
4.6	Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit und Bayessche Formel	13
4.7	Übungen	14
5	<i>Stochastische Unabhängigkeit und Produkt- wahrscheinlichkeitsräume</i>	15
5.1	Stochastische Unabhängigkeit	15
5.2	Produktwahrscheinlichkeitsräume	16
5.3	Übungen	18
Kapitel II. Stochastische Größen und deren Wahrscheinlichkeits- verteilungen		19
6	<i>Stochastische Größen</i>	20
6.1	Mathematisches Modell	20
6.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stochastischen Größe	21
6.3	Übungen	22

7	<i>Verteilungsfunktionen eindimensionaler stochastischer Größen</i> ..	23
7.1	Verteilungsfunktionen	24
7.2	Typen von Verteilungsfunktionen	26
7.3	Übungen	27
8	<i>Diskrete eindimensionale Verteilungen</i>	28
8.1	Dirac-Verteilung δ_μ	28
8.2	Diskrete Gleichverteilung D_m	29
8.3	Alternativverteilung A_p	29
8.4	Binomialverteilung $B_{n,p}$	30
8.5	Hypergeometrische Verteilung $H_{N,A,n}$	30
8.6	Poisson-Verteilung P_μ	31
8.7	Geometrische Verteilung G_p	31
8.8	Übungen	32
9	<i>Kontinuierliche eindimensionale Verteilungen</i>	33
9.1	Kontinuierliche Gleichverteilung $U_{a,b}$	33
9.2	Exponentialverteilung Ex_τ	34
9.3	Standard-Normalverteilung $N(0,1)$	35
9.4	Allgemeine Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$	35
9.5	Logarithmische Normalverteilung $LN(\mu, \sigma^2)$	37
9.6	t -Verteilung t_n	38
9.7	Chiquadrat-Verteilung χ_n^2	38
9.8	F -Verteilung $F_{m,n}$	39
9.9	Betaverteilung $Be(a,b)$	39
9.10	Gammaverteilung $\gamma(\alpha, \beta)$	40
10	<i>Gemischte eindimensionale Verteilungen</i>	41
11	<i>Erwartungswert einer eindimensionalen stochastischen Größe</i> ...	43
11.1	Diskrete Verteilungen	43
11.2	Kontinuierliche Verteilungen	44
11.3	Gemischte Verteilungen	45
12	<i>Erwartungswerte von Funktionen stochastischer Größen</i>	46
12.1	Momente von stochastischen Größen bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen	47
12.2	Varianz einer stochastischen Größe	48
12.3	Übungen	49
13	<i>Stochastische Vektoren und mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen</i>	50
13.1	Diskrete m -dimensionale Verteilungen	51
13.2	Kontinuierliche m -dimensionale Verteilungen	52
13.3	Gemischte m -dimensionale Verteilungen	54
13.4	Randverteilungen	54
13.5	Übungen	56

14	<i>Kovarianz, Korrelation und Unabhängigkeit stochastischer Größen</i>	57
14.1	Erwartungswert von Funktionen von stochastischen Vektoren	57
14.2	Kovarianz	59
14.3	Korrelationskoeffizient	60
14.4	Stochastische Unabhängigkeit	61
14.5	Übungen	63
15	<i>Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartung</i>	64
15.1	Diskrete Verteilungen	64
15.2	Kontinuierliche Verteilungen	65
15.3	Bedingte Erwartung	66
15.4	Übungen	68
16	<i>Charakteristische Funktionen</i>	69
16.1	Satz über charakteristische Funktionen	70
16.2	Übungen	71
17	<i>Funktionen stochastischer Größen</i>	72
17.1	Transformation eindimensionaler stochastischer Größen	72
17.2	Maximum und Minimum stochastischer Größen	74
17.3	Faltung diskreter Verteilungen	75
17.4	Faltung kontinuierlicher Verteilungen	75
17.5	Übungen	77
18	<i>Die Tschebyscheffsche Ungleichung</i>	78
18.1	Tschebyscheffsche Ungleichung	78
18.2	Übungen	78
Kapitel III.	Folgen von stochastischen Größen	79
19	<i>Gesetze der großen Zahlen</i>	80
19.1	Schwaches Gesetz der großen Zahlen	80
19.2	Starkes Gesetz der großen Zahlen	82
19.3	Übungen	82
20	<i>Zentraler Grenzwertungssatz</i>	83
20.1	Konvergenz gegen die Normalverteilung	83
20.2	Approximation durch eine Normalverteilung	86
20.3	Übungen	87
21	<i>Markoff-Ketten</i>	88
21.1	Die Chapman-Kolmogoroff-Gleichungen	89
21.2	Grenzwerteilungen für Markoff-Ketten	90
21.3	Übungen	90
Kapitel IV.	Kontinuierliche stochastische Prozesse	91
22	<i>Erneuerungsprozesse</i>	92
23	<i>Poisson-Prozesse</i>	94
24	<i>Gauß-Prozesse</i>	97

Kapitel V. Klassische schließende Statistik	99
25 <i>Stichproben stochastischer Größen und statistische Entscheidungen</i>	100
26 <i>Klassische Punktschätzungen für Parameter</i>	102
26.1 Unverzerrtheit	103
26.2 Effizienz	103
26.3 Konsistenz	105
26.4 Plausibilität	106
26.5 Verlustminimierung	108
26.6 Übungen	109
27 <i>Der Fundamentalsatz der Statistik</i>	110
27.1 Übungen	112
28 <i>Klassische Bereichsschätzungen für Parameter</i>	113
28.1 Konfidenzfunktionen	113
28.2 Pivot-Größen	114
28.3 Konfidenzintervalle	115
28.4 Übungen	117
29 <i>Grundlegendes über statistische Tests</i>	118
29.1 Statistische Hypothesen	118
29.2 Testfunktionen und Verwerfungsräume	119
29.3 Fehler erster und zweiter Art	119
29.4 Übungen	120
30 <i>Plausibilitätsquotiententests und der Satz von Neyman und Pearson</i>	121
30.1 Plausibilitätsquotiententests	121
30.2 Der Satz von Neyman und Pearson	122
30.3 Übungen	123
31 <i>Tests für Normalverteilungen</i>	124
31.1 t -Test für das Mittel einer Normalverteilung	124
31.2 Test für die Varianz einer Normalverteilung	125
31.3 t -Test für die Gleichheit zweier Normalverteilungen mit identischer Varianz	125
31.4 F -Test für die Gleichheit der Varianzen zweier Normalverteilungen	126
32 <i>Der Chiquadrat-Anpassungstest</i>	128
32.1 Chiquadrat-Test für einfache Hypothesen	128
32.2 Chiquadrat-Test für zusammengesetzte Hypothesen	129
32.3 Übungen	131
33 <i>Klassische Regressionsrechnung</i>	132
33.1 Regressionsfunktionen	132
33.2 Regressionsgeraden	133
33.3 Multiple lineare Regressionsmodelle	136
33.4 Übungen	138

Kapitel VI. Elemente der Bayes-Statistik	139
34 <i>Das Bayessche Theorem</i>	140
34.1 Diskreter Fall	140
34.2 Kontinuierlicher Fall (Bayessches Theorem)	140
34.3 Übungen	143
35 <i>Suffizienz und konjugierte Verteilungsfamilien</i>	144
35.1 Suffiziente Statistiken	144
35.2 Konjugierte Verteilungsfamilien	146
35.3 Übungen	147
36 <i>Verwertung der A-posteriori-Verteilung</i>	149
36.1 Prädiktivverteilungen	149
36.2 A-posteriori-Bayes-Schätzer	149
36.3 HPD-Bereiche	151
36.4 A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten von statistischen Hypothesen	151
36.5 Übungen	152
37 <i>Bayessche Entscheidungsregeln</i>	153
37.1 Statistische Entscheidungen	154
37.2 Bayessche Entscheidungsregeln	155
37.3 Bayes-Schätzer	156
37.4 Bayes-Tests	157
37.5 Übungen	159
Kapitel VII. Statistische Analyse für unscharfe Daten	161
38 <i>Unscharfe Daten</i>	162
38.1 Übungen	163
39 <i>Klassische Parameterschätzung für unscharfe Stichproben</i>	164
39.1 Schätzfunktionen für Parameter	164
39.2 Konfidenzbereiche	165
39.3 Übungen	165
40 <i>Schätzung der Verteilungsfunktion für unscharfe Stichproben</i>	166
40.1 Übungen	167
41 <i>Bayessche Analyse für unscharfe Daten</i>	168
41.1 Unscharfe A-posteriori-Verteilungen	168
41.2 Unscharfe Prädiktivverteilungen	169
41.3 Unscharfe Vertrauensbereiche	169
41.4 Übungen	171
42 <i>Bemerkungen zur schließenden Statistik für unscharfe Stichproben</i>	172
<i>Literatur</i>	173
<i>Symbolverzeichnis</i>	174
<i>Sachverzeichnis</i>	176