

Hans-Otto Georgii

Stochastik

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie
und Statistik



Walter de Gruyter
Berlin · New York 2002

Inhalt

Vorwort	v
Zufall und Mathematik	1
I Wahrscheinlichkeitstheorie	5
1 Mathematische Beschreibung von Zufallssituationen	7
1.1 Wahrscheinlichkeitsräume	7
1.2 Eigenschaften und Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	14
1.3 Zufallsvariablen	19
Aufgaben	24
2 Stochastische Standardmodelle	27
2.1 Die Gleichverteilungen	27
2.2 Urnenmodelle mit Zurücklegen	31
2.3 Urnenmodelle ohne Zurücklegen	35
2.4 Die Poisson-Verteilungen	38
2.5 Wartezeit-Verteilungen	39
2.6 Die Normalverteilungen	44
Aufgaben	47
3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	50
3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	50
3.2 Mehrstufige Modelle	56
3.3 Unabhängigkeit	62
3.4 Existenz unabhängiger Zufallsvariablen, Produktmaße	68
3.5 Der Poisson-Prozess	73
3.6 Simulationsverfahren	76
3.7 Asymptotische Ereignisse	81
Aufgaben	84

4 Erwartungswert und Varianz	89
4.1 Der Erwartungswert	89
4.2 Wartezeitparadox und fairer Optionspreis	97
4.3 Varianz und Kovarianz	103
4.4 Erzeugende Funktionen	106
Aufgaben	110
5 Gesetz der großen Zahl und zentraler Grenzwertsatz	114
5.1 Das Gesetz der großen Zahl	114
5.2 Die Normalapproximation der Binomialverteilungen	125
5.3 Der zentrale Grenzwertsatz	133
5.4 Normal- oder Poisson-Approximation?	138
Aufgaben	140
6 Markov-Ketten	146
6.1 Die Markov-Eigenschaft	146
6.2 Absorptionswahrscheinlichkeiten	149
6.3 Asymptotische Stationarität	154
6.4 Rückkehr zum Startpunkt	165
Aufgaben	172
II Statistik	179
7 Parameterschätzung	181
7.1 Der Ansatz der Statistik	181
7.2 Die Qual der Wahl	186
7.3 Das Maximum-Likelihood Prinzip	189
7.4 Erwartungstreue und quadratischer Fehler	194
7.5 Beste Schätzer	196
7.6 Konsistenz von Schätzern	203
7.7 Bayes-Schätzer	206
Aufgaben	210
8 Konfidenzbereiche	214
8.1 Definition und Konstruktionsverfahren	214
8.2 Konfidenzintervalle im Binomialmodell	220
8.3 Ordnungsintervalle	224
Aufgaben	228

9 Rund um die Normalverteilung	232
9.1 Die mehrdimensionale Normalverteilung	232
9.2 Die χ^2 -, F - und t -Verteilungen	236
Aufgaben	242
10 Testen von Hypothesen	245
10.1 Entscheidungsprobleme	245
10.2 Alternativtests	250
10.3 Beste einseitige Tests	256
10.4 Parametertests im Gauß-Produktmodell	259
Aufgaben	268
11 Asymptotische Tests und Rangtests	273
11.1 Normalapproximation von Multinomialverteilungen	273
11.2 Der Chiquadrat-Anpassungstest	279
11.3 Der Chiquadrat-Test auf Unabhängigkeit	285
11.4 Ordnungs- und Rangtests	291
Aufgaben	301
12 Regressions- und Varianzanalyse	306
12.1 Einfache lineare Regression	306
12.2 Das lineare Modell	310
12.3 Das lineare Gaußmodell	314
12.4 Varianzanalyse	320
Aufgaben	329
Verteilungstabellen	335
Literatur	341
Symbolverzeichnis	345
Index	349