

Etienne Guyon  
Jean-Pierre Hulin  
Luc Petit

# Hydrodynamik

Aus dem Französischen übersetzt von Thomas Filk

Mit einem Geleitwort von P. G. de Gennes



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Physik der Fluide</b>	<b>5</b>
1.1 Der flüssige Zustand	5
1.1.1 Die verschiedenen Zustände der Materie: Modelle und wirkliche Systeme	6
1.1.2 Der Übergang fest-flüssig: eine manchmal unscharfe Grenze	11
1.2 Makroskopische Transportkoeffizienten	12
1.2.1 Die Wärmeleitfähigkeit	14
1.2.2 Diffusion von Masse	22
1.3 Mikroskopische Modelle der Transportkoeffizienten	24
1.3.1 Ein Zugang zur Massendiffusion: der Zufallsweg	24
1.3.2 Transportkoeffizienten idealer Gase	27
1.3.3 Eigenschaften des diffusiven Transports in Flüssigkeiten	32
1.4 Oberflächeneffekte und Oberflächenspannung	34
1.4.1 Die Oberflächenspannung	35
1.4.2 Druckunterschied zwischen den beiden Seiten einer gekrümmten Grenzfläche. Das Gesetz von Laplace	35
1.4.3 Änderung der Oberflächenspannung durch Tenside	39
1.4.4 Die Rayleigh-Taylor-Instabilität	40
1.5 Spektroskopie von Flüssigkeiten	43
1.5.1 Einige gebräuchliche Sonden zur Untersuchung der mikroskopischen Struktur von Flüssigkeiten	43
1.5.2 Strukturfaktor und elastische Streuung von Röntgenstrahlen: ein Beispiel für die Anwendung der Streuung auf atomarer Skala	45
1.5.3 Elastische und quasielastische Streuung von Licht: ein Hilfsmittel für die Untersuchung der Struktur und des diffusiven Transports in Flüssigkeiten	49
1.5.4 Inelastische Streuung von Licht in Flüssigkeiten	54
<b>2 Impulsdiffusion und Strömungsbereiche</b>	<b>59</b>
2.1 Diffusiver und konvektiver Impulstransport in Strömungen	59
2.1.1 Diffusion und Konvektion von Impuls: zwei anschauliche Experimente	59
2.1.2 Impulstransport in einer Scherströmung. Die Viskosität	61
2.1.3 Makroskopische Definition der Viskosität	61
2.2 Mikroskopische Modelle der Viskosität	66
2.2.1 Viskosität von Gasen	66
2.2.2 Viskosität von Flüssigkeiten	68

2.2.3	Numerische Simulation der Teilchenbahnen in einer Flüssigkeits- oder Gasströmung . . . . .	71
2.3	Vergleich zwischen diffusiven und konvektiven Ausbreitungsmechanismen . . . . .	73
2.3.1	Die Reynolds-Zahl . . . . .	73
2.3.2	Konvektiver und diffusiver Transport von Masse oder Wärme . . . . .	74
2.4	Beschreibung der verschiedenen Strömungsbereiche . . . . .	77
2.4.1	Die verschiedenen Strömungsbereiche hinter einem Zylinder . . . . .	78
2.4.2	Übergang zur Ablösung von Wirbeln hinter einem Zylinder. Das Modell von Landau . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Kinematik der Fluide</b>	<b>89</b>
3.1	Beschreibung der Fluidbewegung . . . . .	89
3.1.1	Längenskalen und die Kontinuumshypothese . . . . .	89
3.1.2	Eulersche und Lagrangesche Beschreibungen der Fluidbewegung . . . . .	90
3.1.3	Beschleunigung eines Fluidteilchens . . . . .	91
3.1.4	Stromlinien, Bahnlinien, Streichlinien . . . . .	93
3.1.5	Sichtbarmachung der Strömung . . . . .	94
3.2	Deformationen in Strömungen . . . . .	99
3.2.1	Zerlegung des Feldes des Geschwindigkeitsgradienten in der Nähe eines Punktes . . . . .	99
3.2.2	Untersuchung des symmetrischen Terms: reine Deformation . . . . .	100
3.2.3	Untersuchung des antisymmetrischen Terms: reine Rotation . . . . .	103
3.2.4	Große und kleine Deformationen . . . . .	106
3.3	Massenerhaltung in einem strömenden Fluid . . . . .	109
3.3.1	Kontinuitätsgleichung . . . . .	109
3.3.2	Inkompressibilitätsbedingung für ein Fluid . . . . .	111
3.3.3	Analogie zum Elektromagnetismus . . . . .	113
3.4	Die Stromfunktion . . . . .	114
3.4.1	Einführung und Bedeutung der Stromfunktion . . . . .	114
3.4.2	Beispiele ebener Strömungen und ihre Stromfunktionen . . . . .	116
3.4.3	Der Fall der axialsymmetrischen Strömungen . . . . .	119
3.5	Meßverfahren für Geschwindigkeitsgradienten . . . . .	120
3.5.1	Messung der lokalen Geschwindigkeit in einem Fluid: Das Laser-Doppleranemometers . . . . .	121
3.5.2	Bestimmung der lokalen Geschwindigkeitsgradienten (Strophometrie) . . . . .	124
<b>4</b>	<b>Die lokalen Gleichungen der Fluidodynamik</b>	<b>127</b>
4.1	Oberflächenkräfte . . . . .	127
4.1.1	Allgemeiner Ausdruck für die Oberflächenkräfte . . . . .	127
4.1.2	Eigenschaften des Zähigkeitsspannungstensors . . . . .	131
4.1.3	Zähigkeitsspannungstensor für ein Newtonsches Fluid . . . . .	132
4.1.4	Nicht-Newtonsche Fluide . . . . .	134
4.2	Die Bewegungsgleichung eines Fluids . . . . .	138
4.2.1	Die Gleichung der Fluidodynamik für den allgemeinen Fall . . . . .	138

4.2.2	Die Navier-Stokes-Gleichung der Bewegung eines Newtonschen Fluids . . . . .	140
4.2.3	Eulersche Gleichung für die Bewegung eines idealen Fluids . . . . .	141
4.2.4	Dimensionslose Form der Navier-Stokes-Gleichung . . . . .	141
4.3	Randbedingungen für Fluidströmungen . . . . .	142
4.3.1	Randbedingungen an der Oberfläche eines Festkörpers . . . . .	142
4.3.2	Randbedingungen zwischen zwei Fluiden; Einfluß der Oberflächen- spannung . . . . .	143
4.4	Einige Lösungen der Navier-Stokes-Gleichung . . . . .	145
4.4.1	Die Navier-Stokes-Gleichung für Strömungen mit einer Stromrich- tung . . . . .	145
4.4.2	Ebene Couette-Strömung (Strömung zwischen zwei sich relativ zueinander bewegenden parallelen Ebenen) . . . . .	146
4.4.3	Poiseuille-Strömungen . . . . .	147
4.4.4	Oszillierende Strömungen in einem zähen Fluid . . . . .	152
4.4.5	Strömungen, die durch einen Gradienten der Oberflächenspannung hervorgerufen werden (Marangoni-Effekt) . . . . .	157
4.4.6	Zylindrische Couette-Strömung . . . . .	160
<b>5</b>	<b>Erhaltungssätze</b>	<b>167</b>
5.1	Gleichung für die Massenerhaltung . . . . .	167
5.2	Impulserhaltung . . . . .	168
5.2.1	Lokale Form . . . . .	168
5.2.2	Integrale Form der Impulserhaltungsgleichung . . . . .	169
5.3	Erhaltung der kinetischen Energie – Die Bernoulli-Gleichung . . . . .	173
5.3.1	Erhaltungsgleichung für die kinetische Energie in einem inkom- pressiblen strömenden Fluid mit oder ohne Viskosität . . . . .	173
5.3.2	Das Gesetz von Bernoulli – Anwendungen . . . . .	176
5.4	Anwendungen der Erhaltungssätze von Impuls und Energie . . . . .	186
5.4.1	Auf eine Ebene auftreffender Strahl . . . . .	186
5.4.2	Durch eine Öffnung aus einem Becken austretender Strahl . . . . .	188
5.4.3	Kraft auf die Wände eines rotationssymmetrischen Leitungsrohrs von veränderlichem Querschnitt . . . . .	191
5.4.4	Der Wechselsprung . . . . .	193
5.4.5	Eine weitere Anwendung: Entlastungstor in einem Kanal . . . . .	200
<b>6</b>	<b>Potentialströmungen</b>	<b>204</b>
6.1	Einleitung . . . . .	204
6.2	Definitionen, Eigenschaften und Beispiele von Potentialströmungen . . . . .	206
6.2.1	Charakteristische Eigenschaften und Beispiele von Geschwindig- keitspotentialen . . . . .	206
6.2.2	Eindeutigkeit der Geschwindigkeitspotentiale . . . . .	206
6.2.3	Geschwindigkeitspotentiale für elementare Strömungen und die Kombination von Potentialfunktionen . . . . .	210
6.2.4	Beispiele einfacher Potentialströmungen . . . . .	217

6.3	Kräfte auf ein Hindernis in einer Potentialströmung . . . . .	226
6.3.1	Der zweidimensionale Fall . . . . .	227
6.3.2	Dreidimensionale Hindernisse . . . . .	232
6.4	Linearwellen an der Oberfläche eines idealen Fluids . . . . .	236
6.4.1	Wogen und Wellen . . . . .	236
6.4.2	Bahnlagen der Fluidteilchen beim Durchlauf einer Welle . . . . .	240
6.4.3	Solitonen . . . . .	241
6.5	Elektrische Analogie der zweidimensionalen Potentialströmungen . . . . .	243
6.5.1	Direkte Analogie . . . . .	244
6.5.2	Umgekehrte Analogie . . . . .	244
6.6	Das komplexe Geschwindigkeitspotential . . . . .	247
6.6.1	Definition des komplexen Potentials . . . . .	247
6.6.2	Komplexes Potential für einige Strömungen . . . . .	248
6.6.3	Die konforme Transformation . . . . .	251
<b>7</b>	<b>Wirbeldichte und Wirbeldynamik</b>	<b>262</b>
7.1	Die Wirbeldichte und ihr Analogon im Elektromagnetismus . . . . .	262
7.1.1	Der Wirbeldichtevektor . . . . .	262
7.1.2	Die Analogie mit dem Elektromagnetismus . . . . .	263
7.1.3	Geradlinige Wirbelröhren und die Analogie mit dem Magnetfeld zu einem stromdurchflossenen Leiter . . . . .	265
7.1.4	Die Analogie zum Elektromagnetismus für beliebige Verteilungen der Wirbeldichte . . . . .	270
7.2	Dynamik der Zirkulation . . . . .	273
7.2.1	Das Kelvinsche Theorem: Die Erhaltung der Zirkulation . . . . .	273
7.2.2	Quellen der Zirkulation in viskosen oder kompressiblen Fluidströ- mungen oder in Anwesenheit nicht konservativer Kräfte . . . . .	277
7.3	Die Dynamik der Wirbeldichte . . . . .	282
7.3.1	Die Transportgleichung der Wirbeldichte und Folgerungen . . . . .	282
7.3.2	Gleichgewicht zwischen Streckung und Diffusion bei der Dynamik der Wirbeldichte . . . . .	287
7.4	Beispiele von Wirbeldichteverteilungen . . . . .	291
7.4.1	Einige Fälle von Wirbeldichteverteilungen, die auf Linien konzen- triert sind . . . . .	291
7.4.2	Dynamik mehrerer geradliniger, paralleler Wirbellinien . . . . .	292
7.4.3	Ringwirbel . . . . .	297
<b>8</b>	<b>Strömungen bei kleinen Reynolds-Zahlen</b>	<b>303</b>
8.1	Beispiele für Strömungen bei kleinen Reynolds-Zahlen . . . . .	303
8.2	Die Bewegungsgleichung für kleine Reynolds-Zahlen . . . . .	305
8.2.1	Die Stokessche Gleichung . . . . .	305
8.2.2	Einige äquivalente Formen der Stokesschen Gleichung . . . . .	306
8.2.3	Eigenschaften der Lösungen der Stokesschen Gleichung . . . . .	307
8.2.4	Vorhersagen aus Dimensionsüberlegungen für Strömungen bei klei- ner Reynolds-Zahl . . . . .	315

8.3	Kräfte und Drehmomente auf einen sich bewegendem starren Körper . . . . .	316
8.3.1	Die Linearität zwischen der Geschwindigkeit eines Gegenstandes und den angreifenden Kräften . . . . .	316
8.3.2	Allgemeine Symmetrieeigenschaften der Tensoren $A_{ij}$ , $B_{ij}$ , $C_{ij}$ und $D_{ij}$ . . . . .	318
8.3.3	Der Einfluß von Symmetrieeigenschaften des starren Körpers auf die Kräfte und Drehmomente . . . . .	319
8.4	Bewegung einer Kugel mit gleichförmiger Geschwindigkeit . . . . .	325
8.4.1	Das Geschwindigkeitsfeld um eine sich bewegendem Kugel . . . . .	325
8.4.2	Kraft auf eine sich bewegendem Kugel in einem unendlichen Fluid; der Widerstandsbeiwert . . . . .	329
8.4.3	Erweiterung der Lösung der Stokesschen Gleichung für andere Pro- bleme . . . . .	331
8.4.4	Die Grenzen der Stokesschen Beschreibung für Strömungen bei kleinen Reynolds-Zahlen – Die Oseensche Gleichung . . . . .	335
8.5	Quasiparallele Strömungen bei kleinen Reynolds-Zahlen . . . . .	338
8.6	Dynamik von Suspensionen . . . . .	342
8.6.1	Rheologie von Suspensionen . . . . .	343
8.6.2	Sedimentation einer Suspension von Teilchen . . . . .	344
8.7	Strömungen in porösen Medien . . . . .	348
8.7.1	Einige Beispiele . . . . .	348
8.7.2	Parameter, die poröse Medien charakterisieren . . . . .	350
8.7.3	Strömungen in porösen Medien – Das Gesetz von Darcy . . . . .	352
8.7.4	Berechnung der Permeabilität eines porösen Mediums, modelliert durch ein Raster paralleler Kapillaren . . . . .	354
8.7.5	Ein zweidimensionales Modell poröser Medien: Die Hele-Shaw- Zelle . . . . .	355
<b>9</b>	<b>Laminare Grenzschichten</b> . . . . .	<b>357</b>
9.1	Einleitung . . . . .	357
9.2	Qualitative physikalische Untersuchung der Grenzschicht . . . . .	359
9.3	Die Bewegungsgleichungen in der Grenzschicht – die Prandtlsche Theorie . . . . .	362
9.3.1	Die Bewegungsgleichungen an einer flachen Platte . . . . .	362
9.3.2	Transport von Wirbeldichte in der Grenzschicht . . . . .	364
9.3.3	Selbstähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht bei einer gleichförmigen und konstanten äußeren Geschwindigkeit . . . . .	364
9.4	Geschwindigkeitsprofile in Grenzschichten . . . . .	367
9.4.1	Die Blasiusche Gleichung für eine gleichförmige äußere Strömung entlang einer ebenen Platte . . . . .	367
9.4.2	Näherungslösung der Blasiuschen Gleichung . . . . .	368
9.4.3	Die Reibungskraft auf eine flache Platte in einer gleichförmigen Strömung . . . . .	370
9.4.4	Die Dicke der Grenzschicht . . . . .	371
9.4.5	Hydrodynamische Stabilität einer laminaren Grenzschicht – turbu- lente Grenzschichten . . . . .	373

9.5	Laminare Grenzschicht bei einem äußeren Druckgradienten . . . . .	374
9.5.1	Vereinfachte physikalische Untersuchung des Problems . . . . .	374
9.5.2	Selbstähnliche Geschwindigkeitsprofile, Strömungen der Form $U(x) = Cx^m$ . . . . .	374
9.5.3	Grenzschichten konstanter Dicke . . . . .	379
9.5.4	Nicht-selbstähnliche Strömungen. Ablösung der Grenzschicht . . . . .	381
9.5.5	Praktische Konsequenzen aus der Ablösung von Grenzschichten . . . . .	382
9.5.6	Ablösung turbulenter Grenzschichten; Reduktion des Widerstandes . . . . .	383
9.6	Grenzschichtablösungen in der Aerodynamik . . . . .	383
9.6.1	Aerodynamik von Tragflügeln . . . . .	383
9.6.2	Verhinderung der Grenzschichtablösung durch Absaugen . . . . .	389
9.6.3	Verhinderung der Grenzschichtablösung durch die Beeinflussung des Profils eines festen Gegenstandes . . . . .	392
9.7	Konzentrations- und Temperaturgrenzschichten . . . . .	392
9.7.1	Temperaturgrenzschichten . . . . .	394
9.7.2	Konzentrationsgrenzschichten, Polarographie . . . . .	401
9.8	Laminare Nachlaufströmung . . . . .	405
9.8.1	Qualitativer Zugang zu dem Problem . . . . .	405
9.8.2	Lösung der Bewegungsgleichung in der Nachlaufströmung weit entfernt von dem Gegenstand . . . . .	407
9.8.3	Widerstandskraft auf einen Gegenstand; Relation zum Geschwindigkeitsprofil in der Nachlaufströmung . . . . .	409
<b>10</b>	<b>Hydrodynamische Instabilitäten</b> . . . . .	<b>412</b>
10.1	Thermische Konvektion . . . . .	412
10.1.1	Gleichungen für den konvektiven Transport der Wärme . . . . .	412
10.1.2	Durch einen horizontalen Temperaturgradienten erzeugte thermische Konvektion . . . . .	413
10.2	Die Rayleigh-Bénardsche Instabilität . . . . .	416
10.2.1	Beschreibung der Rayleigh-Bénardschen Instabilität . . . . .	417
10.2.2	Mechanismus der Rayleigh-Bénardschen Instabilität und Abschätzung der Größenordnungen . . . . .	418
10.2.3	Qualitativer Mechanismus der Instabilität . . . . .	418
10.2.4	Zweidimensionale Lösung des Rayleigh-Bénardschen Problems . . . . .	420
10.3	Andere Beispiele von Instabilitäten mit kritischen Punkten . . . . .	427
10.3.1	Die Instabilität von Taylor-Couette . . . . .	427
10.3.2	Die thermokapillare Instabilität von Bénard-Marangoni . . . . .	431
10.4	Andere Instabilitätsklassen . . . . .	434
10.4.1	Die Kelvin-Helmholtz-Instabilität . . . . .	435
10.4.2	Poiseuille-Strömung in einer Röhre zwischen zwei parallelen Ebenen . . . . .	441
10.4.3	Der Einfluß der Profilform für die Geschwindigkeit und die Wirbeldichte . . . . .	442

<b>A Ein nahezu ideales Fluid: Suprafluides Helium</b>	<b>451</b>
A.1 Eigenschaften von suprafluidem Helium bei endlicher Temperatur . . . . .	451
A.1.1 Ein Zwei-Flüssigkeiten Modell für suprafluides Helium . . . . .	451
A.1.2 Quantisierung der Zirkulation der suprafluiden Geschwindigkeit $v_s$ . . . . .	452
A.1.3 Experimenteller Nachweis einer suprafluiden Komponente, die ohne Dissipation von Energie fließt . . . . .	452
A.2 Wirbel in suprafluidem Helium . . . . .	453
A.2.1 Existenz von Wirbelfäden in suprafluidem Helium . . . . .	453
A.2.2 Rotation von suprafluidem Helium . . . . .	454
A.2.3 Experimenteller Nachweis der Quantisierung der Zirkulation in suprafluidem Helium: Das Experiment von Hall und Vinen . . . . .	454
A.2.4 Dynamik der Wirbelringe in suprafluidem Helium . . . . .	456
 <b>Literatur</b>	 <b>457</b>
 <b>Sachwortverzeichnis</b>	 <b>463</b>