Gerhard Hübner

Stochastik

Eine anwendungsorientierte Einführung für Informatiker, Ingenieure und Mathematiker

vieweg

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **1**

1.1 Was ist Stochastik? 1
1.2 Anwendungsbereiche der Stochastik 2
1.3 Modell und Realität 2
1.4 Fragestellungen und Ziele 4

2 Wahrscheinlichkeits-Modelle **7**

2.1 Die Modell-Bausteine 7
2.2 Der Merkmalraum Ω 8
2.3 Zusammengesetzte Merkmale 9
2.4 Ereignisse 10
2.5 Das Ereignis-System $\mathcal{A}$ 13
2.6 Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit 16
2.7 Weitere Eigenschaften von Wahrscheinlichkeitsmaßen 21
2.8 Elementare bedingte Wahrscheinlichkeiten 22
2.9 Aufgaben 25

3 Darstellungen von Wahrscheinlichkeitsmaßen **29**

3.1 Diskrete W-Maße und Zähldichten 29
3.2 Stetige W-Maße und Riemann-Dichten 31
3.3 Verteilungsfunktionen 37
3.4 Aufgaben 41

4 Mehrstufige W-Modelle, Koppelung **43**

4.1 Koppelung diskreter W-Modelle 43
4.2 Koppelung stetiger W-Modelle 45
4.3 Unabhängige Koppelung 46
4.4 Markov-Koppelung 49

4.5 Zufälliges Ziehen ohne Zurücklegen 50
4.6 Folgen von Koppelungsmodellen 52
4.7 Aufgaben 54

5 Zufallsvariable und Bildmodelle **57**
5.1 Zufallsvariable 57
5.2 Bildmodelle, Verteilungen von Zufallsvariablen 60
5.3 Hypergeometrische und Binomial-Modelle 62
5.4 Die Poisson-Approximation der Binomial-Verteilung 64
5.5 Die Normal-Approximation der Binomial-Verteilung 65
5.6 Wartezeiten, die geometrische Verteilung 66
5.7 Mehrfaches Warten — Die negative Binomialverteilung 68
5.8 Bild-Verteilungen für stetige W-Modelle 69
5.9 Randverteilung und gemeinsame Verteilung 71
5.10 Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsvariablen 75
5.11 Summen-Verteilungen und Faltung 79
5.12 Aufgaben 84

6 Kenngrößen **89**
6.1 Modalwert, Median, Quantile 89
6.2 Erwartungswert: Einführung 91
6.3 Erwartungswert: diskrete Modelle 92
6.4 Erwartungswert: stetige und gemischte Modelle 98
6.5 Streuung und Varianz 103
6.6 Kovarianz 106
6.7 Mehrdimensionale Normalverteilung 108
6.8 Zufällige Summen und bedingte Erwartungswerte 112
6.9 Aufgaben 117

7 Modelle für stochastische Prozesse **121**
7.1 Vorbemerkungen 121
7.2 Markov-Ketten — einige Grundbegriffe 122
7.3 Markov-Ketten im Gleichgewicht 125
7.4 Aufgaben 130

8 Bediensysteme **133**

8.1 Vorbemerkungen 133
8.2 Das Bedienmodell $M|M|1|\infty$ 135
8.3 Das $M|M|1$-Bediensystem im Gleichgewicht 140
8.4 Leistungsmaße im $M|M|1$-Bediensystem 142
8.5 $M|M|s|c$-Bediensysteme 146
8.6 Andere Bedienzeitverteilungen 153
8.7 Gekoppelte Bediensysteme — Bediennetze 154
8.8 Bedienmodelle mit stetiger Zeit 158
8.9 Aufgaben 160

9 Zufallszahlen und Simulation **165**

9.1 Vorbemerkungen 165
9.2 Erzeugen gleichverteilter Zufallszahlen 166
9.3 Zufallszahlen mit anderen Verteilungen 167
9.4 Anwendung von Simulationsverfahren 172
9.5 Aufgaben 174

10 Grundfragen der Statistik **175**

10.1 Typische Problemstellungen 175
10.2 Punktschätzung 177
10.3 Intervallschätzung 180
10.4 Statistische Tests 183
10.5 Testen von Hypothesen 185
10.6 Chi-Quadrat-Anpassungstest 187
10.7 Test auf Unabhängigkeit 189
10.8 Aufgaben 190

A Tabellen **193**

A.1 Die wichtigsten diskreten Verteilungen 193
A.2 Die wichtigsten stetigen Verteilungen 194
A.3 Werte der Standard-Normalverteilung 195
A.4 Quantile der Standard-Normalverteilung 196

A.5 Quantile der Student-Verteilung 196
A.6 Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung 197

Literaturverzeichnis **199**

Symbole und Abkürzungen **202**

Stichwortverzeichnis **203**