

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung: Was versteht man unter Statistik?	1
2. Statistische Massen: Ihre Einheiten und Merkmale	13
2.1 Statistische Massen und ihre Einheiten	13
2.2 Statistische Merkmale und ihre Ausprägungen	15
2.3 Klassifizierung der Merkmale	17
3. Die statistische Erhebung	21
3.1 Erhebungsarten	21
3.2 Erhebungstechnik	23
4. Die statistische Aufbereitung	25
4.1 Technik der Aufbereitung	25
4.2 Gruppenbildung	28
4.2.1 Allgemeines	28
4.2.2 Gruppenbildung bei (sachlich-)qualitativen Merkmalen	29
4.2.3 Gruppenbildung bei (sachlich-)quantitativen Merkmalen	31
5. Darstellung von eindimensionalen Häufigkeitsverteilungen	35
5.1 Eindimensionale Häufigkeitsverteilung qualitativer Merkmale	35
5.1.1 Die Häufigkeitstabelle	35
5.1.2 Die graphische Darstellung	37
5.2 Eindimensionale Häufigkeitsverteilung quantitativ-diskreter Merkmale	39
5.2.1 Die Häufigkeitstabelle	40
5.2.2 Die graphische Darstellung	41
5.2.3 Berechnung von Anteilswerten	43
5.3 Eindimensionale Häufigkeitsverteilung quantitativ-stetiger Merkmale	43
5.3.1 Die graphische Darstellung	47
5.3.2 Die Häufigkeitstabelle	51

5.3.3 Beispiel zur Histogrammdarstellung zweier Häufigkeitsverteilungen	52
5.3.4 Berechnung von Anteilswerten innerhalb einer Klasse	54
5.3.5 Übergang zu einer kontinuierlichen Kurve	56
6. Beschreibung eindimensionaler Häufigkeitsverteilungen	
quantitativer Merkmale durch Verteilungsmaßzahlen	59
6.1 Lageparameter	59
6.1.1 Der Median (Zentralwert) Z	60
6.1.2 Der Modalwert (Modus, häufigster Wert)	62
6.1.3 Das arithmetische Mittel (AM)	63
6.1.4 Das geometrische Mittel (GM)	69
6.1.5 Das harmonische Mittel (HM)	71
6.2 Streuungs-Parameter	72
6.2.1 Die Spannweite (range) R	73
6.2.2 Das Konzept der p -Quantile	74
6.2.3 Die durchschnittlichen absoluten Abweichungen (mean absolute deviation MAD)	77
6.2.4 Varianz und daraus abgeleitete Streuungsparameter	78
6.2.4.1 Definition und Bestimmung aus ungruppiertem Datenmaterial	78
6.2.4.2 Bestimmung aus gruppiertem Datenmaterial (Streuungszerlegungssatz)	80
6.2.5 Der Variationskoeffizient	85
6.2.6 Das Konzept der Momente	86
6.3 Die Konzentration einer Verteilung (Lorenzkurve)	88
Übungsaufgaben.	92
7. Darstellung und Beschreibung von mehrdimensionalen	
Häufigkeitsverteilungen	103
7.1 Allgemeine Grundbegriffe und Darstellungsweisen	104
7.2 Randverteilungen oder marginale Verteilungen.	106
7.3 Bedingte Verteilungen –	
Der Begriff der statistischen Unabhängigkeit	108
7.4 Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen quantitativer Merkmale	112

7.4.1 Die Regressionsrechnung bei ungruppiertem Datenmaterial	112
7.4.1.1 Berechnung der Parameter b_0 und b_1 nach der Methode der kleinsten Quadrate	117
7.4.2 Die Regressionsrechnung bei gruppiertem Datenmaterial	121
7.4.2.1 Berechnung der Parameter b_0 und b_1 nach der Methode der kleinsten Quadrate	124
7.5 Maßgrößen für den Zusammenhang zweier Merkmale	128
Tabellarische Übersicht	130
7.5.1 Zusammenhang zwischen metrisch-skalierten Merkmalen	131
7.5.1.1 Der Korrelationskoeffizient r nach Bravais-Pearson	131
7.5.1.2 Die Streuungszerlegung	134
7.5.1.3 Das Bestimmtheitsmaß B	136
7.5.1.4 Zusammenhang zwischen dem Bestimmtheitsmaß B und dem Korrelationskoeffizienten r	137
7.5.2 Zusammenhang zwischen nominal-skalierten Merkmalen	138
7.5.2.1 Der Phi-Koeffizient (Φ)	138
7.5.2.2 Der Kontingenzkoeffizient C nach Pearson	143
7.5.2.3 Der punktbiseriale oder Zweizeilenkoeffizient r_{pbis}	147
7.5.3 Zusammenhang zwischen ordinal-skalierten Merkmalen	150
7.5.3.1 Der Rangkorrelationskoeffizient R nach Spearman	152
7.5.3.2 Der Rangkorrelationskoeffizient τ (Tau) nach Kendall	158
7.5.3.3 Der biseriale Rangkorrelationskoeffizient r_{rbis}	161
7.6 Kombination von Maßniveaus ohne speziellen Zusammenhang-Koeffizienten	164
Übungsaufgaben	165
8. Maß- und Indexzahlen	171
8.1 Verhältniszahlen	172
8.1.1 Gliederungszahlen	172
8.1.2 Beziehungszahlen	175
8.1.3 Sonderform von Verhältnis- und Beziehungszahlen	177
8.1.4 Meßziffern	178
8.1.5 Meßziffernreihen	179
8.1.6 Umbasierung von Meßziffernreihen	181
8.2 Standardisierung	184

8.3	Indexzahlen	191
8.3.1	Preisindizes	192
8.3.2	Preisindex für die Lebenshaltung	199
8.3.3	Weitere Preisindizes	203
8.3.4	Deflationierung mit Hilfe von Preisindizes	206
8.4	Mengen- und Volumenindizes	208
8.4.1	Einfacher Index der Outputmengen	208
8.4.2	Einfacher Index der Umsätze	208
8.4.3	Volumenindizes	209
8.4.4	Produktionsindizes des Produzierenden Gewerbes	210
8.4.4.1	Die Nettoproduktionsindizes	210
	Übungsaufgaben	225
9.	Bestands- und Bewegungsmassen	235
9.1	Abgrenzung der Begriffe	235
9.2	Fortschreibungsmodelle	238
9.2.1	Der Durchschnittsbestand in einem Fortschreibungsmodell	239
9.2.2	Kennziffern für Fortschreibungsmodelle	241
9.3	Bestandsmassen	246
9.3.1	Erhebungsmöglichkeiten	246
a)	Querschnittsanalysen	246
b)	Längsschnittsanalysen	246
c)	Panelanalysen	246
9.3.2	Die demographische Struktur einer Bevölkerung	249
9.3.2.1	Gliederung nach dem Geschlecht	249
9.3.2.2	Gliederung nach dem Alter	252
9.3.2.3	Gliederung der Bevölkerung nach der Erwerbsbeteiligung und dem Lebensunterhalt	258
9.4	Bewegungsmassen	262
9.4.1	Die zeitliche Veränderung einer Bevölkerungsstruktur	262
1.	Die Generationen-Sterbetafel	266
2.	Die Perioden-Sterbetafel	267
	Tabelle 9.8: Abgekürzte Sterbetafel 1986/87 (Männlich)	273
	Übungsaufgaben	275

10. Zeitreihenanalyse	283
10.1 Bewegungskomponenten von Zeitreihen	283
10.2 Bestimmung der glatten Komponente	289
10.2.1 Methode der kleinsten Quadrate	289
10.2.2 Methode der gleitenden Durchschnitte	295
10.2.3 Methode der gewichteten gleitenden Durchschnitte	301
10.2.4 Verfahren der exponentiellen Glättung	302
10.2.4.1 Allgemeine Einführung	302
10.2.4.2 Zufällige Schwankungen um eine horizontale Komponente	303
10.2.4.3 Berücksichtigung eines Trendparameters	308
10.3 Saisonbereinigung von Zeitreihen	311
10.3.1 bei additiver Verknüpfung	313
10.3.1.1 Phasendurchschnittsverfahren	313
10.3.2 bei multiplikativer Verknüpfung	319
10.3.2.1 Phasendurchschnittsverfahren	319
10.3.2.2 Gliedzifferverfahren nach Person	323
10.4 Übersicht über die Bestimmung der Komponenten einer Zeitreihe	327
10.4.1 simultane Bestimmung	327
10.4.2 sukzessive Bestimmung	327
Übungsaufgaben	329
11. Teilerhebungen	337
11.1 Total- und Teilerhebungen	337
11.2 Auswahlverfahren	338
11.3 Stichprobenerhebungen	340
11.3.1 Das einfache Stichprobenverfahren	340
11.3.2 Das geschichtete Stichprobenverfahren	344
11.3.3 Die Klumpenstichprobe	347
11.3.4 Mehrstufige Stichprobenverfahren	348
11.4 Induktive und deduktive Schlußweise	349

12. Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung 353

12.1 Der Begriff des zufälligen Ereignisses	353
12.2 Der Begriff der Wahrscheinlichkeit	356
12.2.1 Die klassische Definition der Wahrscheinlichkeit nach Laplace	356
12.2.2 Beispiele zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	358
12.2.3 Kritik an dem Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsbegriff	362
12.2.4 Die Häufigkeitsdefinition der Wahrscheinlichkeit nach von Mises	366
12.2.5 Die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	367
a) die empirische Bestimmung	367
b) die logische Bestimmung	367
c) die subjektive Bestimmung	368
12.3 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie	368
12.3.1 Das Rechnen mit zufälligen Ereignissen	370
12.3.2 Das Axiomensystem von Kolmogorov	375
12.3.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und stochastisch unabhängige Ereignisse	380
12.3.4 Totale (vollständige) Wahrscheinlichkeit	386
12.3.5 Der Satz von Bayes	390
Übungsaufgaben	394

13. Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilungen 403

13.1 Begriff der Zufallsvariablen	403
13.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen	406
13.2.1 Die Verteilungsfunktion $F(x)$	407
13.2.2 Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $p(x)$	410
13.2.3 Die Wahrscheinlichkeitsdichte oder Dichtefunktion $f(x)$	412
13.3 Momente von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	416
13.3.1 Der Erwartungswert	417
13.3.2 Die Varianz	420
13.3.3 Das Konzept der Momente von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	422

13.4 Zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen	424
13.4.1 Wahrscheinlichkeitsverteilungen	425
13.4.2 Momente der gemeinsamen Verteilung und der Randverteilungen	434
13.4.3 Berechnung des Erwartungswertes und der Varianz für Verknüpfungen von zwei Zufallsvariablen	436
Übungsaufgaben	440
14. Einige spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	447
14.1 Die Binomialverteilung (BV)	449
14.1.1 Wahrscheinlichkeitsfunktion und -verteilung	449
14.1.2 Graphische Darstellung	454
14.1.3 Momente der Binomialverteilung	456
14.1.4 Anwendungen der Binomialverteilung	457
14.2 Die Hypergeometrische Verteilung (HV)	458
14.2.1 Wahrscheinlichkeitsfunktion und -verteilung	458
14.2.2 Momente der hypergeometrischen Verteilung	460
14.2.3 Vergleich der hypergeometrischen Verteilung mit der Binomialverteilung	461
14.2.4 Beispiele für die Anwendung der hypergeometrischen Verteilung	462
14.3 Die Poissonverteilung (PV)	464
14.3.1 Wahrscheinlichkeitsfunktion und -verteilung	464
14.3.2 Anwendungen der Poissonverteilung	467
14.3.3 Vergleich der Poissonverteilung mit der Binomialverteilung	468
14.4 Die Normalverteilung (NV)	470
14.4.1 Die zweiparametrische Schar von Normalverteilungen, die standardisierte Normalverteilung	471
14.4.2 Das Rechnen mit normalverteilten Zufallsvariablen	475
14.4.3 Die Normalverteilung als Approximation für bestimmte Verteilungstypen	484
14.4.3.1 für die Binomialverteilung	485
14.4.3.2 für die Poissonverteilung	487
14.4.3.3 für die Hypergeometrische Verteilung	490
14.4.4 Lineare Funktionen mehrerer normal verteilter Zufallsvariablen	491
14.4.5 Der zentrale Grenzwertsatz	495

14.5 Die Chi-Quadrat Verteilung	495
14.6 Die Studentverteilung (t-Verteilung)	498
14.7 Die F-Verteilung	500
Übungsaufgaben	502
15. Einführung in die Schätztheorie	509
15.1 Grundlagen der Punktschätzung	510
15.1.1 Der Begriff der Schätzfunktion	510
15.1.2 Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	512
15.1.2.1 Die Erwartungstreue	513
15.1.2.2 Die asymptotische Erwartungstreue	516
15.1.2.3 Die absolute Effizienz	517
15.1.2.4 Die Konsistenz	518
15.1.2.5 Die Suffizienz	519
15.1.2.6 Die Robustheit	519
15.1.3 Methoden zur Konstruktion von Schätzfunktionen	519
15.1.3.1 Die Momentenmethode	520
15.1.3.2 Die Maximum-Likelihood Methode	520
15.1.3.3 Anwendung der Maximum-Likelihood Methode	524
a) Schätzfunktion für den Parameter P der Binomialverteilung	524
b) Schätzfunktion für die Parameter μ und σ^2 der Normalverteilung	525
15.1.3.3 Kleinste-Quadrate-Methode	527
15.2 Grundlagen der Intervallschätzung	529
15.2.1 Schwankungsintervall für den Mittelwert \bar{X}	531
15.2.2 Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ einer Normalverteilung bei großem Stichprobenumfang n	533
15.2.3 Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ bei unbekannter Varianz σ^2 und kleinem Stichprobenumfang n	537
15.2.4 Konfidenzintervall für den Anteilswert P einer binomialverteilten Zufallsvariablen X	540
15.2.5 Konfidenzintervall für den Anteilswert P einer hypergeometrisch verteilten Zufallsvariablen X	540

15.2.6 Übersicht zur Berechnung von symmetrischen Konfidenzintervallen zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1-\alpha$ für den Erwartungswert μ_X einer Zufallsvariablen X	543
15.2.7 Konfidenzintervall für die Differenz zweier Erwartungswerte	549
15.2.8 Konfidenzintervall für die Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit	553
15.2.9 Konfidenzintervall für den Quotienten zweier Varianzen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	554
15.3 Der Stichprobenumfang	556
Übungsaufgaben	560
16. Einführung in die Testtheorie	567
16.1 Grundbegriffe der Testtheorie	567
16.1.1 Die statistische Hypothese	567
16.1.2 Der statistische Test	568
16.1.3 Formen der statistischen Hypothese	568
16.2 Fehlermöglichkeiten bei statistischen Tests	569
16.3 Das Prinzip eines statistischen Tests	573
A. Verteilungsgebundene Testverfahren	575
1. Der Ein-Stichproben-Fall	575
2. Der Zwei-Stichproben-Fall	576
16.4 Parametertests	576
16.4.1 Signifikanztest für den Erwartungswert μ bei großem Stichprobenumfang n	579
16.4.2 Signifikanztest für den Erwartungswert μ bei kleinem Stichprobenumfang n	586
16.4.3 Signifikanztest für den Anteilswert P	587
16.4.4 Signifikanztest für die Varianz σ^2	589
16.4.5 Signifikanztest für die Differenz zweier Erwartungswerte	592
16.4.6 Signifikanztest für die Differenz zweier binomialverteilter Anteilswerte	594

16.4.7	Signifikanztest für den Quotienten zweier Varianzen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	596
16.5	Übersicht über die Prüfvariablen (Stichprobenfunktionen) und deren Verteilungen bei einigen Parametertests	601
16.5.1	Testverfahren für den Erwartungswert μ_X einer normalverteilter Zufallsvariablen X	601
16.5.2	Testverfahren für den Erwartungswert μ_X einer Bernoulli- verteilten Zufallsvariablen X , mit dem Anteilswert P	604
16.5.3	Testverfahren für die Differenz zweier Erwartungswerte $\mu_X - \mu_Y$	608
16.5.4	Testverfahren für die Differenz zweier Anteilswerte $P_X - P_Y$ von Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen X und Y	613
16.5.5	Testverfahren für die Varianz σ^2 einer normalverteilten Grundgesamtheit	616
16.5.6	Testverfahren für die Gleichheit von Varianzen zweier normalverteilter Grundgesamtheiten	617
16.6.	Alternativtest	619
B.	Verteilungsfreie Testverfahren	625
1.	Nichtparametrisch oder verteilungsfrei	625
2.	Die Güte bzw. Effizienz dieser Verfahren	630
16.7	Anpassungstests (Ein-Stichproben-Fall)	631
16.7.1	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest	632
16.7.2	Der Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest	636
16.8	Unabhängigkeitstests (Ein-Stichproben-Fall)	640
16.8.1	Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	635
16.9	Homogenitätstests (Zwei-Stichproben-Fall)	643
16.9.1	Der Chi-Quadrat-Homogenitätstest	644
16.9.2	Der Kolmogorov-Smirnov-Homogenitätstest	645
16.10	Der Vorzeichenstest	647
16.11	Der Vorzeichen-Rang Test (nach Wilcoxon)	650
16.11.1	Ein-Stichproben-Fall	650
16.11.2	Zwei-Stichproben-Fall	654
16.12	Der U-Test von Mann und Whitney	657
16.13	Die Gütefunktion eines statistischen Tests	669
	Übungsaufgaben	676

Anhang

Tabellen:

1. Binomialverteilung	687
2. Poissonverteilung	693
3. Standard-Normalverteilung	696
4. Chi-Quadrat - Verteilung	702
5. t - Verteilung	706
6. F - Verteilung für $1 - \alpha = .90$	708
7. F - Verteilung für $1 - \alpha = .95$	713
8. F - Verteilung für $1 - \alpha = .99$	718
Tabelle 9.8: Abgekürzte Sterbetafel 1986/87 (Weiblich)	723

Literaturverzeichnis	725
Stichwortverzeichnis	737