Andreas Fischer, Winfried Schirotzek,
Klaus Vetters

Lineare Algebra

Eine Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Inhaltsverzeichnis

1 Motivation **9**

1.1 Proportionalität 10
1.2 Die Ableitung 10
1.3 Linearisierung 12
1.4 Produktionsmodelle 13
1.5 Zusammenfassung 13

2 Vektoren, Matrizen und lineare Gleichungssysteme **15**

2.1 Vektor und Matrix 15
2.2 Rechenregeln für Matrizen und Vektoren 21
2.3 Besondere Typen von Vektoren und Matrizen 28
2.4 Lösung linearer Gleichungssysteme 30

3 Vektorräume und affine Räume **45**

3.1 Der Begriff des Vektorraumes 45
3.2 Untervektorraum, Summe, Quotientenraum 47
3.3 Lineare Unabhängigkeit, Basis, Dimension 51
3.4 Affine Räume 58

4 Lineare Abbildungen und Matrizen **69**

4.1 Grundlegende Begriffe und Eigenschaften 69
4.2 Dualer Raum, duale Abbildung 75
4.3 Matrixdarstellung linearer Abbildungen 80
4.4 Der Rang einer Matrix 86
4.5 Invertierbare Matrizen 88
4.6 Lineare Gleichungssysteme 94
4.7 Koordinatentransformation 99

5 Die Determinante **107**

5.1 Der Flächeninhalt eines Parallelogramms 107
5.2 Definition der Determinante 109
5.3 Regeln für den Umgang mit der Determinante 112
5.4 Der Laplacesche Entwicklungssatz 117

5.5 Die Determinante eines Endomorphismus 119

6 Euklidische und unitäre Vektorräume 125
6.1 Länge und Winkel im $\mathbb{R}^2$ 125
6.2 Das Standardskalarprodukt im $\mathbb{R}^n$ 127
6.3 Euklidische Vektorräume 129
6.4 Unitäre Vektorräume 134
6.5 Orthogonalität 136
6.6 Orthogonale und unitäre Endomorphismen 145
6.7 Ein Trennungssatz und das Farkas–Lemma 148

7 Eigenwerte und Eigenvektoren 157
7.1 Aufgabenstellung und Begriffe 157
7.2 Eigenschaften und Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren . . 159
7.3 Ähnlichkeitstransformation 171
7.4 Hauptachsentransformation quadratischer Formen 177
7.5 Extremaleigenschaft der Eigenwerte 183

8 Geometrie in euklidischen Vektorräumen 187
8.1 Darstellung affiner Unterräume 187
8.2 Abstand und Lage affiner Unterräume 190
8.3 Volumen von Parallelotopen 200
8.4 Das Vektorprodukt 205
8.5 Spiegelungen und Drehungen 210

Literaturverzeichnis 219

Bezeichnungen 221

Index 224