

REGELUNG UND IDENTIFIKATION AKTIVER  
MECHANISCHER STRUKTUREN MIT  
ADAPTIVEN DIGITALEN FILTERN

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Dirk Mayer

aus Bochum

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. H. Hanselka  
Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann  
Prof. Dr.-Ing.habil. Dr.h.c. F. Palis

Tag der Einreichung: 05.05.2003  
Tag der mündlichen Prüfung: 15.07.2003

Darmstadt 2003

D 17



## Zusammenfassung

Mechanische Leichtbaustrukturen besitzen eine hohe Anfälligkeit gegenüber Vibrationen, die zu störender Schallabstrahlung oder Schädigungen von Bauteilen führen können. Zur Lösung dieses Problems stellt die aktive Schwingungskompensation mit Hilfe adaptiver digitaler Regler ein leistungsfähiges Konzept dar. Diese Arbeit hat das Ziel, entsprechende Algorithmen für diese Aufgabe anzupassen und zu erweitern. Ihre praktische Anwendbarkeit wird untersucht, wobei auch Kriterien wie Robustheit, Stabilität und Rechenaufwand betrachtet werden. Da das Problem der Reglerentwicklung eng mit dem der Systemidentifikation verknüpft ist, werden beide gemeinsam behandelt.

Zunächst wird ein geeignetes Modell einer aktiven Struktur unter Einbeziehung von Aktoren, Sensoren und Störgrößen ermittelt, und die Eigenschaften notwendiger Komponenten des Regelsystems wie Filter und Verstärker werden diskutiert. Darauf aufbauend werden verschiedene Konzepte zur adaptiven Schwingungskompensation vorgestellt, wobei Steuerungen mit Störgrößenaufschaltung und Regelungen, die die Störgröße schätzen, berücksichtigt werden. Weiterhin werden modale Regelungskonzepte diskutiert. Sie erlauben die separate Regelung einzelner Freiheitsgrade der aktiven Struktur und verringern die Rechenleistung eines adaptiven Regelkonzepts deutlich.

Zur Identifikation mit adaptiven digitalen Filtern werden neben den transversalen und rekursiven Filtern auch orthonormale Filterbänke untersucht, die eine Einbindung von Vorwissen über die Eigenschaften der Struktur ermöglichen. In numerischen Berechnungen und Simulationen wird die Eignung solcher Filter zur Identifikation aktiver Struktursysteme untersucht und mit anderen Filterstrukturen verglichen.

Auf Basis der untersuchten Algorithmen werden adaptive Filtersysteme zur Systemidentifikation und Schwingungsreduktion für zwei verschiedene Versuche implementiert. Zum einen wird die Schwingungsentkopplung mit Hilfe eines aktiven Interfaces untersucht, zum anderen die Schwingungsreduktion an einer aktiven Plattenstruktur. Im Versuch werden verschiedene Systeme verglichen und hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit überprüft.



# Vorwort

Diese Arbeit entstand in den Jahren 1999 bis 2003 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.

Mein besonderer Dank gilt Professor Dr.-Ing. Holger Hanselka für die Anregung des Themas, die Betreuung und Unterstützung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Palis möchte ich für die begleitende Betreuung der Arbeit in Magdeburg sowie für die Übernahme der Mitberichterstattung danken. Die Diskussionen mit ihm gaben wertvolle Anregungen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Als weiterer Mitberichterstatter hat sich Herr Prof. Dr.-Ing. Nordmann bereit erklärt. Hierfür sowie für das Interesse, das er der Arbeit entgegengebracht hat, gilt auch ihm mein Dank.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Kolleginnen und Kollegen am Institut für Mechanik, insbesondere innerhalb des Leitprojekts Adaptronik und des Innovationskollegs "Adaptive Mechanische Systeme" für die sehr gute Zusammenarbeit, die mir den Einstieg in die interdisziplinäre Arbeit im Bereich der aktiven Struktursysteme erleichtert hat.

Herrn Pál Z. Kovács danke ich für die Zusammenarbeit bei der Vorbereitung und Durchführung der Versuche.

Nicht zuletzt möchte ich meinem Vater für sein Interesse und seine Unterstützung während der Promotion danken.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Aktive Strukturen zur Vibrationsregelung . . . . .	1
1.2	Stand der Technik . . . . .	2
1.2.1	Active Vibration Control . . . . .	2
1.2.2	Adaptive Systemidentifikation . . . . .	4
1.3	Zielstellung und Gliederung der Arbeit . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Aktive strukturdynamische Systeme</b>	<b>8</b>
2.1	Beschreibung strukturdynamischer Systeme . . . . .	8
2.2	Aktoren, Sensoren und Störgrößen . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Signalverarbeitung in aktiven Systemen</b>	<b>15</b>
3.1	Sensorsignale . . . . .	15
3.2	Tiefpaßfilter . . . . .	17
3.3	Aktorsignale . . . . .	18
3.4	Digitale Signalverarbeitung . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Adaptive Steuerungen und Regelungen</b>	<b>23</b>
4.1	Adaptive Gegensteuerungen . . . . .	23
4.1.1	Gegensteuerung mit unabhängigem Referenzsignal . . . . .	23
4.1.2	Breitbandige adaptive Gegensteuerung . . . . .	24
4.2	Adaptionsalgorithmus . . . . .	26
4.2.1	Filtered-X LMS Algorithmus . . . . .	26
4.2.2	Leaky FXLMS Algorithmus . . . . .	28
4.3	Adaptive Regelung . . . . .	28
4.4	Mehrkanalige Systeme . . . . .	30
4.5	Modale Regelkonzepte . . . . .	31
4.5.1	Adaptive modale Gegensteuerung . . . . .	32
4.5.2	Adaptive Modalfilter . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Identifikation mit adaptiven Digitalfiltern</b>	<b>37</b>
5.1	Adaptive FIR-Filter . . . . .	38
5.1.1	Filterstruktur . . . . .	38

5.1.2	Adaptionsalgorithmus . . . . .	40
5.2	IIR-Filter . . . . .	41
5.2.1	Filterstrukturen . . . . .	41
5.2.2	Adaptionsalgorithmus . . . . .	42
5.3	Kautz-Filter . . . . .	43
5.3.1	Approximation durch Reihenentwicklung . . . . .	44
5.3.2	Filterstruktur . . . . .	46
5.3.3	Adaptionsalgorithmus . . . . .	48
5.3.4	Numerische Beispiele . . . . .	49
5.3.5	Simulation eines einfachen Systems 2. Ordnung . . . . .	53
5.3.6	Systeme mit mehreren Freiheitsgraden . . . . .	58
5.4	Vergleichende Betrachtung . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Anwendungen</b>	<b>65</b>
6.1	Implementierung der adaptiven Algorithmen im Versuch . . . . .	65
6.2	Aktives Interface . . . . .	67
6.2.1	Versuchsbeschreibung . . . . .	67
6.2.2	Regelungskonzept . . . . .	69
6.2.3	Messungen und Identifikation . . . . .	70
6.2.4	Anwendung der Regelung . . . . .	75
6.2.5	Adaptivität des aktiven Systems . . . . .	77
6.3	AVC an einer Stahlplatte . . . . .	80
6.3.1	Versuchsbeschreibung . . . . .	80
6.3.2	Regelungskonzepte . . . . .	82
6.3.3	Identifikation . . . . .	83
6.3.4	Mehrkanalige adaptive Gegensteuerung . . . . .	85
6.3.5	Modale Gegensteuerung und Regelung . . . . .	89
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>98</b>
<b>A</b>	<b>Das nichtrekursive LMS-adaptive Filter</b>	<b>101</b>
<b>B</b>	<b>Simulink-Modelle der verwendeten Regler</b>	<b>105</b>
B.1	Aktives Interface . . . . .	105
B.2	Platte . . . . .	107
B.2.1	Mehrkanalige Gegensteuerung . . . . .	107
B.2.2	Modale Gegensteuerung . . . . .	109
<b>C</b>	<b>Meßergebnisse an der Platte</b>	<b>112</b>
C.1	Konfiguration 1 . . . . .	112
C.2	Konfiguration 2 . . . . .	115
C.3	Konfiguration 3 . . . . .	118
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>

# Formelzeichenverzeichnis

## Kapitel 2

$\mathbf{A}$	.....	Systemmatrix des Zustandsraummodells
$\mathbf{B}_a$	.....	Eingangsmatrix des Zustandsraummodells
$\mathbf{C}$	.....	Dämpfungsmatrix
$\mathbf{C}_s$	.....	Ausgangsmatrix des Zustandsraummodells
$\mathbf{D}$	.....	Durchgriffsmatrix des Zustandsraummodells
$\Phi$	.....	Matrix der Eigenvektoren
$\phi$	.....	Eigenvektor
$\underline{f}$	.....	Vektor der anregenden Kräfte
$\underline{F}(s)$	.....	Vektor anregender Kräfte (Frequenzbereich)
$\underline{f}_a$	.....	Vektor der Aktorkräfte
$\underline{F}_a(s)$	.....	Vektor der Aktorkräfte (Frequenzbereich)
$\mathbf{G}(s)$	.....	Matrix der Übertragungsfunktionen
$\mathbf{G}_{akt}(s)$	.....	Übertragungsmatrix des aktiven Systems
$\mathbf{G}_d(s)$	.....	Störverhalten des aktiven Systems
$\mathbf{K}$	.....	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{L}_a$	.....	Verteilungsmatrix der Aktorpositionen
$\mathbf{L}_s$	.....	Verteilungsmatrix der Sensorpositionen
$\mathbf{M}$	.....	Massenmatrix
$\mu_n$	.....	modale Masse des $n$ -ten Modes
$N_a$	.....	Anzahl der Aktorsignale
$N_s$	.....	Anzahl der Sensorsignale
$\omega_n$	.....	Eigenfrequenz
$\underline{q}$	.....	Vektor modaler Auslenkungen
$\underline{Q}(s)$	.....	Vektor modaler Auslenkungen (Frequenzbereich)
$\theta$	.....	Dämpfungsgrad
$\underline{Z}(s)$	.....	Vektor der Auslenkungen (Frequenzbereich)
$\underline{Z}_s(s)$	.....	Vektor der Sensorsignale (Frequenzbereich)
$\underline{z}$	.....	Vektor der Auslenkungen

$\underline{\zeta}$  ..... Zustandsvektor

## Kapitel 3

$E(z)$  ..... Fehlersignal  
 $F(z)$  ..... Rückkopplungsstrecke  
 $\mathbf{G}_{\text{akt}}(z)$  ..... Matrix der Übertragungsfunktionen,  $z$ -Bereich  
 $\mathbf{G}_{\text{d}}(z)$  ..... Störverhalten der aktiven Struktur,  $z$ -Bereich  
 $h(n)$  ..... Impulsantwort abgetastet  
 $H(z)$  ..... Übertragungsfunktion im  $z$ -Bereich  
 $H_k(s)$  ..... Übertragungsfunktion im  $s$ -Bereich  
 $h_k(t)$  ..... Impulsantwort kontinuierlich  
 $u(t)$  ..... Einheitssprungfunktion  
 $n$  ..... Index  
 $\omega$  ..... Kreisfrequenz  
 $\omega_0$  ..... Eigenfrequenz  
 $P(z)$  ..... Primärstrecke  
 $p$  ..... Pol in der  $z$ -Ebene  
 $p_{1,2}$  ..... Polpaar in der  $z$ -Ebene  
 $R(z)$  ..... Referenzsignal  
 $R_{in}$  ..... Eingangswiderstand  
 $S(z)$  ..... Sekundärstrecke  
 $\theta$  ..... Dämpfungsgrad  
 $T$  ..... Abtastintervall  
 $T(z)$  ..... Übertragungsfunktion Störung - Referenz  
 $U$  ..... gemessene Spannung  
 $U_s$  ..... Sensorspannung  
 $X(z)$  ..... Störsignal  
 $Y(z)$  ..... Aktorsignal

## Kapitel 4

$\underline{\alpha}_n$  ..... Koeffizientenvektor des Modalfilters  
 $\hat{D}(z)$  ..... geschätztes Störsignal  
 $D(z)$  ..... Störsignal am Fehlersensor  
 $\hat{F}(z)$  ..... Modell der Rückkopplungsstrecke  
 $\gamma$  ..... Leakage Faktor  
 $\mu$  ..... Konvergenzkonstante des LMS-Algorithmus  
 $\nu$  ..... modale Stellgröße  
 $\phi(z)$  ..... Phasendifferenz

$P'(z)$	.....	korrigierte Primärstrecke
$P_{x'}$	.....	Leistung des gefilterten Referenzsignals
$\hat{R}(z)$	.....	korrigiertes Referenzsignal
$\hat{S}(z)$	.....	Modell der Sekundärstrecke
$\hat{\mathbf{s}}(n)$	.....	Matrix der Impulsantworten der Sekundärstrecken
$\underline{\mathbf{w}}_k$	.....	Matrix der Impulsantworten der adaptiven Filter
$\underline{w}(n)$	.....	Impulsantwort des adaptiven Filters
$W(z)$	.....	Übertragungsfunktion des adaptiven Filters
$\hat{\xi}(n)$	.....	Momentane Gütefunktion
$\mathbf{X}(n)$	.....	Matrix der gefilterten Referenzsignale
$\underline{x}'(n)$	.....	Vektor des gefilterten Referenzsignals
$\xi(n)$	.....	Gütefunktion

## Kapitel 5

$\alpha$	.....	Adaptionskonstante N-LMS
$a = a' + ja''$	.....	Filterkoeffizienten IIR Kreuzstruktur
$a_{1,2}$	.....	Parameter
$\beta$	.....	Zeitkonstante des Leistungsschätzers
$b = b' + jb''$	.....	Filterkoeffizienten IIR Kreuzstruktur
$B(z)$	.....	Nennerpolynom IIR-Filter
$b_1$	.....	Parameter des Kautz-Filters
$b_2$	.....	Parameter des Kautz-Filters
$b_\kappa$	.....	rekursiver Filterkoeffizient
$\underline{c}$	.....	Vektor der transversalen Filterkoeffizienten
$C(z)$	.....	Zählerpolynom IIR-Filter
$c_\kappa$	.....	transversaler Filterkoeffizient
$\delta(n)$	.....	zeitdiskrete Impulsfunktion
$\Delta(n)$	.....	Drift der Eigenfrequenz
$\Delta_\omega$	.....	relative Abweichung der Resonanzfrequenz
$\Delta_\theta$	.....	relative Abweichung des Dämpfungsgrads
$d(n)$	.....	Ausgangssignal des modellierten Systems
$E'(z)$	.....	verallgemeinerter Fehler im Frequenzbereich
$e(n)$	.....	Fehlersignal
$E^{(1,2)}$	.....	Anteil des Approximationsfehlers
$E_2$	.....	Approximationsfehler
$f_R(n)$	.....	Fensterfunktion des Rechteckfensters
$F_R(z)$	.....	Fensterfunktion des Rechteckfensters im $z$ -Bereich
$\hat{h}(n)$	.....	Impulsantwort des Modells
$\hat{H}_{1,2}(z)$	.....	Modell eines Teilsystems

$H_{1,2}(z)$	.....	Teilsystem
$K$	.....	Filter- / Modellordnung
$\mu$	.....	Adaptionskonstante
$\Delta_\omega$	.....	Abweichung von der Resonanzfrequenz
$\hat{\omega}_0$	.....	geschätzte Eigenfrequenz
$\hat{p}$	.....	geschätzte Polstelle
$\psi_\kappa(n)$	.....	Kautzfunktion im Zeitbereich
$\Psi_\kappa(z)$	.....	Kautzfunktion im Frequenzbereich
$p$	.....	Polstelle in der $z$ -Ebene
$P_x(n)$	.....	geschätzte Leistung von $x(n)$
$\hat{\theta}$	.....	geschätzte Dämpfung
$T_{sim}$	.....	simulierte Zeit
$\underline{X}^l(z)$	.....	Ausgangssignalvektor der Stufen des Kautz-Filters
$\underline{x}(n)$	.....	Vektor des Eingangssignals
$\xi(n)$	.....	Gütefunktion des Adaptionsalgorithmus
$x(n)$	.....	Eingangssignal
$X(z)$	.....	Eingangssignal des Filters im Frequenzbereich
$y(n)$	.....	Ausgangssignal des Filters
$Y(z)$	.....	Ausgangssignal des Filters im Frequenzbereich

## Kapitel 6

$E_{2,F}$	.....	Approximationsfehler Rückkopplungsstrecke
$E_{2,S}$	.....	Approximationsfehler Sekundärstrecke
$F(j\omega)$	.....	Kraft
$I$	.....	Gütefunktion der Regelung
$V(j\omega)$	.....	Geschwindigkeit

## Anhang

$d(n)$	.....	vorgegebenes Signal
$e(n)$	.....	Approximationsfehler
$\mu$	.....	Konvergenzkonstante des LMS-Algorithmus
$P_x(n)$	.....	Leistung des Eingangssignals
$R_{xd}(n)$	.....	Kreuzkorrelationsvektor
$R_{xx}(n)$	.....	Einträge der Autokorrelationsmatrix
$\underline{w}$	.....	Koeffizientenvektor
$\underline{x}(n)$	.....	Eingangssignalvektor
$\xi$	.....	Gütefunktion
$y(n)$	.....	Ausgangssignal

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Regelung und Gegensteuerung für aktive Strukturen . . . . .	2
1.2	Beispiel für die modale Filterung . . . . .	3
1.3	Echounterdrückung und Systemidentifikation . . . . .	5
2.1	Diskretisierte mechanische Struktur . . . . .	9
2.2	Übertragungsfunktion zwischen Aktor und Sensor . . . . .	12
3.1	Aktive Struktur mit digitaler Signalverarbeitung zur Regelung . .	16
3.2	Ersatzschaltbild eines Piezosensors . . . . .	16
3.3	Frequenzgangmessung an einer aktiven Struktur mit Tiefpaßfiltern	17
3.4	Frequenzgänge der aktiven Struktur mit Filtern . . . . .	18
3.5	Amplitudengang der Verstärkung eines Hochvoltverstärkers . . . .	19
3.6	Kontinuierliches und abgetastetes Zeitsignal . . . . .	19
3.7	Übertragungsfunktionen eines Systems mit adaptiver Regelung . .	21
4.1	Blockschaltbild eines Systems mit adaptiver Gegensteuerung . . .	24
4.2	Blockschaltbild eines Systems mit breitbandiger Gegensteuerung .	25
4.3	Optimalfilterproblem . . . . .	26
4.4	Blockschaltbild des Filtered-X LMS-Algorithmus . . . . .	27
4.5	Adaptive Regelung . . . . .	29
4.6	Mehrkanalige Gegensteuerung mit $K$ Aktoren und $M$ Sensoren . .	30
4.7	Modale Entkopplung durch Modalfilter . . . . .	32
4.8	Modale adaptive Gegensteuerung . . . . .	33
4.9	Modalfilter mit <i>Adaptive Linear Combiner</i> . . . . .	34
5.1	Blockschaltbild der Systemidentifikation mit adaptivem Modell . .	38
5.2	Blockschaltbild eines FIR-Filters . . . . .	39
5.3	Modellierung eines Systems mit einem FIR-Filter . . . . .	40
5.4	Blockschaltbild eines rekursiven Leistungsschätzers . . . . .	41
5.5	Blockschaltbild eines IIR und eines 1X-Filters . . . . .	42
5.6	Adaption nach der Equation-Error-Methode . . . . .	43
5.7	Kautz-Basisfunktionen . . . . .	45
5.8	Blockschaltbild für $G_1(z)$ und $G_2(z)$ . . . . .	47
5.9	Blockschaltbild für $G_3(z)$ . . . . .	47

5.10	Blockschaltbild für die orthonormale Filterbank . . . . .	48
5.11	Gütefunktion als Funktion der Koeffizienten . . . . .	50
5.12	Güte der Approximation . . . . .	51
5.13	Verringerung des Fehlers $E_2$ bei zunehmender Modellordnung $K$ .	52
5.14	Approximation mit einem Kautz-Modell 7. Ordnung . . . . .	52
5.15	Zunahme der Modellordnung $K$ bei Variation des geschätzten Pols $\hat{p}$	53
5.16	Simulink-Modell für die Identifikation mit einer Kautz-Filterbank	54
5.17	Koeffizienten und Approximationsfehler während der Adaption . .	55
5.18	Relative Veränderung der Eigenfrequenz des Systems über der Zeit	56
5.19	Koeffizienten und Approximationsfehler für zeitvariantes System .	57
5.20	Koeffizienten und Approximationsfehler für zeitvariantes System .	57
5.21	Ergebnis $\mathbf{\hat{E}}$ der Matrizenmultiplikation Gl.5.63 . . . . .	60
5.22	Adaptive Identifikation für ein System mit zwei Moden . . . . .	60
5.23	Koeffizienten $c_{1,\kappa}$ und $c_{2,\kappa}$ während der Adaption . . . . .	61
5.24	System mit eng benachbarten Resonanzen . . . . .	63
5.25	Impulsantwort des Systems zweiter Ordnung . . . . .	64
6.1	On-Line-Identifikation der Sekundärstrecke . . . . .	66
6.2	Blöcke unter Simulink . . . . .	66
6.3	Der Algorithmus aus Abbildung 6.1 in Simulink . . . . .	67
6.4	Aktives Interface zur Entkopplung von Strukturen . . . . .	68
6.5	Aufbau des Experiments für das aktive Interface . . . . .	68
6.6	Konstruktion des aktiven Interfaces und Experiment . . . . .	68
6.7	Regelungskonzept für das aktive Interface . . . . .	69
6.8	Identifizierte Biegeeigenformen des Systems . . . . .	71
6.9	Versuch zur adaptiven Identifikation . . . . .	71
6.10	Zeitverlauf der Koeffizienten des adaptiven Kautz-Filters für Mode 5	72
6.11	Gemessener Frequenzgang $F(j\omega)$ und dessen Kautz-Modell . . . .	73
6.12	Approximationsfehler für Kautz- und FIR-Modelle . . . . .	73
6.13	Kautz-Modelle für Sekundär- und Feedback-Pfad . . . . .	74
6.14	FIR Modelle für Sekundär- und Feedback-Pfad . . . . .	74
6.15	Rechenleistung des adaptiven Reglers . . . . .	75
6.16	Gütemaße der Regelung für verschieden lange FIR-Filter . . . . .	76
6.17	Frequenzgang des aktiven und des passiven Systems $(\dots)$ , $\gamma = 10^{-7}$	77
6.18	Kautz-Modelle für modifiziertes System . . . . .	78
6.19	Frequenzgang mit und ohne Zusatzmasse . . . . .	78
6.20	Versuchsstand für das Funktionsmuster Platte . . . . .	80
6.21	Positionierung der Funktionsmodule . . . . .	81
6.22	Aktor-Sensor-Frequenzgänge . . . . .	82
6.23	Versuchsaufbau zur Messung und Regelung an der Platte . . . . .	82
6.24	Adaptive mehrkanalige Identifikation . . . . .	84
6.25	Kautz-Modelle der Sekundärstrecke $S_{1,1}$ . . . . .	84
6.26	Vergleich der drei Aktor-Sensor-Gruppen . . . . .	86

6.27	Vergleich der Frequenzgänge der vier adaptiven Filter bei Nutzung der drei Aktor-Sensor-Gruppen . . . . .	87
6.28	Einfluß des Leakage-Faktors . . . . .	88
6.29	Adaptive Gegensteuerung bei harmonischer Erregung . . . . .	89
6.30	Frequenzgang der adaptiven Filter bei harmonischer Erregung . . . . .	90
6.31	Zerlegung in modale Komponenten durch Kautz-Modelle . . . . .	91
6.32	Adaption der Koeffizienten des adaptiven Modalfilters . . . . .	92
6.33	Koeffizienten des adaptiven Modalfilters für vier Moden . . . . .	93
6.34	Ausgangssignale des Modalfilters . . . . .	94
6.35	Modale Sekundärstrecken und entsprechende Kautz-Modelle (· · ·)	95
6.36	Anwendung der modalen Gegensteuerung bei einzelnen Moden . . . . .	96
6.37	Anwendung der modalen Gegensteuerung bei allen Moden . . . . .	96
6.38	Frequenzgänge der vier adaptiven FIR-Filter . . . . .	97
6.39	Anwendung der modalen Regelung . . . . .	97
A.1	Der <i>Adaptive Linear Combiner</i> und das adaptive FIR-Filter . . . . .	101
A.2	Das Optimalfilterproblem . . . . .	102
A.3	Realisierung des stochastischen LMS-Algorithmus . . . . .	103
B.1	Simulink-Modell des Reglers für das aktive Interface . . . . .	105
B.2	Simulink-Modell der Sekundärstrecke mit adaptiven Kautz-Filtern . . . . .	106
B.3	Simulink-Modell der adaptiven Gegensteuerung . . . . .	107
B.4	Simulink-Modell des FXLMS-Algorithmus . . . . .	108
B.5	Simulink-Modell der modalen adaptiven Gegensteuerung . . . . .	109
B.6	Simulink-Modell des adaptiven Modalfilters . . . . .	110
B.7	Simulink-Modell des LMS-Algorithmus . . . . .	110
B.8	Simulink-Modell des modalen FXLMS-Algorithmus . . . . .	110
B.9	Simulink-Modell des modalen adaptiven Reglers . . . . .	111
C.1	Sekundärstrecken (Aktor 1) und Kautz-Modelle . . . . .	112
C.2	Sekundärstrecken (Aktor 2) und Kautz-Modelle . . . . .	113
C.3	Sekundärstrecken (Aktor 3) und Kautz-Modelle . . . . .	113
C.4	Sekundärstrecken (Aktor 4) und Kautz-Modelle . . . . .	114
C.5	Sekundärstrecken (Aktor 1) und Kautz-Modelle . . . . .	115
C.6	Sekundärstrecken (Aktor 2) und Kautz-Modelle . . . . .	116
C.7	Sekundärstrecken (Aktor 3) und Kautz-Modelle . . . . .	116
C.8	Sekundärstrecken (Aktor 4) und Kautz-Modelle . . . . .	117
C.9	Sekundärstrecken (Aktor 1) und Kautz-Modelle . . . . .	118
C.10	Sekundärstrecken (Aktor 2) und Kautz-Modelle . . . . .	119
C.11	Sekundärstrecken (Aktor 3) und Kautz-Modelle . . . . .	119
C.12	Sekundärstrecken (Aktor 4) und Kautz-Modelle . . . . .	120

# Tabellenverzeichnis

5.1	Parameterwahl für die Simulation, zeitinvariantes System . . . . .	55
5.2	Parameterwahl für die Simulation, zeitvariantes System . . . . .	56
6.1	Identifizierte Modalparameter . . . . .	70
6.2	Resonanzfrequenzen mit und ohne Zusatzmasse. . . . .	77
6.3	Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade der Platte. . . . .	83
6.4	Vergleich der Regelgüte . . . . .	86
C.1	Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren $A_{1..4}$ und Sensoren $S_{1..4}$ für Konfiguration 1 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung $K = 7$ ) . . . . .	114
C.2	Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren $A_{1..4}$ und Sensoren $S_{1..4}$ für Konfiguration 2 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung $K = 7$ ) . . . . .	115
C.3	Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren $A_{1..4}$ und Sensoren $S_{1..4}$ für Konfiguration 3 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung $K = 7$ ) . . . . .	118

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Aktive Strukturen zur Vibrationsregelung

Mechanische Leichtbaustrukturen neigen häufig zu störenden Vibrationen. Passive Gegenmaßnahmen beinhalten immer den Einsatz von zusätzlicher Masse in Form von Dämpfungsmaterialien, versteifenden Zusatzkonstruktionen oder Tilgersystemen, was bei Anwendungen der Raumfahrt oder der Luftfahrt inakzeptabel erscheint [38]. Neue Lösungsansätze bietet die Technologie der adaptiven Strukturen. Diese können sich mit Hilfe integrierter Sensoren und Aktoren sowie entsprechender Regler selbst an veränderte Betriebsbedingungen anpassen und dabei Aufgaben der Feinstpositionierung, Konturverformung oder speziell der Schwingungsreduktion (*Active Vibration Control*) erfüllen.

Aktive Strukturen als Regelstrecke stellen dabei besondere Anforderungen, da sie meist eine unendliche Vielzahl schwach gedämpfter Schwingungsmoden besitzen, und sich durch Temperatureinflüsse oder wechselnde Belastungszustände die Systemparameter ändern können [14]. Um auch unter veränderlichen Betriebszuständen optimales Verhalten des aktiven Systems sichern, bietet sich die Anwendung adaptiver Regler an.

Die Entwicklung geeigneter Regler ist im Allgemeinen eng mit dem Problem der Modellbildung und Systemidentifikation verknüpft, da die meisten Regelungskonzepte ein Modell der Regelstrecke beinhalten [32]. Adaptive digitale Filter ermöglichen die Durchführung der Systemidentifikation im Betrieb des Systems, um auf Veränderungen der Parameter mit einer Anpassung des Modells zu reagieren. Die so gewonnenen Informationen können zur Detektion von Schädigungen des aktiven Systems verwendet werden (*Structural Health Monitoring*).

Für den Einsatz im Gebiet der aktiven Strukturen sind robuste Algorithmen erforderlich, die ein sicheres Konvergenzverhalten besitzen. Gleichzeitig sollten sie möglichst geringen Rechenaufwand erfordern, da einerseits zur Realisierung aktiver Strukturen häufig eine größere Anzahl Aktoren und Sensoren notwendig ist, und sich so eine Mehrgrößenregelung mit vielen Kanälen ergibt, andererseits aber

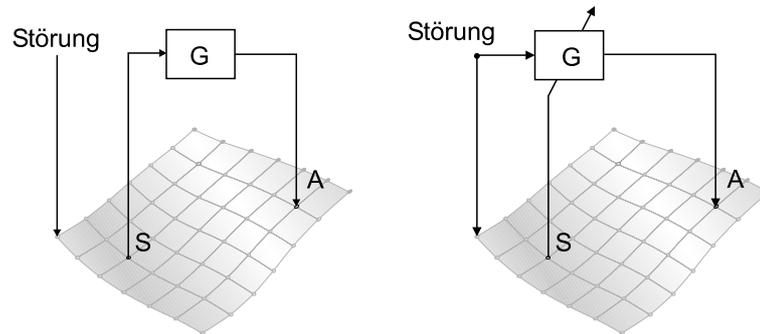


Abbildung 1.1: Regelung und Gegensteuerung für aktive Strukturen, A: Aktor, S:Sensor

die adaptiven Systeme breitbandig wirksam sein sollen, was hohe Abtastfrequenzen und eine schnelle Signalverarbeitung erfordert.

## 1.2 Stand der Technik

### 1.2.1 Active Vibration Control

Für die aktive Vibrationsunterdrückung existieren verschiedene regelungstechnische Ansätze, die unterschiedliche Komplexität aufweisen und jeweils meist für einen begrenzten Anwendungsbereich geeignet sind.

Das einfachste Konzept stellt die semi-aktive Dämpfung dar. Hier werden strukturintegrierte piezokeramische Wandler mit einer als Induktivität wirkenden aktiven Schaltung abgeschlossen [36][76]. Zusammen mit der Kapazität des Wandlers entsteht ein Schwingkreis, der einen mechanischen, passiven Tilger ersetzen kann [48]. Anwendungsbereiche sind vor allem flächige Leichtbaustrukturen in Flugzeugen [121].

Ein weiteres einfaches Konzept stellt die Rückführung von Sensorsignalen auf die Aktoren mit Hilfe einfacher Regler dar (LAC: *Low Authority Controller*, Abbildung 1.1, links). Hierzu zählt die aktive Dämpfung durch Geschwindigkeitsrückführung eines kolloziert angeordneten Aktor-Sensor-Paares [98][30], die Positive Position Feedback-Methode [25] und die Beschleunigungsrückführung [37]. Die Regler sind meist einfache Filter, die mit einfacher analoger Schaltungstechnik realisiert werden können [68]. Keines dieser Konzepte benötigt ein genaues Modell der Regelstrecke, jedoch sind sie nur für einfache Systeme mit möglichst wenig Moden und nur einem Sensor und Aktor (SISO: *Single Input Single Output*) praktikabel.

Stehen mehrere Sensoren und Aktoren zur Verfügung, kann eine mehrkanalige Regelung (MIMO: *Multiple Input Multiple Output*) realisiert werden. Bei Kenntnis der Eigenformen der aktiven Struktur können durch eine geeignete Linearkombination von Sensor- bzw. Aktorsignalen modale Filter konstruiert werden, die

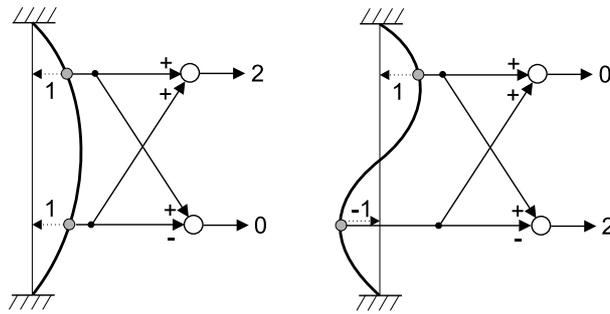


Abbildung 1.2: Einfaches Beispiel der modalen Filterung für zwei Eigenformen einer Struktur durch Linearkombination zweier Sensorsignale (nach [59])

eine Trennung der Sensorsignale in Anteile einzelner Schwingungsmoden erlauben (Abbildung 1.2). So wird eine unabhängige Regelung jedes Modes möglich (IMSC: *Independent Modal Space Control* [78]). Das Problem der mehrkanaligen Regelung eines Systems mit mehreren Freiheitsgraden wird auf die Regelung einzelner Systeme mit nur einem Freiheitsgrad zurückgeführt [100], für die einfache LAC-Konzepte eingesetzt werden können. Es ergeben sich modale Geschwindigkeitsrückführungen [70] oder modale PPF-Konzepte (MPPF) [2]. Eine Anwendung stellt die Schwingungsberuhigung eines Manipulatorarms mittels analog realisierter MPPF dar [69].

Besonders für Systeme mit mehreren Kanälen und mehreren Moden bieten sich modellbasierte Regelkonzepte an (HAC: *High Authority Control*) [98]. Sie beinhalten ein Zustandsraummodell der Regelstrecke, das zuvor identifiziert werden muß, liefern jedoch dann eine breitbandig wirksame Regelung von Struktur-schwingungen [53][105][13]. Um Instabilität des Reglers infolge Unsicherheiten oder Schwankungen in den Systemparametern zu vermeiden, kann eine robuste Regelung ausgelegt werden [64][103]. Ein Anwendungsbeispiel sind schwach gedämpfte Gitterstrukturen aus der Raumfahrttechnik [15]. Im Allgemeinen werden modellbasierte Regler mit Hilfe digitaler Signalverarbeitung implementiert. Die Verwendung adaptiver Algorithmen zur Schwingungsreduzierung ist ebenfalls möglich. Dabei wird häufig ausgenutzt, daß die Quelle der störenden Vibrationen zum Beispiel in Form einer Rotationsmaschine bekannt ist. Dort kann ein zumeist harmonisches Referenzsignal abgegriffen, adaptiv gefiltert und zur Störgrößenaufschaltung verwendet werden (Abbildung 1.1, rechts). In Form des Filtered-X LMS-Algorithmus ist die adaptive Gegensteuerung im Bereich der aktiven Lärmunterdrückung (ANC: *Active Noise Control*) verbreitet [117][59][6], ein anderes Anwendungsgebiet ist die Dämpfung von Grenzschichtstörungen an Tragflügeln [107][22]. Ist kein Referenzsignal vorhanden, kann unter Verwendung der Internal Model Control-Methode eines aus dem Vibrationssignal geschätzt werden [83]. Bei entsprechender Auslegung des Regelsystems können aber auch aktive Strukturen mit diesem Konzept schwingungsberuhigt werden. Einfache

Beispiele sind die Laborversuche an Balken [112] und Platten [111]. Praktische Anwendungen sind die Vibrationsminimierung in Satelliten [82], Werkzeugmaschinen [94] oder in Kraftfahrzeugen [21][50]. Von besonderem Interesse ist die Verwendung der adaptiven Gegensteuerung im Bereich der Schwingungsentkopplung mit aktiven Lagern oder Interfaces [30]. Neben einfachen Versuchen an Balkenstrukturen [51][79][46][49] gibt es Anwendungen in Form aktiver Motorlager in Schiffen [120] oder der Entkopplung von Vibrationen eines Hubschrauberrotors vom Rumpf [31].

Weiterhin werden adaptive Regelalgorithmen zum Beispiel zur Adaption eines Optimalreglers [86][52] mit Hilfe neuronaler Netze realisiert, die sich besonders für zeitvariante und nichtlineare Systeme eignen, jedoch hohen Rechenaufwand verursachen.

Für die verschiedenen Systeme und Problemstellungen im Bereich der aktiven Schwingungsunterdrückung muß daher jeweils das geeignete Konzept gewählt werden. Hierzu sind an einfachen Systemen wie an aktiven Plattenstrukturen vergleichende Betrachtungen angestellt worden [13][7][53].

In Hybridreglern werden verschiedene Konzepte miteinander kombiniert. Die Kombination eines LAC-Konzepts mit einer adaptiven Gegensteuerung bewirkt Dämpfung stochastischer Störungen und gleichzeitig Unterdrückung harmonischer Vibrationen unter Verwendung eines Referenzsignals [98][99][74]. Ähnlich wirkt die Kombination eines aktiven Systems zusammen mit passiver Dämpfung durch viskoelastische Materialien (CLD: *Constraint Layer Damping*)[35][11].

Die Kombination der modalen Entkopplung durch Modalfilter mit einer adaptiven Gegensteuerung führt zu einer deutlichen Senkung des Rechenaufwands im Vergleich zu einem gekoppelten mehrkanaligen System [12].

Durch eine geeignete Linearkombination von Signalen einer auf einer flächigen Struktur verteilten Sensorik ist die selektive Regelung schallabstrahlender Eigenmoden und damit eine Verminderung des ins Fernfeld abgestrahlten Schalls möglich [28]. Eine Filterung des Sensorsignals modifiziert dabei den FXLMS-Algorithmus derart, daß die Reduktion besonders im akustisch relevanten Bereich erfolgt (Filtered-E LMS, [59],[44]).

### 1.2.2 Adaptive Systemidentifikation

Sowohl die Optimal- als auch die adaptiven Regler benötigen ein Modell der Regelstrecke, das durch eine Systemidentifikation zu ermitteln ist. Ein Standardverfahren der Strukturidentifikation ist die Experimentelle Modalanalyse (EMA). Sie liefert genaue Ergebnisse für die Eigenfrequenzen und Eigenformen, ist aber auf aktive Strukturen nicht ohne weiteres anwendbar und mit erheblichem Rechenaufwand verbunden [87].

Für die Auslegung eines Optimalreglers ist ein Zustandsraummodell der Regelstrecke notwendig [105][106], dagegen ist für den FXLMS-Algorithmus ein ein-

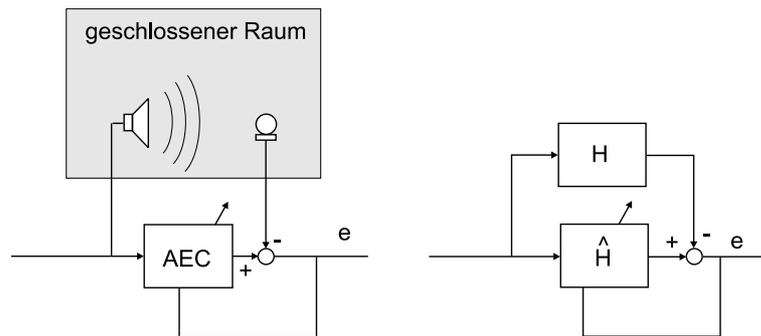


Abbildung 1.3: Aufbau einer adaptiven akustischen Echounterdrückung und einer Systemidentifikation

faches Ein-Ausgangsmodell ausreichend [117], das durch digitale Filter realisiert wird. Die entsprechenden Parameter können durch Schätzverfahren ermittelt werden [5].

Ändern sich die Systemparameter im Betrieb, ist eine Identifikation mittels adaptiver digitaler Filter der Regelstrecke vorteilhaft [60]. Diese Aufgabenstellung ist eng verwandt mit dem der Echounterdrückung in der Kommunikationstechnik (AEC: *Acoustic Echo Cancellation*) [88]. Werden Mobiltelefone in geschlossenen Räumen verwendet, kann eine störende Rückwirkung des Lautsprechers auf das Mikrofon auftreten. Diese wird mit Hilfe adaptiver digitaler Filter unterdrückt, indem das resonante akustische Verhalten des Raums identifiziert wird (Abbildung 1.3). Adaptive Transversal- oder FIR-Filter weisen dabei den Vorteil der garantierten Stabilität auf, weshalb sie in der Praxis eine große Bedeutung besitzen [89], jedoch verursachen sie im Allgemeinen einen sehr hohen Rechenaufwand bei der Modellierung resonanter Systeme [81]. Dagegen können rekursive Filter mit nur geringem Aufwand ein solches System präzise identifizieren. Bei entsprechender Wahl der Filterstruktur kann auch die Parallelschaltung der Schwingungsmoden modelliert werden, um durch die adaptierten Koeffizienten Aussagen über die modalen Parameter zu erhalten [65][80][54]. Allerdings besteht bei der Anwendung rekursiver Filter die Gefahr der Instabilität, was die Möglichkeit zur praktischen Anwendung einschränkt [84][57].

Eine dritte Möglichkeit zur adaptiven Filterung stellen die orthonormalen Filterbänke dar, die die Entwicklung der Impulsantwort des zu identifizierenden Systems in eine endliche Reihe realisieren [106][92][71][3]. Sie bieten den Vorteil der garantierten Stabilität einer transversalen Filterstruktur zusammen mit der Realisierung einer unendlich langen Impulsantwort. Für resonante Systeme bieten sich vor allem Kautz-Filter an, die gegenüber FIR-Filtern einen deutlich geringeren Rechenaufwand verursachen, zu deren Parametrierung allerdings Vorwissen über das Eigenverhalten des Systems notwendig ist [66][56]. Sie können in der Modellierung strukturdynamischer Systemstrecken angewendet werden [67][19], ebenso bei aktiven Struktursystemen [85]. Andere Anwendungsgebiete

sind die akustische Echounterdrückung [90], die Nachbildung der Klangcharakteristik von Musikinstrumenten [96] oder die Identifikation von Strömungssystemen [22]. Durch Adaption der Filterkoeffizienten ist die Verfolgung veränderter Systemparameter möglich [34]. Da der Rechenaufwand für diese Filter vergleichsweise gering ist, eignen sie sich auch zur Identifikation von mehrkanaligen Systemen [91]. Nachteilig in der Anwendung der Kautz-Filter ist die Notwendigkeit des Vorwissens über die Pole des zu modellierenden Systems. Hier existieren jedoch Optimalbedingungen für die Wahl der Parameter [18]. Für die mit den Kautz-Filtern verwandten Laguerre-Filter ist es möglich diese Parameter selbst zu adaptieren, um die Flexibilität des Filtersystems zu verbessern [4].

Ist Vorwissen über die Eigenfrequenzen des Systems vorhanden, kann auch die modale Filterung durch adaptive Algorithmen implementiert werden, wodurch die Notwendigkeit der Bestimmung der Eigenformen mit Hilfe der strukturintegrierten Sensoren und Aktoren entfällt [8]. Hierdurch werden auch Unterschiede der Sensorcharakteristik zwischen verschiedenen, unkalibrierten Sensoren wie piezokeramischen Folien ausgeglichen. Eine Modifikation dieser Methode ist die selektive Aufsummierung von Eigenmoden einer flächigen Struktur zur Volumenverschiebung [28], um eine Meßgröße für die Schallabstrahlung zu gewinnen [113].

### 1.3 Zielstellung und Gliederung der Arbeit

Die aktive Vibrationsunterdrückung mit Hilfe adaptiver digitaler Regler stellt einen leistungsfähigen Ansatz dar. Für die praktische Umsetzung außerhalb des Labors sind jedoch Kriterien wie die Robustheit, die Stabilität und der notwendige Rechenaufwand des Algorithmus von Bedeutung. Daher sollen Konzepte untersucht werden, die den bekannten FXLMS-Algorithmus für die Anwendung im Bereich aktiver Struktursysteme im Hinblick auf diese Kriterien modifizieren und erweitern.

Um die Konzepte für den Bereich der aktiven Vibrationsunterdrückung anzupassen wird zunächst eine Zusammenstellung der physikalischen Grundlagen und Eigenschaften aktiver Strukturen (Kapitel 2 und 3) und der grundlegenden Algorithmen (Kapitel 4) vorgenommen. Dabei wird auch die Anwendung der für die Strukturdynamik besonders interessanten modal entkoppelten Regelung sowie die Implementierung der modalen Filterung mit Hilfe adaptiver Algorithmen diskutiert. Ein wichtiger Bestandteil des FXLMS-Algorithmus ist die Verwendung eines Ein-Ausgangsmodells der Regelstrecke zwischen Aktoren und Sensoren. Daher werden verschiedene Methoden zur Identifikation der notwendigen Regelstrecken mit Hilfe adaptiver digitaler Filter diskutiert (Kapitel 5).

Abschließend soll die adaptive Schwingungskompensation im Versuch getestet werden (Kapitel 6). Als Testobjekt dient zunächst ein aktives Interface. Dieses stellt eine interessante Anwendung für die adaptive Gegensteuerung dar, da häufig Vibrationen von Rotationsmaschinen zu entkoppeln sind, die ein Referenzsignal

bereitstellen und bei der Verwendung nur eines Interfaces ein relativ einfacher Regler implementiert wird.

Als zweite Anwendung wird die aktive Vibrationsunterdrückung an einer Plattenstruktur untersucht. Hier ist eine mehrkanalige Regelung erforderlich, der an die Echtzeitfähigkeit des Reglers höhere Anforderungen stellt. Ferner sind solche Strukturen bereits vielfach untersucht worden [72][39], so daß Ergebnisse bezüglich der Aktor- und Sensorpositionierung [58] und der Fertigung einer aktiven Platte mit piezokeramischen Wandlern [118] vorliegen, auf die aufgebaut werden kann.

Im Rahmen der Untersuchungen wird besonderer Wert auf die Stabilität und Einfachheit aller verwendeten Algorithmen gelegt. Daher basieren alle adaptiven Filterstrukturen auf der adaptiven Linearkombination *Adaptive Linear Combiner* [117], deren Adaption nach dem stochastischen Least Mean Square-Algorithmus erfolgt. Es ergibt sich eine Filterstruktur mit geringem Rechenaufwand und robustem Adaptionsverhalten.

# Kapitel 2

## Aktive strukturdynamische Systeme

Zur Identifikation und Regelung aktiver Strukturen ist es notwendig, die grundlegenden Eigenschaften der Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktionen zwischen ihren Eingängen (Aktoren) und Ausgängen (Sensoren) zu kennen. Im Folgenden wird allgemein gezeigt, wie durch modale Zerlegung aus der in der Strukturdynamik üblichen Modellbildung mittels Differentialgleichungen eine einfache Darstellung dieser Übertragungsfunktionen gewonnen werden kann.

### 2.1 Beschreibung strukturdynamischer Systeme

Im Allgemeinen sind Strukturen, deren Vibrationen vermindert werden sollen, elastische kontinuierliche Systeme, beispielsweise flächige Strukturen im Leichtbau [13] und zylindrische Hüllen als Modell für Rumpfstrukturen des Flugzeugbaus [2]. Für solche Strukturen lassen sich nur in Ausnahmefällen wie dem der allseitig gelenkig gelagerten, dünnen Platte analytische Modelle in Form von Lösungen entsprechender partieller Differentialgleichungen finden [30]. Das Ergebnis enthält eine unendliche Lösungsvielfalt von Eigenfrequenzen der Struktur. Da die Regelung dieser Strukturen nur in einem begrenzten Frequenzbereich erfolgt, ist eine Reduktion des Problems auf eine endliche Anzahl von Freiheitsgraden notwendig. Wird angenommen, daß das System linear, zeitinvariant, kausal und viskos gedämpft ist [87], kann mit einer Diskretisierung eine Reduktion auf  $N$  mechanische Freiheitsgrade und ein entsprechendes inhomogenes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung erreicht werden:

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{z}} + \mathbf{C}\dot{\underline{z}} + \mathbf{K}\underline{z} = \underline{f}. \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $\underline{z}$  ein Vektor von Auslenkungen, die an bestimmten Koordinatenpunkten vorliegen, während die Kräfte an diesen Koordinatenpunkte im Vektor  $\underline{f}$  zusammengefaßt werden (Abbildung 2.1).  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{K}$  stellen die Massen-

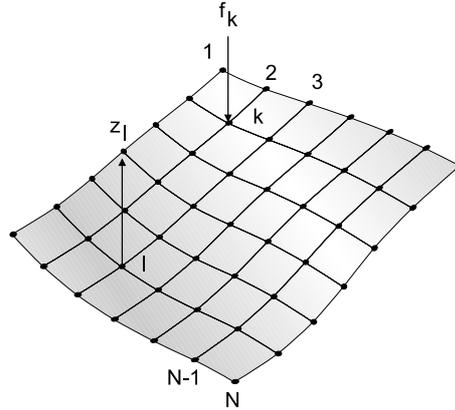


Abbildung 2.1: Diskretisierte mechanische Struktur

und Steifigkeitsmatrizen dar, deren Elemente sich aus der Diskretisierung der mechanischen Struktur ergeben. Eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung wird durch die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{C}$  berücksichtigt. Für sehr schwach gedämpfte Strukturen kann sie zunächst vernachlässigt werden:

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{z}} + \mathbf{K}\underline{z} = \underline{f}. \quad (2.2)$$

Um das Eigenverhalten des mechanischen Systems anhand der entsprechenden homogenen Gleichung zu analysieren, kann eine Lösung der Form  $\underline{z}(t) = \underline{\phi}e^{j\omega t}$  angesetzt werden, welche  $N$  Eigenfrequenzen  $\omega_n$  der Moden der Struktur und die  $N$  Eigenvektoren bzw. Eigenformen der Moden  $\underline{\phi}_n$  liefert [98]. Letztere können zur Modalmatrix  $\Phi$  zusammengefaßt werden:

$$\Phi = [\underline{\phi}_1 \underline{\phi}_2 \cdots \underline{\phi}_N]. \quad (2.3)$$

Sie erfüllt die Orthogonalitätsbedingung

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \text{diag}(\mu_n), \quad (2.4)$$

wobei  $\mu_n$  die modale Masse des  $n$ -ten Modes darstellt.

Die Eigenvektoren des ungedämpften Systems sind reellwertig, während sich für ein gedämpftes System im allgemeinen komplexe Eigenvektoren ergeben. Jedoch sind die Eigenvektoren des ungedämpften Systems auch für ein schwach gedämpftes System gültig, sofern für die Dämpfungsmatrix angenommen werden darf [116]:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}. \quad (2.5)$$

Die Lösung kann verwendet werden, um eine modal entkoppelte Formulierung für das System zu finden, indem der Vektor der modalen Auslenkungen  $\underline{q}$  eingeführt wird:

$$\underline{z} = \Phi \underline{q}. \quad (2.6)$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung (Gl. (2.1)) und nach anschließender Multiplikation mit der transponierten Modalmatrix  $\underline{\Phi}^T$  von links ergibt sich ein System aus  $N$  entkoppelten Differentialgleichungen zweiter Ordnung:

$$\mu_n \ddot{q}_n + \left(\frac{\alpha}{\omega_n} + \beta \omega_n\right) \mu_n \omega_n \dot{q} + \mu_n \omega_n^2 q = \underline{\phi}_n^T \underline{f}. \quad (2.7)$$

Wird noch ein modaler Dämpfungsgrad eingeführt entsprechend

$$\theta_n = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_n} + \beta \omega_n\right), \quad (2.8)$$

entsteht als Bewegungsgleichung für den  $n$ -ten Mode:

$$\ddot{q}_n + 2\theta_n \omega_n \dot{q} + \omega_n^2 q = \frac{1}{\mu_n} \underline{\phi}_n^T \underline{f}. \quad (2.9)$$

Eine Beschreibung im Frequenzbereich durch eine Übertragungsfunktion kann durch Laplace-Transformation dieser Gleichung erhalten werden:

$$Q_n(s) = \frac{\underline{\phi}_n^T \underline{F}(s)}{\mu_n (s^2 + 2\theta_n \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.10)$$

Die modale Rücktransformation in den Bereich der Auslenkungen durch Anwendung der Gleichung 2.6 im Frequenzbereich

$$\underline{Z}(s) = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n Q_n(s) \quad (2.11)$$

ergibt eine quadratische Matrix, die die Frequenzgänge zwischen den anregenden Kräften an den Koordinaten und den entsprechenden Auslenkungen enthält [98]:

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{n=1}^N \frac{\underline{\phi}_n \underline{\phi}_n^T}{\mu_n (s^2 + 2\theta_n \omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2.12)$$

Das Element  $\mathbf{G}_{k,l}$  enthält den Frequenzgang zwischen der an Koordinatenpunkt  $k$  anregenden Kraft und der Auslenkung an Koordinate  $l$  (Abbildung 2.1).

Für passive mechanische Strukturen ergeben sich für das Differentialgleichungssystem Gl. (2.1) symmetrische Matrizen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{K}$ . Da daher das System reziprok (übertragungssymmetrisch) ist [16], wird die Matrix  $\mathbf{G}$  symmetrisch, ähnlich wie Übertragungsmatrizen passiver elektrischer Netzwerke [27].

## 2.2 Aktoren, Sensoren und Störgrößen

Zur Beschreibung einer aktiven Struktur ist es erforderlich, die Aktoren und Sensoren ins Modell einzubeziehen. Im einfachsten Fall wird durch den Sensor

tatsächlich eine Auslenkung oder eine zeitliche Ableitung (Geschwindigkeit, Beschleunigung) gemessen und durch einen Aktor eine nahezu punktförmige Kraft eingeleitet, z.B. durch einen elektrodynamischen Shaker oder einen Inertialmassenaktor. Im allgemeinen Fall kann bei einer aktiven Struktur jedem Sensor eine Auslenkung an einer der  $N$  Koordinaten oder eine Linearkombination aus diesen und jedem Aktor eine Komponente des Vektors der anregenden Kräfte oder ebenfalls eine Linearkombination daraus zugeordnet werden.

Die  $N_a$  Aktorsignale sollen in einem Vektor  $\underline{F}_a$  zusammengefaßt werden, die  $N_s$  Sensorsignale in einem Vektor  $\underline{Z}_s$ . Zur Berechnung der Kräfte an den Koordinaten des Systems aus dem Vektor  $\underline{F}_a$  wird die Verteilungsmatrix  $\mathbf{L}_a$  der Dimension  $N \times N_a$  eingeführt:

$$\underline{F}(s) = \mathbf{L}_a \underline{F}_a(s) \quad (2.13)$$

Entsprechend kann für die Sensorsignale eine Matrix  $\mathbf{L}_s$  der Dimension  $N_s \times N$  eingeführt werden:

$$\underline{Z}_s(s) = \mathbf{L}_s \underline{Z}(s). \quad (2.14)$$

Da die Anzahl der zu positionierenden Aktoren und Sensoren ist allerdings meist wesentlich kleiner als die Anzahl der Koordinaten ist, stehen nur anregende Kräfte an bestimmten Koordinaten und ebenso als Meßgrößen nur einige der Komponenten des Auslenkungsvektors  $\underline{Z}$  zur Verfügung. Für die oben beschriebenen punktförmigen Aktoren und Sensoren enthalten die Matrizen  $\mathbf{L}_a$  und  $\mathbf{L}_s$  nur Einsen und Nullen als Einträge, um aus den Modalmatrizen die Koordinaten auszuwählen, an denen Sensoren oder Aktoren positioniert sind. Auch die Einbeziehung anderer Aktorik und Sensorik, wie etwa piezokeramischer Folien ist durch diese Methode möglich, führt aber zu komplizierteren Matrizen [44]. Voraussetzung ist immer, daß sich das Verhalten der Aktorik und Sensorik durch eine einfache proportionale Beziehung zwischen Kräften bzw. Auslenkungen und den angelegten bzw. gemessenen Signalen beschreiben läßt.

Die Frequenzgangmatrix zwischen Aktoren und Sensoren wird mit den Matrizen  $\mathbf{L}_a$  und  $\mathbf{L}_s$  modifiziert, indem zusätzlich

$$\Phi_a = \mathbf{L}_a^T \Phi \quad \text{und} \quad \Phi_s = \mathbf{L}_s^T \Phi \quad (2.15)$$

gewählt wird:

$$\mathbf{G}_{akt}(s) = \sum_{n=1}^N \frac{\phi_{s,n} \phi_{a,n}^T}{\mu_n (s^2 + 2\theta_n \omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2.16)$$

Diese Matrix kann bei einem aktiven strukturdynamischen System durch einfache Frequenzgangmessungen zwischen den Aktoren und Sensoren erhalten werden, also repräsentiert sie für eine aktive geregelte Struktur die Regelstrecke. Im Gegensatz zur Übertragungsmatrix der mechanischen Struktur (Gl. (2.12)) selbst muß sie aufgrund der Auswahl von Aktor- und Sensorpositionen nicht mehr symmetrisch sein.

Die Einträge in der Matrix  $\mathbf{G}_{akt}$  entstehen jeweils aus superponierten Übertragungsfunktionen der einzelnen Moden 2.2. Die Eigenschaften eines jeden Modus entsprechen denen eines Systems zweiter Ordnung, welches sich zum Beispiel bei einer einfachen RLC-Schaltung oder einem mechanischen System aus Feder, Masse und geschwindigkeitsproportionalem Dämpfungsglied ergibt [95]. Bei der Überlagerung zu den Gesamtfrequenzgängen variieren lediglich die Gewichtungsfaktoren der einzelnen Moden, so daß alle Übertragungsfunktionen zwischen Aktoren und Sensoren dieselben Pole besitzen, was eine Vereinfachung gegenüber allgemeinen Übertragungsmatrizen darstellt.

Die Platzierung der Aktoren und Sensoren bei aktiven Strukturen ist so vorzunehm-

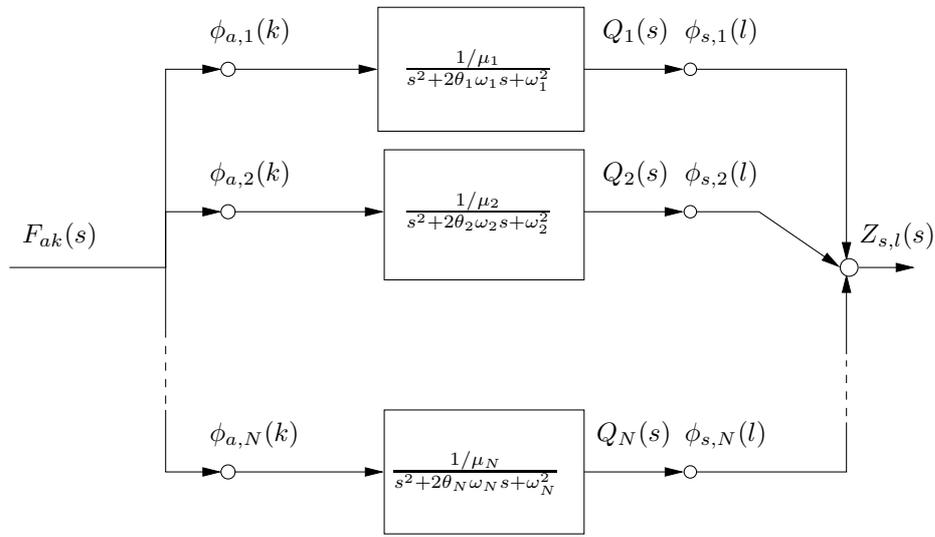


Abbildung 2.2: Blockschaltbild einer Übertragungsfunktion zwischen Aktor und Sensor

men, daß das System steuerbar und beobachtbar ist [110]. Zur Überprüfung dieser Eigenschaften ist es notwendig, eine Darstellung des Systems im Zustandsraum zu erzeugen. Am günstigsten ist dabei eine modale Zustandsraumdarstellung:

$$\dot{\underline{\zeta}} = \mathbf{A}\underline{\zeta} + \mathbf{B}_a \underline{f}_a \quad (2.17)$$

$$\underline{z}_s = \mathbf{C}_s \underline{\zeta} + \mathbf{D} \underline{f} \quad (2.18)$$

Die Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}$  entfällt für die oben beschriebenen Systeme, während die anderen Größen für ein modales Zustandsraummodell sich ergeben zu:

$$\underline{\zeta} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\mathbf{\Theta}\mathbf{\Omega} & -\mathbf{\Omega}^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^{-1}\mathbf{\Phi}^T \mathbf{L}_a \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_s = [\mathbf{0} \quad \mathbf{L}_s^T \mathbf{\Phi}] \quad (2.19)$$

mit

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag}(\omega_n), \mathbf{\Theta} = \text{diag}(\theta_n), \boldsymbol{\mu} = \text{diag}(\mu_n) \quad (2.20)$$

Daraus folgt für das Zustandsraummodell einer aktiven Struktur mit Aktoren (Kräfte  $\underline{f}_a$ ) und Sensoren (Meßgrößen  $\underline{z}_s$ ):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}} \\ \underline{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\Theta\Omega & -\Omega^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}} \\ \underline{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^{-1}\Phi^T\mathbf{L}_a \\ 0 \end{bmatrix} \underline{f}_a \quad (2.21)$$

$$\underline{z}_s = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{L}_s^T\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}} \\ \underline{q} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Das System ist dann steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & \mathbf{A}\mathbf{B}_a & \dots & \mathbf{A}^{2N-1}\mathbf{B}_a \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

den Rang  $2N$  besitzt, und es ist dann beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_s \\ \mathbf{C}_s\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_s\mathbf{A}^{2N-1} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

ebenfalls den Rang  $2N$  besitzt [110].

Meistens ist es ausreichend, die Aktoren und Sensoren auf der Struktur so zu plazieren, daß keine Eigenform der zu steuernden oder zu beobachtenden Moden an diesen Positionen eine Nullstelle besitzt, da in eine Eigenform in ihrem Schwingungsknoten weder angeregt noch beobachtet werden kann. Bei der Wahl der Koordinate  $k$ , an der z.B. die Auslenkung  $z_k$  gemessen werden soll oder die Kraft  $f_k$  eingeleitet werden soll, muß also für die  $k$ -te Komponente der Eigenvektoren  $\underline{\phi}_n$  gelten:

$$\underline{\phi}_n(k) \neq 0 \quad n = 1..N \quad (2.25)$$

Die Erfüllung dieser Bedingung läßt sich für ein System, das nur wenige Eigenmoden besitzt oder das auf wenige Moden reduziert worden ist, leicht anhand einer multiplikativen Überlagerung der Schwingformen überprüfen. Jedoch liefern die Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitskriterien kein Maß für die Qualität der Sensor- und Aktorpositionen. Wird ein Sensor dicht neben einem Knoten eines Modes plaziert, wird zwar das Beobachtbarkeitskriterium erfüllt, aber die zu messenden Signale werden für diesen Mode sehr schwach sein. Daher ist ein Kriterium günstiger, welches zusätzlich die Qualität der Beobachtbarkeit oder Steuerbarkeit berücksichtigt.

In ein vollständiges Modell müssen auch die Störgrößen einbezogen werden, welche die Ursache der zu dämpfenden Vibrationen sind. Da häufig keine genaue Kenntnis über die Einleitung der Störgröße vorhanden ist und diese nur selten punktförmig an der Struktur angreift, muß hierzu auf vereinfachte Modelle zurückgegriffen werden. Entsprechend zur Modellierung der Aktoren wird eine

Verteilungsmatrix  $\mathbf{L}_d$  eingeführt, die die angreifenden Störgrößen auf die Koordinatenpunkte des Systems abbildet. Mit

$$\mathbf{\Phi}_d = \mathbf{L}_d^T \mathbf{\Phi} \quad (2.26)$$

ergibt sich die Übertragungsmatrix zwischen den Störgrößen und den Sensorsignalen, also das Störverhalten der aktive Struktur:

$$\mathbf{G}_d(s) = \sum_{n=1}^N \frac{\phi_{s,n} \phi_{d,n}^T}{\mu_n (s^2 + 2\theta_n \omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2.27)$$

# Kapitel 3

## Signalverarbeitung in aktiven Systemen

Neben der Kenntnis über die mechanischen Eigenschaften des aktiven strukturdynamischen Systems ist eine Untersuchung der Komponenten zur Verarbeitung der Signale notwendig, um deren Einfluß auf das Systemverhalten abschätzen zu können. Hierzu gehören analoge Signal- und Leistungsverstärker für die Sensoren und Aktoren und Tiefpaßfilter, die bei einer digitalen Verarbeitung der Signale notwendig sind.

Mit diesen Betrachtungen soll die Kette der Signale von der aktiven Struktur selbst, deren Übertragungsmatrix in Kapitel 2 aufgestellt worden ist, und der digitalen Signalverarbeitung für die adaptive Regelung (s. Kapitel 4) und Identifikation (s. Kapitel 5) der aktiven Struktur geschlossen werden, wozu auch eine zeitdiskrete Darstellung der Übertragungsfunktionen des Systems notwendig ist. Abbildung 3.1 zeigt eine aktive Struktur mit den im Folgenden zu untersuchenden Komponenten [59].

### 3.1 Sensorsignale

Die erste Stufe der Regelung aktiver Strukturen stellt die Abnahme der elektrischen Signale dar, die von an der Struktur applizierten oder in ihr integrierten Sensoren erzeugt werden. Applizierte Sensoren für dynamische Signale sind zum Beispiel Beschleunigungsaufnehmer, die auch in der Meßtechnik Anwendung finden [16]. Für die Anwendung bei flächigen Leichtbaustrukturen erscheinen piezokeramische Foliensensoren (Patches) besonders geeignet, die appliziert oder in eine Faserverbundstruktur integriert werden können [30]. Bei hinreichend kleinen Auslenkungen kann deren Sensorverhalten als linear angenommen werden und Hystereseeffekte sind vernachlässigbar. Ferner sollen die Rückwirkung in Form von mechanischen Eigenfrequenzen der Sensoren nicht in Betracht gezogen werden, da diese im Allgemeinen sehr weit oberhalb des zu regelnden Frequenzbe-

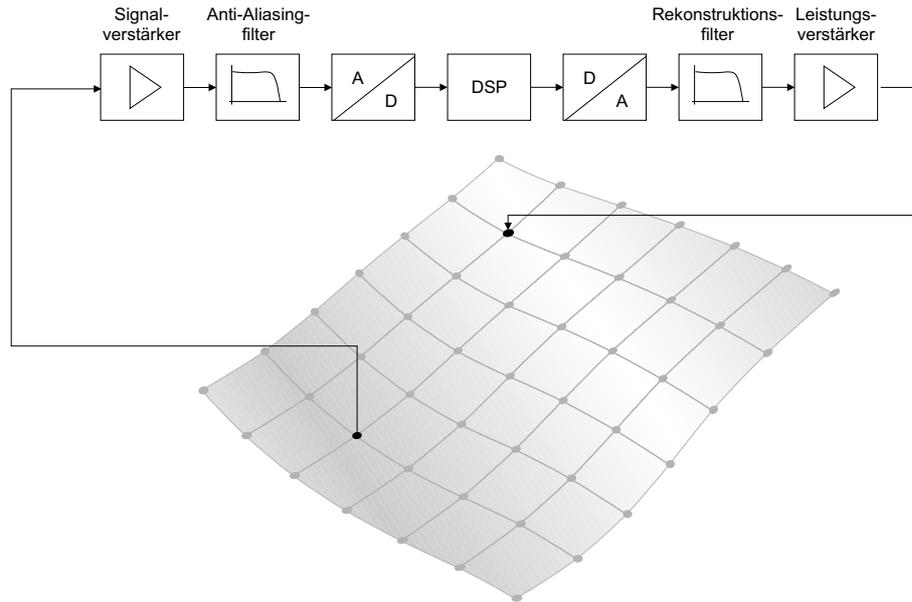


Abbildung 3.1: Aktive Struktur mit digitaler Signalverarbeitung zur Regelung

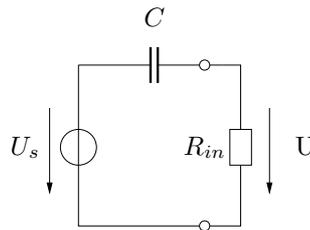


Abbildung 3.2: Ersatzschaltbild eines Piezosensors

reichs liegen [16]. Auf der elektrischen Seite ergibt sich für den piezoelektrischen Sensor als Ersatzbild eine Quelle mit einer kapazitiven Innenimpedanz, die an die nachfolgende Stufe des Systems angeschlossen wird (s. Abbildung 3.2)[102]. Um die durch die Dehnung des Sensors auf den Elektroden erzeugte Ladung bzw. die Sensorspannung exakt zu messen, ist ein Meßgerät mit einem unendlich großen Eingangswiderstand erforderlich. Dagegen bieten die meisten Meßgeräte nur endliche Eingangswiderstände. Es ergibt sich also ein Hochpaßverhalten:

$$\frac{U}{U_s} = \frac{j\omega R_{in}C}{1 + j\omega R_{in}C}, \quad (3.1)$$

weshalb Piezosensoren zur Messung statischer Größen ungeeignet sind. Ferner ist der Eingangswiderstand der nächsten Stufe im Verhältnis zur Kapazität des Sensors so zu wählen, daß die sich ergebende untere Grenzfrequenz wesentlich unterhalb des interessierenden Frequenzbereichs liegt. Die Einschränkung der Mes-

sung auf dynamische Größen mit  $\omega > 0$  ergibt sich im Übrigen bei allen Sensoren auf piezoelektrischer Basis wie Beschleunigungs- und Kraftsensoren.

## 3.2 Tiefpaßfilter

Bei einer digitalen Regelung strukturdynamischer Systeme sind Tiefpaßfilter als Anti-Aliasing- und Rekonstruktionsfilter mit einer Grenzfrequenz, die nach dem Abtasttheorem maximal der halben Abtastfrequenz entspricht, erforderlich [26] (Abbildung 3.1). Um den Aufwand zu minimieren, ist eine Grenzfrequenz der Filter möglichst nahe an der höchsten zu regelnden Frequenz und eine große Steilheit beim Übergang des Frequenzgangs in den Sperrbereich wünschenswert, jedoch verursachen Tiefpaßfilter mit der Filterordnung zunehmende Phasenverschiebungen auch weit unterhalb der Grenzfrequenz.

Dieser Effekt kann anhand einer Frequenzgangmessung an einem einseitig eingespannten aktiven Biegebalken ( $300\text{mm} \times 20\text{mm} \times 2\text{mm}$ , Stahl) gezeigt werden [47][74]. Betrachtet wird hierbei der Frequenzgang des Gesamtsystems aus Leistungsverstärker, der Struktur mit applizierten piezoelektrischen Patches als Aktoren und Sensoren, sowie der analogen Tiefpaßfilter elliptischen Typs sechster Ordnung (Abbildung 3.3). Deutlich ist der Einfluß der Filter auf den Phasen-

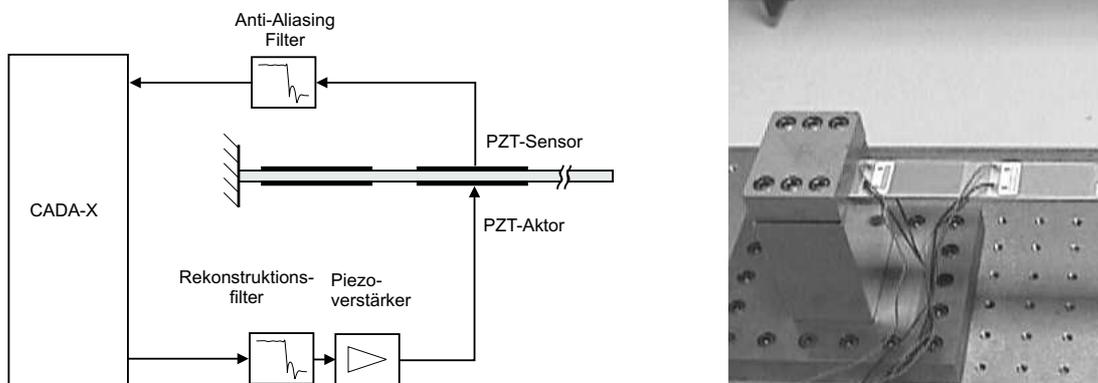


Abbildung 3.3: Frequenzgangmessung an einer aktiven Struktur mit Tiefpaßfiltern

gang der Regelstrecke zu sehen, während die Beeinflussung des Amplitudengangs bis zur Grenzfrequenz gering bleibt (Abbildung 3.4). Durch die Phasenverschiebungen treten für adaptive Regler Kausalitätsprobleme auf, da die Laufzeit der Signale durch die Struktur kürzer ist als die durch den Regler, und so ein Aktorsignal prädiktiv ermittelt werden muß [9][112].

Eine höhere Grenzfrequenz der Filter erfordert jedoch eine höhere Abtastfrequenz und damit höhere Rechenleistung des Systems. Daher stellt die Auslegung der

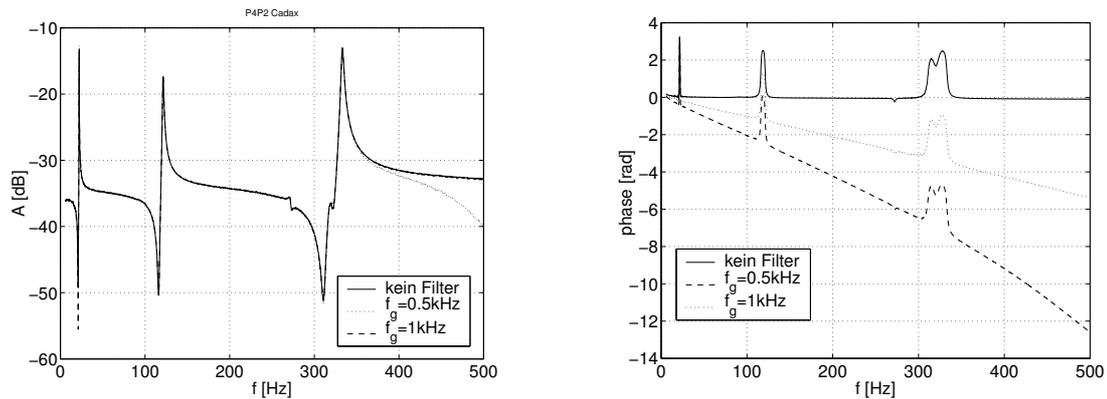


Abbildung 3.4: Frequenzgänge der aktiven Struktur mit Filtern

Filter einen Kompromiß zwischen der Beeinflussung der Regelstrecke und der eingesetzten Rechenkapazität des Signalprozessors dar.

### 3.3 Aktorsignale

Zur Ansteuerung der Aktoren wird im Allgemeinen eine Leistungsverstärkung benötigt. Hier soll ein idealer Verstärker angenommen werden, der über der Frequenz eine konstante Verstärkung aufweist. Da piezoelektrische Aktoren eine kapazitive Last darstellen, gilt diese Annahme nur für einen bestimmten Frequenzbereich (Abbildung 3.5). Auch Hystereseeffekte der Piezoaktoren sollen vernachlässigt werden, so daß eine lineare Regelstrecke angenommen werden darf. Bei hinreichend kleiner Aussteuerung der Aktoren behält diese Annahme aber auch im Versuch Gültigkeit.

### 3.4 Digitale Signalverarbeitung

Für eine digitale Regelung der aktiven Struktur ist eine zeitdiskretisierte Darstellung der Übertragungsmatrix (Gl. (2.16)) notwendig. Da durch die modale Darstellung eine Rückführung auf eine Superposition von einfachen Systemen zweiter Ordnung möglich ist (s. Kapitel 2), reicht es aus, nur ein solches Teilsystem

$$H_k(s) = \frac{1}{s^2 + 2\theta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.2)$$

zu diskretisieren. Besonders anschaulich gelingt die Überführung vom kontinuierlichen zum zeitdiskreten System durch die Impulsinvarianzmethode [108]. Hierzu wird zunächst durch inverse Laplace-Transformation die Impulsantwort berech-

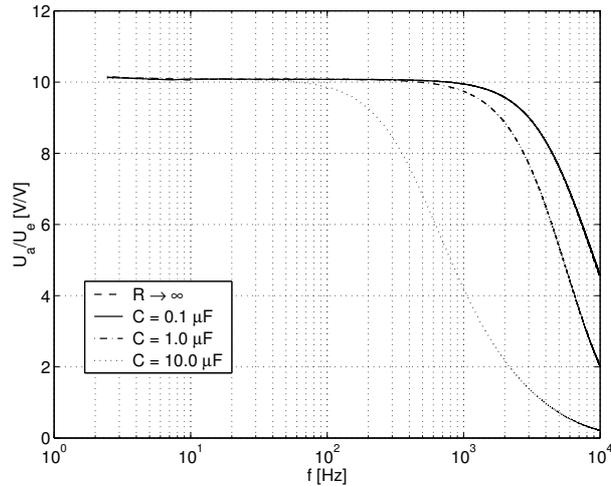


Abbildung 3.5: Amplitudengang der Verstärkung eines Hochvoltverstärkers (PI 463) für kapazitive Lasten

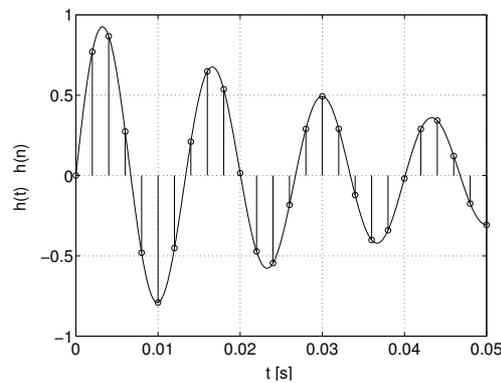


Abbildung 3.6: Kontinuierliches und abgetastetes Zeitsignal

net [10]:

$$H_k(s) \bullet \circ h_k(t) = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \theta^2}} e^{-\theta \omega_0 t} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \theta^2} t) u(t), \quad (3.3)$$

wobei  $u(t)$  die Einheitssprungfunktion darstellt. Dieses Zeitsignal wird mit einer Abtastrate  $T$  abgetastet (s. Abbildung 3.4), so daß für das abgetastete Signal gilt:

$$h_k(nT) = h(n) = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \theta^2}} e^{-\theta \omega_0 T n} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \theta^2} T n) u(n) \quad (3.4)$$

Bei der Wahl von  $T$  ist das Abtasttheorem zu beachten, also muß die Abtastfrequenz  $1/T$  mindestens doppelt so hoch gewählt werden wie die höchste Frequenz, bei der das abgetastete Signal spektrale Anteile besitzt [95].

Für mechanische Strukturen kann im Allgemeinen ein sehr kleiner Dämpfungsgrad  $\theta \approx 0.01$  [98] angenommen werden, so daß

$$\sqrt{1 - \theta^2} \approx 1 \quad (3.5)$$

wird und so der Ausdruck für die Impulsantwort angenähert werden kann durch:

$$h(n) \approx \frac{1}{\omega_0} e^{-\theta\omega_0 T n} \sin(\omega_0 T n) u(n) \quad (3.6)$$

Durch  $z$ -Transformation wird daraus die Übertragungsfunktion ermittelt [95], woraus sich für das System zweiter Ordnung mit schwacher Dämpfung ergibt:

$$H(z) = \frac{1}{\omega_0} \frac{Im\{p\}z}{z^2 - 2Re\{p\}z + |p|^2} \quad \text{mit} \quad p = e^{(-\theta+j)\omega_0 T}. \quad (3.7)$$

Die Polstellen des kontinuierlichen Systems werden durch die Diskretisierung von der linken  $s$ -Halbebene in den Einheitskreis der  $z$ -Ebene transformiert:

$$p_{1,2} = e^{(-\theta \pm j)\omega_0 T}, \quad (3.8)$$

wobei der Abstand zur Kreislinie die Dämpfung und der Winkel mit der reellen Achse die Eigenfrequenz wiedergibt.

Der Frequenzgang des abgetasteten Systems ist aufgrund der Abtastung mit dem Faktor  $1/T$  skaliert [1]:

$$H(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T} H_k(j\omega), \quad (3.9)$$

was bei einem direkten Vergleich berücksichtigt werden muß. Für die Matrix der Übertragungsfunktionen zwischen Aktoren und Sensoren (Gl. 2.16)  $z$ -Bereich ergibt sich:

$$\mathbf{G}_{\text{akt}}(z) = \sum_{n=1}^N \frac{\phi_{s,n} \phi_{a,n}^T}{\mu_n \omega_n} \frac{Im\{p_n\}z}{z^2 - 2Re\{p_n\}z + |p_n|^2} \quad \text{mit} \quad p_n = e^{(-\theta_n + j)\omega_n T}. \quad (3.10)$$

Entsprechend kann die Matrix des Störverhaltens im  $z$ -Bereich formuliert werden:

$$\mathbf{G}_{\text{d}}(z) = \sum_{n=1}^N \frac{\phi_{s,n} \phi_{d,n}^T}{\mu_n \omega_n} \frac{Im\{p_n\}z}{z^2 - 2Re\{p_n\}z + |p_n|^2} \quad \text{mit} \quad p_n = e^{(-\theta_n + j)\omega_n T}. \quad (3.11)$$

Die in den Matrizen enthaltenen Übertragungsfunktionen sind Bestandteile der Regelstrecke bei einer adaptiven Vibrationsregelung. Ihre jeweilige Bedeutung soll an einer allgemeinen aktiven Struktur (s. Abbildung 3.7) gezeigt werden. Die anregende Kraft soll durch die Störgröße  $X(z)$  dargestellt werden. Die durch sie bewirkten Vibrationen werden als Sensor- oder Fehlersignal  $E(z)$  gemessen. Die Übertragungsfunktion zwischen diesen Größen, die Primärstrecke  $P(z)$ , bleibt

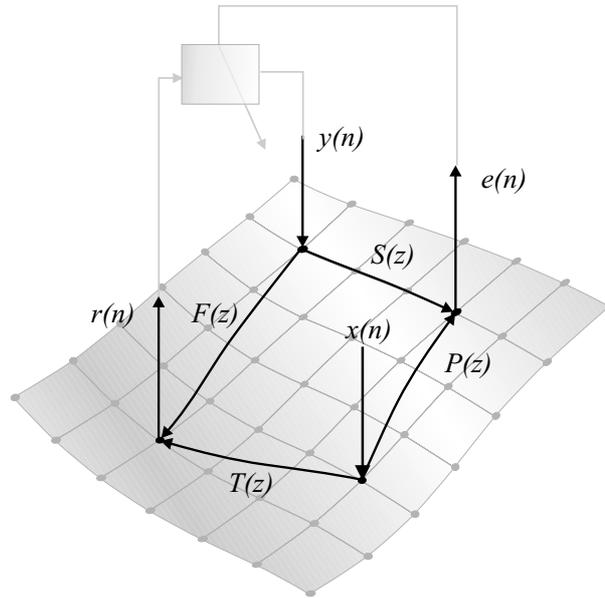


Abbildung 3.7: Übertragungsfunktionen eines Systems mit adaptiver Regelung

daher unbekannt, wenn die Störgröße selbst nicht meßbar ist. Um für den adaptiven Regler ein Referenzsignal zu erhalten, wird daher an einer geeigneten Stelle ein Signal  $R(z)$  abgenommen. Ebenso wie die Primärstrecke ist die entsprechende Übertragungsfunktion  $T(z)$  im Allgemeinen nicht meßbar. Das Ziel der Regelung ist die Minimierung der Vibrationen, also des Sensorsignals  $E(z)$ . Hierzu generiert der adaptive Regler durch Filterung aus der Referenzgröße ein Aktorsignal  $Y(z)$ , das über die Sekundärstrecke  $S(z)$  ebenfalls ein Signal am Fehlersensor erzeugt. Idealerweise sollen sich die Wirkungen der Störung und des Aktors an dieser Stelle aufheben, so daß  $E(z)$  verschwindet. Im Allgemeinen erzeugt der Aktor allerdings eine Rückkopplung auf das Referenzsignal  $R(z)$ . Durch diese Rückkopplungsstrecke  $F(z)$  wird der Regelkreis geschlossen. Wenn es gelingt, die Wirkung auf die Referenzgröße zu eliminieren, entsteht eine adaptive Steuerung, die besonders günstige Stabilitätseigenschaften besitzt.

Aus der Matrixformulierung der oben dargestellten Zusammenhänge

$$\begin{bmatrix} E(z) \\ R(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(z) & S(z) \\ T(z) & F(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(z) \\ Y(z) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

läßt sich die Zuordnung zu den Elementen der Übertragungsmatrizen vornehmen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\text{akt}}(z) & \mathbf{G}_{\text{d}}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(z) & S(z) \\ T(z) & F(z) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Bei einer Erweiterung auf mehr als einen Referenz- oder Fehlersensor sowie für mehrere Stör- oder Aktorsignale ergeben sich Untermatrizen in der Übertragungs-

matrix. Von den enthaltenen Übertragungsfunktionen bilden  $S(z)$  und  $F(z)$  eine Gruppe von meßbaren Übertragungsfunktionen, die für die Implementierung des Reglers identifiziert werden müssen. Die beiden anderen, mit der Störgröße verknüpften Übertragungsfunktionen sind dagegen wie erwähnt im Allgemeinen nicht meßbar, jedoch ist die genaue Kenntnis ihrer Eigenschaften bei der Verwendung eines adaptiven Regelkonzepts nicht erforderlich.

# Kapitel 4

## Adaptive Steuerungen und Regelungen

Um eine optimale Unterdrückung von störenden Vibrationen zu erhalten, auch wenn sich das Störsignal oder die Parameter der Regelstrecke ändern, wird eine Adaption des Systems notwendig, da die Eigenschaften eines optimalen Systems immer von denen der Störgröße abhängen [53]. Mit der Einführung adaptiver Filter im System wird dieses zeitvariant, kann also nicht mehr ohne weiteres als LTI (linear time invariant) angenommen werden, was bei der Analyse beachtet werden muß. Basierend auf dem in den vorigen Kapiteln 2 und 3 aufgestellten zeitdiskreten, allgemeinen Modell für eine aktive Struktur, sollen im Folgenden zunächst zwei Konzepte zur adaptiven Steuerung (Feedforward Control) beschrieben werden, die ein Referenzsignal benötigen.

Bei der adaptiven Regelung wird dagegen auf die Verwendung des Referenzsignals verzichtet. Durch eine Schätzung der Störgröße aus dem Ausgangssignal der Regelstrecke kann dieses Konzept aber ebenfalls auf das der adaptiven Gegensteuerung zurückgeführt werden.

### 4.1 Adaptive Gegensteuerungen

#### 4.1.1 Gegensteuerung mit unabhängigem Referenzsignal

Oft bilden Rotationsmaschinen die Störquelle periodischer Vibrationen in strukturdynamischen Systemen. In diesem Fall läßt sich an der Maschine ohne die Benutzung von Vibrationssensoren ein Drehzahlsignal oder ein Triggerimpuls abgreifen, aus dem mit einem synchronisierten Signalgenerator ein entsprechendes Referenzsignal erzeugt werden kann [23]. Ein solches Signal wird nicht von durch die Aktoren verursachten Vibrationen beeinflusst, daher existiert keine Rückkopplung, die die Stabilität des aktiven Systems einschränkt (Abbildung 4.1).

Das Störsignal  $x$  bewirkt durch die Primärstrecke  $P$  ein meßbares Fehlersignal  $e$ . Aus dem gleichen Signal wird durch ein adaptives Filter  $W$  ein entsprechendes Gegensteuersignal erzeugt, welches über die Sekundärstrecke  $S$  auf den Fehler-sensor wirkt. Dieser mißt also die Überlagerung beider Signale:

$$E(z) = X(z)(P(z) + W(z)S(z)). \quad (4.1)$$

Um das Fehlersignal zu minimieren, wird seine Leistung als Zielfunktion für einen Adaptionalgorithmus verwendet. Wenn es vollständig verschwindet, ergibt sich

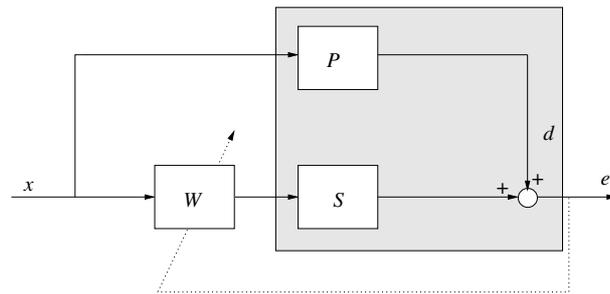


Abbildung 4.1: Blockschaltbild eines Systems mit adaptiver Gegensteuerung. Der strukturdynamische Teil ist hinterlegt dargestellt

für das optimale Filter  $W$  die Übertragungsfunktion

$$W(z) = -\frac{P(z)}{S(z)}. \quad (4.2)$$

Aufgrund von Phasenverschiebungen durch Anti-Aliasing-Filter, Diskretisierung der Signale und die verwendete analoge Leistungselektronik besitzt  $S(z)$  meist eine zusätzliche Laufzeit  $z^{-\Delta}$  gegenüber  $P(z)$ , so daß das optimale Filter  $W(z)$  akausal und somit nicht realisierbar wird [55]. Die mit dem Adaptionalgorithmus gefundene, realisierbare Lösung ist dann immer suboptimal [9]. Für periodische Störsignale  $x$  ergibt sich jedoch kein Problem, da durch Einführung zusätzlicher Laufzeiten in  $W$  ein um eine ganze Periode verschobenes und damit identisches Gegensteuersignal generiert werden kann. Eine sehr günstige Eigenschaft dieser Form der Störgrößenunterdrückung ist die unbedingte Stabilität aufgrund der fehlenden Rückkopplung, solange das adaptive Filter  $W$  selbst stabil ist.

### 4.1.2 Breitbandige adaptive Gegensteuerung

Kann kein unabhängiges Referenzsignal gefunden werden, muß ein Vibrations-sensor zum Messen eines Referenzsignals verwendet werden. Allerdings wird das dort gemessene Referenzsignal  $R(z)$  durch die Wirkung des Steuerungssignals auf den Sensor über die Strecke  $F$  (siehe Abbildung 4.2) überlagert. Daher liegt eine

Rückkopplung vor, die die Stabilität des Systems nachteilig beeinflussen kann. Um diesen Effekt zu kompensieren, wird das System erweitert [59]. Das Gegensteuersignal  $Y(z)$  wird hierzu mit einem Modell ( $\hat{F}$ ) der Strecke vom Aktor zum Referenzsensor, welches zuvor in einer Systemidentifikation gebildet wird, gefiltert und anschließend vom gemessenen Signal abgezogen. Als korrigiertes Referenzsignal steht dann

$$\hat{R}(z) = R(z) + (F(z) - \hat{F}(z))Y(z) \quad (4.3)$$

zur Verfügung, welches für ein ideales Modell  $\overline{\hat{F}}$  dem unbeeinflussten Referenzsignal entspricht. Mit dieser Erweiterung läßt sich der Fall eines abhängigen Referenzsignals auf den eines unabhängigen zurückführen. Da die Übertragungsfunktionen  $T$  und  $P$  nicht gemessen werden können, kann zur Vereinfachung das Signal  $R(z)$  als Störsignal angenommen werden. Als Primärstrecke dient dann entsprechend die Übertragungsfunktion

$$P'(z) = \frac{P(z)}{T(z)}, \quad (4.4)$$

wodurch die gleiche Aufgabenstellung wie bei der einfachen Gegensteuerung (Abb. 4.1) vorliegt.

Um den Aufwand der Signalverarbeitung gering zu halten, kann in einer praktischen Anwendung versucht werden, den Referenzsensor so zu plazieren, daß die Beeinflussung durch das Gegensteuersignal vernachlässigt werden kann, also  $F$  nahezu verschwindet und die Kompensation überflüssig wird.

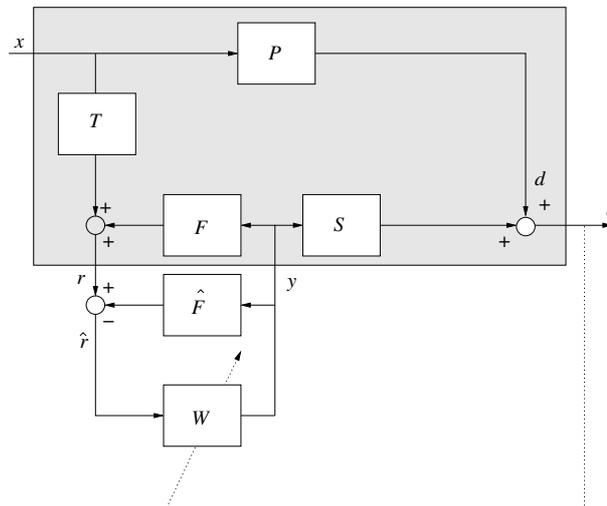


Abbildung 4.2: Blockschaltbild eines Systems mit breitbandiger Gegensteuerung. Der strukturdynamische Teil des Systems ist hinterlegt dargestellt

## 4.2 Adaptionsalgorithmus

### 4.2.1 Filtered-X LMS Algorithmus

Zur Generierung des Gegensteuersignals aus dem Referenzsignal wird ein adaptives Filter eingesetzt, um auch bei veränderten Störsignalen oder Parametern der Regelstrecke eine optimale Störgrößenunterdrückung zu gewährleisten. Wegen seiner besonderen Einfachheit wird häufig der Filtered-X Least-Mean-Squares-Algorithmus verwendet, der auf das nichtrekursive adaptive Filter zurückgeführt werden kann [117].

Wird angenommen, daß sich die Koeffizienten des Filters  $W$  nur langsam gemessen an den Zeitkonstanten des Systems verändern, kann dieses als linear und zeitinvariant für einen gewissen Zeitraum angenommen werden. Daher ist es erlaubt, die Strecken  $W$  und  $S$  im Schaltbild zu vertauschen, wodurch sich sofort das Optimalfilterproblem ergibt und die Anwendung des LMS-adaptiven FIR-Filters möglich ist (Abbildung 4.3). Auch hier wird die leistungsbezogene Gütefunktion

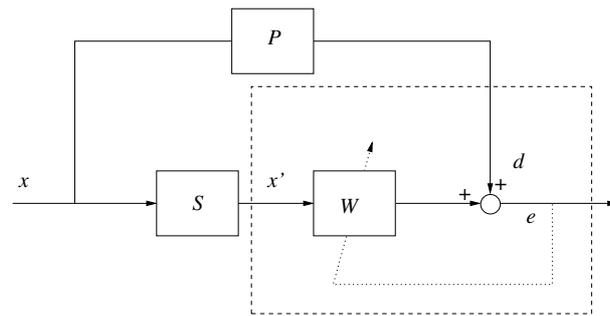


Abbildung 4.3: Problem der Gegensteuerung zurückgeführt auf das Optimalfilterproblem (umrandet dargestellt)

(*cost function*)

$$\xi = E[e(n)^2] \quad (4.5)$$

eingeführt, woraus sich nach Anwendung des stochastischen Gradientenverfahrens für die Adaption der Filterkoeffizienten ergibt:

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) - \mu \underline{x}'(n)e(n). \quad (4.6)$$

Dabei ist  $\underline{x}'(n)$  der Vektor aus den letzten  $N$  Werten des Referenzsignals, das mit der Übertragungsfunktion des Sekundärstrecke gefiltert worden ist. Daher muß ein Modell  $\hat{S}(z)$  dieser Strecke im Regelsystem existieren (Abbildung 4.4).

Da das optimale Filter  $W$  von den Eigenschaften der Signale abhängt, ergeben sowohl Änderungen der Strecken  $S$  und  $P$  als auch Änderungen der Eigenschaften des Störsignals ein andere Lösungen für dessen Koeffizienten. Daher muß für die Konvergenz des Algorithmus ein stationäres Störsignal  $x(n)$  vorhanden

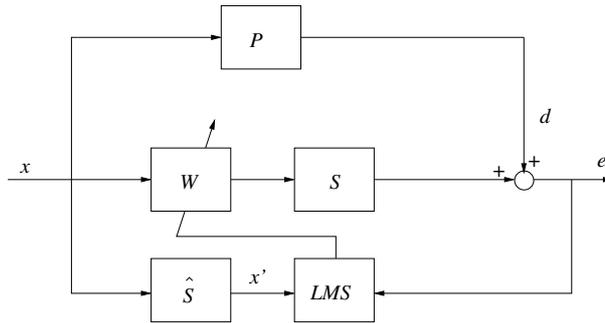


Abbildung 4.4: Blockschaltbild des Filtered-X LMS-Algorithmus

sein und Einschwingvorgänge müssen abgeklungen sein. Da dies bei schwach gedämpften Systemen eine starke Einschränkung der Anwendbarkeit darstellt, kann mit überlagerten aktiven Dämpfungsmaßnahmen versucht werden, transiente Vorgänge zu unterdrücken [99].

Durch die Verwendung des adaptiven FIR-Filters  $W$  wird auch hier die gewählte Gütefunktion quadratisch in den Koeffizienten des adaptiven Filters, es existiert nur ein Minimum und damit eine optimale Lösung für die Koeffizienten des adaptiven Filters.

Über die Konstante  $\mu$  wird die Geschwindigkeit des Konvergenzprozesses eingestellt. Der theoretisch maximal mögliche Wert

$$\mu = \frac{2}{NP_{x'}} \quad (4.7)$$

wird in der Praxis meist nicht erreicht, da das Verzögerungsverhalten der Sekundärstrecke diesen absenkt [40].

Auch die Genauigkeit des verwendeten Modells  $\hat{S}(z)$  hat Einfluß auf die Konvergenz des Algorithmus, wobei Abweichungen in der Phase von wesentlicher Bedeutung sind. Wird angenommen, daß sich  $S(z)$  und sein Modell nur um einen Phasenfehler unterscheiden:

$$S(z) = \hat{S}(z)\phi(z), \quad (4.8)$$

dann ist die Konvergenz nur für

$$\cos \phi(z) < 1 \quad \forall \quad z = e^{j\omega T} \quad (4.9)$$

sichergestellt [24], was einer maximal zulässigen Phasendifferenz von  $\pi/2$  entspricht. Allerdings sinkt dann die Geschwindigkeit der Konvergenz deutlich ab [59].

### 4.2.2 Leaky FXLMS Algorithmus

Eine Begrenzung der Leistung des Steuerungssignals ist in der Praxis von Interesse um Übersteuerung der Aktoren zu vermeiden. Die Gütefunktion (Gl. A.11) wird dazu erweitert [59], so daß die Leistung von  $y$  mit einem Faktor  $\gamma$  gewichtet berücksichtigt wird:

$$\hat{\xi}(n) = e(n)^2 + \gamma y(n)^2. \quad (4.10)$$

Aus dieser modifizierten Gütefunktion ergibt sich der Leaky-LMS-Algorithmus:

$$\underline{w}(n+1) = (1 - \gamma\mu)\underline{w}(n) - \mu \underline{x}'(n)e(n) \quad (4.11)$$

Durch den Faktor  $\gamma$  wird in jedem Rechenschritt der Betrag des Koeffizientenvektors verringert. Hierdurch wird verhindert, daß bei ausgeschaltetem Stör- und Referenzsignal die Koeffizienten durch Rundungsfehler über alle Grenzen wachsen.

Weiterhin ergibt sich auch ein Einfluß auf die Robustheit bezüglich Abweichungen der Sekundärstrecke vom Modell  $\hat{S}(z)$ . Wird auch hier angenommen, daß sich die Sekundärstrecke und ihr Modell nur um eine Phasendifferenz unterscheiden (Gl. 4.8), ergibt sich als Bedingung für die Stabilität des Adaptionsalgorithmus [24]:

$$\cos \phi(z) < \frac{-\gamma}{|S(z)|^2} \quad \forall \quad z = e^{j\omega T} \quad (4.12)$$

Diese Bedingung ist schwächer als die bisherige für den unmodifizierten LMS-Algorithmus ( Gl. (4.9)). Bei kleinen Werten für den Betrag von  $S$ , wie sie außerhalb der Resonanzfrequenzen vorkommen, läßt sich eine unbedingte Stabilität herbeiführen, indem der Wert für  $\gamma$  größer als der Betrag von  $S$  gewählt wird. Daher ist für das Modell der Sekundärstrecke hohe Genauigkeit nur noch im Bereich der Resonanzfrequenzen erforderlich.

Der Faktor  $\gamma$  wird wesentlich kleiner als die Konvergenzkonstante  $\mu$  gewählt, denn durch ihn wird die Konvergenzgeschwindigkeit verringert und die erreichbare Störungsunterdrückung vermindert. Durch einen geeigneten Wert für  $\gamma$  kann also ein Kompromiß zwischen Robustheit und Regelgüte erzielt werden.

## 4.3 Adaptive Regelung

Wenn die zu unterdrückenden Störsignale keine eindeutige Quelle besitzen, fehlt ein entsprechendes Referenzsignal um eine Gegensteuerung zu implementieren. Dann ist eine Unterdrückung der Störung nur durch eine Regelung möglich, die auf der Rückkopplung von Sensorsignalen basiert.

Durch die Internal Model Control Methode kann jedoch das Problem der Regelung auf das der Gegensteuerung zurückgeführt werden, so daß die oben beschriebenen Ansätze nutzbar sind [59]. Diese Methode ist unter anderem in der Prozeßregelung von Interesse, da dort die Regelstrecken stets stabil sind und

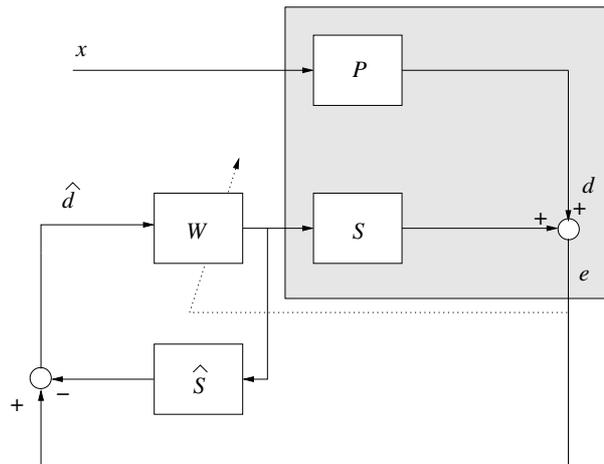


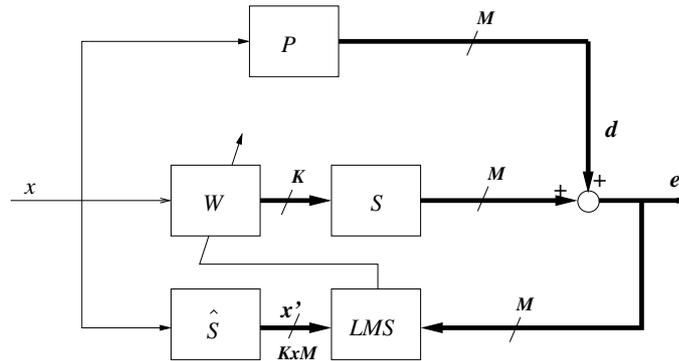
Abbildung 4.5: Adaptive Regelung nach der Internal Model Control Methode. Der strukturdynamische Teil ist hinterlegt dargestellt

durch die Zurückführung des Regelproblems auf eine Steuerung die Stabilität des Gesamtsystems nur von der Stabilität des Reglers selbst abhängt [17]. Zur Realisierung einer derartigen adaptiven Regelung wird ein Modell  $\hat{S}(z)$  der Sekundärstrecke  $S(z)$  benötigt. Mit Hilfe dieses Modells kann aus dem Sensorsignal eine Schätzung für die Störgröße erhalten werden (Abbildung 4.5):

$$\hat{D}(z) = D(z) + \hat{D}(z)W(z)(S(z) - \hat{S}(z)). \quad (4.13)$$

Für ein ideales Modell der Regelstrecke wird das geschätzte Signal identisch zum Störsignal, wodurch die Rückkopplungsschleife aufgebrochen wird und sich das System zu einem Gegensteuersystem vereinfacht, das als Primärstrecke einen einfachen Durchgriff besitzt [20]. Wird wieder die Annahme der langsamen Zeitveränderlichkeit des Systems getroffen (Abbildung 4.3), ähnelt dies einem Prädiktionssystem, da die Strecke  $S(z)$  durch die meist vorhandenen Phasenverschiebungen im Signalverarbeitungssystem eine Totzeit  $z^{-\Delta}$  enthält. Das optimale Filter  $W(z)$  für die Regelung wird daher wie beim Prädiktor vom Erregungssignal  $D(z)$  abhängen.

Weiterhin liefert ein Internal Model Control System, welches ein entsprechend optimales Filter  $W(z)$  realisiert, die gleichen Ergebnisse wie eine LQG (Linear Quadratic Gaussian) Regelung mit der gleichen Gütefunktion, also dem Erwartungswert des Fehlersignals  $E[e^2(n)]$  [83]. Jedoch bietet es die Möglichkeit der Adaptivität, so daß es sich an veränderliche Störsignale anpassen kann und in dieser Hinsicht einem Regler mit festen Parametern überlegen ist. Durch den geschlossenen Regelkreis ergibt sich allerdings das Problem der Stabilität des Systems, was einen Nachteil gegenüber den stets stabilen Gegensteuerungen darstellt.

Abbildung 4.6: Mehrkanalige Gegensteuerung mit  $K$  Aktoren und  $M$  Sensoren

## 4.4 Mehrkanalige Systeme

In vielen Anwendungen reicht ein Steuerungs- oder Regelungssystem mit nur einem Ein- und einem Ausgang (SISO: Single Input, Single Output) nicht aus. Dann sind mehrere Aktoren notwendig, um alle relevanten Moden der Regelstrecke anzuregen und ebenfalls mehrere Sensoren, um diese zu beobachten [104].

Die weiter oben vorgestellten Systeme zur Unterdrückung von Störsignalen lassen sich auf diesen Fall erweitern [59]. Bei einer Verwendung von  $K$  Aktoren und  $M$  Sensoren entsteht ein MIMO (Multiple Input Multiple Output) System mit  $M$  Primärstrecken,  $K$  adaptiven Filtern  $W_k(z)$  und  $K \times M$  Sekundärstrecken  $S_{k,m}(z)$ , von denen entsprechende Modelle  $\hat{S}_{k,m}(z)$  vorhanden sein müssen, um eine mehrkanalige Version des FXLMS Algorithmus zu implementieren (Abbildung 4.6). Existiert zusätzlich noch eine Rückwirkung der Aktoren auf den Referenzsensor, müssen noch  $K$  Strecken  $F_k(z)$  durch Modelle  $\hat{F}_k(z)$  berücksichtigt werden, um eine Kompensation dieses Effekts erzielen zu können.

Als Fehlergröße dient nun die Summe aus den Erwartungswerten der quadrierten Sensorsignale:

$$\xi(n) = \sum_{m=1}^M E[e_m^2(n)] \quad (4.14)$$

Die Verallgemeinerung des FXLMS-Algorithmus auf den mehrkanaligen Fall ergibt sich dann durch Einführung von Vektoren und Matrizen aus Signalen. Für die  $M$  Fehlersensoren wird ein Vektor eingeführt:

$$\mathbf{e}(n) = [ e_1(n) \quad e_2(n) \quad \cdots \quad e_M(n) ]^T, \quad (4.15)$$

ebenso für die Impulsantworten der adaptiven FIR-Filter:

$$\mathbf{w}(n) = [ \underline{w}_1(n) \quad \underline{w}_2(n) \quad \cdots \quad \underline{w}_K(n) ]^T. \quad (4.16)$$

Für die Modelle der Sekundärstrecken ergibt sich dann eine Matrixdarstellung:

$$\hat{\mathbf{s}}(n) = \begin{bmatrix} \hat{s}_{11}(n) & \hat{s}_{12}(n) & \cdots & \hat{s}_{1K}(n) \\ \hat{s}_{21}(n) & \hat{s}_{22}(n) & \cdots & \hat{s}_{2K}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{s}_{M1}(n) & \hat{s}_{M2}(n) & \cdots & \hat{s}_{MK}(n) \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

ebenso für die gefilterten Referenzsignale:

$$\mathbf{X}'(n) = \begin{bmatrix} \hat{s}_{11}(n) * \underline{x}(n) & \hat{s}_{12}(n) * \underline{x}(n) & \cdots & \hat{s}_{1K}(n) * \underline{x}(n) \\ \hat{s}_{21}(n) * \underline{x}(n) & \hat{s}_{22}(n) * \underline{x}(n) & \cdots & \hat{s}_{2K}(n) * \underline{x}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{s}_{M1}(n) * \underline{x}(n) & \hat{s}_{M2}(n) * \underline{x}(n) & \cdots & \hat{s}_{MK}(n) * \underline{x}(n) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Durch gleiches Vorgehen wie im einkanaligen Fall ergibt sich der mehrkanalige FXLMS-Algorithmus zur Adaption der Koeffizienten der adaptiven FIR-Filter  $\underline{w}_k$  [59]:

$$\underline{\mathbf{w}}_k(n+1) = \underline{\mathbf{w}}_k(n) + \mu \mathbf{X}'(n) \mathbf{e}(n) \quad (4.19)$$

Ähnlich wie beim SISO-System können auch hier die Ausgangssignale durch die Einführung eines Leakage-Faktors begrenzt werden:

$$\underline{\mathbf{w}}_k(n+1) = (1 - \mu\gamma) \underline{\mathbf{w}}_k(n) + \mu \mathbf{X}'(n) \mathbf{e}(n) \quad (4.20)$$

Auch hier wird durch die Einführung eines Leakage-Faktors  $\gamma$  die Stabilität des Systems verbessert, besonders wenn es außerhalb der Eigenfrequenzen der Regelstrecke arbeitet.

Weiterhin ergibt sich eine Verbesserung der Stabilität des Algorithmus durch eine Anordnung der Aktoren, bei der diese jeweils unterschiedliche Moden der Regelstrecke anregen können, also modal entkoppelt sind [104]. Offenbar wird durch die Erweiterung des Systems auf mehrere Ein- und Ausgänge der Rechenaufwand beträchtlich erhöht, daher wird für die notwendigen Modelle der Sekundärstrecken eine rechentechnisch effektive Realisierung benötigt, deren Anzahl mit  $K \times M$  ansteigt.

Als weitere Verallgemeinerung, auf die hier nicht weiter eingegangen wird, existiert noch die Möglichkeit der Gegensteuerung mit mehreren Referenzsignalen (*Multiple Reference FXLMS*) [59], bei der mehrere Systeme mit jeweils einem unabhängigen Referenzsignal superponiert werden.

## 4.5 Modale Regelkonzepte

Modale Regelkonzepte dienen zur unabhängigen Beeinflussung der schwingenden Moden einer aktiven Struktur in einem Regelsystem mit mehreren Sensoren

und Aktoren (*MIMO: Multiple Input Multiple Output*). Durch eine geeignete Linearkombination der Sensorsignale  $Y_n$  und Aktorsignale  $F_{a,n}$  werden jeweils die entsprechenden modalen Größen generiert (Abbildung 4.7). Die sich ergebenden Modalfilter  $(\Phi_a^T)^{-1}$  und  $\Phi_s^{-1}$  realisieren daher die Rücktransformation der physikalischen in modale Kräfte  $\nu_n$  und Auslenkungen  $Q_n$  durch die Inversion der Matrizen  $\Phi_a^T$  auf der Seite der Aktoren und  $\Phi_s$  für die Sensoren. Damit diese Operation eindeutig möglich ist, müssen mindestens so viele Aktoren und Sensoren wie zu trennende Moden vorhanden sein:

$$N_a \geq N \quad \text{und} \quad N_s \geq N. \quad (4.21)$$

Zur Vereinfachung soll hier nur der Fall gleich vieler Aktoren und Sensoren wie zu trennender Moden betrachtet werden ( $N_a = N_s = N$ ). Ferner müssen für Invertierbarkeit die Zeilen von  $\Phi_s$  und  $\Phi_a^T$  linear unabhängig sein, weshalb die Sensoren und Aktoren geeignet positioniert werden müssen. Statt eines gekoppelten Mehrgrößensystems mit  $N$  Freiheitsgraden ergeben sich  $N$  autonome Systeme

$$H_n(z) = \frac{1}{\mu_n \omega_n} \frac{\text{Im}\{p_n\}z}{z^2 - 2\text{Re}\{p_n\}z + |p_n|^2} \quad \text{mit} \quad p_n = e^{(-\theta_n + j)\omega_n T} \quad (4.22)$$

von je einem Freiheitsgrad, die separat geregelt werden können (*IMSC: Independent Modal Space Control*, [78]).

Durch die Entkopplung vereinfacht sich die Matrix (Gl. (4.17)) der  $N \times N$  Se-

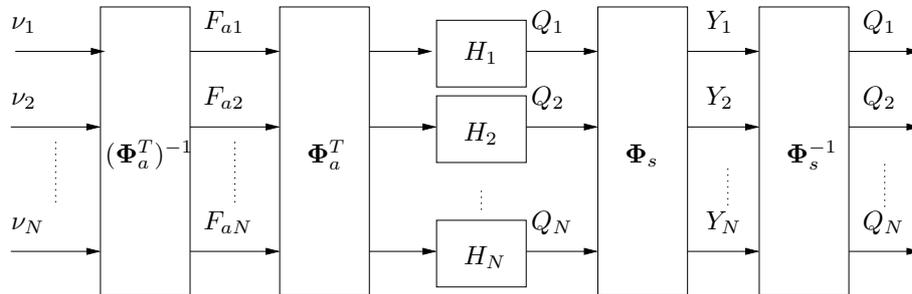


Abbildung 4.7: Modale Entkopplung durch Modalfilter

kundärstrecken mit je  $N$  Moden zwischen allen Aktoren und Sensoren ebenfalls zu  $N$  entkoppelten Strecken mit nur je einem Mode. Für die Implementierung der adaptiven Gegensteuerung ergibt sich daher bei Verwendung der modalen Entkopplung eine deutliche Reduzierung des Rechenaufwands der Signalverarbeitung.

### 4.5.1 Adaptive modale Gegensteuerung

Nach der Entkopplung der einzelnen Moden kann ein modales System zur adaptiven Gegensteuerung implementiert werden, indem das in Abbildung 4.1 dargestellte System in den Modalraum transformiert wird. Für jeden Mode ergibt

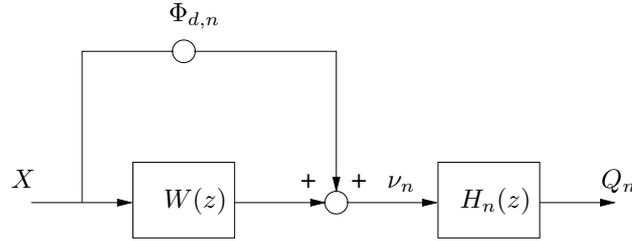


Abbildung 4.8: Modale adaptive Gegensteuerung

sich dann ein unabhängiges System mit einem adaptiven Filter  $W_n(z)$  (Abbildung 4.8). Wenn der Angriffspunkt der Störgröße  $X(z)$  an der aktiven Struktur bekannt ist, kann sie durch Einführung einer Verteilungsmatrix  $\mathbf{L}_d^T$  modelliert werden (Kapitel 3). Für den Mode  $n$  ergibt sich dann eine modale Störgröße

$$\nu_{d,n}(z) = \Phi_{d,n}X(z). \quad (4.23)$$

Diese wird mit einer modalen Aktorkraft  $\nu_n$  überlagert, die durch Filterung aus der Störgröße  $X(z)$  mit dem adaptiven Filter  $W_n(z)$  erzeugt wird. Anschließend wird die resultierende Anregung mit der Übertragungsfunktion des Modes  $n$  gefiltert, was zu einer modalen Auslenkung

$$Q_n(z) = (\Phi_{d,n} + W_n(z))X(z)H_n(z) \quad (4.24)$$

führt. Daher ist das optimale adaptive Filter, für das die modale Auslenkung verschwindet, im Fall der modalen Gegensteuerung nur eine Konstante:

$$W_n(z) = -\Phi_{d,n}. \quad (4.25)$$

Statt  $N$  adaptiver Filter mit mehreren Koeffizienten bei der voll gekoppelten mehrkanaligen Gegensteuerung sind nur  $N$  Filter  $W_n(z)$  mit je einem Koeffizienten erforderlich [12].

Dies gilt jedoch nur, wenn die Moden perfekt getrennt sind und durch die analoge Signalverarbeitung keine Phasenverzögerungen verursacht werden, die hier bei der Diskretisierung vernachlässigt worden sind. Da kontinuierliche Strukturen eine unendliche Vielzahl an Eigenmoden besitzen und die Auslegung der Modalfilter im Allgemeinen nicht zu perfekter Trennung der Moden führt, ist das modale System nach Abbildung 4.8 in der Realität nicht vorhanden. Meist sind in den Ausgangssignalen der sensorseitigen Modalfilter Anteile mehrerer Moden überlagert und es werden durch eine modal angenommene Aktorkraft mehrere Moden angeregt. Durch diese Spillover-Effekte kann bei der Verwendung nur eines Koeffizienten im adaptiven Filter  $W_n$  eine Beeinflussung anderer Moden auftreten. Indem ein Filter höherer Ordnung eingesetzt wird, kann jedoch das Stellsignal auf den Frequenzbereich des entsprechenden Modes begrenzt und so eine Anregung anderer Moden vermieden werden. Das erhaltene System ist dennoch vereinfacht gegenüber der gekoppelten mehrkanaligen Gegensteuerung, da weiterhin nur SISO-Systeme geregelt werden.

### 4.5.2 Adaptive Modalfilter

Zur Implementierung der Modalfilter ist die Kenntnis der modalen Transformationsmatrizen  $\Phi_a^T$  und  $\Phi_s$  für die aktive Struktur erforderlich. Diese ergeben sich aus der Matrix der Eigenformen der Struktur  $\Phi$  und den Verteilungsmatrizen  $\mathbf{L}_a$  und  $\mathbf{L}_s$  für Aktoren und Sensoren (Kapitel 2):

$$\Phi_a = \mathbf{L}_a^T \Phi \quad \text{und} \quad \Phi_s = \mathbf{L}_s^T \Phi \quad (4.26)$$

Während für eine vorgegebene räumliche Diskretisierung der Struktur durch experimentelle Modalanalyse die Eigenformen meßtechnisch sicher zu ermitteln sind, stellt die Bestimmung der Verteilungsmatrizen für andere als punktförmige, kalibrierte Sensoren und Aktoren, wie zum Beispiel piezokeramische Folienaktoren und -sensoren ein größeres Problem dar. Daher soll hier ein adaptives Modalfilter eingesetzt werden, welches die inverse Transformationsmatrix direkt ermittelt [8]. Da es sich bei der modalen Filterung um eine Linearkombination von Sensorsignalen handelt, liegt es nahe, den *Adaptive Linear Combiner* auch hier einzusetzen (Anhang A) und das Problem wie zuvor auf eine spezielle Form der Systemidentifikation zurückzuführen (Abbildung 4.9). Hierbei wird ein Modell

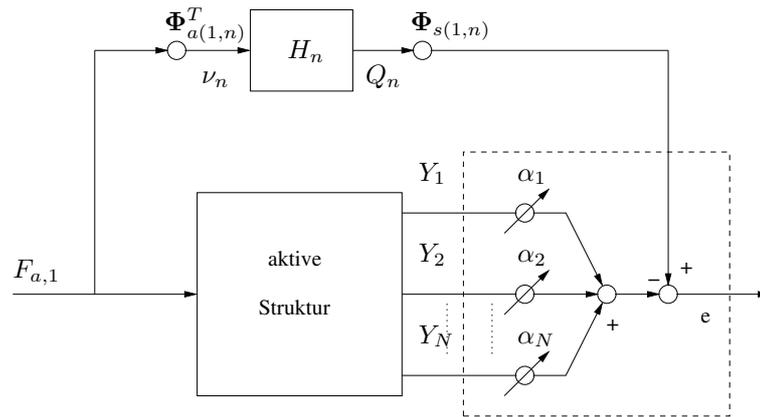


Abbildung 4.9: Modalfilter mit *Adaptive Linear Combiner*

einer Übertragungsfunktion zwischen einem beliebigen Aktor und einem beliebigen Sensor benötigt. Dieses muß entsprechend Abbildung 2.2 als Parallelstruktur aufgebaut sein, um es in einzelne modale Komponenten trennen zu können. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit soll die Strecke zwischen erstem Aktor und erstem Sensor betrachtet werden:

$$\frac{Y_1(z)}{F_{a,1}(z)} = \sum_{n=1}^N \frac{\Phi_{a(1,n)}^T \Phi_{s(1,n)}}{\mu_n \omega_n} \frac{Im\{p_n\}z}{z^2 - 2Re\{p_n\}z + |p_n|^2}. \quad (4.27)$$

Um ein Modalfilter für Mode  $n$  zu adaptieren, wird die zugehörige SDOF-Übertragungsfunktion aus der Parallelschaltung separiert und einzeln als zu identifizierendes System vorgegeben, wodurch allerdings die modale Amplitude mit

$\Phi_{s(1,n)}$  skaliert wird. Bei Anregung mit  $F_{a,1}$  werden danach die Sensorsignale  $Y_k$  mit den Koeffizienten  $\alpha_k$  gewichtet aufsummiert, um dieses modale System zu approximieren. Für den Fehler  $E$  ergibt sich:

$$E(z) = \Phi_{s(1,n)}Q_n(z) - \underline{\alpha} \underline{Y}(z), \quad (4.28)$$

wobei  $\underline{\alpha}$  den Vektor der Koeffizienten darstellt. Für eine perfekte Approximation muß der Fehler  $E(z)$  verschwinden. Nach Anwendung der modalen Rücktransformation für die Sensorgrößen

$$\underline{Y}(z) = \Phi_s \underline{Q}(z) \quad (4.29)$$

und Sortierung nach den modalen Auslenkungen  $Q_n(z)$  ergibt sich das lineare Gleichungssystem:

$$\Phi_{s(1,n)} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ Q_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = [ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_N ] \Phi_s \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Offenbar müssen alle Zeilengleichungen außer der  $n$ -ten Null ergeben, damit alle modalen Komponenten außer dieser aus dem Signal verschwinden. Daher läßt sich das System umformulieren:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \Phi_{s(1,n)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = [ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_N ] \Phi_s \quad (4.31)$$

Auflösen nach dem Koeffizientenvektor ergibt die Lösung:

$$\underline{\alpha} = [ 0 \quad \dots \quad \Phi_{s(1,n)} \quad \dots \quad 0 ] \Phi_s^{-1}, \quad (4.32)$$

also eine mit einem Faktor skalierte Zeile der invertierten Modalmatrix. Das Verfahren wird für alle  $n$  Moden parallel implementiert, woraus sich  $N$  Koeffizientenvektoren  $\underline{\alpha}_n$  ergeben, die zusammen das Modalfilter darstellen:

$$\begin{bmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \underline{\alpha}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{s(1,1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Phi_{s(1,N)} \end{bmatrix} \Phi_s^{-1}. \quad (4.33)$$

Offenbar wird in der Lösung jede Zeile der inversen Transformationsmatrix mit einem Faktor multipliziert. Jedoch wird hiervon die lineare Unabhängigkeit der Zeilen und damit die modale Trennung nicht beeinträchtigt.

Wird auch hier die leistungsbezogene Gütefunktion

$$\xi = E[e(n)^2] \quad (4.34)$$

eingeführt, ergibt sich zur Adaption des Koeffizientenvektors der stochastische LMS-Algorithmus (s. Anhang A):

$$\underline{\alpha}(n+1) = \underline{\alpha}(n) - \mu \underline{y}(n)e(n). \quad (4.35)$$

Damit steht ein adaptives Modalfilter für die Sensorsignale zur Verfügung. Zur vollständigen modalen Entkopplung in einem Regelkreis ist allerdings zusätzlich die Transformation der Aktorsignale erforderlich, die aus modalen Stellgrößen  $\nu_n$  physikalische Größen  $F_{(a,n)}$  berechnet. Eine erneute Anwendung des *Adaptive Linear Combiner* als Modalfilter für die Aktorseite resultiert jedoch in einem Algorithmus, der dem FXLMS entspricht, da hier zwischen dem adaptiven Filter und der Differenzbildung mit dem SDOF-Modell noch die Sekundärstrecken der aktiven Struktur geschaltet sind. Diese müßten dann komplett identifiziert werden, was den im vorigen Abschnitt beschriebenen sehr hohen Rechenaufwand zur Folge hat. Eine wesentliche Vereinfachung ergibt sich, wenn Aktoren und Sensoren kolloziert angeordnet sind. Dann kann eine proportionale Beziehung angenommen werden:

$$\Phi_a \sim \Phi_s. \quad (4.36)$$

Damit ist das ermittelte Modalfilter für die Sensoren vereinfachend ebenso für die Aktoren anzuwenden, da die erhaltene Lösung bis auf einen skalaren Faktor für jede modale Stellgröße korrekt ist, der die modale Trennung jedoch nicht beeinflusst.

# Kapitel 5

## Identifikation mit adaptiven Digitalfiltern

In den vorangegangenen Kapiteln ist die systemtheoretische Beschreibung des aktiven Systems erfolgt, und es sind einige Konzepte zur adaptiven Vibrationsunterdrückung diskutiert worden. Gleichzeitig hat sich die Notwendigkeit einer Identifikation der entsprechenden Übertragungsfunktionen im aktiven System ergeben, deren Modelle zur Implementierung der Regelkonzepte benötigt werden. Da es möglich ist, die aktive Struktur modal zu beschreiben und so in einfache Teilsysteme zweiter Ordnung zu zerlegen, sind Betrachtungen an einem derartigen System zunächst ausreichend (s. Kapitel 2). Später kann dann die Identifikation von Systemen höherer Ordnung erfolgen, indem Modelle parallel geschaltet werden.

Die Identifikation eines Systems mit Hilfe adaptiver Digitalfilter erfolgt unabhängig von der Filterstruktur nach dem gleichen Prinzip (Abbildung 5.1). Gegeben sei eine Übertragungsstrecke  $H(z)$  eines aktiven strukturdynamischen Systems in zeitdiskreter Form, deren Parameter je nach Problemstellung teilweise oder vollständig unbekannt sind. Das Signal  $x(n)$  regt sowohl die Strecke als auch das entsprechende Modell  $\hat{H}(z)$  an. Aus deren Ausgangssignalen wird die Differenz  $e(n)$  gebildet und einem Adaptionsalgorithmus übergeben. Dieser stellt die Parameter des Modells derart nach, daß die Differenz im Sinne einer Kleinste-Quadrate-Approximation minimiert wird [117].

Das Ergebnis ist nicht unbedingt ein Modell, welches die physikalischen Parameter der Strecke, hier die Eigenfrequenzen und Dämpfungen der Moden, exakt wiedergibt, sondern nur das Ein-/ Ausgangsverhalten approximiert [106]. Ist das Ausgangssignal der Strecke rauschbehaftet, wird die Qualität des identifizierten Modells abnehmen, allerdings sollen solche Effekte hier vernachlässigt werden.

Damit der Adaptionsalgorithmus gegen eine sinnvolle Lösung konvergiert, muß ein geeignetes Testsignal  $x(n)$  gewählt werden, das stationär ist und alle interessierenden Moden der Strecke anregen kann. Gebräuchlich sind weißes Rauschen und Gleitsinussignale [59].

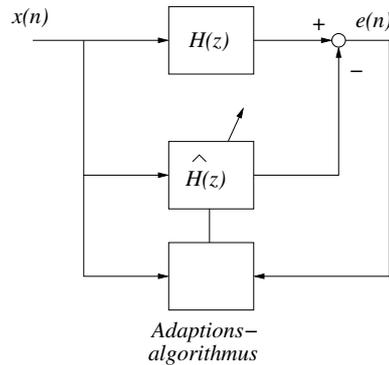


Abbildung 5.1: Blockschaltbild der Systemidentifikation mit adaptivem Modell

## 5.1 Adaptive FIR-Filter

### 5.1.1 Filterstruktur

Eine einfache und in der Kommunikationstechnik auf dem Gebiet der Echounderdrückung (Acoustic Echo Cancellation, AEC) oft angewandte Methode der adaptiven Systemidentifikation stellt die Modellierung mit einem Finite Impulse Response (FIR) Filter dar [88]. Ein solches Filter der Ordnung  $K$  (s. Abbildung 5.2) wird durch die Differenzgleichung

$$y(n) = \sum_{\kappa=0}^K c_{\kappa} x(n - \kappa) \quad (5.1)$$

beschrieben. Diese Faltungsoperation kann durch ein Skalarprodukt zweier Vektoren dargestellt werden:

$$y(n) = \underline{c}^T \underline{x}(n) \quad (5.2)$$

$$\text{mit } \underline{x}(n) = [ x(n) \quad x(n-1) \quad x(n-2) \quad \dots \quad x(n-K) ] \quad (5.3)$$

$$\underline{c} = [ c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_K ] \quad (5.4)$$

Die Impulsantwort des FIR-Filters ergibt sich direkt aus den Koeffizienten:

$$\hat{h}(n) = \begin{cases} c_n & 0 \leq n \leq K \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.5)$$

und besitzt nur eine endliche Länge. Daher ist das Filter unabhängig von der Wahl der Koeffizienten immer stabil, was eine seiner wesentlichen Eigenschaften darstellt [55][33].

Soll die Übertragungsfunktion eines einfachen Systems mit einem Freiheitsgrad

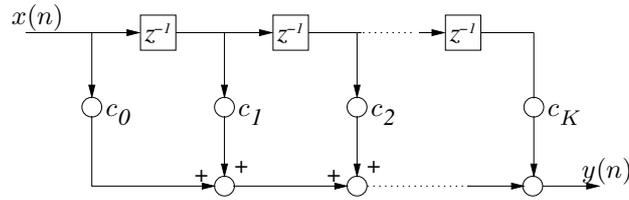


Abbildung 5.2: Blockschaltbild eines FIR-Filters

approximiert werden (Gl. 3.6), ergibt sich im Zeitbereich die Lösung:

$$\hat{h}(n) = \begin{cases} \frac{1}{\omega_0} e^{-\theta\omega_0 T n} \sin(\omega_0 T n) u(n) & 0 \leq n \leq K \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \quad (5.6)$$

Das FIR-Filter kann nur die ersten  $K + 1$  Abtastwerte der Impulsantwort des Systems darstellen, übrige Werte werden abgeschnitten. In der Meßtechnik ist dieser Effekt als Rechteckfensterung

$$\hat{h}(n) = h(n) f_R(n) \quad (5.7)$$

mit der Fensterfunktion

$$f_R(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq K \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.8)$$

bekannt [77]. Es ergibt sich als Übertragungsfunktion durch  $z$ -Transformation:

$$\hat{H}(z) = H(z) * F_R(z) , \text{ mit } F_R(z) = \frac{1 - z^{-K+1}}{1 - z^{-1}} \quad (5.9)$$

als Transformierter des Fensters. Da Systeme mit geringer Dämpfung eine lange Impulsantwort besitzen, muß die Ordnung  $K$  des Filters für eine genaue Approximation sehr hoch gewählt werden. Der hieraus resultierende Rechenaufwand stellt einen Hauptnachteil der FIR-Filter dar. Das numerische Beispiel (Abbildung 5.3) zeigt Impulsantwort und Frequenzgang eines Systems mit den Parametern  $\omega_0 = 20 \cdot 2\pi s^{-1}$  und  $\theta = 0.05$  bei einer Abtastfrequenz  $f_s = 1kHz$ . Offenbar ist sogar ein FIR-Modell der Ordnung  $K = 200$  nur schlecht als Modell geeignet, da die Impulsantwort des Systems wesentlich länger als die des Filters ist.

Wenn Systeme mit mehr als einer Eigenfrequenz mit FIR-Filtern approximiert werden sollen, ergibt sich allerdings eine Vereinfachung gegenüber anderen Filtern. Da das FIR-Filter direkt die Impulsantwort realisiert, kann diese aus nahezu beliebig vielen Eigenmoden zusammengesetzt sein, ohne daß mit wachsender Zahl der Eigenfrequenzen im System die Ordnung  $K$  steigt. Bei einer sehr großen Anzahl von Moden kann daher ein FIR-Filter weniger Parameter besitzen als zum Beispiel ein rekursives Filter [63].

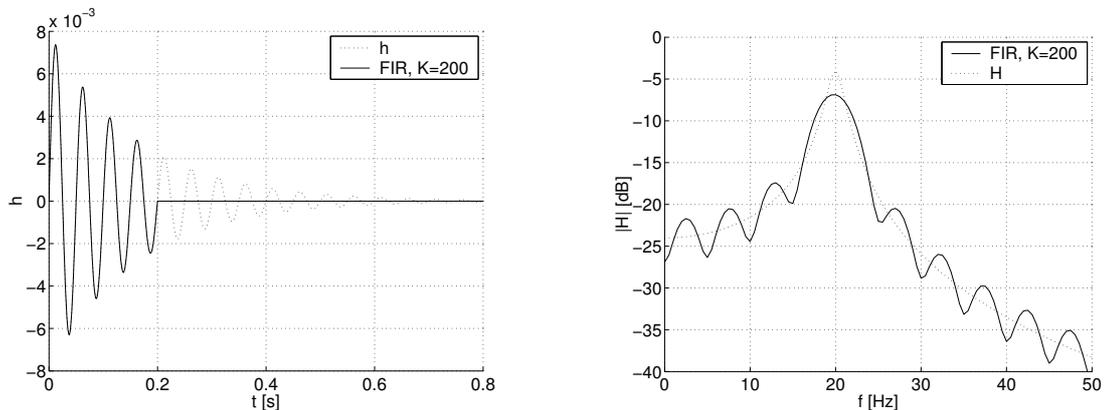


Abbildung 5.3: Modellierung eines Systems mit einem FIR-Filter der Ordnung  $K = 200$  im Zeitbereich (links) und Frequenzbereich (rechts)

### 5.1.2 Adaptionalgorithmus

Offenbar ergibt sich aus dem Schaltbild einer adaptiven Identifikation das Optimalfilterproblem (s. Anhang). Wird wieder die Methode des stochastischen Gradienten angewandt, folgt für die Adaption der Koeffizienten des adaptiven FIR-Filters:

$$\underline{c}(n+1) = \underline{c}(n) - \mu \underline{x}(n)e(n). \quad (5.10)$$

Beim LMS-Algorithmus Gl. (5.10) ist die Konvergenzgeschwindigkeit von der Leistung des Eingangssignals  $x(n)$  abhängig. Um dies zu umgehen, wird beim Normalized-LMS (N-LMS) Algorithmus [59][41] die Schrittweite zeitvariabel auf diese Leistung normiert:

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{K P_x(n)} \quad \text{mit} \quad 0 < \alpha < 2. \quad (5.11)$$

Zur Bestimmung der Eingangsleistung kann zum Beispiel ein MA- (*Moving Average*) Prozess mit dem bereits vorhandenen Vektor aus den letzten  $K$  Abtastwerten des Eingangssignals benutzt werden:

$$P_x(n) = \frac{1}{K} \sum_{\kappa=0}^{K-1} x(n-\kappa)^2 \quad (5.12)$$

Da für FIR-Filter  $K$  große Werte annehmen kann, werden sehr viele Additionen nötig, um die Leistung zu schätzen. Weniger Operationen benötigt ein regressiver AR(1) Prozeß [59][5]:

$$P_x(n) = P_x(n-1)(1-\beta) + \beta x(n-1)^2, \quad (5.13)$$

welcher einer Bildung des quadratischen Mittelwerts des Eingangssignals entspricht, indem das quadrierte Signal in einem Tiefpass erster Ordnung mit der

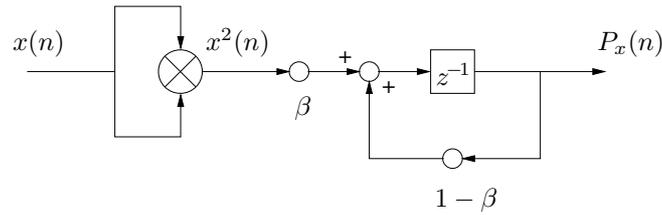


Abbildung 5.4: Blockschaltbild eines rekursiven Leistungsschätzers

Zeitkonstanten  $\beta$  gefiltert wird (Abbildung 5.4).

Da das Approximationsproblem bei einem FIR-Filter linear in dessen Koeffizienten ist, ergibt sich eine quadratische Gütefunktion

$$\hat{\xi}(n) = e^2(n) = (d(n) - \underline{x}(n)\underline{c}(n))^2. \quad (5.14)$$

Diese besitzt genau ein Optimum, daher stellt die nach der Konvergenz erreichte Lösung die global optimale Lösung dar. Es existieren keine suboptimalen Lösungen in Form von lokalen Minima in der Gütefunktion, und die Lösung ist unabhängig von eventuell vorgegebenen Startwerten.

Zusammen mit der garantierten Stabilität ergibt sich eine große Bedeutung des adaptiven FIR-Filters für die Praxis, dessen Hauptnachteil die notwendige Verwendung vieler Filterkoeffizienten darstellt [84].

## 5.2 IIR-Filter

### 5.2.1 Filterstrukturen

Anders als das FIR-Filter besitzt das IIR-(Infinite Impulse Response) Filter eine rekursive Struktur (s. Abbildung 5.5), wodurch seine Übertragungsfunktion Pole realisieren kann:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{\kappa=0}^K c_{\kappa} z^{-\kappa}}{1 - \sum_{\kappa=1}^K b_{\kappa} z^{-\kappa}} = \frac{C(z)}{1 - B(z)} \quad (5.15)$$

Da die Charakteristik eines rekursiven Filters bei geeigneter Wahl der Koeffizienten einem resonanten mechanischen System entspricht, kann ein System mit einem Freiheitsgrad und der diskretisierten Übertragungsfunktion (Gl. (3.7))

$$H(z) = \frac{1}{\omega_0} \frac{Im\{p\}z}{z^2 - 2Re\{p\}z + |p|^2} \quad \text{mit } p = e^{(-\theta+j)\omega T} \quad (5.16)$$

bereits mit einem Filter der Ordnung  $K = 2$  perfekt modelliert werden. Nach Erweitern mit  $z^{-2}$  ergeben sich sofort die Koeffizienten des entsprechenden IIR-Filters  $\hat{H}(z)$  durch Vergleich zu:

$$c_0 = 0$$

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{\omega_0} \text{Im}\{p\} \\ c_2 &= 0 \\ b_1 &= 2\text{Re}\{p\} \\ b_2 &= -|p|^2 \end{aligned}$$

Bei der Kreuzstruktur (s. Abbildung 5.5) werden die Pole des Systems direkt

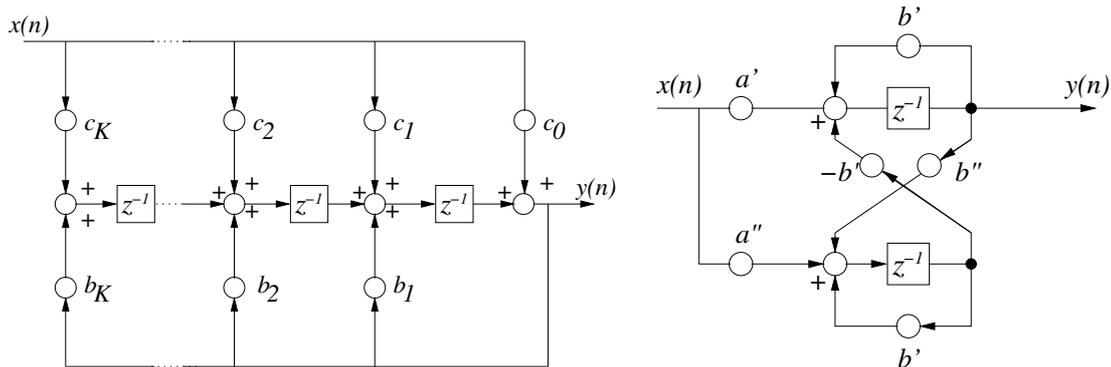


Abbildung 5.5: Blockschaltbild eines IIR und eines 1X-Filters

durch die Filterparameter repräsentiert [97]. Aus dem Blockschaltbild ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2a'z^{-1} - (a'b' - a''b'')z^{-2}}{1 - 2b'z^{-1} + (b'^2 + b''^2)z^{-2}} \quad (5.17)$$

Werden die komplexen Parameter

$$a = a' + ja'' \quad (5.18)$$

$$b = b' + jb'' \quad (5.19)$$

eingeführt und ein Koeffizientenvergleich mit  $H(z)$  aus Gl. 5.16 durchgeführt, folgt:

$$a = \frac{p}{2j\omega_0} \quad (5.20)$$

$$b = p \quad (5.21)$$

### 5.2.2 Adaptionalgorithmus

Auch für adaptive IIR-Filter ist die Anwendung des stochastischen LMS-Algorithmus möglich, jedoch wird die entsprechende Gütefunktion nicht mehr parabolisch und

kann Nebenminima aufweisen. Hierdurch kann der Adaptionsprozess zu einer nicht optimalen Lösung konvergieren [117].

Eine besonders einfache Methode, ein adaptives IIR-Filter zu realisieren, resultiert aus der Aufteilung der Modellierung in ein Vorwärtsmodell und ein inverses Teilmodell [106]. Statt eines IIR-Filters werden hier zwei FIR-Filter adaptiert (Abbildung 5.6), jedoch wird nicht der Fehler  $E(z)$  minimiert, sondern ein verallgemeinerter Fehler

$$E'(z) = \frac{1}{1 - B(z)}. \quad (5.22)$$

Allerdings kann auch dieses Verfahren nicht die Stabilität des adaptierten IIR-Filters garantieren. Wird das FIR-Filter  $(1 - B(z))$  nicht minimalphasig, besitzt also Nullstellen außerhalb des Einheitskreises, ergibt sich ein instabiles IIR-Filter. Um eine stabile Realisierung zu erhalten, müssen diese Nullstellen berechnet und in den Einheitskreis gespiegelt werden [117]. Um ein garantiert stabiles Filter

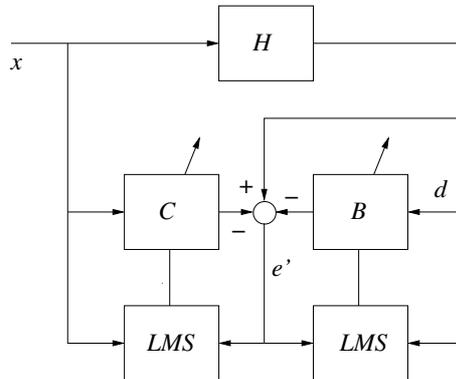


Abbildung 5.6: Adaption nach der Equation-Error-Methode

zu erhalten, kann der Nenner  $B(z)$  während der Adaption festgehalten werden, jedoch muß er dann vorher geschätzt werden [112]. Dies entspricht einem adaptiven FIR-Filter mit festem IIR-Vorfilter [84] und stellt einen Sonderfall des Fixed Pole Adaptive Filters (FPAF) dar [119]. Ein anderer Sonderfall des FPAF ist das adaptive Kautz-Filter, welches im Folgenden untersucht werden soll.

### 5.3 Kautz-Filter

Neben den adaptiven transversalen und rekursiven Digitalfiltern existiert eine weitere Klasse von Filtern, die der orthonormalen Filterbänke. Sie vereinen die transversale Struktur der FIR-Filter mit der unendlich langen Impulsantwort der IIR-Filter, weshalb sie einerseits einen stabilen und eindeutigen Adaptionsprozess gewährleisten, andererseits aber geringeren Rechenaufwand gegenüber einem

Transversalfilter aufweisen. Gleichzeitig erfordern oder ermöglichen sie das Einbinden von Vorwissen über das Eigenverhalten des zu modellierenden Systems. Die Implementierung solcher Filterbänke stellt eine Verallgemeinerung des FIR-Filters dar, während das Verfahren zur Modellbildung auf einer Approximation mit Hilfe einer endlichen Reihe orthonormaler Funktionen beruht.

### 5.3.1 Approximation durch Reihenentwicklung

Die Reihenentwicklung von Funktionen ist eine Standardaufgabe, bei der zum Beispiel periodische Zeitverläufe durch Fourierreihen aus Sinus- und Cosinusfunktionen approximiert werden. Soll die Impulsantwort eines dynamischen, schwingfähigen Systems angenähert werden, so bietet sich eine Reihenentwicklung in abklingende Exponentialfunktionen an [115]. Für das einfache System zweiter Ordnung mit der zeitdiskretisierten Impulsantwort

$$h(n) = \frac{1}{\omega_0} e^{-\theta\omega_0 T n} \sin(\omega_0 T n) u(n) \quad (5.23)$$

soll daher eine Reihendarstellung der Form

$$h(n) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} c_{\kappa} \psi_{\kappa}(n) \quad (5.24)$$

mit einem geeignet gewählten Satz von Exponentialfunktionen  $\psi_{\kappa}(n)$ , den Basisfunktionen, gefunden werden. Damit die Reihenentwicklung eindeutig ist, muß die Orthonormalitätsbedingung eingehalten werden, die anhand des Skalarprodukts zwischen zwei Funktionen überprüft wird:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \psi_{\kappa}(n) \psi_{\lambda}(n) = \begin{cases} 1 & \kappa = \lambda \\ 0 & \kappa \neq \lambda \end{cases} \quad (5.25)$$

Für zeitdiskretisierte, dynamische Systeme mit einem Freiheitsgrad bietet sich als Basis eine spezielle Form der zeitdiskreten Kautz-Funktionen an [66]. Mit diesen kann jede kausale Impulsantwort eines stabilen, linearen Systems in eine unendliche Reihe entwickelt werden. Für die spätere Realisierung als adaptives Filtersystem ist die Darstellung dieser Funktionen im  $z$ -Bereich vorteilhaft:

$$\Psi_0(z) = 1 \quad (5.26)$$

$$\Psi_{2\kappa-1}(z) = \frac{\sqrt{1-b_2^2}(z-b_1)}{z^2+b_1(b_2-1)z-b_2} \left[ \frac{-b_2 z^2 + b_1(b_2-1)z+1}{z^2+b_1(b_2-1)z-b_2} \right]^{\kappa-1} \quad (5.27)$$

$$\Psi_{2\kappa}(z) = \frac{\sqrt{(1-b_2^2)(1-b_1^2)}}{z^2+b_1(b_2-1)z-b_2} \left[ \frac{-b_2 z^2 + b_1(b_2-1)z+1}{z^2+b_1(b_2-1)z-b_2} \right]^{\kappa-1} \quad (5.28)$$

$$\kappa = 1, 2, 3, \dots$$

Dabei sind  $b_1$  und  $b_2$  freie Parameter, deren geeignete Wahl die Qualität der Approximation im Falle der Verwendung einer endlichen Anzahl Reihenglieder verbessern kann. Die entsprechenden Basisfunktionen (s. Abbildung 5.7) ergeben sich dann durch inverse  $z$ -Transformation.

Die Koeffizienten  $c_\kappa$  ergeben sich ähnlich wie bei der Fourierreihenentwicklung

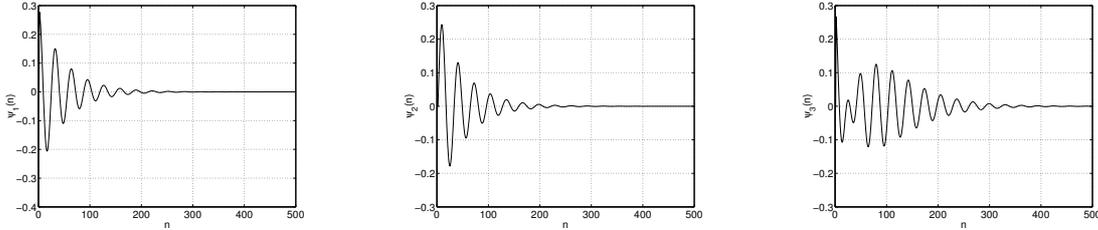


Abbildung 5.7: Kautz-Basisfunktionen  $\psi_1(n) \dots \psi_3(n)$  (für  $b_1 = 0.995$  und  $b_2 = -0.9841$ )

ebenfalls aus dem Skalarprodukt zwischen der zu approximierenden Funktion und der jeweiligen Basisfunktion:

$$c_\kappa = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)\psi_\kappa(n). \quad (5.29)$$

Da das Skalarprodukt eine unendliche Summe darstellt, ist seine exakte Auswertung nur analytisch möglich. Weil aber sowohl die Impulsantwort  $h(n)$  als auch die Basisfunktionen  $\psi_\kappa(n)$  für große Werte von  $n$  abklingen, kann für eine numerische Behandlung des Problems eine Begrenzung auf die ersten  $N + 1$  Abtastwerte vorgenommen werden.

Für eine Approximation

$$h \approx \hat{h}(n) = \sum_{\kappa=0}^K c_\kappa \psi_\kappa(n) \quad (5.30)$$

durch eine endliche Summe aus  $K + 1$  Reihengliedern wird zur Ermittlung der Koeffizienten die Summendarstellung in ein lineares Gleichungssystem überführt, wobei jede Gleichung die mit den Koeffizienten gewichtete Summe der Basisfunktionen zu einem Zeitpunkt  $n$  und den entsprechenden Wert der zu approximierenden Impulsantwort enthält:

$$\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_0(0) & \psi_1(0) & \cdots & \psi_K(0) \\ \psi_0(1) & \psi_1(1) & \cdots & \psi_K(1) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \psi_0(N) & \psi_1(N) & \cdots & \psi_K(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_K \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

oder kompakter

$$\underline{h} = \underline{\Psi} \underline{c}. \quad (5.32)$$

Da die Impulsantworten im Allgemeinen erst für sehr große Werte  $N$  abgeschnitten werden dürfen, aber die Anzahl der approximierenden Basisfunktionen relativ klein gewählt wird, ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem, das numerisch leicht im Sinne einer LS (Least Squares) Annäherung zu lösen ist.

Das Skalarprodukt (Gl. 5.25) zwischen den Basisfunktionen kann nun als einfaches Produkt zweier Zeilenvektoren gedeutet werden. Ist  $N$  groß genug gewählt worden, wird sich auch hier näherungsweise die Orthonormalität nachweisen lassen, woraus folgt, daß die Systemmatrix  $\Psi$  als orthonormal angenommen werden darf. Gleichzeitig bedeutet dies, daß alle Zeilenvektoren linear unabhängig sind, weshalb das Gleichungssystem nur eine Lösung haben kann:

$$\underline{c} = \Psi^{-1} \underline{h} \quad (5.33)$$

Ist  $\Psi$  tatsächlich orthonormal, gilt entsprechend auch:

$$\underline{c} = \Psi^T \underline{h}, \quad (5.34)$$

wodurch die Berechnung der  $c_\kappa$  wieder durch die Skalarproduktbildung zwischen den Basisfunktionen  $\psi_\kappa(n)$  und  $h(n)$  erfolgt.

Durch die Allpaßcharakteristik der Kautz-Funktionen  $\Psi_\kappa(z)$  nimmt die Länge ihrer Impulsantwort mit wachsender Ordnung  $\kappa$  zu. Daher ist bei Ansatz einer längeren Reihe zur Approximation die Länge  $N$ , auf die diese Antworten reduziert werden, größer zu wählen, um weiterhin eine nahezu orthonormale Matrix  $\Psi$  zu erhalten.

### 5.3.2 Filterstruktur

Die Methode der Reihenentwicklung wird in eine digitale Filterstruktur überführt, um sie schließlich als adaptives Kautz-Filter implementieren zu können.

Hierzu wird zunächst die Reihenentwicklung Gl. (5.30)  $z$ -transformiert:

$$H(z) \approx \hat{H}(z) = \sum_{\kappa=0}^K c_\kappa \Psi_\kappa(z) \quad (5.35)$$

Mit den Übertragungsfunktionen

$$G_1(z) = \sqrt{1 - b_2^2} \frac{z - b_1}{z^2 + b_1(b_2 - 1)z - b_2} \quad (5.36)$$

$$G_2(z) = \sqrt{1 - b_1^2} \frac{1}{z - b_1} \quad (5.37)$$

$$G_3(z) = \frac{-b_2 z^2 + b_1(b_2 - 1)z + 1}{z^2 + b_1(b_2 - 1)z - b_2} \quad (5.38)$$

lassen sich die Kautz-Funktionen (Gl. 5.26-5.28) zusammenfassen zu:

$$\Psi_0(z) = 1 \tag{5.39}$$

$$\Psi_{2\kappa-1}(z) = G_1(z) [G_3(z)]^{\kappa-1} \tag{5.40}$$

$$\Psi_{2\kappa}(z) = G_1(z)G_2(z) [G_3(z)]^{\kappa-1} \tag{5.41}$$

$$\kappa = 1, 2, 3, \dots$$

Die Übertragungsfunktionen  $G_1(z)$  und  $G_2(z)$  lassen sich durch einfache rekursive Tiefpaßfilter und  $G_3(z)$  durch einen Allpaß entsprechend Gl. 5.15 und Abbildung 5.5 realisieren. Um die gesamte Übertragungsfunktion Gl. (5.35) zu

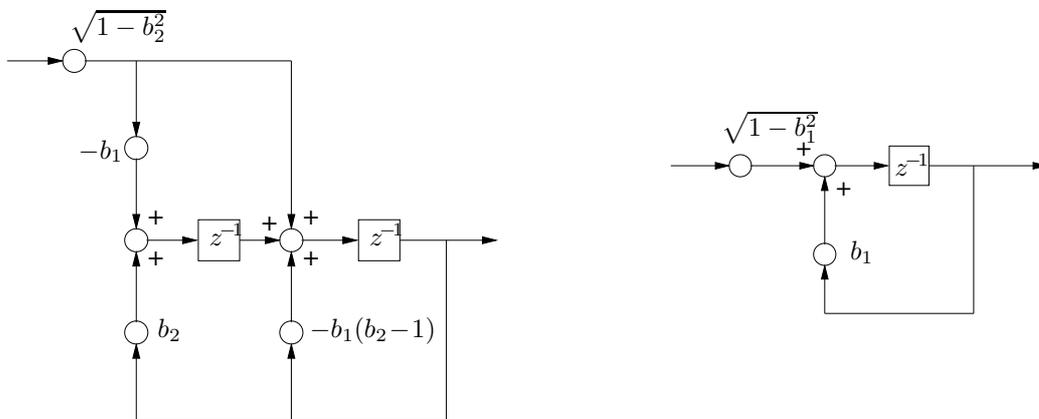


Abbildung 5.8: Blockschaltbild für  $G_1(z)$  und  $G_2(z)$

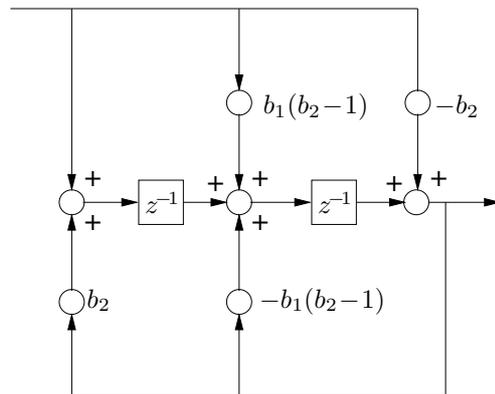


Abbildung 5.9: Blockschaltbild für  $G_3(z)$

realisieren, wird eine Kettenschaltung aus diesen Tief- und Allpaßfiltern erzeugt (Abbildung 5.10). Wird als Eingangssignal  $x(n)$  die Impulsfunktion

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{5.42}$$

gewählt, stellen die entsprechenden Impulsantworten der Ausgänge der einzelnen Stufen jeweils eine Basisfunktion  $\psi_\kappa(n)$  dar. Diese werden mit den Koeffizienten  $c_\kappa$  gewichtet aufsummiert, um das Ausgangssignal  $y(n)$  zu erzeugen, das in diesem Fall der approximierten Impulsantwort  $\hat{h}(n)$  entspricht.

Eine interessante Eigenschaft des Kautz-Filters ist die Kombination der trans-

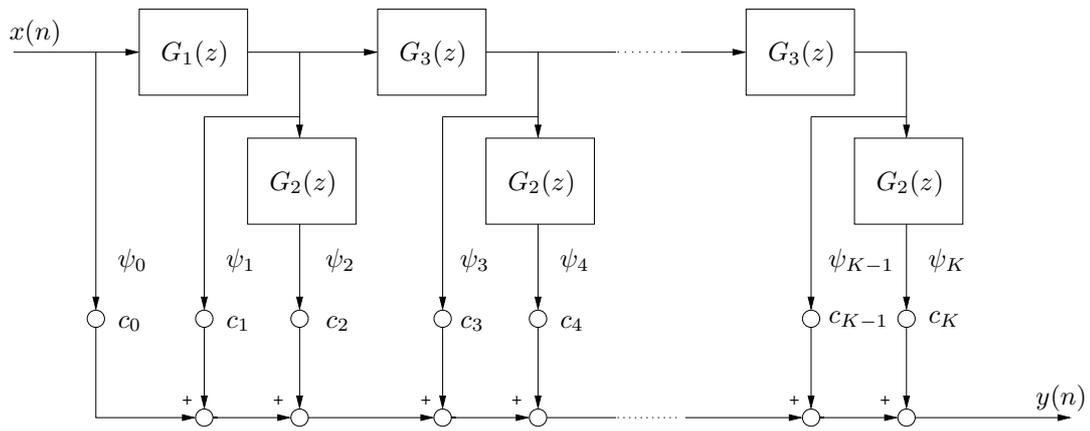


Abbildung 5.10: Blockschaltbild für die orthonormale Filterbank

versalen Struktur eines FIR-Filters und ihren beschriebenen Vorzügen hinsichtlich der Stabilität mit der Realisierung einer unendlich langen Impulsantwort, die für eine gute Modellierung von schwingungsfähigen Systemen benötigt wird. Zwischen einem Kautz- und einem FIR-Filter besteht ein enger Zusammenhang: Werden die Parameter  $b_1$  und  $b_2$  zu Null gewählt, sind beide identisch.

### 5.3.3 Adaptionalgorithmus

Aufgrund des in den Koeffizienten linearen Modells Gl. (5.30) läßt sich ein adaptives Kautz-Filter auch als Implementierung einer adaptiven Linearkombination (*Adaptive Linear Combiner*) deuten. Daher kann auch hier der stochastische LMS-Algorithmus angewendet werden [3]:

$$\underline{c}(n+1) = \underline{c}(n) - \mu \underline{x}'(n)e(n). \tag{5.43}$$

Dabei stellt  $\underline{x}'(n)$  den Vektor der Ausgangssignale aus den einzelnen Stufen des Kautz-Filters dar, entsprechend der Beziehung

$$\underline{X}'(z) = X(z) [ \Psi_0(z) \quad \Psi_1(z) \quad \dots \quad \Psi_K(z) ] \tag{5.44}$$

im Frequenzbereich. Die Pole des Kautz-Filters werden nur durch die beiden vorgegebenen Parameter  $b_1$  und  $b_2$  bestimmt, die von der Adaption nicht verändert werden, weshalb diese Filter ein Spezialfall des Fixed Pole Adaptive Filter (FPAF) darstellen [119].

Für eine Verbesserung der Konvergenzgeschwindigkeit ist eine Anwendung des RLS-Algorithmus möglich, was aber, wie bereits beschrieben, zu erhöhtem Rechenaufwand führt, oder die Implementierung des Normalized-LMS, der die Schrittweite auf die Eingangsleistung normiert (Gl. (5.11)). Dies führt nur zu einem moderat erhöhten Rechenaufwand, der bei gleicher Filterordnung ungefähr doppelt so hoch liegt wie bei einem FIR-Filter gleicher Ordnung [90].

### 5.3.4 Numerische Beispiele

Die Anwendung der Kautz-Funktionen zur Modellierung eines resonanten dynamischen Systems von einem Freiheitsgrad erfordert eine geeignete Wahl der Parameter  $b_1$  und  $b_2$ . Wie sich zeigt, verbessert dies die Qualität des Modells bei gleicher Anzahl verwendeter Koeffizienten. Hierzu wird wieder die diskretisierte Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{1}{\omega_0} \frac{Im\{p\}z}{z^2 - 2Re\{p\}z + |p|^2} \quad (5.45)$$

mit

$$p = e^{-\theta\omega_0 T + j\omega_0 T} \quad (5.46)$$

betrachtet. Offenbar ist es sinnvoll, die Parameter der Kautz-Funktionen  $\Psi_\kappa(z)$  (Gl. (5.29)) so zu wählen, daß ihr Pol möglichst mit dem von  $H(z)$  übereinstimmt, also die Nennerpolynome identisch werden. Durch Koeffizientenvergleich ergibt sich:

$$b_1 = \frac{2Re\{p\}}{1 + |p|^2} \quad (5.47)$$

$$b_2 = -|p|^2 \quad (5.48)$$

Dann kann  $H(z)$  durch eine endliche Summe aus drei Kautz-Funktionen exakt dargestellt werden:

$$H(z) = c_0 + c_1\Psi_1(z) + c_2\Psi_2(z) \quad (5.49)$$

wobei sich durch abermaligen Koeffizientenvergleich die Koeffizienten zu

$$c_0 = 0 \quad (5.50)$$

$$c_1 = \frac{Im\{p\}}{\omega_0 \sqrt{1 - |p|^4}} \quad (5.51)$$

$$c_2 = c_1 \frac{2Re\{p\}}{\sqrt{(1 + |p|^2)^2 - (2Re\{p\})^2}} \quad (5.52)$$

ergeben.

Bei diesem einfachen Fall ist auch die Berechnung und Darstellung der Gütefunktion

$$\xi = \|h(n) - \hat{h}(n)\|_2 \quad (5.53)$$

leicht möglich, indem die Koeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  um das Optimum herum variiert werden (s. Abbildung 5.11), um noch einmal ihre in den Parametern quadratische Gestalt zu veranschaulichen, wobei hier die  $H_2$ -Norm statt des Erwartungswerts eingesetzt wird, da die Signale deterministisch sind [101].

Offensichtlich ergibt sich daher die Notwendigkeit, den Pol des Systems zu iden-

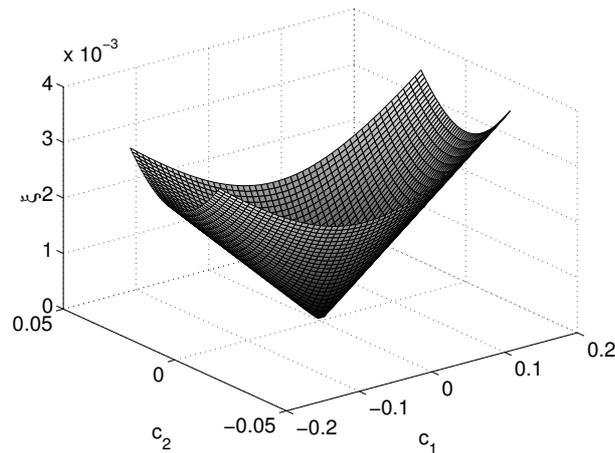


Abbildung 5.11: Gütefunktion als Funktion der Koeffizienten,  $p = 0.99 + j0.125$ ,  $\omega_0 = 2\pi 20s^{-1}$

tifizieren, bevor eine Approximation mittels Kautz-Funktionen stattfinden kann. Dies stellt einerseits eine Einschränkung gegenüber den FIR-Filtern dar, andererseits eröffnet es die Möglichkeit, vorhandenes Vorwissen über das System auf einfache Art in das Modell einzubringen. Bei aktiven strukturdynamischen Systemen werden vor der Implementierung des Reglers in den meisten Fällen experimentelle oder numerische Modalanalysen vorgenommen, um Vibrationsprobleme zu analysieren und Aktoren bzw. Sensoren geeignet zu platzieren, wobei sich Aussagen über Eigenfrequenzen und Dämpfungen ergeben [105][62]. Zudem kann eine nichtparametrische Analyse der Übertragungsfunktion zwischen den Aktoren und Sensoren Auskunft über die Pole geben.

Die Lage der Pole ist allerdings meist nicht genau zu bestimmen, zudem können sich die Parameter Eigenfrequenz und Dämpfung bei mechanischen Strukturen mit der Zeit ändern. Es wird daher untersucht, in welcher Weise Ungenauigkeiten bei der Wahl der Pole für die Kautz-Funktionen Auswirkungen auf die Qualität der Approximation haben. Hierzu wird ein Beispielsystem mit den Parametern

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 20 \, 2\pi s^{-1} \\ \theta &= 0.01 \\ T &= 0.001s\end{aligned}$$

gewählt. Die a priori Werte für Eigenfrequenz und Dämpfung sollen in einem Bereich von  $\pm 0.02$  für die Eigenfrequenz und  $\pm 0.2$  für den Dämpfungsgrad von den wahren Werten abweichen, um auch zu berücksichtigen, daß letzterer meist weniger genau ermittelbar ist. Sobald der Pol der Kautz-Funktionen

$$\hat{p} = e^{-\theta\hat{\omega}_0 T \pm j\hat{\omega}_0 T}, \quad (5.54)$$

von dem des Systems differiert, ist eine endliche Reihendarstellung nur noch numerisch durch Lösung des Gleichungssystems (Gl. (5.31)) zu ermitteln, weshalb eine Reduktion der Impulsantworten auf endliche Länge erfolgt. Als Maß für die Güte der Approximation wird eine  $H_2$ -Norm im Sinn der kleinsten Quadrate angenommen:

$$E_2 = \frac{\|\underline{h}(n) - \hat{\underline{h}}(n)\|_2}{\|\underline{h}(n)\|_2}, \quad (5.55)$$

die aus den Impulsantworten des Systems und des Kautz-Modells berechnet wird [114]. Offenbar steigt der Fehler für eine wachsende Differenz der Eigenfrequenzen wesentlich rascher an als für die der Dämpfungsgrade (s. Abbildung 5.12). Durch

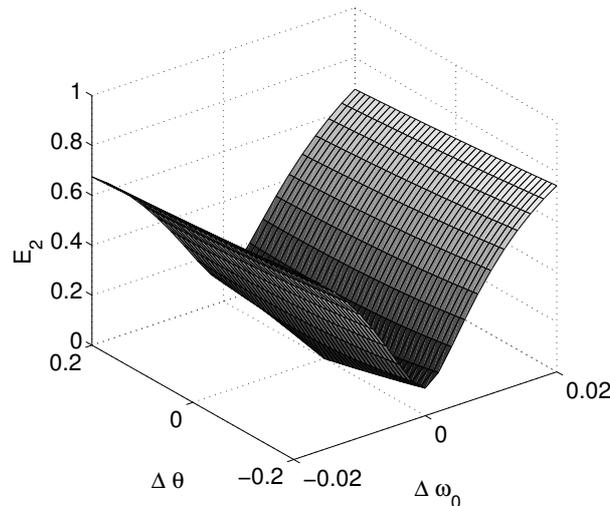
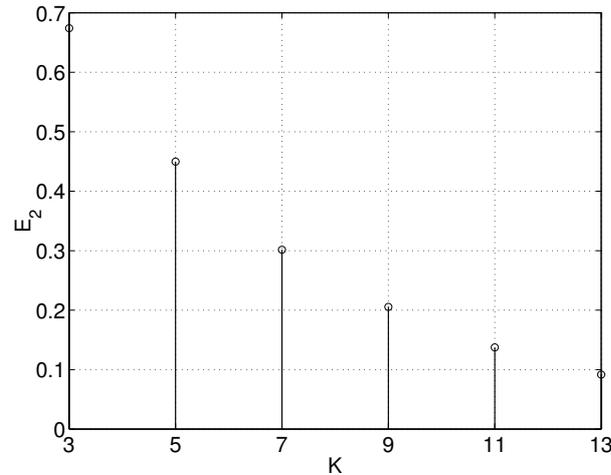
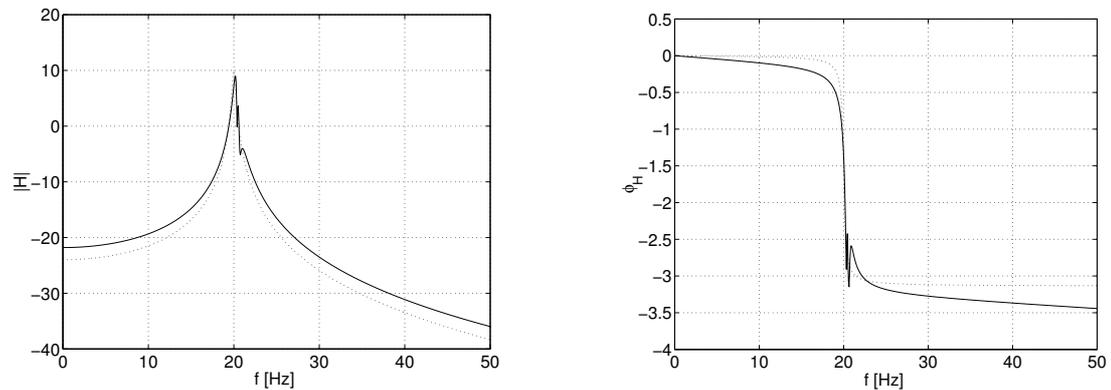


Abbildung 5.12: Güte der Approximation bei Variation der a priori Werte für Eigenfrequenz und Dämpfung

die Hinzunahme weiterer Reihenglieder kann die Güte der Approximation verbessert werden. Für den Fall einer Abweichung von  $\Delta_\omega = 0.02$  und  $\Delta_\theta = 0.1$  soll dies exemplarisch gezeigt werden. Hierzu wird die Summe schrittweise um jeweils zwei weitere Glieder erweitert und die Fehlernorm nach Gl. (5.55) bestimmt (s. Abbildung 5.13). Bereits eine Modellordnung von sieben liefert ein brauchbares Modell des Systems mit einem Approximationsfehler  $E_2 = 0.32$  (Abbildung 5.14). Die Erweiterung des Modells um weitere Reihenglieder verbessert die Fehlernorm

Abbildung 5.13: Verringerung des Fehlers  $E_2$  bei zunehmender Modellordnung  $K$ Abbildung 5.14: Approximation mit einem Kautz-Modell 7. Ordnung,  $\Delta_\omega = 0.02$ ,  $\Delta_\theta = 0.1$ , links: Betrag, rechts: Phase

weiter, jedoch nimmt die Differenz bei aufeinander folgenden Ordnungen immer weiter ab, weshalb eine nahezu perfekte Approximation mit  $E_2 \approx 0$  sehr viele Reihenglieder erfordert.

In einer weiteren Parametervariation auf Basis des obigen Beispiels wird untersucht, in welchem Maße die zur Unterschreitung einer bestimmten Fehlernorm notwendige Ordnung  $K$  mit wachsender Differenz zwischen dem Vorwissen über die Polstelle  $\hat{p}$  und ihrem wahren Wert  $p$  zunimmt. Hierzu wird wieder der Bereich von  $\pm 0.02$  für die Eigenfrequenz angenommen, wobei der geschätzte Dämpfungsgrad um 0.2 abweicht. Iterativ werden numerisch Reihendarstellung immer höherer Ordnung ermittelt, bis ein vorgegebener Fehler  $E_2 = 0.3$  unterschritten wird (Abbildung 5.15, links). Offenbar steigt für eine wachsende Abweichung der Eigenfrequenz des Kautz-Filters von der des Systems die erforderliche Modellordnung sehr schnell an. Daher ist es zur Dimensionierung einer

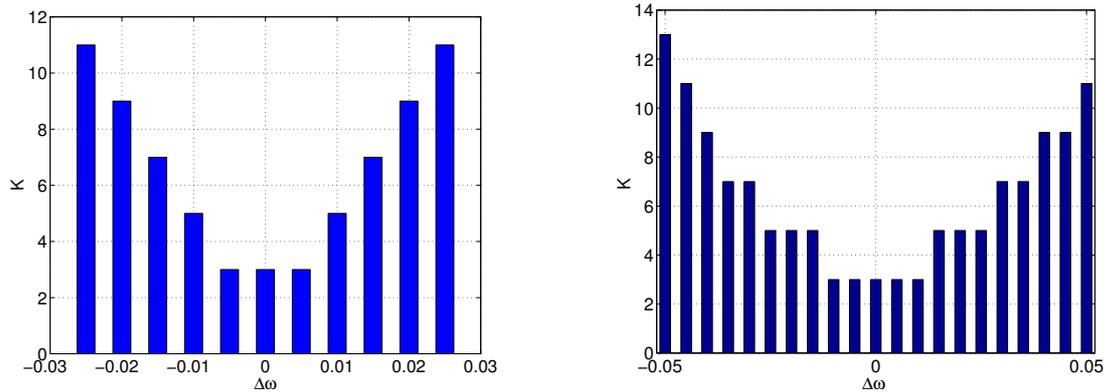


Abbildung 5.15: Zunahme der Modellordnung  $K$  bei Variation des geschätzten Pols  $\hat{p}$  bei Einhaltung eines Fehlers  $E_2 = 0.3$ , links:  $\theta = 0.01$ , rechts:  $\theta = 0.02$

adaptiven Filterbank hilfreich, wenn diese Abweichung abgeschätzt werden kann. Hierzu kann einerseits die Genauigkeit der ermittelten Eigenfrequenzen dienen, andererseits kann bei mechanischen Strukturen auch die Veränderlichkeit dieser Parameter über der Zeit durch verschiedene Einflüsse berücksichtigt werden. Zur Einordnung des ersten Testfalls soll die Parametervariation mit einem zweiten Beispiel wiederholt werden, für das der doppelte Dämpfungsgrad angenommen wird:

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 20 \, 2\pi \, s^{-1} \\ \theta &= 0.02 \\ T &= 0.001 \, s\end{aligned}$$

Hier kann mit Modellen gleicher Ordnung auch bei wesentlich größeren Abweichungen zwischen  $\hat{\omega}$  und  $\omega$  noch ein Modell mit  $E_2 \leq 0.3$  erzeugt werden (Abbildung 5.15, rechts). Im betrachteten Beispiel läßt ein System mit verdoppelter Dämpfung eine Verdopplung der Abweichung  $\Delta\omega$  bei gleicher Modellordnung  $K$  und ungefähr gleichem Fehler  $E_2$  zu.

### 5.3.5 Simulation eines einfachen Systems 2. Ordnung

Um die Eigenschaften eines adaptiven Kautz-Filters auch unter Berücksichtigung des Zeitverhaltens zu untersuchen, ist die Simulation einer adaptiven Identifikation im Zeitbereich notwendig (Abbildung 5.1). Diese wird unter Simulink vorgenommen, das eine graphische Programmierung des Gesamtsystems mittels Blockschaltbildern erlaubt (Abbildung 5.16).

Als zu identifizierende Strecke soll wie in den Rechnungen zuvor ein SDOF-System untersucht werden (Gl. (5.45)). Um auch ein Driften der Eigenfrequenz zu simulieren, wird das System durch ein 1X-Filter (Abbildung 5.5) realisiert,

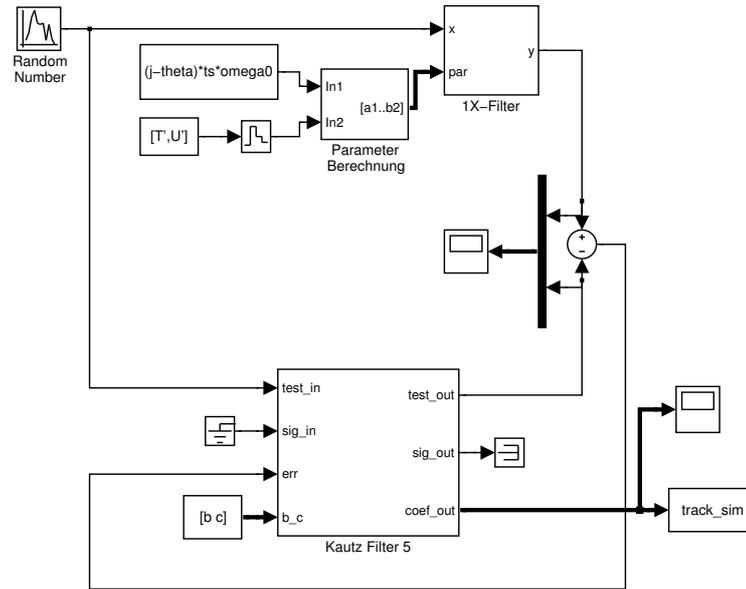


Abbildung 5.16: Simulink-Modell für die Identifikation mit einer Kautz-Filterbank

dessen Koeffizienten einstellbar sind. Indem ein Zeitverlauf  $\Delta(n)$  für deren relative Variation vorgegeben wird, kann die Polstelle  $p$  einfach beeinflusst werden:

$$p(n) = e^{(j-\theta)\omega_0 T(1+\Delta(n))}, \quad (5.56)$$

woraus sich entsprechende Koeffizienten  $a'$ ,  $a''$ ,  $b'$ ,  $b''$  ergeben (s. Abschnitt 5.2), und das 1X-Filter zeitvariant wird.

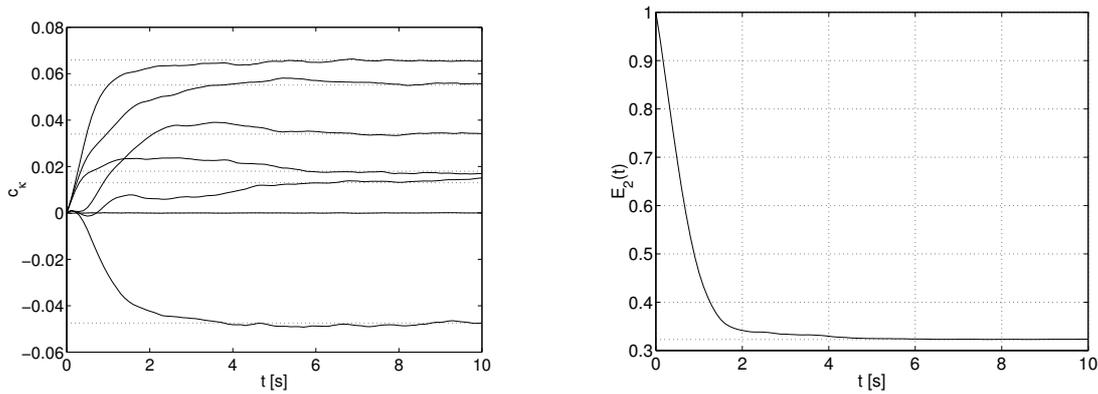
Das adaptive Modell besteht aus einem Kautz-Filter, wobei als Adaptionsalgorithmus der N-LMS verwendet wird. Sowohl das adaptive Kautz- als auch das einstellbare 1X-Filter werden zunächst in C programmiert und dann als Block in die Simulation eingebunden. Dies verbessert die Rechenzeit der Simulation erheblich, was auch im Hinblick auf eine Verwendung von Simulink-Modellen als Grundlage für Echtzeitanwendungen auf Signalprozessoren wichtig ist (s. Kapitel 6).

Zunächst wird der zuvor berechnete Fall (Abbildung 5.14) in der Simulation nachvollzogen, indem die Parameter entsprechend Tabelle 5.1 gewählt werden und die Zeitvarianz des Systems mit  $\Delta(n) = 0$  ausgeschaltet wird. Als Anregung dient abgetastetes und daher bandbegrenzt weißes Rauschen der Varianz 0.1. Da der N-LMS ein stochastisches Verfahren darstellt, werden 200 Simulationen mit jeweils verschiedenen Realisierungen des Rauschens durchgeführt. Um das Lernverhalten des Algorithmus zu beobachten, wird der Zeitverlauf der Koeffizienten  $c_k$  aufgezeichnet und über das Ensemble der Simulationen gemittelt, so daß die stochastische Gradientenbildung geglättet wird [41][34]. Der Vergleich mit den vorher berechneten Werten zeigt nach ca. 5s eine gute Konvergenz für alle sieben

Parameter	Symbol	Wert
Eigenfrequenz SDOF	$\omega_0$	$20 \cdot 2\pi s^{-1}$
Dämpfung SDOF	$\theta$	0.01
geschätzte Eigenfrequenz	$\hat{\omega}_0$	$1.02\omega_0$
geschätzte Dämpfung	$\hat{\theta}$	$1.1\theta$
Modellordnung	$K$	7
Adaptionskonstante N-LMS	$\alpha$	0.002
Zeitkonstante N-LMS	$\beta$	0.01
Abtastzeit	$T$	0.001s
simulierte Zeit	$T_{sim}$	10s

Tabelle 5.1: Parameterwahl für die Simulation, zeitinvariantes System

Koeffizienten (s. Abbildung 5.17). Dabei weisen die  $c_\kappa$  ein exponentielles Ver-

Abbildung 5.17: Koeffizienten  $c_\kappa$  und Approximationsfehler  $E_2$  während der Adaption, ( $\dots$ ) berechnete Werte

halten auf, wie es für Einschwingvorgänge typisch ist. Die Zeitkonstante wird dabei von der Adaptionskonstanten  $\alpha$  beeinflusst. Weiterhin zeigt sich durch das exponentielle Verhalten eine Schwäche des LMS- Algorithmus: Beim Start der Simulation konvergieren die Koeffizienten sehr schnell in die Nähe des vorausberechneten Werts, das genaue Optimum wird allerdings erst nach sehr langer Zeit erreicht.

Um den Verlauf des Approximationsfehlers (Gl. (5.55)) über der Zeit zu ermitteln, wird aus den Koeffizienten durch Einsetzen die Impulsantwort des Kautz-Filters bestimmt:

$$E_2(n) = \frac{\|\underline{h}(n) - \sum_{\kappa=0}^K c_\kappa \underline{\psi}_\kappa(n)\|_2}{\|\underline{h}(n)\|_2} \quad (5.57)$$

Hierbei zeigt sich, daß der Approximationsfehler schneller konvergiert als die Koeffizienten  $c_\kappa$ , da er bereits nach 2s den optimalen zuvor berechneten Wert

$E_2 \approx 0.32$  nahezu erreicht (s. Abbildung 5.17 rechts). Dies kann durch die parabolische Form der Gütefunktion erklärt werden, die in der Nähe des Minimums unempfindlich gegenüber Änderungen der  $c_\kappa$  ist.

Eine weitere wichtige Eigenschaft stellt die Fähigkeit eines adaptiven Filters dar, auf Änderungen im zu identifizierenden System zu reagieren und das Modell zu aktualisieren. Als Beispiel wird das SDOF-System zeitvariant, indem

$$\Delta(n) = \begin{cases} 1 & nT < 10s \\ \frac{0.02T}{T_{sim}-10s}n & nT \geq 10s \end{cases} \quad (5.58)$$

gewählt wird, was einer linearen Veränderung der Eigenfrequenz von 0.02 über der simulierten Zeit entspricht (Abbildung 5.18), in diesem Fall in einem Zeitraum von 40s. Die geschätzte Eigenfrequenz soll in diesem Fall zu Beginn der Simula-

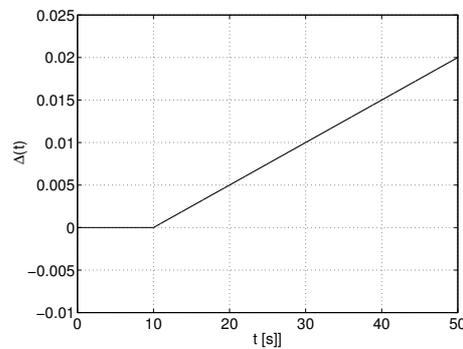


Abbildung 5.18: Relative Veränderung der Eigenfrequenz des Systems über der Zeit

tion der des Systems entsprechen (s. Tabelle 5.2). Wieder wird über 200 Simu-

Parameter	Symbol	Wert
Eigenfrequenz SDOF ( $t = 0$ )	$\omega_0$	$20 \text{ } 2\pi s^{-1}$
Dämpfungsgrad SDOF	$\theta$	0.01
geschätzte Eigenfrequenz ( $t = 0$ )	$\hat{\omega}_0$	$\omega_0$
geschätzte Dämpfung	$\hat{\theta}$	$1.1\theta$
Modellordnung	$K$	7
Adaptionskonstante N-LMS	$\alpha$	0.002
Zeitkonstante N-LMS	$\beta$	0.01
Abtastzeit	$T$	0.001s
simulierte Zeit	$T_{sim}$	50s

Tabelle 5.2: Parameterwahl für die Simulation, zeitvariantes System

lationen gemittelt. Der Zeitverlauf der Filterkoeffizienten im Vergleich zu der für

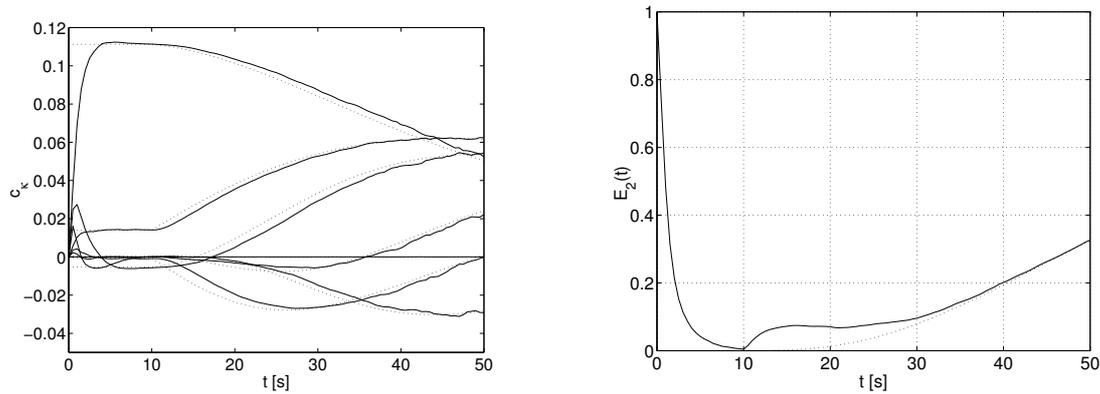


Abbildung 5.19: Koeffizienten  $c_\kappa$  und Approximationsfehler  $E_2$  für zeitvariantes System, ( $\dots$ ) berechnete Werte

den jeweiligen Zeitpunkt berechneten Lösung zeigt eine gute Übereinstimmung (Abbildung 5.19), demnach kann das adaptive Filter auch einer Änderung der Systemparameter folgen. Dies wird durch die Berechnung des Approximationsfehlers  $E_2$  bestätigt, der lediglich in der Anfangsphase und beim Start der Parameterveränderung des Systems Abweichungen vom berechneten, optimalen Wert zeigt (s. Abbildung 5.19 rechts).

Für eine gute Folgefähigkeit muß allerdings die Konvergenzkonstante  $\alpha$  geeignet gewählt werden. Ist sie zu klein, kann der Adaptionalgorithmus der Parameterdrift nicht folgen, was zu einer Verschlechterung der Modellqualität führt. Als Beispiel für diesen Effekt soll die vorherige Simulation wiederholt werden, jedoch mit einer verkleinerten Adaptionkonstante  $\alpha = 0.0002$ . Daher muß zusätzlich

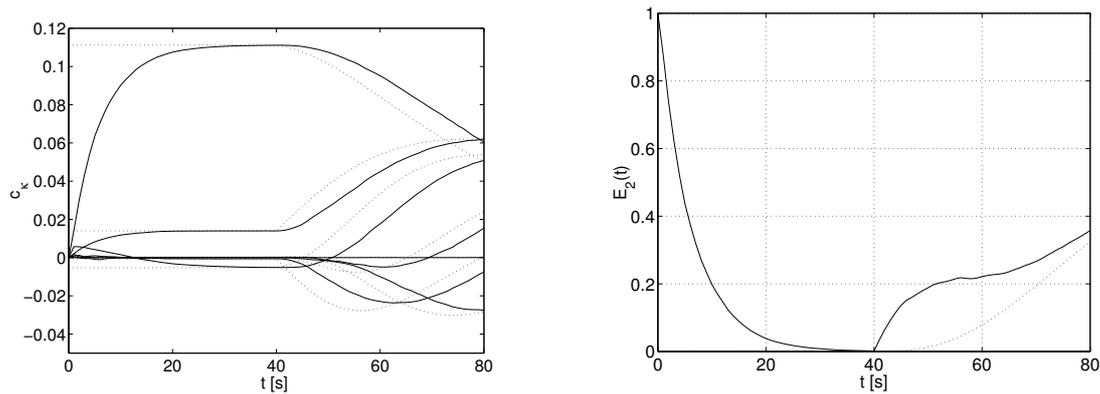


Abbildung 5.20: Koeffizienten  $c_\kappa$  und Approximationsfehler  $E_2$  für zeitvariantes System,  $\alpha = 0.0002$ , ( $\dots$ ) berechnete Werte

die Startphase, während der die Parameter konstant bleiben, auf 40s verlängert werden, um eine Konvergenz der Koeffizienten auf die Anfangswerte zu erreichen.

Während dieser Phase zeigt sich eine langsamere, aber genauere Konvergenz gegen die berechneten Werte. Danach ergibt sich eine wesentlich größere Differenz zwischen den Koeffizienten und den vorausberechneten Werten, die sich auch in einer größeren Abweichung des Approximationsfehlers vom optimalen Wert ausdrückt (s. Abbildung 5.20).

Wird  $\alpha$  dagegen zu groß gewählt, wird ebenfalls die Modellqualität sinken, da sich die Koeffizienten durch die große Schrittweite stochastisch um das Optimum bewegen [34][117], oder der Algorithmus zur Instabilität neigt. Bei zeitvarianten Systemen muß daher die Konvergenzkonstante sorgfältig gewählt werden, wozu Kenntnisse über die Geschwindigkeit der Parameterveränderungen von Vorteil sind. Zur Auswahl der Konvergenzschrittweite ist ein Kompromiß zwischen der Stabilität, Genauigkeit und der Folgefähigkeit des Adaptionalgorithmus zu treffen [34].

### 5.3.6 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden

Die bisherigen Betrachtungen sind auf Systeme mit einem Freiheitsgrad beschränkt worden, da jedes strukturdynamische System durch modale Dekomposition in derartige Teilsysteme zerfällt. Um ein System mit mehreren Freiheitsgraden zu modellieren, ist es naheliegend, je ein Kautz-Filter für jeden Mode parallel zu schalten [66].

Als Beispiel soll ein System  $H(z)$  dienen, das aus der Superposition zweier SDOF-Systeme (s. Kapitel 2)  $H_1(z)$  und  $H_2(z)$  erzeugt wird (s. Abbildung 5.22):

$$H(z) = H_1(z) + H_2(z) \quad (5.59)$$

Entsprechend dem SDOF-Fall (Gl. 5.24) wird die Impulsantwort des Systems approximiert:

$$h(n) \approx \sum_{\kappa=0}^K c_{1,\kappa} \psi_{1,\kappa}(n) + c_{2,\kappa} \psi_{2,\kappa}(n), \quad (5.60)$$

wobei zwei Kautz-Modelle mit entsprechenden Basisfunktionen  $\psi_{1,\kappa}(n)$  und  $\psi_{2,\kappa}(n)$  überlagert werden, deren Parameter  $b_{1,1}$  und  $b_{1,2}$  sowie  $b_{2,1}$  und  $b_{2,2}$  das Vorwissen über den Pol des jeweiligen Teilsystems repräsentieren. Um die Koeffizienten  $c_{1,\kappa}$  und  $c_{2,\kappa}$  zu ermitteln, kann auch hier ein lineares Gleichungssystem aufgestellt

werden:

$$\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{1,0}(0) & \cdots & \psi_{1,K}(0) & \psi_{2,0}(0) & \cdots & \psi_{2,K}(0) \\ \psi_{1,0}(1) & \cdots & \psi_{1,K}(1) & \psi_{2,0}(1) & \cdots & \psi_{2,K}(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{1,0}(N) & \cdots & \psi_{1,K}(N) & \psi_{2,0}(N) & \cdots & \psi_{2,K}(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ \vdots \\ c_{1,K} \\ c_{2,0} \\ c_{2,1} \\ \vdots \\ c_{2,K} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

Allerdings ist die Orthonormalität zwischen zwei Basisfunktionen  $\psi_{1,\kappa}(n)$  und  $\psi_{2,\lambda}(n)$  nicht garantiert [66]. Jedoch kann anhand eines numerischen Beispiels gezeigt werden, daß dies bei praktischen Problemen zu vernachlässigen ist, da die Skalarprodukte zwischen zwei Basisfunktionen mit verschiedenen Parametern nahezu verschwinden. Das erste System  $H_1$  besitzt dabei eine Eigenfrequenz von  $20Hz$ , das andere eine von  $30Hz$ . Für beide wird der gleiche Dämpfungsparameter  $\theta = 0.01$  angenommen. Das Vorwissen über die Pole wird entsprechend Tabelle 5.1 mit einem Fehler von 0.1 für die Dämpfung und 0.02 für die Resonanzfrequenz angenommen, ebenso die Modellordnung zu  $K = 7$ .

Zur Kontrolle des Skalarprodukts zwischen den Spaltenvektoren der zusammengesetzten Systemmatrix

$$\Psi = [ \Psi_1 \quad \Psi_2 ] \quad (5.62)$$

wird die Matrix

$$\tilde{\mathbf{E}} = \Psi\Psi^T \quad (5.63)$$

berechnet. Ist  $\Psi$  orthonormal, wird  $\tilde{\mathbf{E}}$  eine Einheitsmatrix. Wie erwartet ist dies nicht der Fall, da ihre Einträge (s. Abb. 5.21) jenseits der Hauptdiagonalen nicht verschwinden. Diese sind jedoch bis auf einen Fall sehr klein, so daß nahezu von Orthonormalität ausgegangen werden kann. Die Ausnahme bilden die Basisfunktionen  $\psi_{1,0}$  und  $\psi_{2,0}$ . Ihr Skalarprodukt ist eins, da beide nach Gl. 5.26 identisch sind. Für die vorliegenden Systeme werden diese Basisfunktionen allerdings meist nicht benötigt. Existiert ein statischer Anteil in der zu modellierenden Übertragungsfunktion, kann Eindeutigkeit erreicht werden, indem  $\psi_{2,0}$  aus der Matrix gestrichen wird. Eine numerische Rangberechnung ergibt den Wert  $r = 13$ , also existieren 13 linear unabhängige Basisfunktionen, weshalb das lineare Gleichungssystem eine eindeutige Lösung im Sinne einer Annäherung der kleinsten Quadrate besitzt [122].

Daher kann auch erwartet werden, daß die Adaptionalgorithmen für die einzelnen Filterbänke unabhängig voneinander konvergieren, und es können im Beispiel zwei adaptive Kautz-Filter  $\hat{H}_1$  und  $\hat{H}_2$  parallel geschaltet werden, deren Parameter nach Tabelle 5.1 gewählt werden. Für jedes Teilsystem werden die

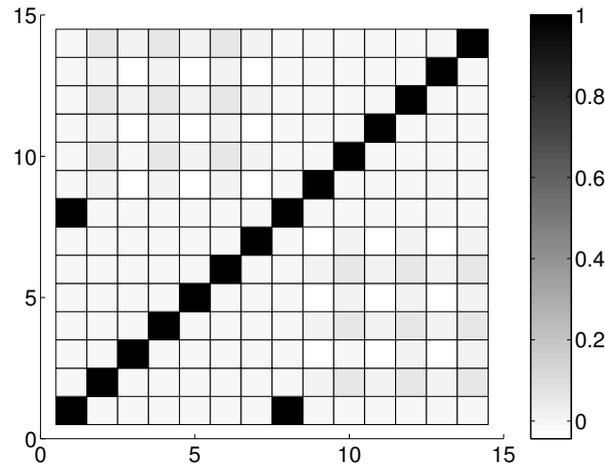


Abbildung 5.21: Ergebnis  $\tilde{\mathbf{E}}$  der Matrizenmultiplikation Gl. 5.63 zur Überprüfung der Unabhängigkeit der Basisfunktionen

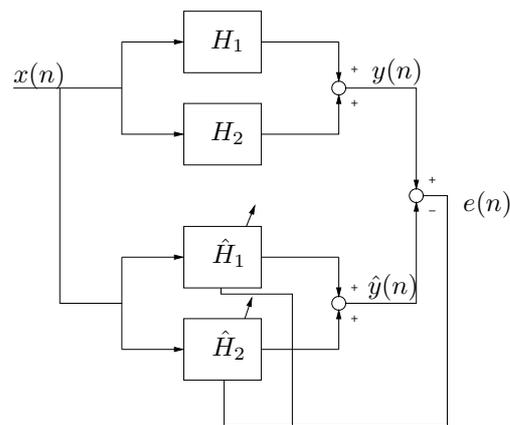


Abbildung 5.22: Adaptive Identifikation für ein System mit zwei Moden

optimalen Filterkoeffizienten berechnet und mit denen aus der Simulation verglichen (s. Abbildung 5.23). Dabei zeigt sich die relativ gute Unabhängigkeit der beiden adaptiven Kautz-Filter in ihrem Adaptionsverhalten, da die Zeitverläufe der Koeffizienten ungefähr denen aus dem einfachen Fall eines 1DOF-Systems entsprechen (vgl. Abbildung 5.17).

Eine geringe Beeinträchtigung der Adaptionsalgorithmen untereinander ist jedoch vorhanden, denn im Fehlersignal

$$E(z) = X(z)(H_1(z) + H_2(z) - \hat{H}_1(z) - \hat{H}_2(z)) \quad (5.64)$$

sind Anteile beider Systeme und Modelle enthalten. Für die Konvergenz des ersten Teilmodells ist nur der Anteil

$$E^{(1)}(z) = H_1(z) - \hat{H}_1(z) \quad (5.65)$$

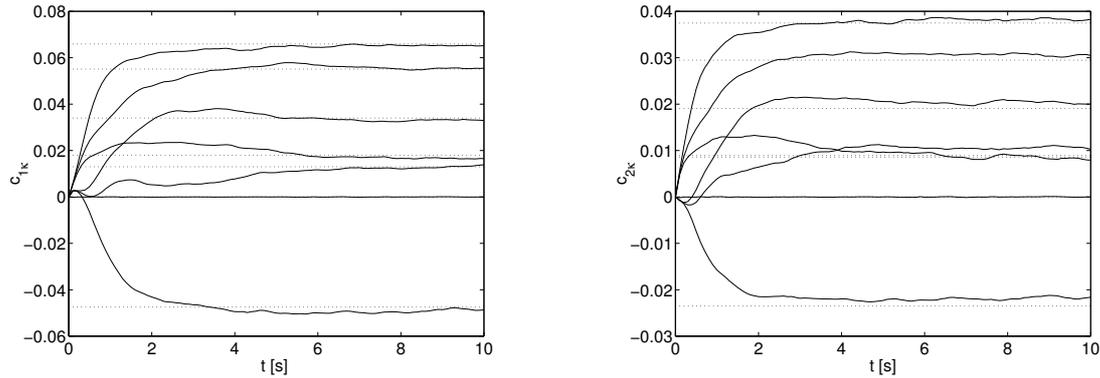


Abbildung 5.23: Koeffizienten  $c_{1,\kappa}$  und  $c_{2,\kappa}$  während der Adaption, ( $\dots$ ) berechnete Werte

von Bedeutung. Der Anteil

$$E^{(2)}(z) = X(z)(H_2(z) - \hat{H}_2(z)) \quad (5.66)$$

stellt bandpaßgefiltertes weißes Rauschen dar, das aufgrund des großen Unterschieds der Eigenfrequenzen der Teilsysteme  $H_1$  und  $H_2$  kaum korreliert zu  $E^{(1)}$  ist. Daher läßt sich die Konstellation als durch Rauschen  $E^{(2)}$  behinderten Fall der Identifikation eines Systems mit nur einem Freiheitsgrad ansehen, wobei im interessierenden Bereich der Eigenfrequenz von System  $H_1$  nur eine geringe Leistungsdichte des Rauschens vorliegt. Im Allgemeinen ergeben sich durch derartige Störungen Fehler in der stationären Lösung der Koeffizienten und verschlechtertes Konvergenzverhalten [3]. Für das Modell  $\hat{H}_2$  ist dies in der Simulation zu beobachten, da dort einige der Koeffizienten offenbar zu einem Wert konvergieren, der leicht vom vorausberechneten abweicht. Aufgrund der quadratischen Gütefunktion ist jedoch die Empfindlichkeit des Approximationsfehlers in Bezug auf Änderungen der Koeffizienten in der Nähe des Optimums gering, und dieser Effekt hat auf die Qualität des Modells  $\hat{H}_2$  nur geringen Einfluß.

Die Verwendung mehrerer Filterbänke parallel ist daher im Falle gut getrennter Moden sinnvoll, jedoch wird mit der Anzahl der Teilsysteme auch die Beeinflussung der Adaptionsprozesse untereinander zunehmen. Dies kann teilweise durch eine Verringerung der Schrittweite kompensiert werden, da so die Genauigkeit der Adaption verbessert wird, allerdings nimmt dann auch die Konvergenzgeschwindigkeit ab.

### Der Fall eng benachbarter Resonanzen

Bei einigen mechanischen Systemen mit hoher geometrischer Symmetrie, beispielsweise Zylinderstrukturen oder Platten, kann es zur Ausbildung eng benachbarter Eigenfrequenzen kommen [45]. In diesem Sonderfall kann auf die Parallelschaltung zweier Modelle für jeden Mode zur Identifikation verzichtet werden,

indem die Linearität des Kautz-Modells in seinen Koeffizienten ausgenutzt wird, wodurch sich der Aufwand erheblich verringern kann.

Betrachtet werden beispielhaft zwei Systeme  $H_1$  und  $H_2$  mit gleicher Dämpfung  $\theta$ , jedoch mit nur wenig unterschiedlichen Eigenfrequenzen

$$\omega_{0,1} = \omega_0(1 - \Delta_\omega) \quad \omega_{0,2} = \omega_0(1 + \Delta_\omega). \quad (5.67)$$

Eine Approximation ihrer Impulsantwort  $h_1(n)$  bzw.  $h_2(n)$  nach Gl. (5.24) wird durchgeführt:

$$h_1(n) \approx \sum_{\kappa=0}^K c_{1,\kappa} \psi_\kappa(n) \quad h_2(n) \approx \sum_{\kappa=0}^K c_{2,\kappa} \psi_\kappa(n), \quad (5.68)$$

wobei als Pol für die Kautz-Funktionen in beiden Fällen

$$\hat{p} = e^{(-\theta+j)\omega_0 T} \quad (5.69)$$

gesetzt wird. Bei Wahl einer geeigneten Modellordnung  $K = 7$  wird bei einer gegebenen Abweichung  $\Delta_\omega$  ein genügend gutes Modell gebildet (s. Abbildung 5.15). Aufgrund der Wahl einer gemeinsamen Basis  $\psi_\kappa(n)$  für die Approximation kann aber auch jede beliebige Linearkombination aus beiden Impulsantworten modelliert werden:

$$a_1 h_1(n) + a_2 h_2(n) \approx \sum_{\kappa=0}^K (a_1 c_{1,\kappa} + a_2 c_{2,\kappa}) \psi_\kappa(n). \quad (5.70)$$

Dies wird in einer Simulation überprüft, indem diese zwei SDOF-Systeme parallel geschaltet werden ( $a_{1,2} = 1$ ). Ihre Eigenfrequenzen besitzen eine Abweichung von  $\Delta_\omega = 0.02$  zu  $\omega_0 = 2\pi 20s^{-1}$ . Alle Simulationsparameter werden wie zuvor gewählt (s. Tabelle 5.1), jedoch wird nur ein Kautz-Filter zur Identifikation eingesetzt. Die entsprechenden Koeffizienten werden für jedes System berechnet, aufsummiert und mit dem Ergebnis der Simulation verglichen (s. Abbildung 5.24). Offensichtlich konvergieren die Koeffizienten wie erwartet gegen die vorausberechnete Summe aus den jeweiligen Koeffizienten für die Teilmodelle. Auch der resultierende Frequenzgang des Modells zeigt eine gute Annäherung an das System mit zwei eng benachbarten Resonanzen.

## 5.4 Vergleichende Betrachtung

Abschließend wird noch ein Vergleich der adaptiven Kautz-Filter mit adaptiven FIR-Filtern durchgeführt, da beide Konzepte aufgrund ihrer Stabilität besonders relevant für die praktische Anwendung erscheinen. Dabei wird auch die Echtzeitfähigkeit der Algorithmen berücksichtigt, so daß die erzielbare Genauigkeit

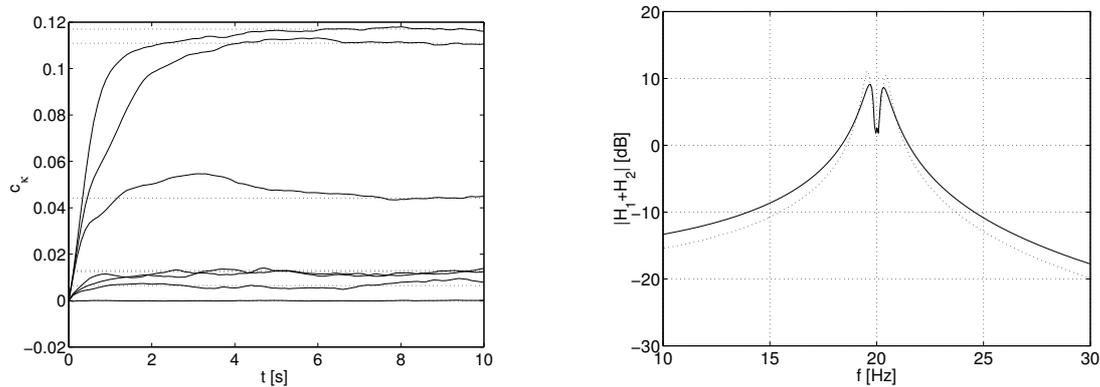


Abbildung 5.24: Koeffizienten  $c_k$  und Ausschnitt aus dem Betrag des Frequenzgangs für System mit eng benachbarten Resonanzen

des Modells gegen den Rechenaufwand abgewogen werden kann.

Als Vergleichsbeispiel dient die adaptive Identifikation eines einfachen Systems zweiter Ordnung, wie sie für das Kautz-Filter bereits in der Simulink-Umgebung implementiert worden ist (Abbildung 5.16), wobei auch die Parameter gleich gewählt werden (Tabelle 5.1). Das adaptive FIR-Filter wird ebenfalls in C programmiert und als Block in die Simulation eingebunden. Beide Simulationen sind daher bis auf die Wahl des adaptiven Modells identisch. Zunächst wird die erreichbare Modellgenauigkeit nach Gl. (5.55) für Ordnungen  $K = 3 \dots 15$  in Abhängigkeit von der Filterordnung berechnet, wobei für die  $b_{1,2}$ -Parameter des Kautz-Filters ein Fehler von  $\Delta_\theta = 0.1$  für den geschätzten Dämpfungsgrad und  $\Delta_\omega = 0.02$  sowie  $\Delta_\omega = 0.04$  für die geschätzte Eigenfrequenz angenommen wird. Diese Berechnung wird für FIR-Filter der Ordnung  $K = 200 \dots 2000$  wiederholt, da aufgrund der Länge der Impulsantwort des Systems hier sehr große Ordnungen zur Modellierung notwendig sind (Abbildung 5.25, links).

Im zweiten Schritt werden die Simulationen für die verschiedenen Filterordnungen auf dem Prozessor eines dSpace-Systems gestartet, der sie in Echtzeit ablaufen läßt. Dabei wird jeweils ausgelesen, welche Rechenzeit (*turnaround time*) für einen Zeitschritt notwendig ist. Um in Echtzeit lauffähig zu sein, darf die Simulation eine maximale Rechenzeit der Länge eines Abtastintervalls  $t_s = 0.001$ s verursachen.

Zum Vergleich der beiden adaptiven Filterkonzepte wird die erreichte Genauigkeit über der benötigten Rechenzeit betrachtet (Abbildung 5.25, rechts). Offensichtlich benötigt die Realisierung des Modells mit einem adaptiven Kautz-Filter nur einen Bruchteil der Rechenzeit derjenigen des FIR-Filters, da dieses eine wesentlich höhere Ordnung besitzt. Dabei hängt beim Kautz-Filter die erreichbare Modellgenauigkeit von der Genauigkeit der Schätzung für die Eigenfrequenz ab, da bei  $\Delta_\omega = 0.04$  bereits ein Filter mit mehr als der doppelten Anzahl Koeffizienten notwendig ist, um ein ähnlich gutes Modell zu erhalten wie im Fall der

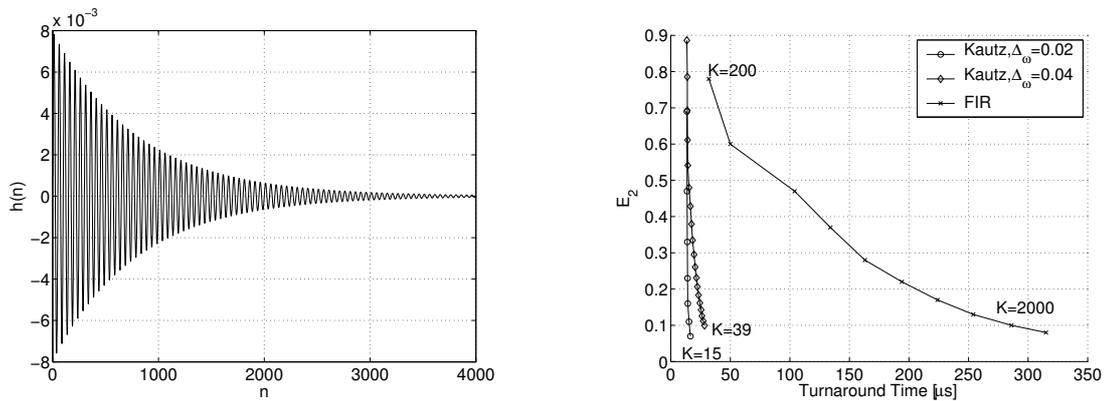


Abbildung 5.25: Impulsantwort des Systems zweiter Ordnung (links) und erreichbare Modellgenauigkeit verschiedener adaptiver Filter

kleineren Abweichung  $\Delta_\omega = 0.02$ . Für das SDOF-System stellt das FIR-Filter den Grenzfall eines Kautz-Filters mit  $\Delta_\omega = 1$  und daher  $b_{1,2} = 0$  dar.

Die Ergebnisse gelten jedoch nur für ein SDOF-System, da bei der Modellierung eines System mit mehreren Freiheitsgraden mehrere Kautz-Filter parallel zu schalten sind und sich die Rechenzeit dann entsprechend vervielfacht. Da das Kautz-Filter der Ordnung  $K = 15$  ungefähr 10% der Rechenzeit des FIR-Filters der Ordnung  $K = 2000$  besitzt, ergäbe sich bei einem System mit zehn Moden kein Vorteil bei der Benutzung der Kautz-Filter.

Daher ist die Anwendung adaptiver Kautz-Filter nur dann sinnvoll, wenn die Anzahl der parallel geschalteten Filter nicht zu groß wird und die Schätzung für die Eigenfrequenzen des Systems genau genug ist, um Kautz-Filter niedriger Ordnung einsetzen zu können. Umgekehrt empfiehlt sich die Anwendung von FIR-Filtern zum Beispiel, wenn kein oder nur ungenaues Vorwissen über die Eigenfrequenzen des Systems vorhanden ist oder ein System mit hoher modaler Dichte vorliegt.

# Kapitel 6

## Anwendungen

Die vorgestellten Algorithmen zur Identifikation und Regelung aktiver Strukturen sollen experimentell angewendet werden, da der Versuch letztlich das wichtigste Bewertungskriterium ist.

Hierzu wird zunächst die Implementierung der Algorithmen und digitalen Filter in der Entwicklungsumgebung Simulink vorgenommen, die zusammen mit einem dspace-System auch zur Programmierung von Signalprozessoren dient.

### 6.1 Implementierung der adaptiven Algorithmen im Versuch

Um sowohl die Möglichkeit zur Regelung als auch zur Identifikation zu besitzen, wird der FXLMS-Algorithmus mit adaptiven Filtern zur Identifikation kombiniert (s. Abbildung 6.1). Hierzu wird ein Rauschgenerator ins System eingefügt, dessen Signal unkorreliert zum Referenzsignal für den FXLMS-Algorithmus ist, wodurch die Identifikation der Regelung überlagert wird. Da das Fehlersignal  $e(n)$  jetzt jedoch Anteile aus den Signalen der Identifikation und der Regelung enthält, beeinflussen sich die Adaptionsprozesse gegenseitig, was in langsamerer Konvergenz für die Identifikation und schlechterer Störgrößenunterdrückung der adaptiven Regelung resultiert [59]. Daher soll hier nur jeweils eins der beiden Teilsysteme betrieben werden, jedoch stellt bereits die Möglichkeit des Umschaltens zwischen der Identifikation und der Regelung in einem System eine Vereinfachung für die Versuchsdurchführung dar.

Zur Realisierung adaptiver Filter dient die Simulink-Umgebung, die den Vorzug der einfachen graphischen Programmierung mittels Blockschaltbildern bietet. Mit Hilfe eines dspace-Systems ist es möglich, in dieser Umgebung implementierte Algorithmen in Code für einen digitalen Signalprozessor zu übersetzen, der über D/A- und A/D- Wandler die Verarbeitung der Signale im Versuch vornimmt. Dadurch besteht die Möglichkeit, die adaptiven Filtersysteme zunächst in einer Simulation zu testen und danach für die experimentelle Verifikation zu verwenden

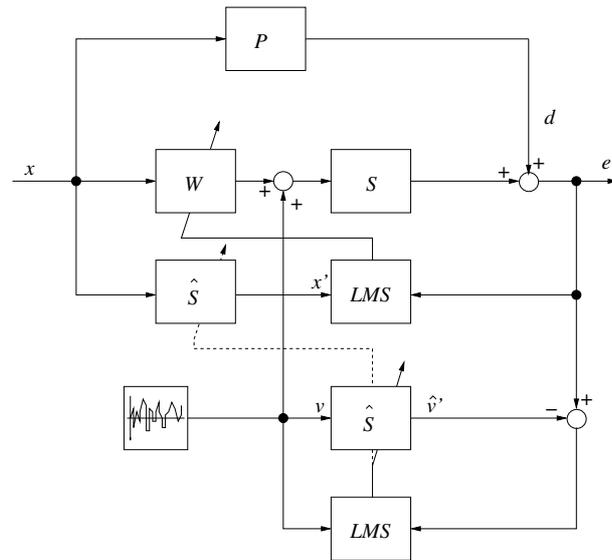


Abbildung 6.1: System mit FXLMS-Gegensteuerung und On-Line-Identifikation der Sekundärstrecke

[46][47]. Um die Verarbeitungsgeschwindigkeit sowohl in der Simulation als auch bei der Umsetzung auf dem Signalprozessor zu erhöhen, werden einzelne Algorithmen und Filter zunächst in *C* programmiert und dann als Block in die Simulink-Umgebung eingebunden (s. Abbildung 6.2). Dabei werden Module erzeugt, die dann zu ein- oder mehrkanaligen Reglern zusammengesetzt werden, zum Beispiel um den vorgestellten FXLMS-Algorithmus mit On-Line-Identifikation zu realisieren (s. Abbildung 6.3).

Für die Identifikation werden dabei sowohl einfache adaptive FIR-Filter als auch

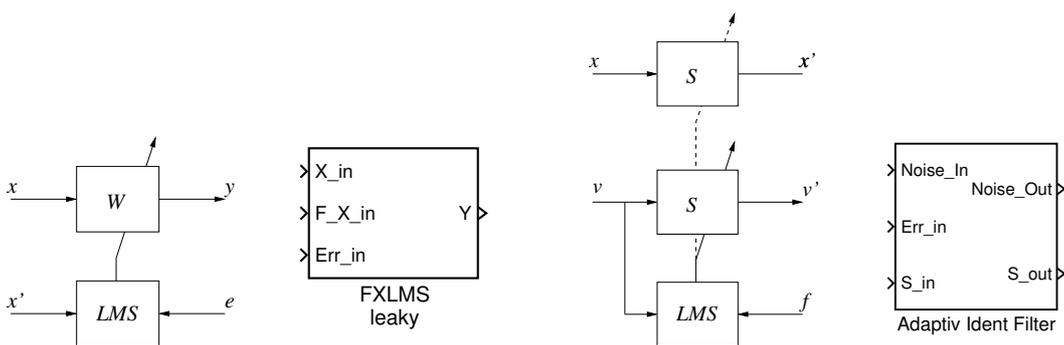


Abbildung 6.2: Blöcke unter Simulink und entsprechende Teile des gesamten Filtersystems

Kautz-Filter realisiert (s. Kapitel 5), um beide Konzepte vergleichen zu können.

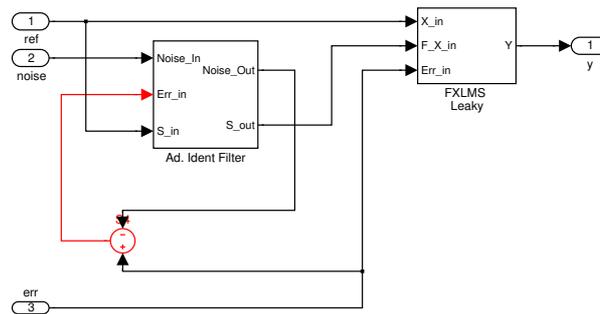


Abbildung 6.3: Der Algorithmus aus Abbildung 6.1 in Simulink

Für die adaptive Regelung wird wegen seiner besonderen Robustheit der Leaky-LMS-Algorithmus implementiert (s. Kapitel 4).

Für die Umsetzung eines digitalen Regelungskonzepts in der Praxis ist der auf dem jeweiligen Signalprozessor anfallende Rechenaufwand von entscheidender Bedeutung. Zum Vergleich der verschiedenen, auf dem dspace-System implementierten Reglervarianten wird dazu der Parameter *turnaround time* ausgelesen, der die notwendige Rechenzeit pro Zeitschritt angibt. Da der Regler in Echtzeit lauffähig sein soll, darf diese Zeit ein Abtastintervall nicht überschreiten [61]. Allerdings fallen neben der eigentlichen Abarbeitung des Regelalgorithmus noch weitere Operationen an, zum Beispiel die Übergabe von Werten an die Wandler oder die Kommunikation mit dem angeschlossenen PC. Daher wird die Grenze, bei der Abtastintervall und *turnaround time* gleich sind, nicht erreicht.

Da die Rechenzeit prozessorabhängig ist, kann der ausgelesene Parameter nur als einfaches, relatives Vergleichskriterium zwischen auf demselben System implementierten Reglern dienen.

## 6.2 Aktives Interface

### 6.2.1 Versuchsbeschreibung

Eine Anwendung für die in den vorigen Kapiteln beschriebene adaptive Regelung von Vibrationen stellt das aktive Interface dar, das zur Verhinderung der Ausbreitung von Schwingungen von einer mechanischen Struktur A in eine Struktur B dient (Abbildung 6.4).

Hier wird ein experimenteller Aufbau betrachtet, der zwei Biegebalken voneinander entkoppeln soll (Abbildung 6.5 und Abbildung 6.6). Der einseitig eingespannte Balken wird durch einen Shaker angeregt, wobei als Störsignal weißes Rauschen in einem Band von  $10\text{Hz}$ .. $1000\text{Hz}$  verwendet wird. Beide Balken sind durch ein aktives Interface miteinander verbunden (Abbildung 6.6, links), das sie dynamisch entkoppeln soll. Dieses besteht aus zwei gegenphasig anzusteuern den Piezo-Ringstapelaktoren, die eine Relativbewegung zwischen der durchgehenden

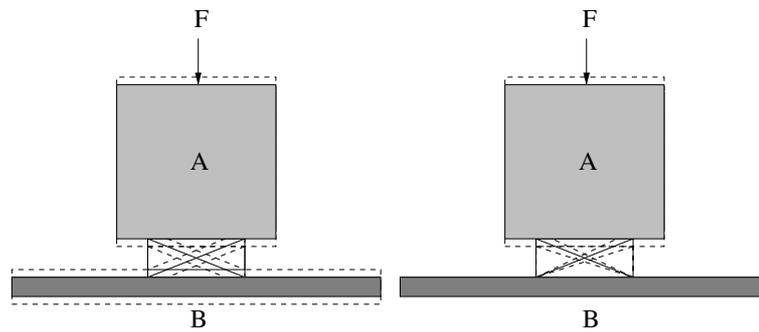


Abbildung 6.4: Aktives Interface zur Entkopplung von Strukturen

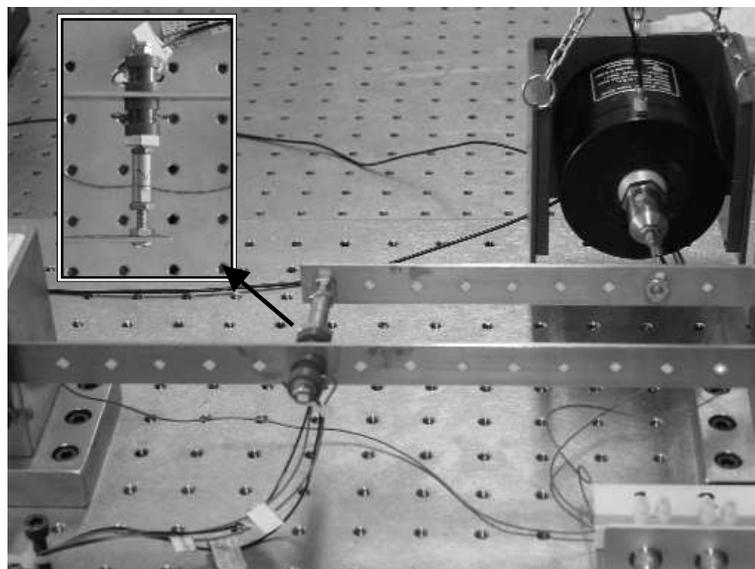


Abbildung 6.5: Aufbau des Experiments für das aktive Interface

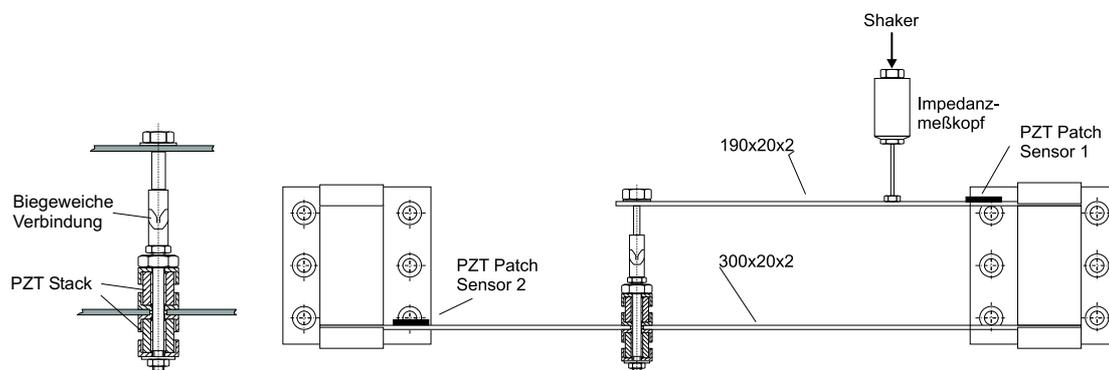


Abbildung 6.6: Konstruktion des aktiven Interfaces (links) und Aufbau des Experiments (rechts)

Schraube und dem Balken ermöglichen können [73]. Auf diese Weise kann verhindert werden, daß Vibrationen des ersten Balkens durch die Schraube in den zweiten übertragen werden. Die Ansteuerung erfolgt dabei mit einem zweikanaligen Hochvoltverstärker PI-4xx, wobei die elektrische Vorspannung der Aktoren 300V beträgt. Daneben wird noch eine mechanische Vorspannung durch das Anzugsmoment der Schraube vorgegeben. Um die Aktoren als lineare Stellglieder verwenden zu können, werden sie nur in einem Bereich von 0V bis 600V angesteuert. Weil Piezoaktoren empfindlich gegenüber Biegemomenten sind, wird deren Einleitung durch eine biegeeweiche Verbindung (PI) mit einer geringen Quersteifigkeit verhindert.

Da als Regelung eine adaptive Gegensteuerung eingesetzt werden soll, wird zunächst ein Referenzsensor auf dem vom Shaker angeregten Balken benötigt. Weiterhin ist ein Fehlersensor notwendig, der die Vibrationen am zu entkoppelnden Balken aufnimmt. Als Sensoren werden jeweils PZT-Patches verwendet, deren Abmessungen  $12.5mm \times 10mm \times 0.2mm$  betragen. Wird für das piezoelektrische Material eine Dielektrizitätszahl von  $\varepsilon = 1900\varepsilon_0$  angenommen, ergibt sich eine Kapazität von  $C = 10nF$ . Bei einem Eingangswiderstand des Meßgeräts von  $R_{in} = 1M\Omega$  wird nach Gl. (3.1) eine Grenzfrequenz von  $f_g = 15.9Hz$  erreicht. Diese liegt jedoch weit unterhalb der ersten zu erwartenden Eigenfrequenz des mechanischen Systems und beeinflusst daher die Messungen nicht. Um möglichst viele Biegemoden beobachten zu können, werden die Sensoren nahe der Einspannung platziert, da dort für alle Moden Dehnungen auftreten.

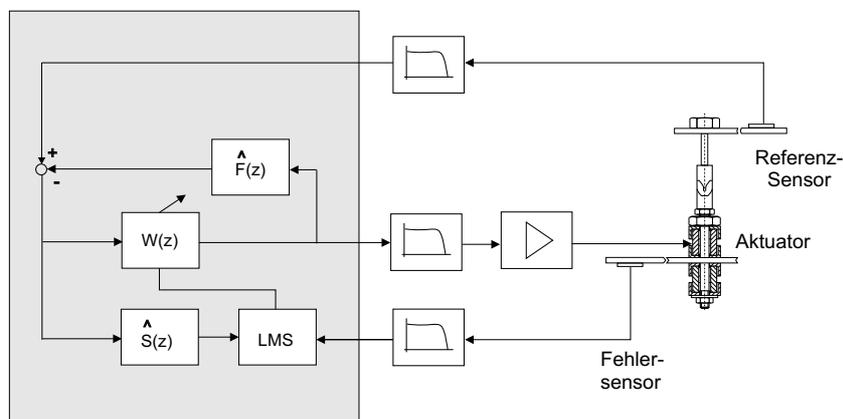


Abbildung 6.7: Regelungskonzept für das aktive Interface

### 6.2.2 Regelungskonzept

Das Störsignal wird als stationär angenommen, weshalb eine adaptive Gegensteuerung eingesetzt wird, für die eine Abtastfrequenz von  $f_s = 5kHz$  gewählt

und die Grenzfrequenz der Filter auf  $2.5kHz$  gesetzt wird.

Das Referenzsignal soll nicht vom Signalgenerator selbst abgenommen werden, sondern vom Referenzsensor auf dem durch den Shaker angeregten Balken, da hier auch bei einer Entkopplung der beiden Strukturen Schwingungen meßbar sind. Daher wird eine Kompensation der Rückwirkung der Aktorik auf den Referenzsensor notwendig (Abbildung 6.7 bzw. Abbildung 4.2).

Für die Realisierung des Konzepts als digitales Filtersystem müssen also Modelle der Übertragungsfunktionen vom Aktor zu Fehler- und Referenzsensor erzeugt werden, wozu hier adaptive Kautz- und FIR-Filter verwendet werden. Der adaptive Regler wird wie zuvor beschrieben in Simulink implementiert (Abbildung B.1)

### 6.2.3 Messungen und Identifikation

Zunächst wird eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt und bis zu einer Frequenz von  $1000Hz$  ausgewertet [75]. Die Erregung der Struktur erfolgt dabei mit einem Impulshammer, während als Sensor ein Laservibrometer eingesetzt wird, das die Geschwindigkeit an diskreten Punkten der beiden Balken mißt [93]. Es ergeben sich sechs Biegeeigenmoden (Tabelle 6.1) und ihre Eigenformen (Abbildung 6.8). Um Modelle der zwei Übertragungsfunktionen im ausgewerte-

$n$	$f_n$ [Hz]	$\theta_n$ [%]
1	78.2	0.9
2	214.9	2.1
3	300.4	1.1
4	506.1	3.3
5	620.4	0.3
6	835.4	0.4

Tabelle 6.1: Identifizierte Modalparameter

ten Frequenzbereich zu realisieren, sind daher jeweils sechs parallel geschaltete Kautz-Filter erforderlich, die als Blöcke in Simulink programmiert werden (Abbildung B.2), entsprechend ergibt sich eine Anzahl von insgesamt 12 adaptiven Filtern.

Jede einzelne wird mit entsprechenden Parametern  $b_1$  und  $b_2$  implementiert, die sich nach Gl. (5.48) aus den Daten jedes Modes berechnen lassen. Um die Modelle für die Übertragungsfunktionen beurteilen zu können, wird ein Approximationsfehler eingeführt:

$$E_{2,S} = \frac{\|S(e^{j\omega T}) - \hat{S}(e^{j\omega T})\|_2}{\|S(e^{j\omega T})\|_2} \quad \text{und} \quad E_{2,F} = \frac{\|F(e^{j\omega T}) - \hat{F}(e^{j\omega T})\|_2}{\|F(e^{j\omega T})\|_2} \quad (6.1)$$

$$\omega = 2\pi 10s^{-1} \dots \omega = 2\pi 1000s^{-1}$$

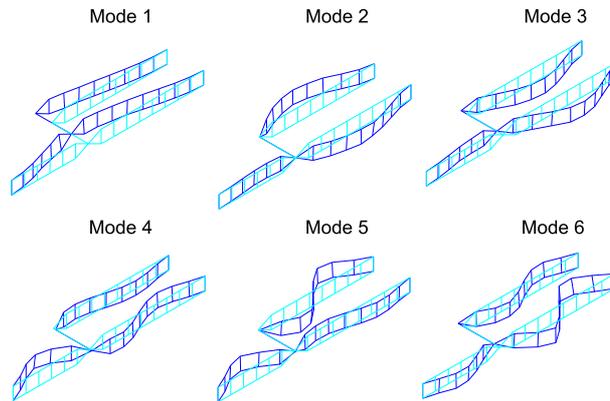


Abbildung 6.8: Identifizierte Biegeeigenformen des Systems

Dieses Fehlerkriterium im Frequenzbereich korrespondiert zu Gl. (5.55) im Zeitbereich entsprechend dem Parsevalschen Theorem [55]. Da aus Messungen berechnete Frequenzgänge als Werte an diskreten Frequenzstützpunkten vorliegen, können diese als Vektoren angesehen werden, wodurch die Berechnung der entsprechenden Normen leicht möglich ist.

Zunächst werden adaptive Kautz-Filter dritter Ordnung eingesetzt. Hierzu wird der Aktor mit bandbegrenztem weißem Rauschen ( $10\text{Hz} \dots 1000\text{Hz}$ ) angeregt (Abbildung 6.9). Die Kautz-Filter adaptieren einige Sekunden ihre Koeffizienten,

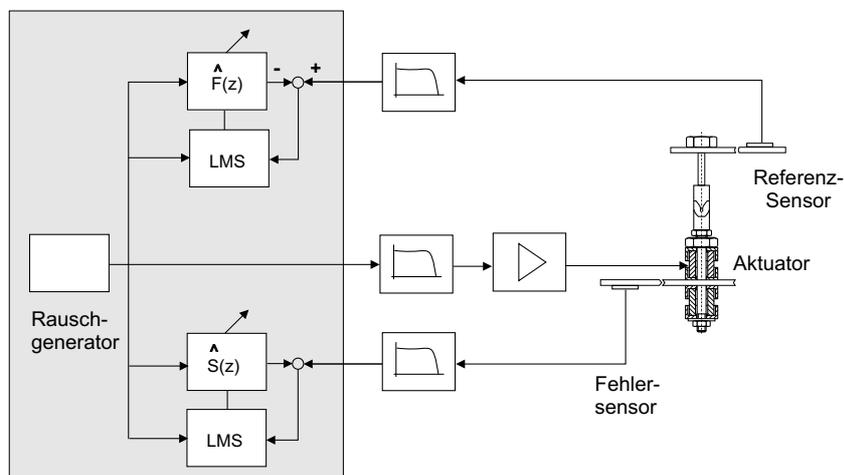


Abbildung 6.9: Versuch zur adaptiven Identifikation

bis der Approximationsfehler minimiert worden ist. Die Adaptionkonstante der Filter wird sehr klein gewählt ( $\approx 10^{-5}$ ), da die Beeinflussung der Algorithmen bei sechs parallel geschalteten Filtern nicht mehr zu vernachlässigen ist und daher größere Werte zu Ungenauigkeiten oder zur Divergenz führen können. Als Beispiel ist der Zeitverlauf der Koeffizienten eines Kautz-Filters dritter Ordnung zur

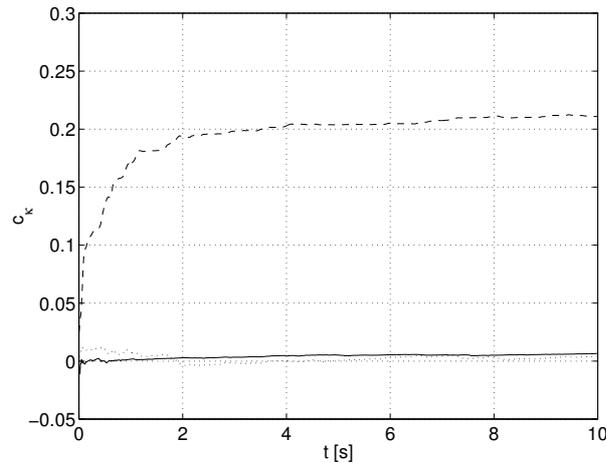


Abbildung 6.10: Zeitverlauf der Koeffizienten des adaptiven Kautz-Filters für Mode 5

Identifikation des fünften Modes dargestellt. Die Koeffizienten weisen das gleiche exponentielle Einschwingverhalten auf wie es bereits in der Simulation der adaptiven Filter beobachtet worden ist und erreichen bereits nach zwei Sekunden nahezu den endgültigen Wert.

Um die Frequenzgänge der Strecken im System und der entsprechenden Modelle zu bilden, wird jeweils deren Ausgangssignal bei Rauschanregung aufgenommen und zur Verringerung der Leckeffekte mit einem Hanning-Fenster multipliziert [77][93]. Anschließend wird durch numerische Fouriertransformation und Division der Spektren der Frequenzgang berechnet. Zur Verbesserung der Ergebnisse werden mehrere Mittelungen durchgeführt. Das Beispiel der Frequenzgänge der Strecke Aktor-Referenzsensor und des entsprechenden Modells zeigt, daß schon die Kautz-Filter dritter Ordnung ausreichen, um den Bereich der Resonanzen gut zu modellieren (Abbildung 6.11). Jedoch werden Nullstellen teilweise nicht erfaßt, da im Phasengang entsprechende Sprünge um  $+\pi$  teilweise fehlen.

Deutlich sichtbar ist auch der Einfluß der Tiefpaßfilter. Da deren Grenzfrequenz nur um den Faktor 2.5 über der höchsten angeregten Frequenz liegt, überlagert ihr Phasengang den der aktiven Struktur. Jedoch wird auch dieser Phasenabfall von den adaptiven Kautz-Filter mit identifiziert, obwohl er nicht durch die Strukturdynamik verursacht wird und entsprechendes Vorwissen darüber daher nicht in die Filterstruktur mit eingegangen ist. Offenbar ist es aufgrund der Allpaßcharakteristik der in den Kautz-Filtern enthaltenen IIR-Filter möglich, unbekannte Phasenverzögerungen des Systems mit zu erfassen.

Danach wird die Identifikation für Filter höherer Ordnung wiederholt (Abbildung 6.12, links). Aus den berechneten Frequenzgängen wird jeweils der Approximationsfehler berechnet. Dieser nimmt für beide Übertragungsfunktionen mit wachsender Ordnung ab, was die numerischen Berechnungen am SDOF-System

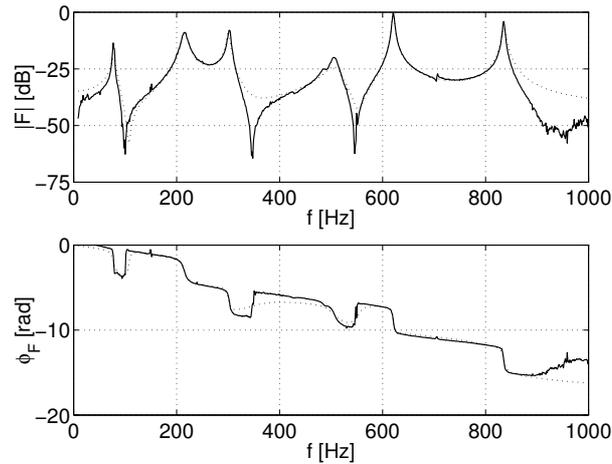
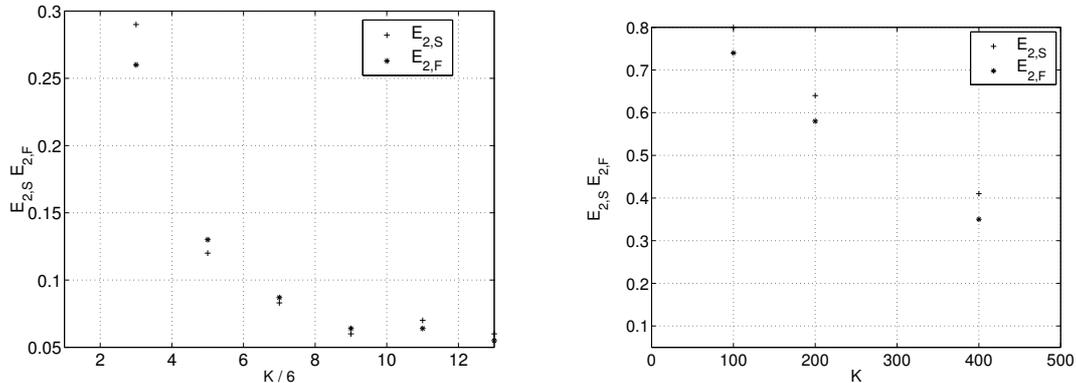
Abbildung 6.11: Gemessener Frequenzgang  $F(j\omega)$  und dessen Kautz-Modell

Abbildung 6.12: Approximationsfehler für Kautz- (links) und FIR-Modelle (rechts) verschiedener Ordnung

bestätigt (Abbildung 5.13). Im Versuch kann jedoch im Gegensatz zur Theorie mit Modellen von höherer als neunter Ordnung keine Verbesserung des Approximationsfehlers mehr erreicht werden, was verschiedene Ursachen haben kann. Da in der Realität immer endliches Rauschen vorhanden ist, erreicht der Adaptionsalgorithmus nicht die optimalen Werte für die Koeffizienten [3][117]. Weiterhin ist das Modell der Übertragungsfunktion nur aus endlich vielen Moden synthetisiert, während das mechanische System unendlich viele Freiheitsgrade besitzt. Hierdurch werden zwar die Resonanzen korrekt erfaßt, nicht jedoch die Antiresonanzen. Ihre Lage kann durch einen additiven, konstanten Term korrigiert werden, der den statischen Anteil höherer Moden repräsentiert [98]. In diesem Versuch ist dies jedoch nicht möglich, da durch die Hochpaßcharakteristik der Sensoren Signale mit sehr niedrigen Frequenzen herausgefiltert werden. Letzteres kann im Frequenzgang des Modells im Vergleich zu dem der aktiven

Struktur beobachtet werden. Offenbar wird mit einer Erhöhung der Modellordnung der Bereich der Antiresonanzen besser nachgebildet, jedoch bleiben die Fehler dort erheblich (Abbildung 6.13).

Zum Vergleich werden als Modelle adaptive FIR-Filter eingesetzt, wobei weit

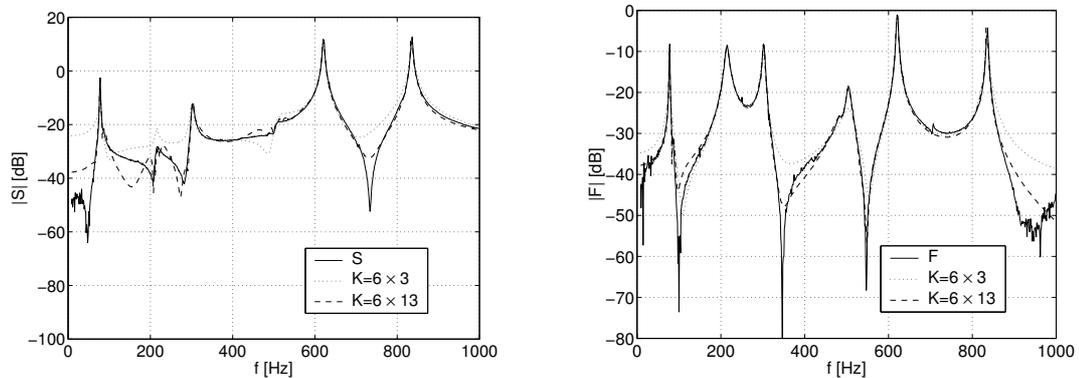


Abbildung 6.13: Kautz-Modelle für Sekundär- und Feedback-Pfad

höhere Ordnungen realisiert werden, jedoch kann die Qualität der adaptiven Kautz-Filter nicht erreicht werden (Abbildung 6.12, rechts). Die adaptierten FIR-Modelle weisen aufgrund der in Kapitel 5 diskutierten Fensterungseffekte über den gesamten Frequenzbereich eine starke Welligkeit von bis zu  $20\text{dB}$  auf. Zur

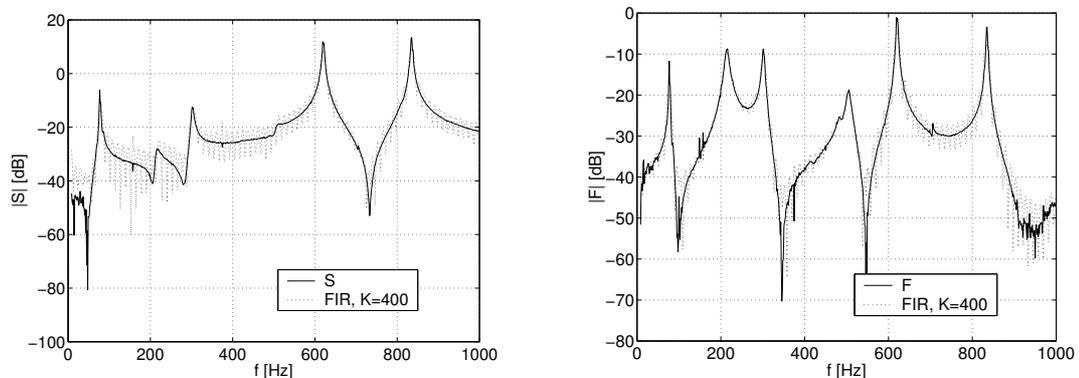


Abbildung 6.14: FIR Modelle für Sekundär- und Feedback-Pfad

Verbesserung der Modelle müßten weitaus längere Filter verwendet werden, da die Impulsantwort dieses schwach gedämpften mechanischen Systems mehrere Sekunden lang ist, die Abtastrate aber mit  $5\text{kHz}$  so hoch liegt, daß  $K = 5000$  Koeffizienten eine Impulsantwort von nur  $1\text{s}$  Länge realisieren. Dagegen benötigt die Implementierung des adaptiven Reglers mit sechs parallelen Kautz-Filtern dritter Ordnung als Modellen nur die halbe Rechenzeit (*turnaround time*) wie die mit einem FIR-Filter der Ordnung  $K = 400$ , wobei beide Approximationsfehler von ungefähr  $0.3$  liefern. Die Implementierung mit Kautz-Modellen höherer Ordnung

benötigt zwar eine Rechenzeit von  $0.1\text{ms}$ , allerdings ist die Qualität der erzeugten Modelle wesentlich besser als bei einer Implementierung mit FIR-Filtern (Abbildung 6.15).

An diesem praktischen Beispiel ist somit gezeigt worden, daß bei entsprechendem Vorwissen über die Eigenmoden der aktiven Struktur durch die Verwendung adaptiver Kautz-Filter eine deutliche Reduzierung der Rechenzeit des digitalen Regelsystems erreicht werden kann.

Als Kompromiß zwischen Rechenaufwand und Modellgenauigkeit werden für den folgenden Versuch Kautz-Filter fünfter Ordnung eingesetzt.

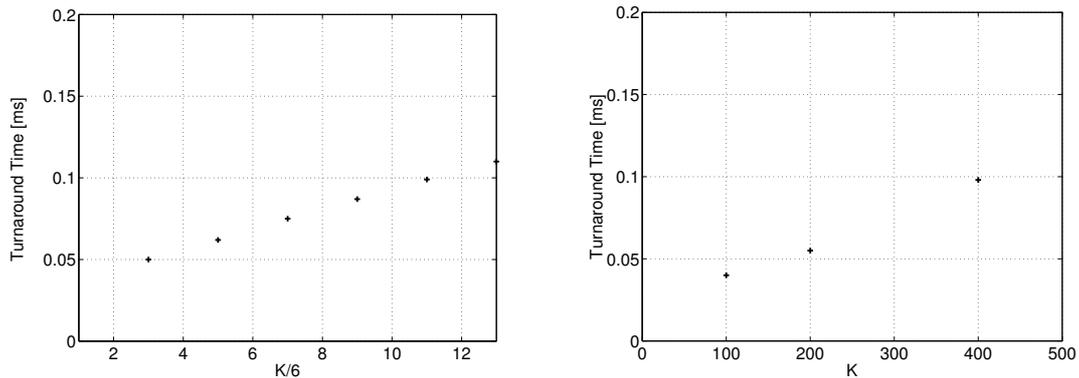


Abbildung 6.15: Rechenleistung des adaptiven Reglers bei Implementierung von Kautz-(links) und FIR- (rechts) Modellen

## 6.2.4 Anwendung der Regelung

Nach der Identifikation der Modelle für die Übertragungsfunktionen vom Aktor zu den beiden Sensoren erfolgt der Versuch zur Regelung.

Der einseitig eingespannte Balken wird durch einen elektrodynamischen Shaker (B&K Minishaker 83xx) mit bandbegrenztem weißen Rauschen im Frequenzbereich von  $10\text{Hz}$  bis  $1000\text{Hz}$  angeregt. Der adaptive Regler soll aus dem am Referenzsensor gemessenen Signal durch Filterung ein Ansteuersignal für das aktive Interface generieren, wobei das Signal des Fehlersensors zum Justieren der Koeffizienten verwendet wird. Hier wird der Leaky-LMS-Algorithmus angewendet, der als freie Parameter neben der Adaptionsschrittweite  $\mu$  den Leakage-Faktor  $\gamma$  besitzt. Ferner kann die Filterlänge des adaptiven FIR-Filters  $W$  (Abbildung 6.7) festgelegt werden.

Um die Güte des Reglers und des jeweiligen Parametersatzes zu beurteilen, wird der Frequenzgang zwischen der eingeleiteten Kraft des Shakers, gemessen mit dem Impedanzmeßkopf, und der am Fehlersensor gemessenen Spannung, herangezogen:

$$H(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{F(j\omega)}. \quad (6.2)$$

Daraus ergibt sich ein Gütekriterium  $I$  entsprechend einer quadratischen Regelfläche [109] :

$$I = \frac{\|H(j\omega)\|_{2,passiv}}{\|H(j\omega)\|_{2,aktiv}}, \quad (6.3)$$

wobei der Index *aktiv* den Fall mit aktiver Regelung bezeichnet und *passiv* eine Messung ohne Regler. Die Messung erfolgt dabei nach dem gleichen Verfahren wie bei bereits vorher bei der Messung der anderen Übertragungsfunktionen.

Im Gegensatz zur Identifikation mit FIR-Filtern, bei der sehr viele Koeffizienten benötigt werden, kann bei der Anwendung in einer adaptiven Gegensteuerung auf vergleichsweise kurze Filter zurückgegriffen werden [112],[111], da es sich hier um eine inverse Modellbildung handelt. Dies wird anhand einer kurzen Parametervariation bestätigt, im Rahmen derer die Länge des Filters  $N$  variiert und jeweils das Gütemaß (Gl. (6.3)) ermittelt wird (Abbildung 6.16). Dabei ist zu berücksichtigen, daß bei Vergrößerung von  $N$  die Adaptionkonstante entsprechend verringert wird (Gl. (A.14)), wodurch die Konvergenz verlangsamt wird. Für diesen Test wird der Leakage-Faktor bei  $\gamma = 10^{-7}$  festgehalten, was der experimentell ermittelt kleinstmögliche Wert ist, bei dem der Adaptionalgorithmus stabil bleibt. Für das kürzeste getestete Filter  $N = 20$  ergibt sich ein deutli-

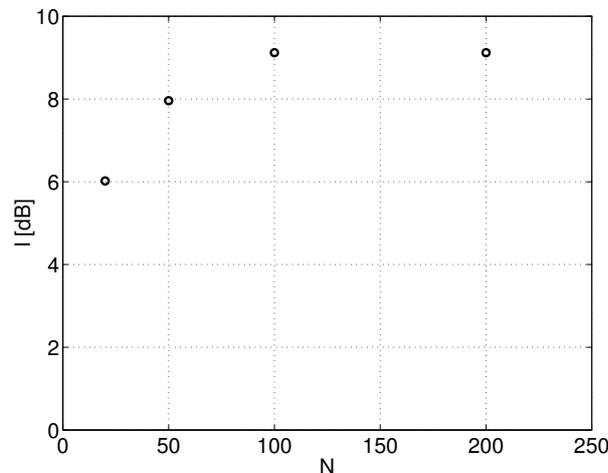


Abbildung 6.16: Gütemaße der Regelung für verschieden lange FIR-Filter

ches Absinken der Güte, allerdings verringert sich der Rechenaufwand erheblich, während wesentlich längere Filter keine deutlich besseren Ergebnisse jedoch erhöhten Rechenaufwand liefern.

In den folgenden Untersuchungen wird daher ein Filter der Ordnung  $N = 50$  verwendet, da es eine relative hohe Regelgüte von  $8dB$  bei moderatem Rechenaufwand besitzt.

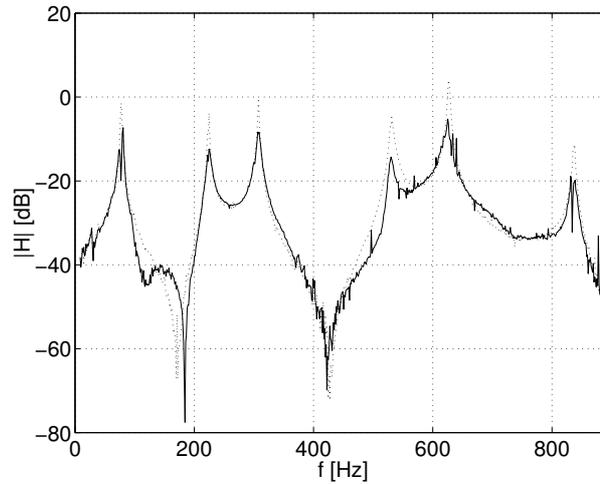


Abbildung 6.17: Frequenzgang des aktiven und des passiven Systems ( $\dots$ ),  $\gamma = 10^{-7}$

### 6.2.5 Adaptivität des aktiven Systems

Die Eigenschaften mechanischer Systeme unterliegen im Betrieb unter Umständen kleinen Variationen. Zum Beispiel können veränderte Umweltbedingungen auf die Eigenfrequenzen Einfluß haben [14][43]. Auf derartige Veränderungen soll der adaptive Regler durch Nachführung seiner Koeffizienten reagieren um damit die Zielfunktion weiterhin zu minimieren.

Um diese Eigenschaft des Reglers zu überprüfen, wird das System modifiziert, indem ein Magnet der Masse  $m = 0.02\text{kg}$  am Ende des einseitig eingespannten Balkens angebracht wird, was die Eigenfrequenzen des Systems absenkt (Tabelle 6.2). Danach wird zunächst die Identifikationsphase wiederholt, wobei die adap-

$n$	$f_n$ [Hz]	$f_n$ [Hz]	$\Delta f/f_n$ [%]
	$m = 0$	$m = 0.02\text{kg}$	
1	78.2	71.0	9.2
2	214.9	214.9	0
3	300.4	298.0	0.8
4	506.1	498.3	1.5
5	620.4	618.0	0.4
6	835.4	815.8	2.3

Tabelle 6.2: Resonanzfrequenzen mit und ohne Zusatzmasse.

tiven Kautz-Filter mit dem Vorwissen über das unmodifizierte System parametrisiert werden, um deren Fähigkeit zu erproben, einer Systemveränderung zu folgen. Für diesen Versuch werden sechs parallele Kautz-Filter der Ordnung  $K = 13$

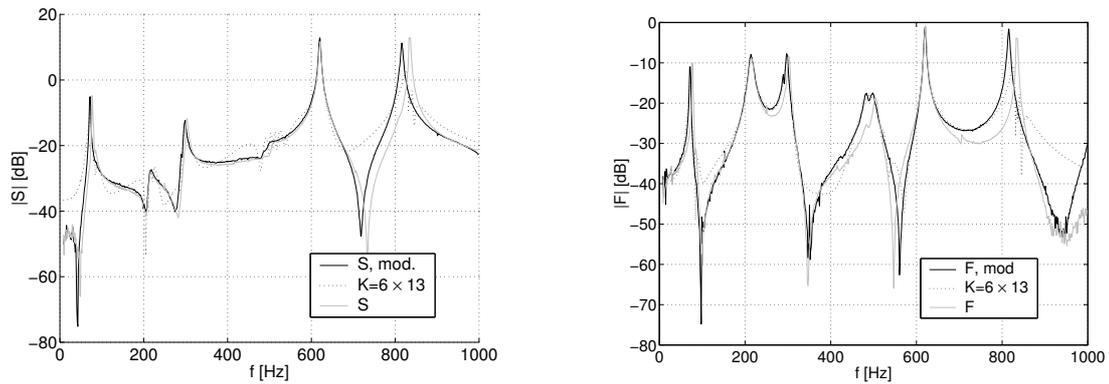


Abbildung 6.18: Kautz-Modell der Sekundär- und Feedback-Strecke, modifiziertes System

eingesetzt, um trotz der Änderung der Resonanzfrequenzen noch brauchbare Frequenzgänge der Modelle zu erhalten. Die Adaptionphase liefert ein Modell für die Strecke  $F$  mit einem Fehler  $E_{2,F} = 0.52$  und für die Strecke  $S$  mit einem Fehler  $E_{2,S} = 0.47$  (Abbildung 6.18). Der Fehler steigt also bei Veränderung der Eigenfrequenzen stark an, was die numerischen Untersuchungen am SDOF-System bestätigt (Abbildung 5.12). Daher erscheint die Verwendung adaptiver Kautz-Filter nur dann wirklich sinnvoll, wenn a priori bekannt ist, daß keine zu starken Veränderungen der Systemeigenschaften erfolgen, da mit zunehmender Änderung der Resonanzfrequenzen auch die Ordnung der Filter erhöht werden muß, um noch ein brauchbares Modell zu erhalten. In solchen Fällen können adaptive FIR-Filter günstiger sein, da sie ohne Startwerte und Vorwissen funktionieren. In einer zweiten Messung soll der adaptive Regler eine Verringerung

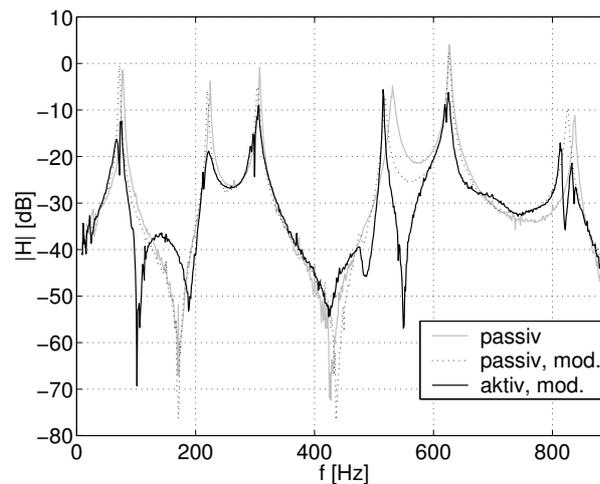


Abbildung 6.19: Frequenzgang des aktiven und des passiven Systems mit und ohne Zusatzmasse

der Vibrationen am zu entkoppelnden Balken erreichen. Die Parameter werden vom vorherigen Versuch unverändert übernommen ( $N = 50, \mu = 50, \gamma = 10^{-7}$ ). Es ergibt sich ein Gütemaß von  $I = 9dB$  über den angeregten Frequenzbereich, allerdings wird der fünfte Mode des modifizierten Systems vom adaptiven Regler nicht mehr gedämpft, andere dafür stärker als zuvor (Abbildung 6.19). Da die aufgebrachte Masse nahezu punktförmig an einer Stelle der Struktur positioniert worden ist, verändern sich unter Umständen neben den Eigenfrequenzen auch die Eigenformen, was zu einer veränderten Wirksamkeit des Interfaces in einzelnen Frequenzen führt.

Der adaptive Regler kann also auf eine Systemveränderung geeignet reagieren, womit sein wichtigster Vorteil im Vergleich mit fest eingestellten Reglern gezeigt worden ist. Ferner ist der Adaptionsalgorithmus robust gegenüber einer Verschlechterung des Modells der Sekundärstrecke durch die Modifikation des Systems.

## 6.3 AVC an einer Stahlplatte

### 6.3.1 Versuchsbeschreibung

Eine weitere Anwendung der vorgestellten Konzepte zur Vibrationsdämpfung stellen flächige Leichtbaustrukturen dar. Als experimentelles Beispiel hierfür soll eine Stahlplatte ( $900\text{mm} \times 600\text{mm} \times 1.75\text{mm}$ ) dienen, die in einem Rahmen allseitig eingespannt ist (Abbildung 6.20). Ziel des Versuchs ist die Unterdrückung der von einem elektrodynamischen Shaker eingeleiteten Vibrationen mit Hilfe einer adaptiven Gegensteuerung unter Verwendung applizierter Piezofolienaktoren und -sensoren. Hierbei soll der die ersten sieben Biegeeigenmoden umfassende Frequenzbereich betrachtet werden.

Durch numerische Berechnung der Dehnungen der Eigenformen und deren Überlagerung können insgesamt zwölf optimale Positionen für Sensoren und Aktoren bestimmt werden, die aufgrund der Symmetrie der Platte jeweils an deren Mittellinien gespiegelt sind (Abbildung 6.21)[58]. An jeder dieser Positionen und



Abbildung 6.20: Versuchsstand für das Funktionsmuster Platte

zusätzlich in der Mitte der Platte wird ein Piezoaktor und ein Piezosensor appliziert, jeweils in  $50\text{mm} \times 32\text{mm}$  messenden Funktionsmodulen integriert, die eine bessere Handhabbarkeit und Robustheit gegenüber der direkten Verwendung von piezokeramischen Plättchen bieten [118]. Da bei der Applikation von Folienaktoren auf dünnen Strukturen nicht nur Biegemomente eingeleitet werden, sondern auch ein großer Anteil ebener Dehnungen, dürfen Aktoren und Sensoren nicht kolloziert auf Ober- und Unterseite der Platte oder direkt übereinander angebracht werden. Wie eine Frequenzgangmessung des in der Plattenmitte applizierten, kollozierten Sensor-Aktor-Paares zeigt, dominieren die ebenen Anteile der Verformung die Messung der Auslenkung durch Biegung [98]. Deshalb wird eine nahezu kollozierte Anordnung gewählt, bei der die Aktoren und Sensoren in einem geringen Abstand voneinander appliziert werden, wobei im betrachteten

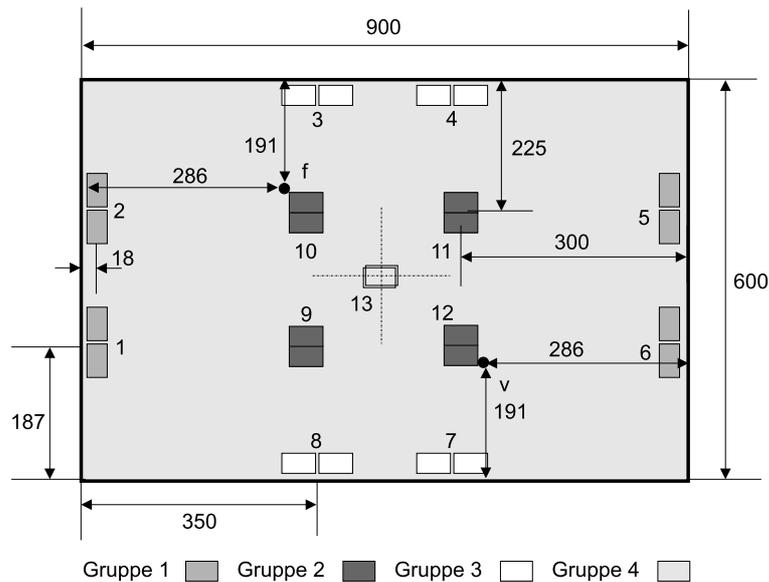


Abbildung 6.21: Positionierung der Funktionsmodule sowie des Meß- und Anregungspunkts

Frequenzbereich die Biegemoden deutlich detektierbar sind (Abbildung 6.22). Jedoch bleibt die minimalphasige Charakteristik einer kollokierten Anordnung erhalten, da sich Resonanzen und Antiresonanzen im Frequenzgang abwechseln [98]. Die Ansteuerung der Aktoren erfolgt über entsprechende Verstärker (PI LV-PZT E-116) in einem Bereich von  $0V$  bis  $100V$ , wobei eine Offsetspannung von  $50V$  gewählt wird.

Zur Einleitung der Störgröße ins System dient ein elektrodynamischer Shaker, der über eine Kraftmeßdose an der Unterseite der Platte angekoppelt ist. Der Anregungspunkt ( $f$ , Abbildung 6.21) ist so gewählt worden, daß möglichst alle Eigenmoden steuerbar sind, denn an seiner Position  $l_x/\pi, l_y/\pi$  besitzt kein Biegemode eine Knotenlinie.

Zur Messung der Normalengeschwindigkeit an der Plattenoberfläche dient ein Laservibrometer. An der gewählten Position  $v$ , die punktsymmetrisch zum Anregungspunkt liegt, lassen sich alle Biegemoden beobachten. Daher soll der Frequenzgang zwischen der eingeleiteten Kraft des Shakers und der dort gemessenen Geschwindigkeit sowohl für die passive als auch für die aktiv gesteuerte Platte aufgenommen werden, um daraus ein Gütemaß für das aktive System zu ermitteln. Diese Messung wird parallel zur Regelung über das dspace-System vorgenommen (Abbildung 6.23).

Die Aktor-Sensor-Paare werden zu drei Gruppen mit jeweils vier Aktoren und Sensoren zusammengefaßt. Das mittig angeordnete Paar (Gruppe 4) wird nicht verwendet, da es sich als untauglich erwiesen hat. In den Versuchen werden alle drei Gruppen nacheinander zur Regelung verwendet. Nach der Ermittlung des

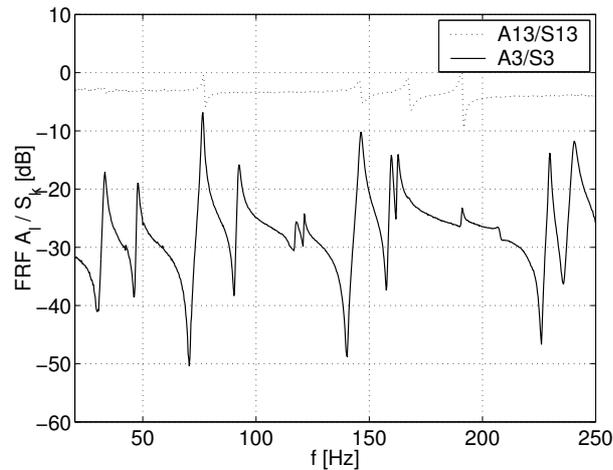


Abbildung 6.22: Frequenzgänge zwischen exakt und nahezu kolloziertem Aktor-Sensor-Paar

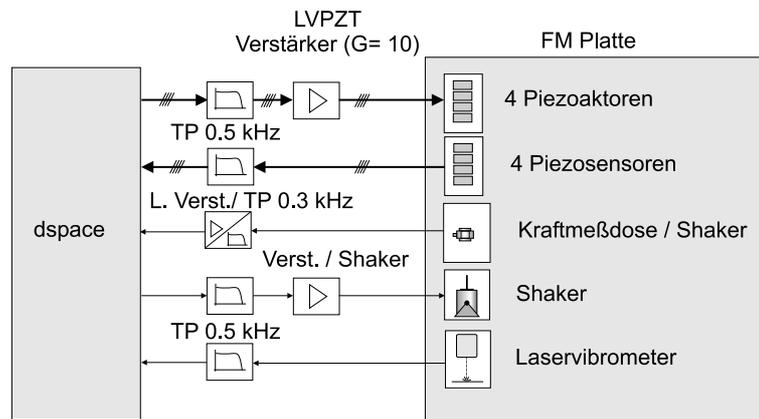


Abbildung 6.23: Versuchsaufbau zur Messung und Regelung an der Platte

jeweiligen Gütemaßes ist ein Vergleich der verschieden positionierten Gruppen möglich.

### 6.3.2 Regelungskonzepte

Zur Unterdrückung der durch den Shaker eingeleiteten Störsignale soll eine adaptive Gegensteuerung eingesetzt werden, die jeweils vier Aktoren ansteuert und die Signale von vier Sensoren verarbeitet. Das notwendige Referenzsignal wird direkt vom Signalgenerator abgenommen, so daß keine Rückwirkungseffekte existieren (Abbildung 4.6). Um die Phasenverschiebungen durch die Anti-Aliasing- und Rekonstruktionsfilter zu minimieren, wird die Abtastfrequenz möglichst hoch zu  $1\text{kHz}$  und die Grenzfrequenz dieser Filter zu  $0.5\text{kHz}$  gewählt.

Die notwendigen Modelle der  $4 \times 4 = 16$  Sekundärstrecken werden durch adaptive

Kautz-Filter gebildet, während adaptive FIR-Filter die vier Aktorsignale aus dem Referenzsignal erzeugen. Die graphische Programmierung unter Simulink erlaubt die Zusammenfassung von jeweils vier Sensoren und einem Aktor zu einem Subsystem, von dem vier parallel geschaltet werden (Anhang B.2, Abbildung B.4, B.3).

Da bei diesem Versuch eine Mehrgrößenregelung vorliegt, wird auch das Konzept der modalen Entkopplung am Plattenversuch getestet. Zur Realisierung des adaptiven Modalfilters wird ebenfalls Simulink angewandt (Anhang B.2). Allerdings wird durch dieses Konzept nur eine Beeinflussung der ersten vier Resonanzen ermöglicht, gleichzeitig sollte sich jedoch der Rechenaufwand auf dem Signalprozessor verringern.

### 6.3.3 Identifikation

Zunächst wird auch an diesem Versuch eine experimentelle Modalanalyse vorgenommen, um Aussagen über das Eigenschwingverhalten zu erzielen und das notwendige Vorwissen zur Parametrierung der adaptiven Kautz-Filter zu erhalten. Hierzu wird die Platte durch den Shaker mit bandbegrenztem weißen Rauschen erregt und die Geschwindigkeit an diskreten Punkten eines Meßnetzes der Auflösung  $100mm$  mit dem Laservibrometer gemessen. Es ergeben sich im Frequenzbereich von  $20Hz$  bis  $130Hz$  insgesamt sieben Biegeeigenmoden der Struktur (Tabelle 6.3).

Dabei liegen der dritte und der vierte Mode so nah zusammen, daß sie in den gemessenen Frequenzgängen nur schlecht unterscheidbar sind und nur mit dem Verfahren der experimentellen Modalanalyse getrennt werden können. Zu ihrer

$n$	$f_n$ [Hz]	$\theta_n$ [%]	Mode ( $n_x, n_y$ )
1	32.8	1.5	1,1
2	47.8	0.31	2,1
3	76.6	0.24	1,2
4	77.5	0.39	3,1
5	93.2	0.22	2,2
6	117.8	0.41	4,1
7	121.2	0.18	3,2

Tabelle 6.3: Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade der Platte.

Modellierung wird nur ein Kautz-Filter pro Sekundärstrecke eingesetzt, welches mit dem Mittelwert der beiden Resonanzfrequenzen  $f = 77Hz$  parametrier wird. Für die insgesamt 16 Sekundärstrecken werden daher jeweils 6 parallele Kautz-Filter eingesetzt (Abbildung B.2), deren Ordnung auf  $K = 7$  festgelegt wird. Die Identifikation erfolgt jeweils für vier Sekundärstrecken gleichzeitig, indem ein

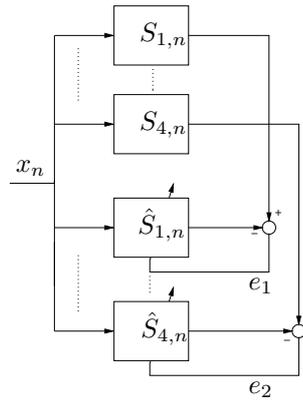
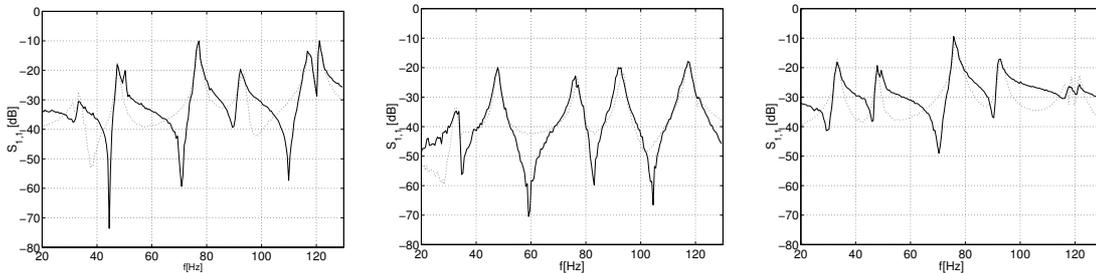


Abbildung 6.24: Adaptive mehrkanalige Identifikation

Aktor mit weißem Rauschen angesteuert wird und die sich ergebenden Signale von allen vier Sensoren verarbeitet werden (Abbildung 6.24)). Entsprechend wird danach mit den anderen Aktoren angeregt, um schrittweise alle 16 Strecken zu adaptieren. Auch die gleichzeitige Identifikation aller Sekundärstrecken durch simultane Ansteuerung aller vier Aktoren ist möglich, jedoch beeinflussen sich die Prozesse dann gegenseitig und die Genauigkeit der Modelle sowie die Adaptionsgeschwindigkeit sinken ab.

Da die Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade globale Strukturparameter darstel-

Abbildung 6.25: Kautz-Modelle der Sekundärstrecke  $S_{1,1}$ , Konfiguration 1 (links), 2 (Mitte), 3 (rechts)

len, bleiben die  $b_{1,2}$ -Parameter der Kautz-Filter unabhängig von der verwendeten Aktor-Sensor-Konfiguration gleich. Daher kann dieselbe Modellstruktur mit identischen Parametern zur Identifikation der Sekundärstrecken aller drei Konfigurationen eingesetzt werden. Als Beispiel dient die Sekundärstrecke  $S_{1,1}$ . Da die Eigenfrequenzen globale Parameter der Struktur darstellen, die Antiresonanzen aber von der Wahl der jeweiligen Erreger- und Sensorposition abhängen, besitzen alle drei Konfigurationen dieselben Resonanz- aber unterschiedliche Antiresonanzstellen [42]. Für alle drei Konfigurationen ergeben sich gute Modelle im Bereich der Eigenfrequenzen der Platte, jedoch eine schlechte Modellierung in den Minima des Frequenzgangs. Da sich in Frequenzgängen zwischen nahezu

kolloziert angeordneten Aktoren und Sensoren Resonanzen und Antiresonanzen abwechseln, ergeben sich für diese in allen Fällen die Modelle mit dem größten Approximationsfehler

$$E_{2,S} = \frac{\|S_{k,l}(j\omega) - \hat{S}_{k,l}(j\omega)\|_2}{\|S_{k,l}(j\omega)\|_2} \quad (6.4)$$

$$\omega = 2\pi 20s^{-1} \dots \omega = 2\pi 130s^{-1}$$

der aus den gemessenen Frequenzgängen berechnet wird (Tabellen C.1, C.2, C.3). Für die Regelung mit dem Leaky-LMS-Algorithmus ist aber der Bereich der Antiresonanzen nur von geringer Bedeutung, so daß mit diesen Modellen der Sekundärstrecke gearbeitet werden kann.

### 6.3.4 Mehrkanalige adaptive Gegensteuerung

Ziel der adaptiven Gegensteuerung ist die Minimierung der an den vier Fehler-sensoren gemessenen Signale. Zur Beurteilung der Regelgüte wird die mit dem Vibrometer gemessene Geschwindigkeit am Punkt  $v$  als unabhängige Meßgröße genutzt. Die Regelgüte wird aus dem Frequenzgang

$$H(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{F(j\omega)} \quad (6.5)$$

zwischen eingeleiteter Kraft des Shakers und dieser Geschwindigkeit bestimmt:

$$I = \frac{\|H(j\omega)\|_{2,passiv}}{\|H(j\omega)\|_{2,aktiv}} \quad (6.6)$$

Dieses Maß ermöglicht auch den Vergleich zwischen der Verwendung der verschiedenen Aktor-Sensor-Gruppen.

Aus dem Störsignal  $x(n)$  (weißes Rauschen) und den Ausgangssignalen der adaptiven Filter lassen sich deren Frequenzgänge ermitteln (Abbildung 4.6):

$$W_n(j\omega) = \frac{Y_n(j\omega)}{X(j\omega)} \quad n = 1 \dots 4 \quad (6.7)$$

Neben der Regelgüte ist auch der Regelaufwand von Interesse. Da alle Aktorsignale eine identische analoge Signalverarbeitung und Verstärkung durchlaufen, ist die Übertragungsfunktion  $W_n$  hierfür entscheidend. Daher wird deren  $H_2$ -Norm  $\|W_n(j\omega)\|_2$  als Maß für die Stellenergie herangezogen. Auch hier soll ein Vergleich zwischen den verschiedenen verwendeten Aktor-Sensor-Gruppen erfolgen.

Der MIMO-FXLMS-Regler wird mit vier adaptiven FIR-Filtern der Ordnung  $N = 50$  implementiert. Eine geringere Ordnung erscheint aufgrund der bei den Tests am aktiven Interface nicht sinnvoll, während eine höhere Ordnung aufgrund der *turnaround time* von  $0.56ms$  auf dem verwendeten System bei einer Abtastrate von  $1kHz$  nicht möglich ist.

### Rauscherregung

Für einen ersten Versuch wird die Konvergenzkonstante zu  $\mu = 10$  und der Leakage-Faktor zu  $\gamma = 10^{-6}$  gewählt und das System mit bandbegrenztem weißen Rauschen erregt. Zunächst wird die adaptive Identifikation wie zuvor beschrieben durchgeführt. Nach der Messung des Frequenzgangs  $H(j\omega)$  für die passive Platte wird das aktive System zugeschaltet. Nach einer Zeit von 20s, die sicherstellen soll, daß alle vier adaptiven Filter sich im stationären Zustand befinden, wird erneut eine Frequenzgangmessung vorgenommen.

Dieses Vorgehen wird mit den drei verschiedenen Aktor-Sensor-Gruppen wiederholt und jeweils die Maße für Regelgüte und Regelaufwand bestimmt.

Im Vergleich der drei Konfigurationen zeigt sich, daß mit keiner der drei Gruppen alle Resonanzen des Frequenzgangs beeinflusst werden können. Während nur durch die an den Längsseiten der Platte positionierten Aktoren und Sensoren eine Regelung des ersten Eigenmodes möglich ist, bleiben ebenso nur durch sie der sechste und siebte Mode unbeeinflusst (Abbildung 6.26). Dagegen ist mit denen auf den Querseiten der Platte angeordneten Aktoren und Sensoren die Beeinflussung des eng benachbarten dritten und vierten Modes nicht möglich.

Bei der Berechnung der Gütemaße für die Regelung ergibt sich der beste Wert

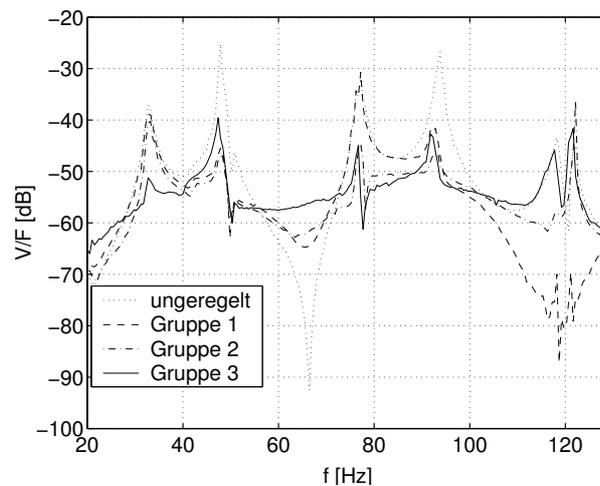


Abbildung 6.26: Vergleich der Regelung bei Nutzung der drei Aktor-Sensor-Gruppen

Gruppe	$I[dB]$	$\ W_1\ _2[dB]$	$\ W_2\ _2[dB]$	$\ W_3\ _2[dB]$	$\ W_4\ _2[dB]$
1	6.0	43.9	42.6	45.0	43.3
2	9.4	44.9	47.2	46.5	48.7
3	11.3	44.2	44.3	45.0	48.0

Tabelle 6.4: Vergleich der Regelgüte

für die dritte Konfiguration (Tabelle 6.4), obwohl auch mit ihr nicht alle Moden regelbar sind. Allerdings lassen sich die drei im Frequenzgang am stärksten ausgeprägten Resonanzspitzen unterdrücken, woraus sich eine breitbandige Absenkung der energiebezogenen Norm ergibt. Daher liefert die erste Konfiguration ein wesentlich schlechteres Gütemaß, obwohl mit ihr die beiden letzten Moden am stärksten abgesenkt werden, da diese im Frequenzgang zu kleineren Spitzen führen. Die vergleichende Betrachtung des energiebezogenen Gütemaßes ist daher als alleiniges Bewertungskriterium wenig geeignet.

Der Frequenzgang zwischen Geschwindigkeitssignal und Kraft zeigt weiterhin den breitbandigen Einfluß der adaptiven Gegensteuerung auch außerhalb der Resonanzfrequenzen. Die breitbandige Anregung der Struktur mit den Aktoren führt zu einer Anhebung im Bereich der Minima. Dies wird durch die einzelnen Frequenzgänge der adaptiven Filter erklärt (Abbildung 6.27), die als FIR-Filter ausschließlich Nullstellen realisieren [55]. Daher werden auch große Aktorsignale außerhalb der Resonanzfrequenzen der Struktur generiert, was zur beobachteten Vergrößerung der Amplituden führt.

Wird noch die Norm der Filterfrequenzgänge gebildet, ergibt dies nahezu gleiche

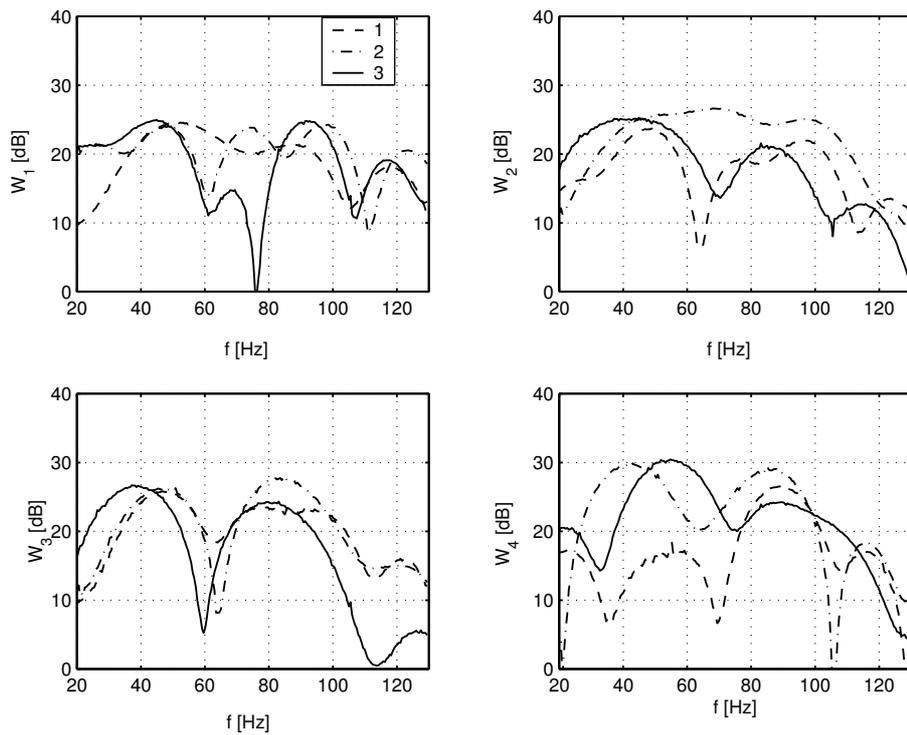


Abbildung 6.27: Vergleich der Frequenzgänge der vier adaptiven Filter bei Nutzung der drei Aktor-Sensor-Gruppen

Werte unabhängig von der Aktor-Sensor-Konfiguration (Tabelle 6.4). Daher ist die dritte Konfiguration als Beste der drei getesteten zu bewerten, was die nu-

merischen Ergebnisse bestätigt [58] und es werden weitere Untersuchungen mit dieser Konfiguration vorgenommen.

In einem weiteren Versuch wird der Einfluß des Leakage-Parameters  $\gamma$  getestet. Wie erwartet, nimmt mit kleineren Werten des Parameters die Regelgüte ebenso

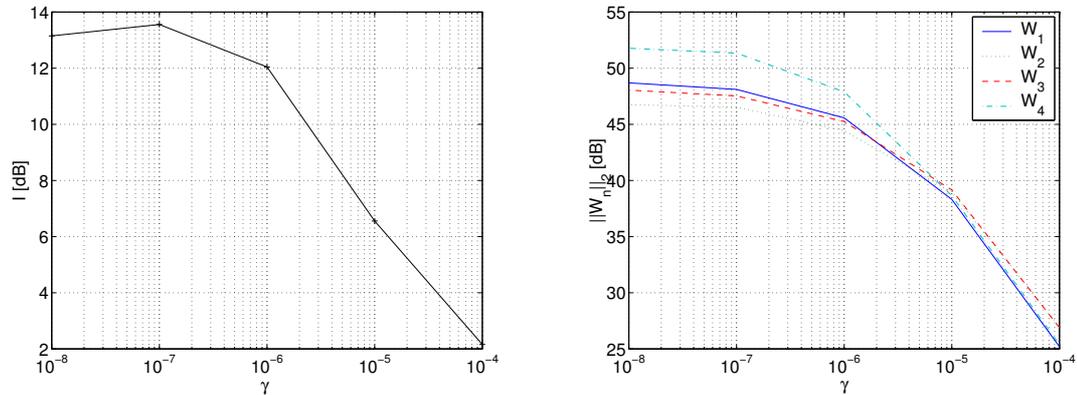


Abbildung 6.28: Einfluß des Leakage-Faktors auf Regelgüte (links) und Regelaufwand (rechts)

wie der Regelaufwand zu, da  $\gamma$  eine Begrenzung des Aktorsignals bewirkt (Abbildung 6.28). Bei sehr kleinen Werten von  $\gamma$  wird allerdings die Regelgüte nicht weiter verbessert oder verschlechtert sich sogar, da die Aktoren mit sehr großen Signalen übersteuert werden, was zu Nichtlinearitäten und Anregung höherer Moden führen kann.

### Harmonische Erregung

Bisher ist für alle Versuche weißes Rauschen als Erregersignal verwendet worden. In der Praxis jedoch wird die adaptive Gegensteuerung hauptsächlich bei harmonischen Signalen mit sich langsam ändernder Frequenz verwendet. Daher soll noch ein Test mit einem solchen Signal durchgeführt werden. Der Frequenzbereich von  $20\text{Hz}$  bis  $130\text{Hz}$  wird dabei schrittweise angeregt, wobei bei jedem Frequenzstützpunkt eine kurze Zeit zur Adaption der Filter  $W_n(z)$  und zur Messung der Signale verwendet wird. Der Frequenzgang des aktiven Systems weist keine großen Unterschiede gegenüber dem Fall der Rauscherregung auf (Abbildung 6.29).

Das Ergebnis der Messung demonstriert jedoch die Abhängigkeit der adaptiven Filterkoeffizienten von den zeitlichen Eigenschaften des Eingangssignals (vgl. Gl. (A.7)). Obwohl das bandbegrenzte Rauschen und die schrittweise harmonische Erregung dasselbe Spektrum besitzen, ergeben sich über der Frequenz unterschiedliche Aktorsignale, da im ersten Fall alle Frequenzen gleichzeitig, im letzteren Fall nacheinander angeregt werden (Abbildung 6.30). Bei der harmonischen Erregung wird das Aktorsignal in den Eigenfrequenzen der Struktur konzentriert,

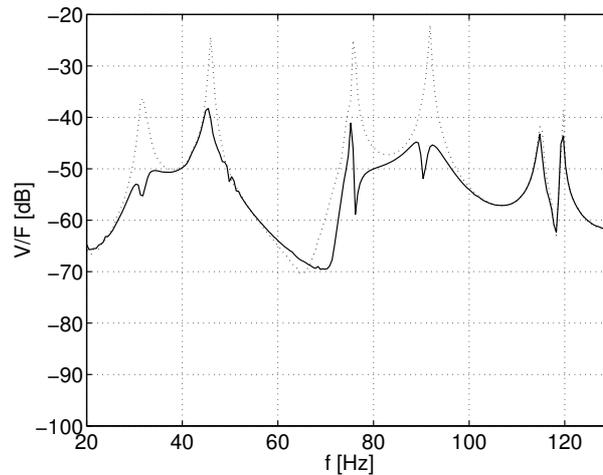


Abbildung 6.29: Adaptive Gegensteuerung bei harmonischer Erregung

weiterhin ergeben sich vom Betrag her nahezu identische Verläufe für die vier adaptiven Filter. Im Gegensatz zu fest eingestellten Reglern ist also bei adaptiven Algorithmen neben dem Spektrum auch der zeitliche Verlauf des Erregersignals bei der Auslegung von Interesse.

### 6.3.5 Modale Gegensteuerung und Regelung

Mit Hilfe der je vier Aktoren und Sensoren kann auch eine modal entkoppelte adaptive Gegensteuerung realisiert werden. Hierdurch kann einerseits jeder Mode selektiv gesteuert werden, andererseits sollte sich auch eine Verringerung des Rechenaufwands für den Algorithmus ergeben.

#### Adaptive Modalfilter

Die modale Entkopplung wird durch adaptive Modalfilter realisiert (Kapitel 4). Die Programmierung erfolgt in diesem Fall durch Simulink-Standardfunktionen (Abbildung B.6, Abbildung B.7).

Das notwendige Modell einer Aktor-Sensor-Strecke in Parallelstruktur ist aus den vorherigen Versuchen bereits in Form paralleler adaptiver Kautz-Filter vorhanden, deren Ausgänge auch jeweils einzeln verwendet werden können. Der dritte und der vierte Mode fallen jedoch in den Frequenzgängen zu einer Resonanzspitze zusammen, weshalb sie gemeinsam mit nur einem Kautz-Filter identifiziert werden. Daher ist eine modale Entkopplung beider mit dem verwendeten adaptiven Verfahren nicht möglich, sie werden wie ein Mode behandelt. Somit kann mit den vier Aktoren und Sensoren der Frequenzbereich von  $(0..100\text{Hz})$  mit einer modal entkoppelten Gegensteuerung beeinflusst werden. Im zweiten Schritt wird das Modell in seine parallelen Komponenten zerlegt. Jedes Kautz-Filter als

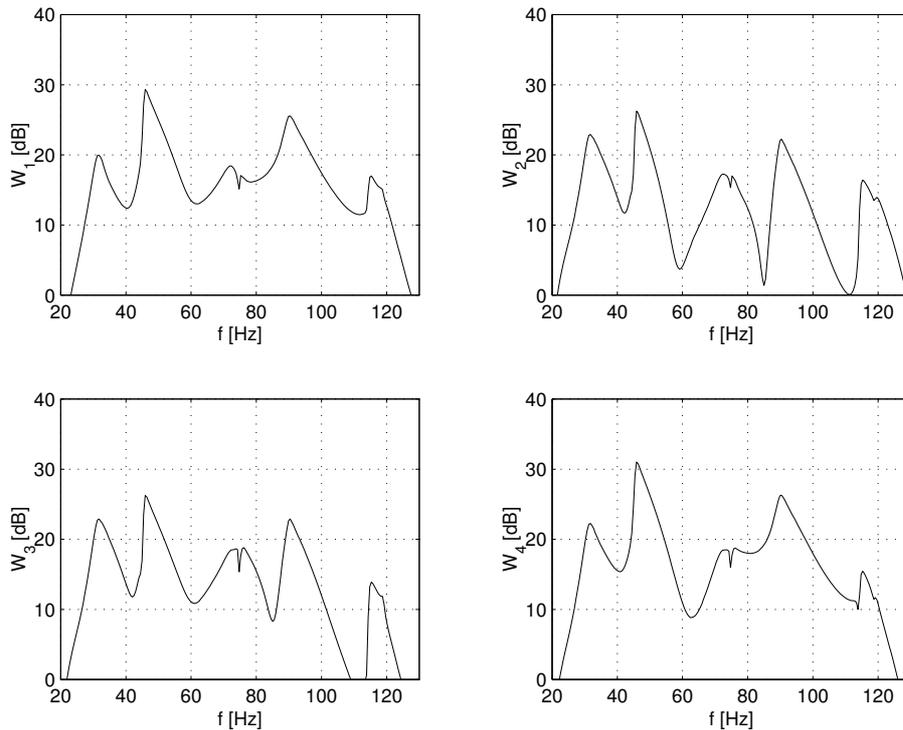


Abbildung 6.30: Frequenzgang der adaptiven Filter bei harmonischer Erregung

Modell für einen Mode dient als Referenz für das entsprechende adaptive Modalfilter (Abbildung 6.31), und die Koeffizienten  $\underline{\alpha}$  werden adaptiert. Aufgrund der Unabhängigkeit der einzelnen Moden untereinander kann die Adaption aller vier Modalfilter gleichzeitig erfolgen. Die Abbildung 6.32 zeigt den Zeitverlauf der insgesamt 16 Koeffizienten, wobei über zehn Versuche gemittelt worden ist, um das Rauschen des stochastischen LMS-Algorithmus aus den Signalen zu entfernen. Die Koeffizienten erreichen nach einigen Sekunden den stationären Zustand (Abbildung 6.33). Aufgrund der symmetrischen Anordnung der vier Sensoren und der Symmetrie der einzelnen Moden ist zu erwarten, daß die Filterkoeffizienten für einen Mode denselben Betrag besitzen. Im Versuch ergeben sich jedoch Unterschiede, die auf eine Abweichung von der Symmetrie hindeuten, welche zum Beispiel durch Unsymmetrie in den Eigenformen der Platte oder verschieden gute mechanische Ankopplung der Sensoren an die Struktur verursacht werden können. Ferner ist die Trennung des dritten (1, 2) und vierten (3, 1) Schwingungsmodes mit dem adaptiven Modalfilter nicht möglich, wodurch das adaptive Modalfilter für diesen Mode eine ungenaue Lösung liefert. Die vier Ausgangssignale des adaptiven Modalfilters zeigen jedoch eine gute Approximation des vorgegebenen modalen Frequenzgangs. Im Versuch ist eine perfekte modale Entkopplung der Ausgangssignale offensichtlich nicht realisierbar (Abbildung 6.34), allerdings beträgt der Abstand zwischen dem gefilterten und den unterdrückten Moden ca.

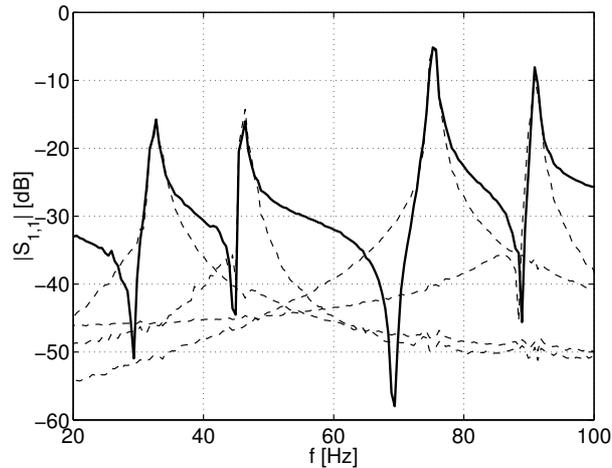


Abbildung 6.31: Frequenzgang zwischen Aktor 1 und Sensor 1 und seine Zerlegung in modale Komponenten durch Kautz-Modelle

15dB.

Da die Aktoren zu den Sensoren nahezu kolloziert angeordnet sind, wird das adaptierte sensorseitige Modalfilter ebenfalls zur modalen Transformation der Aktorsignale verwendet.

### Modale Gegensteuerung

Zur adaptiven Gegensteuerung wird erneut der FXLMS-Algorithmus eingesetzt, jedoch ergeben sich jetzt vier unabhängige SISO-Systeme. Die Sekundärstrecken ergeben sich aus den Übertragungsfunktionen zwischen dem modalen Aktorsignal  $\nu_n$  und dem entsprechenden modalen Sensorsignal  $q_n$ :

$$S_n(z) = \frac{Q_n(z)}{\nu_n(z)} \quad (6.8)$$

Gegenüber der modalen Filterung nur auf der Sensorseite ergibt sich durch die zusätzliche modale Filterung der Aktorsignale eine Unterdrückung der jeweils herauszufilternden Moden um weitere 15dB. Daher entsprechen die Frequenzgänge der Sekundärstrecken mit Ausnahme dessen des dritten Modes nahezu denen von Systemen mit einem Freiheitsgrad, womit das Ziel der modalen Entkoppelung erreicht ist. Diese werden jeweils mit einem adaptiven Kautz-Filter der Ordnung  $K = 7$  identifiziert, welches mit Eigenfrequenz und Dämpfungsgrad des entsprechenden Modes parametrisiert wird, wobei sich Approximationsfehler  $E_2 = 0.25; 0.43; 0.17; 0.32$  ergeben (Abbildung 6.35).

Im nächsten Schritt wird die eigentliche Unterdrückung der durch den Shaker in die Struktur eingeleiteten Vibrationen vorgenommen. Das Störsignal ist in diesem Fall auf das Frequenzband 20Hz...100Hz begrenztes weißes Rauschen,

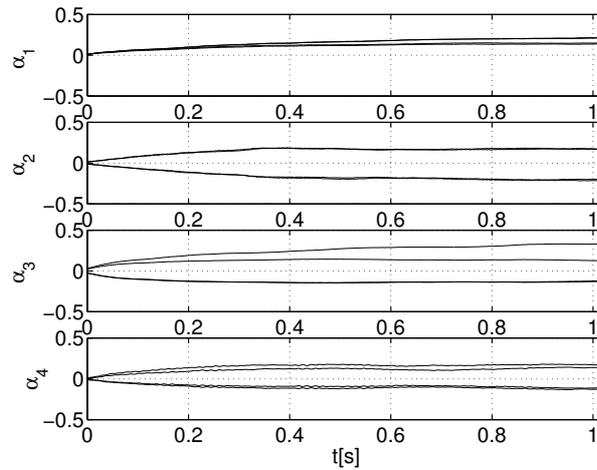


Abbildung 6.32: Adaption der Koeffizienten des adaptiven Modalfilters für vier Moden

welches auch als Referenzsignal für die vier modalen adaptiven Gegensteuerungen zur Verfügung gestellt wird. Die adaptive Filterung des Referenzsignals zur Erzeugung der modalen Stellgrößen wird mit FIR-Filtern der Ordnung  $N = 50$  vorgenommen. Im theoretischen Fall reicht ein Filter erster Ordnung aus, jedoch gilt dies nur für die perfekte Entkopplung und vollständige Beobachtbarkeit aller Moden des Systems, was im Versuch nicht erreicht werden kann. Das Filter höherer Ordnung soll daher eine Bandbegrenzung der Stellgrößen bewirken, um Spillover-Effekte zu anderen Moden zu verringern.

Wegen der relativ guten Entkopplung der Systeme untereinander kann jedes modale System einzeln getestet werden, um jeweils optimale Parameter für die Konvergenzkonstante  $\mu_n$  und den Leakage-Parameter  $\gamma_n$  zu finden. Da die Sekundärstrecke für den dritten Mode den größten Betrag über der Frequenz aufweist, wird das entsprechende adaptive Filter mit einem kleineren  $\mu$  parametrisiert als Filter der anderen modalen Systeme (vergl. Gl. (4.7)). Der Faktor  $\gamma_n$  wird jedoch für alle Systeme zu  $10^{-8}$  gewählt.

Zur Beurteilung des aktiven Systems wird auch hier der Frequenzgang zwischen der durch den Shaker eingeleiteten Kraft und der mit dem Vibrometer gemessenen Geschwindigkeit herangezogen. Bei Aktivierung jeweils einer Gegensteuerung zeigt sich eine gute Unterdrückung der entsprechenden Resonanz, jedoch keine Beeinflussung der anderen Moden (Abbildung 6.36). Auch dies demonstriert die Güte der modalen Entkopplung. Bei Aktivierung aller vier modalen Gegensteuerungen gleichzeitig ergibt sich entsprechend eine Überlagerung der Effekte. Das Gütemaß über den angeregten Frequenzbereich beträgt  $I = 11.4dB$ . Der resultierende Frequenzgang entspricht ungefähr dem bei der voll gekoppelten  $4 \times 4$ -MIMO-Gegensteuerung erhaltenen. Dabei weist das modal entkoppelte System jedoch mit einer *turnaround time* von  $0.1ms$  eine wesentlich geringere Rechenlei-

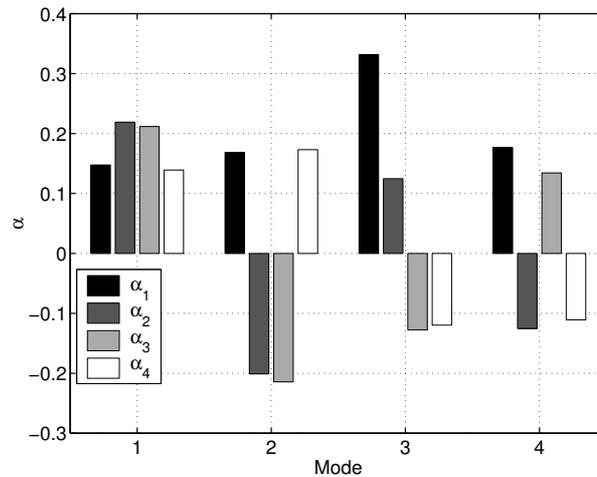


Abbildung 6.33: Koeffizienten des adaptiven Modalfilters für vier Moden

stung auf. Die Messung der nach der Konvergenz der vier adaptiven FIR-Filter sich ergebenden Frequenzgänge zeigt die Begrenzung der Stellenergie des modalen Systems auf den jeweiligen zu unterdrückenden Mode (Abbildung 6.38). Gleichzeitig ergeben sich Minima im Frequenzgang bei den Resonanzfrequenzen der anderen Moden, was ihre Beeinflussung durch Spillover-Effekte minimiert.

### Modale adaptive Regelung (IMC)

Auf Basis der adaptierten Modalfilter und der modalen Gegensteuerung kann durch eine einfache Erweiterung eine adaptive Regelung nach der Internal Model Control-Methode erhalten werden, indem das Modell für die Sekundärstrecke auch zur Schätzung des Störsignals verwendet wird (Abbildung B.9). Durch die aus der modalen Entkopplung resultierenden einfachen Sekundärstrecken ist auch der Aufwand zur Implementierung dieses Konzepts gering, ferner wird das Referenzsignal für den FXLMS-Algorithmus nicht mehr von der Quelle des Störsignals abgenommen. Bei gleicher Wahl der Parameter  $\mu_n$  und  $\gamma_n$  ergibt sich jedoch eine geringere Regelgüte von  $I = 6dB$ . Durch die Einführung der Rückkopplung wird allerdings der Vorzug der unbedingten Stabilität der adaptiven Gegensteuerung aufgegeben. Weiterhin ist das geschätzte Referenzsignal nicht das in die Struktur eingeleitete, sondern das bereits mit dem Übertragungsverhalten der Struktur eingefilterte weiße Rauschen, was die schmalbandige Absenkung der einzelnen Resonanzspitzen erklärt.

Die Modifikation der adaptiven Gegensteuerung mit der modalen Entkopplung stellt für die Steuerung aktiver Strukturen eine Verbesserung hinsichtlich des Aufwands und der unabhängigen Beeinflussung einzelner Resonanzen dar. Ein Nachteil ist jedoch, daß mit einer bestimmten Anzahl Sensoren und Aktoren nur höchstens die gleiche Anzahl Moden beeinflusst werden kann, was bei einer

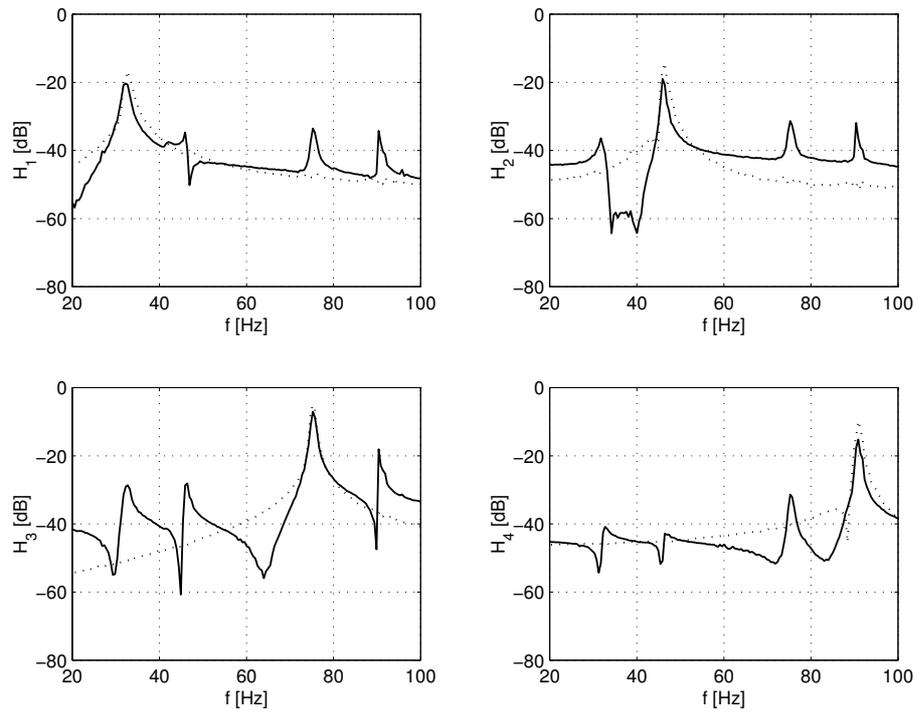


Abbildung 6.34: Ausgangssignale des Modalfilters und zur Adaption verwendete Modelle ( $\cdots$ )

Erweiterung des angeregten Frequenzbereichs den Aufwand an analoger Signalverarbeitung durch die notwendige Anzahl der Kanäle stark vergrößert.

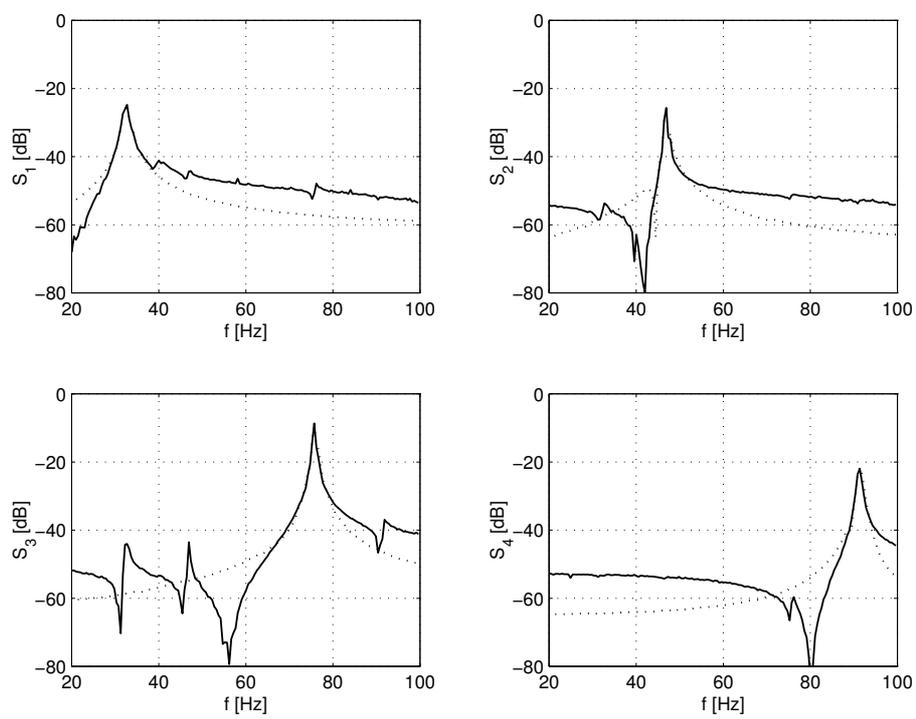


Abbildung 6.35: Modale Sekundärstrecken und entsprechende Kautz-Modelle (...)

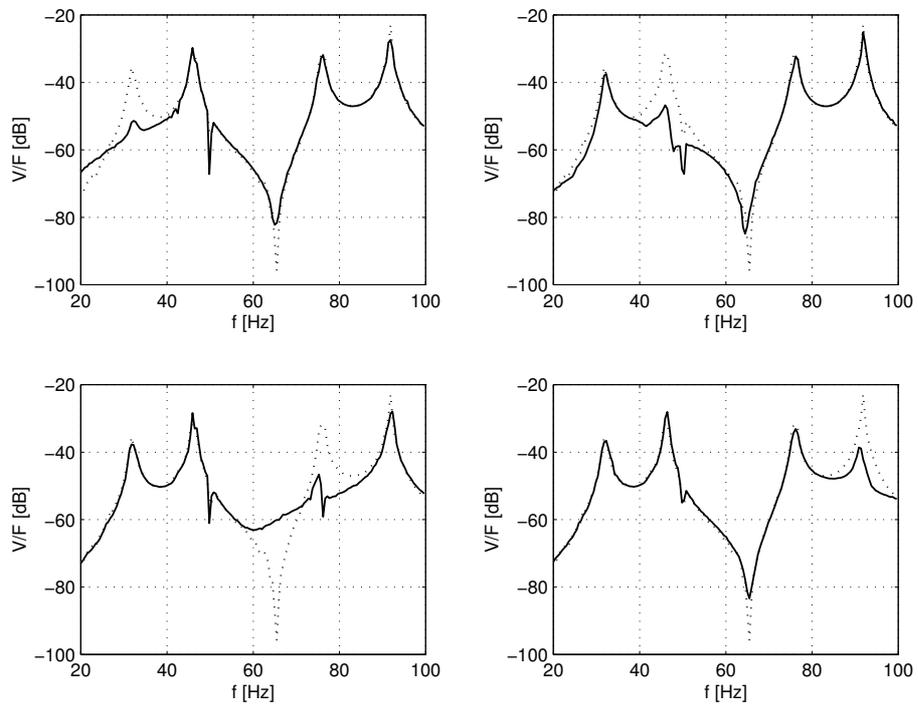


Abbildung 6.36: Anwendung der modalen Gegensteuerung bei einzelnen Moden ( $\cdots$ : unregelt)

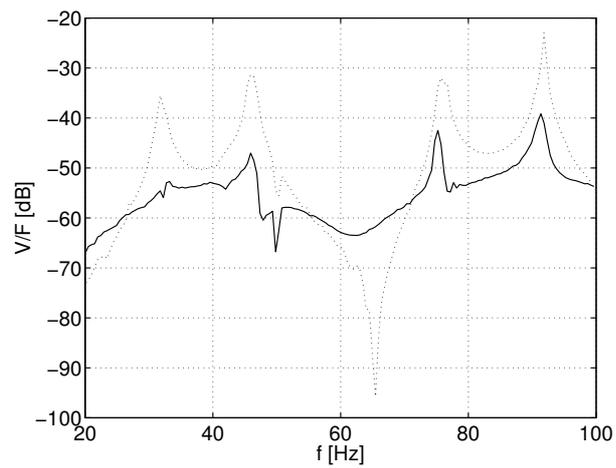


Abbildung 6.37: Anwendung der modalen Gegensteuerung bei allen Moden ( $\cdots$ : unregelt)

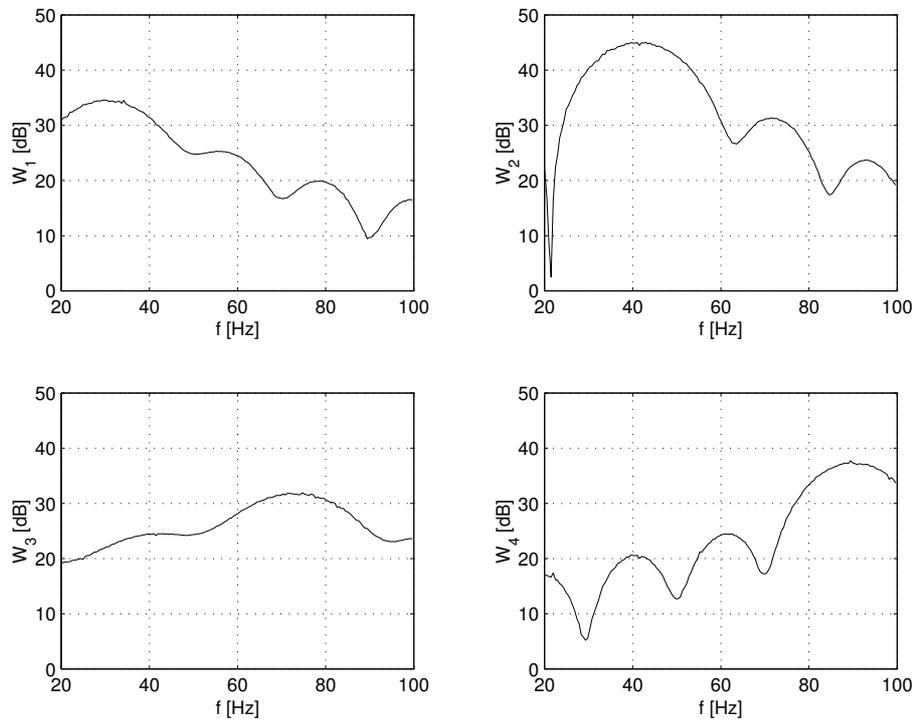


Abbildung 6.38: Frequenzgänge der vier adaptiven FIR-Filter bei modaler Gegensteuerung

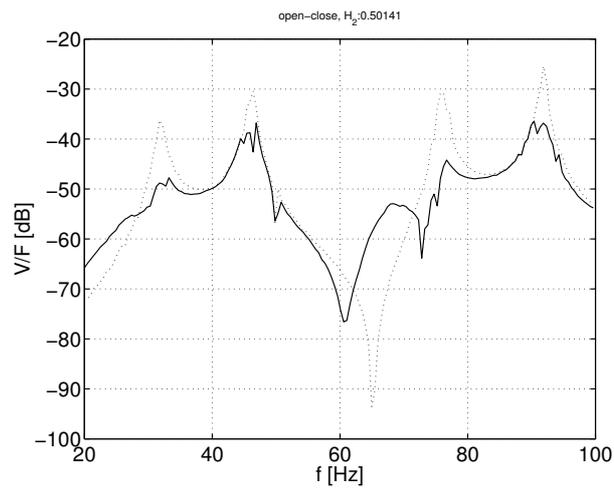


Abbildung 6.39: Anwendung der modalen Regelung ( $\cdots$ : unregelt)

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Die Verminderung von Vibrationen mit Hilfe aktiver Struktursysteme stellt besondere Anforderungen an die verwendeten Regelungskonzepte. Neben dem Vorhandensein einer Regelstrecke mit mehreren, zumeist schwach gedämpften Moden muß auch eine Veränderung der Systemparameter oder der eingeleiteten Störsignale über der Zeit in Betracht gezogen werden. In der vorliegenden Arbeit wurde deshalb die Anwendung adaptiver digitaler Filter zur Regelung und Identifikation aktiver strukturdynamischer Systeme untersucht, wobei besonders Aspekte der Einfachheit, Robustheit und Stabilität berücksichtigt wurden.

Eine aktive Struktur stellt meist ein Mehrgrößensystem mit mehreren Sensoren und Aktoren dar. Durch Einführung modaler Filter kann dieses auf die entkoppelte Regelung einzelner Systeme mit nur einem Ein- und Ausgang und einem Schwingungsmodus zurückgeführt werden, was den Aufwand bei der Realisierung entsprechend verringert und die selektive Regelung einzelner Moden erlaubt. Adaptive Modalfilter können die entsprechenden Parameter während des Versuchs auf einfache Art ermitteln. Hierzu ist allerdings ein Modell der Regelstrecke erforderlich, das sich nach der Identifikation in seine modalen Komponenten zerlegen läßt. Ein Nachteil der modalen Regelung ist die Notwendigkeit, mindestens so viele Aktoren und Sensoren zu benutzen, wie Moden zu trennen sind.

Da zur Implementierung adaptiver Steuerungen und Regelungen Modelle der Regelstrecke in Form digitaler Filter erforderlich sind, ist deren adaptive Identifikation von Interesse. Durch modale Zerlegung der Regelstrecke ist auch hier eine Vereinfachung der Aufgabenstellung auf ein System mit einem schwingungsfähigen Freiheitsgrad möglich. Insbesondere sind adaptive Kautz-Filter untersucht worden, die garantierte Stabilität besitzen, zu deren Parametrierung allerdings Vorwissen über die Pole des zu modellierenden Systems notwendig ist. Numerische Untersuchungen demonstrierten die Möglichkeit, präzise Modelle zu erhalten, wenn entsprechend genaues Vorwissen vorhanden ist. Im Vergleich zu den ebenfalls garantiert stabilen FIR-Filtern besitzen Kautz-Filter einen deutlich verringerten Rechenaufwand, jedoch ergibt sich durch die notwendige Parametrierung ein Verlust an Flexibilität und somit der Fähigkeit, großen Änderungen in den Sy-

stemparemtern bei gleichbleibender Modellqualität zu folgen. Systeme mit mehr als einem Freiheitsgrad können durch entsprechende Parallelschaltung mehrerer Kautz-Filter modelliert werden.

Zur Implementierung der Algorithmen auf einem Signalprozessor sind die adaptiven Filtersysteme als C-Programme realisiert und als Blöcke in die Simulink-Umgebung eingebunden worden. Dies ermöglicht den modularen Aufbau verschiedener adaptiver Gegensteuerungen oder Regler unter Einbeziehung einer adaptiven Identifikation der Sekundärstrecken. Gleichzeitig wird durch die Verwendung der C-programmierten Simulink-Blöcke die Verwendung in Echtzeitanwendungen ermöglicht.

Die erstellten Konzepte sind an zwei Versuchen getestet worden. Zunächst wurde für ein aktives Interface zur Entkopplung zweier Balken eine adaptive Gegensteuerung implementiert. Da das Referenzsignal von der Struktur abgenommen wurde, mußte durch entsprechende Erweiterungen des Reglers die Aktorwirkung auf dieses Signal kompensiert werden. Die benötigten Modelle der Strecken vom Aktor zu Referenz- und Fehlersensor sind zu Vergleichszwecken mit adaptiven Kautz- und FIR-Filtern verschiedener Ordnung realisiert worden, wobei die Kautz-Filter mit dem aus einer experimentellen Modalanalyse gewonnenen Ergebnis für Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte der Struktur parametrisiert worden sind. Unter diesen Voraussetzungen sind diese den FIR-Filtern hinsichtlich der benötigten Rechenzeit und der Modellqualität überlegen.

Mit der adaptiven Gegensteuerung wird eine breitbandige Schwingungsberuhigung am zu entkoppelnden Balken erreicht. Die Adaptivität des Gesamtsystems ist durch eine gezielte Modifikation mittels einer Zusatzmasse überprüft und bestätigt worden.

Den zweiten Versuch stellte die aktive Schwingungskompensation an einer mit Piezoaktoren und -sensoren bestückten Platte dar. Mit den verfügbaren Wandlern wurde ein MIMO-System mit je vier Ein- und Ausgängen konfiguriert, wobei aus den 24 Wandlern drei Gruppen gebildet und die Wirksamkeit der aktiven Maßnahmen bezüglich der Wahl verschieden positionierter Aktoren und Sensoren verglichen wurde. Als Regelungskonzept wurde zunächst die adaptive Gegensteuerung angewandt. Die Identifikation der notwendigen 16 Sekundärstrecken erfolgte hier ausschließlich mit adaptiven Kautz-Filtern, die mit dem Ergebnis einer zuvor durchgeführten experimentellen Modalanalyse parametrisiert wurden. Zur Verbesserung der Robustheit und Begrenzung des Stellsignals wurde der Leaky-LMS-Algorithmus implementiert. Im Versuch konnte durch eine Parameteruntersuchung gezeigt werden, daß mit Hilfe des Leakage-Faktors eine Abwägung zwischen Begrenzung des Stellsignals und Verringerung der Regelgüte erfolgen werden kann.

Da häufig harmonische Störsignale vorliegen, ist zusätzlich zur Rauscherregung auch ein solches Signal untersucht worden, dessen Frequenz sich langsam über den gesamten betrachteten Frequenzbereich erhöht. Das erzielte Ergebnis der adaptiven Gegensteuerung ist allerdings ähnlich.

Um das rechenaufwendige Regelungskonzept zu vereinfachen, ist zusätzlich eine modal entkoppelte Gegensteuerung eingesetzt worden. Die benötigten modalen Filter wurden dafür ebenfalls adaptiv realisiert. Um hierfür modale Referenzmodelle zu gewinnen, wurde das in Parallelstruktur adaptiver Kautz-Filter vorhandene Modell einer Aktor-Sensor-Strecke verwendet. Die erzielte modale Entkopplung wurde anhand von Frequenzgangmessungen verifiziert.

Für jedes der sich ergebenden modalen Systeme wurde eine entkoppelte, einkanalige FXLMS-Gegensteuerung implementiert. Die erzielten Ergebnisse sind dabei mit denen der gekoppelten Gegensteuerung vergleichbar, wobei auch die selektive Steuerung einzelner Moden der Struktur getestet wurde. Durch die modale Entkopplung und die Verwendung von adaptiven FIR-Filtern, die die Stellenergie außerhalb des anzuregenden Modes minimieren, konnten Spillover-Effekte vermieden werden. Jedoch können nur so viele Moden wie Aktoren und Sensoren vorhanden sind, entkoppelt gesteuert und beobachtet werden. Schließlich wurde noch auf die Verwendung des Referenzsignals verzichtet und eine modale adaptive Regelung realisiert. Die mit diesem Konzept erzielten Ergebnisse besitzen eine etwas geringere Regelgüte. Zudem ist dieses System aufgrund der vorhandenen Rückkopplung weniger robust.

Als weitergehende Entwicklung ist zunächst die Erprobung der vorgestellten Konzepte in Anwendungen außerhalb des Labors von Interesse, wobei neben der Anwendung auf praktisch anwendbare aktive Strukturen auch die Implementierung der Algorithmen auf Prozessorsystemen vorgenommen werden sollte, die nicht über die hohe Rechenleistung einer dSpace-Entwicklungsumgebung verfügen.

Darüberhinaus kann jeder einzelne Bestandteil der Konzepte für weitere Anwendungen verwendet werden. Die Entkopplung durch adaptive Modalfilter kann beispielsweise auch für andere Regelkonzepte als den FXLMS-Algorithmus angewandt werden. Darüberhinaus lassen sich bei Verwendung entsprechender Sensoren aus den adaptiv ermittelten Koeffizienten der Modalfilter Aussagen über die Eigenformen der Struktur gewinnen [29].

Durch die Verwendung adaptiver Filter zur Systemidentifikation ist es möglich, Änderungen in den Systemparametern zu verfolgen. Dabei kann untersucht werden, inwiefern auf diese Weise gewonnene Ergebnisse für die Überwachung des Zustands eines aktiven Systems (*Structural Health Monitoring*) verwendbar sind. Adaptive Kautz-Filter haben sich als geeignet für die Modellierung der Strecken in einer aktiven Struktur gezeigt haben, sofern ein genügend genaues Vorwissen über die Systempole zur Parametrierung der Filter vorhanden ist. Eine Erweiterung könnte hier die adaptive Nachführung dieser Parameter umfassen, wenn sich die Systempole im Betrieb um größere Beträge verschieben, ähnlich wie sie für den Spezialfall der Laguerre-Filter bereits vorhanden ist [4].

# Anhang A

## Das nichtrekursive LMS-adaptive Filter

Das nichtrekursive adaptive Filter ist die Grundlage aller hier verwendeten adaptiven Filter und wird wegen seiner besonderen Stabilität und Robustheit in praktischen Anwendungen besonders häufig eingesetzt [84]. Es basiert auf der adaptiven Linearkombination von Signalen (*Adaptive Linear Combiner*), die in Abbildung A.1 dargestellt ist [117]. Die Elemente des Eingangsvektors

$$\underline{x}(n) = [ x_0(n) \quad x_1(n) \quad \dots \quad x_N(n) ] \quad (\text{A.1})$$

werden mit dem Koeffizientenvektor

$$\underline{w} = [ w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_N ] \quad (\text{A.2})$$

linear kombiniert, um das Ausgangssignal zu erhalten:

$$y(n) = \underline{w}^T \underline{x}(n). \quad (\text{A.3})$$

Der wichtigste Spezialfall des *Adaptive Linear Combiner* ist das adaptive FIR-Filter, bei dem der Eingangsvektor aus den letzten  $N + 1$  Abtastwerten eines

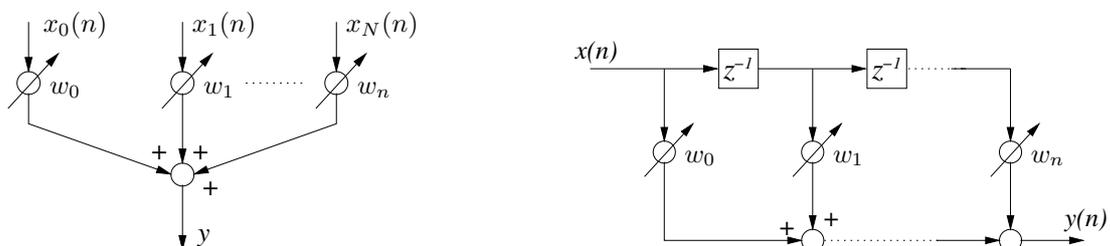


Abbildung A.1: Der *Adaptive Linear Combiner* (links) und das adaptive FIR-Filter (rechts)

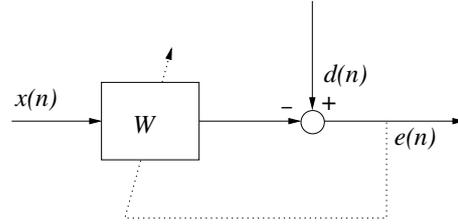


Abbildung A.2: Das Optimalfilterproblem

Eingangssignals  $x(n)$  besteht (Abbildung A.1):

$$\underline{x}(n) = [ x(n) \quad x(n-1) \quad x(n-2) \quad \dots \quad x(n-N) ]. \quad (\text{A.4})$$

Ein adaptives Filter soll aus einem bekannten Eingangssignal  $x(n)$  ein Ausgangssignal  $y(n)$  erzeugen, welches ein vorgegebenes Signal  $d(n)$  möglichst gut approximiert (Abbildung A.2). Für eine Systemidentifikation zum Beispiel stellt  $d(n)$  das Ausgangssignal eines unbekanntes Systems dar. Damit der Approximationsfehler

$$e(n) = d(n) - \underline{w}^T \underline{x}(n) \quad (\text{A.5})$$

im Sinne der kleinsten Quadrate minimiert wird, wird als Gütefunktion (*cost function*) der Erwartungswert des quadrierten Fehlersignals  $e(n)$  angenommen, der als Leistung des Signals gedeutet wird [5]:

$$\xi = E[e(n)^2]. \quad (\text{A.6})$$

Dies ist das Problem der Optimalfilterung, das durch die Theorie der Wiener-Filter beschrieben und gelöst wird [41]. Der optimale Koeffizientenvektor ergibt sich durch Lösung der entsprechenden Wiener-Hopf-Gleichung:

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{xx}(N) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(N) & & \dots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{xd}(0) \\ \vdots \\ R_{xd}(N) \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Dabei stellen die  $R_{xx}(n)$  die Einträge der Autokorrelationsmatrix des Eingangssignals  $x(n)$  dar, die hier reell und symmetrisch angenommen werden darf:

$$R_{xx}(k) = E[x(n)x(n+k)], \quad (\text{A.8})$$

während  $R_{xd}(n)$  der Vektor der Kreuzkorrelationsfunktion von  $x(n)$  und  $d(n)$  ist:

$$R_{xd}(k) = E[x(n)d(n+k)]. \quad (\text{A.9})$$

Das optimale Filter  $W$  hängt daher von den Eigenschaften der jeweils vorhandenen Signale ab. Dies motiviert iterative Lösung durch ein adaptives System,

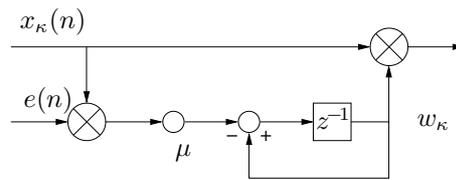


Abbildung A.3: Realisierung des stochastischen LMS-Algorithmus für einen Koeffizienten  $w_\kappa$

welches das optimale Filter  $W$  findet, ohne die Autokorrelationsmatrix zu kennen oder gar invertieren zu müssen. Voraussetzung ist, daß sich  $R_{xx}$  und  $R_{xd}$  während des Adaptionprozesses der Koeffizienten  $w_\kappa$  nicht ändern, es sich also um stationäre Signale handelt.

Die Adaption soll hier nach dem Gradientenverfahren erfolgen:

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial \xi}{\partial \underline{w}(n)}. \quad (\text{A.10})$$

Hierbei ist  $\mu$  die Adaptionsschrittweite. Es ist möglich statt der Berechnung des Erwartungswerts für die Gütefunktion eine modifizierte, momentane Version als Abschätzung zu verwenden:

$$\hat{\xi} = e(n)^2 \quad (\text{A.11})$$

und hiermit einen stochastischen Gradienten zu ermitteln [117]:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \underline{w}(n)} \approx \frac{\partial (e(n)^2)}{\partial \underline{w}(n)} \quad (\text{A.12})$$

Auswertung der partiellen Differentiation liefert den stochastischen LMS- Algorithmus:

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) - \mu x(n)e(n), \quad (\text{A.13})$$

der aufgrund seiner Einfachheit in der Praxis häufig Anwendung findet, da seine Implementierung nur wenig Mehraufwand gegenüber der eines Filters mit konstanten Koeffizienten benötigt (Abbildung A.3).

Da die gewählte Gütefunktion quadratisch in den Koeffizienten des adaptiven Filters ist, besitzt sie nur ein Minimum, und existiert genau eine optimale Lösung für die Koeffizienten.

Über die Konstante  $\mu$  kann die Geschwindigkeit des Konvergenzprozesses in gewissen Grenzen eingestellt werden. Stabilität des Adaptionprozesses ist gewährleistet für

$$0 < \mu < \frac{2}{NP_x}, \quad (\text{A.14})$$

wobei

$$P_x = E[x^2] \quad (\text{A.15})$$

die Leistung des Signals  $x(n)$  darstellt. Hierdurch ist nur eine grobe Abschätzung gegeben, da für eine genaue Angabe des zulässigen Wertebereichs für  $\mu$  die Kenntnis der Autokorrelationsmatrix des Eingangssignals notwendig ist.

Obwohl der Algorithmus nur für den Spezialfall des adaptiven FIR-Filters gezeigt worden ist, kann er auch für  $N$  beliebige, linear unabhängige Eingangssignale verwendet werden. So können die Verzögerungsglieder  $z^{-1}$  durch einfache digitale Filter ersetzt werden, um eine orthonormale Filterbank zu erhalten (Kapitel 5), oder es können verschiedene Sensorsignale linear kombiniert werden (Kapitel 4). Dabei besitzt die Gütefunktion dennoch immer nur ein Optimum, was für die Anwendung ein besonderer Vorteil ist.



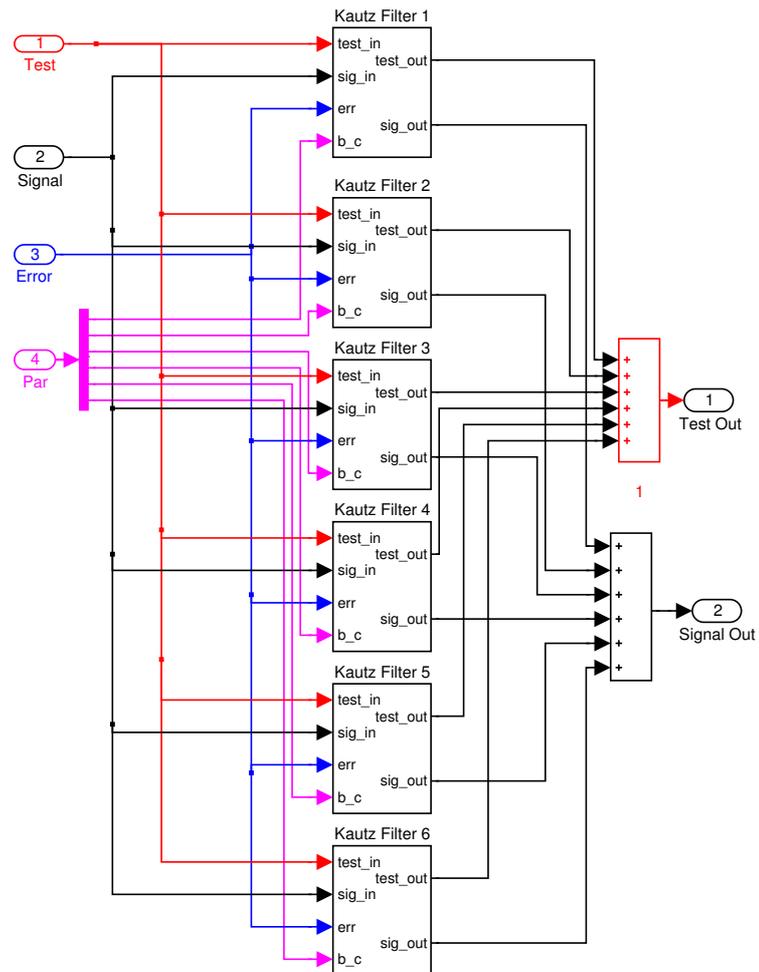


Abbildung B.2: Simulink-Modell der Sekundärstrecke mit sechs parallelen adaptiven Kautz-Filtern

## B.2 Platte

### B.2.1 Mehrkanalige Gegensteuerung

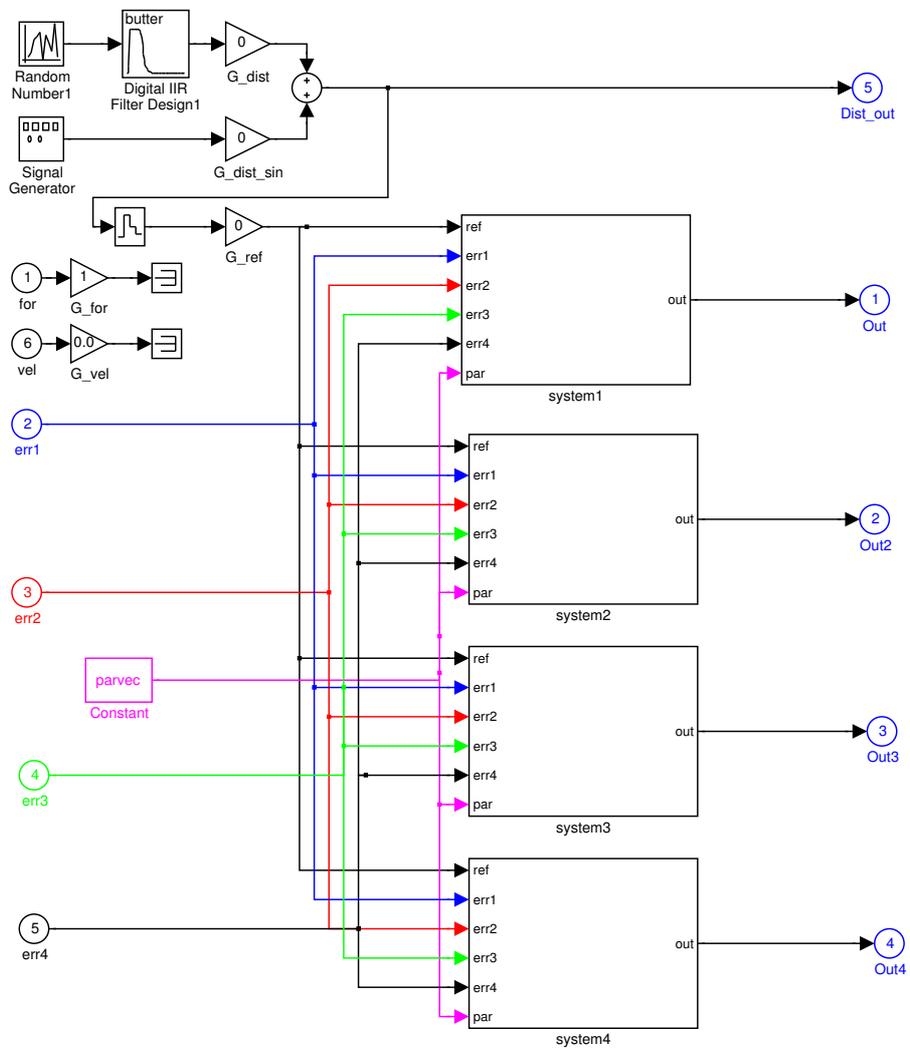


Abbildung B.3: Simulink-Modell der adaptiven Gegensteuerung mit vier Ein- und Ausgängen

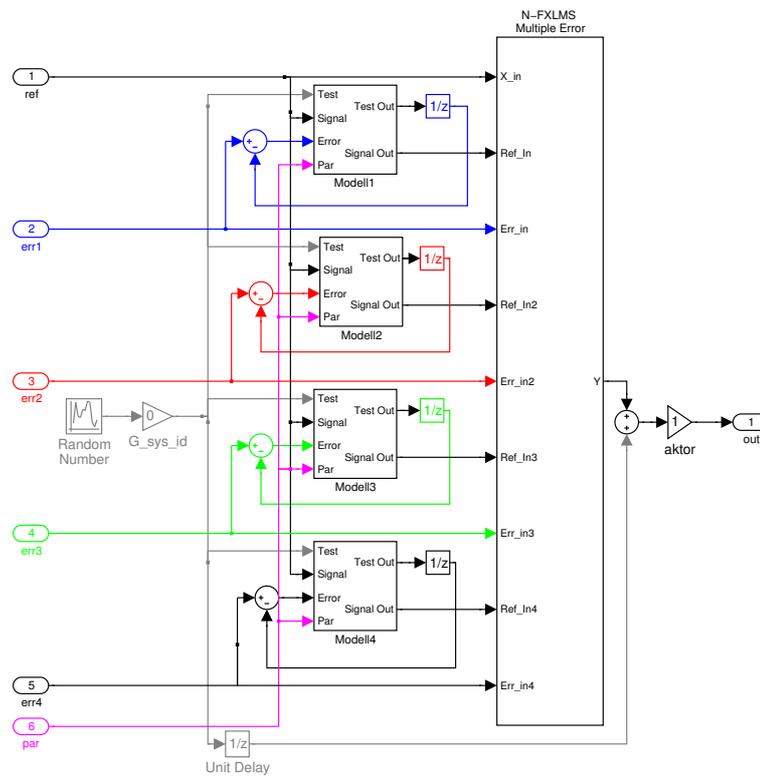


Abbildung B.4: Simulink-Modell des FXLMS-Algorithmus für vier Eingänge und einen Ausgang

### B.2.2 Modale Gegensteuerung

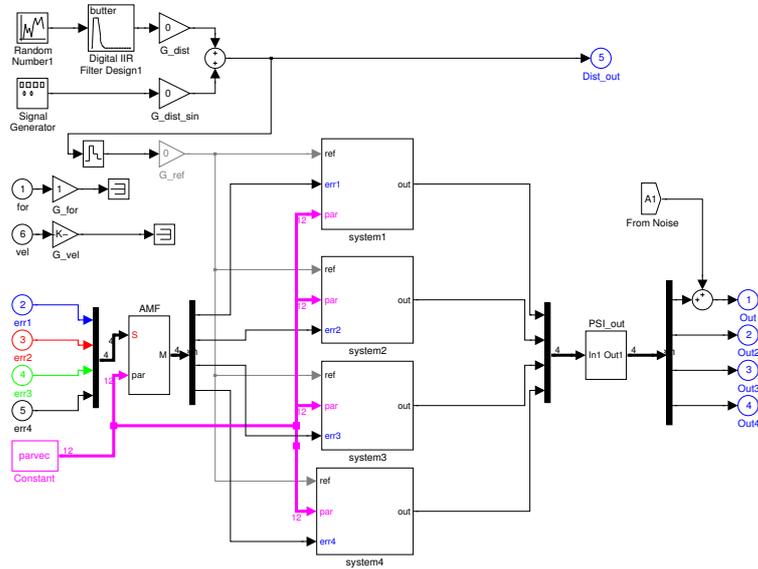


Abbildung B.5: Simulink-Modell der modalen adaptiven Gegensteuerung mit adaptivem Modalfilter

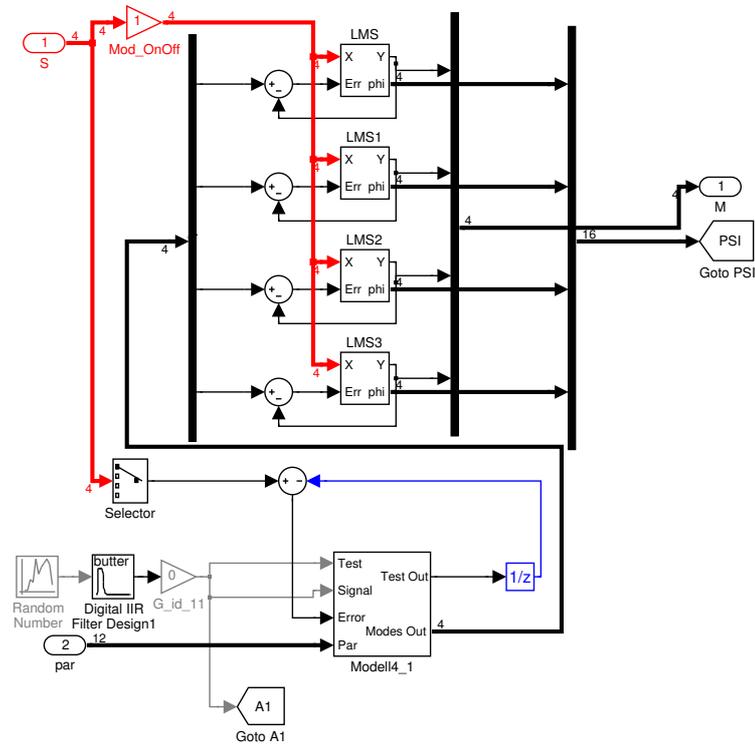


Abbildung B.6: Simulink-Modell des adaptiven Modalfilters

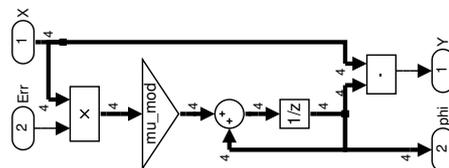


Abbildung B.7: Simulink-Modell des LMS-Algorithmus

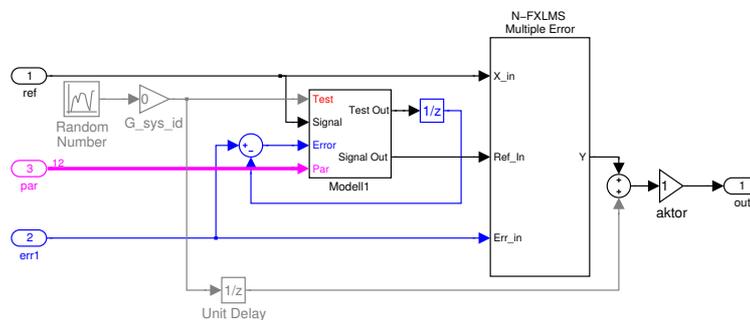


Abbildung B.8: Simulink-Modell des modalen FXLMS-Algorithmus mit Modell der Sekundärstrecke

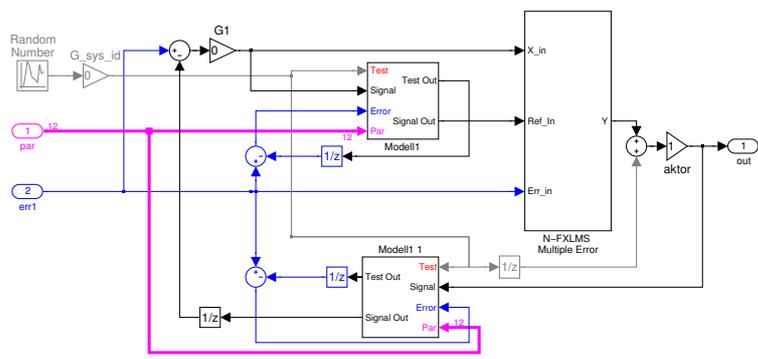


Abbildung B.9: Simulink-Modell des modalen adaptiven Reglers mit Modellen der Sekundärstrecke

# Anhang C

## Meßergebnisse an der Platte

### C.1 Konfiguration 1

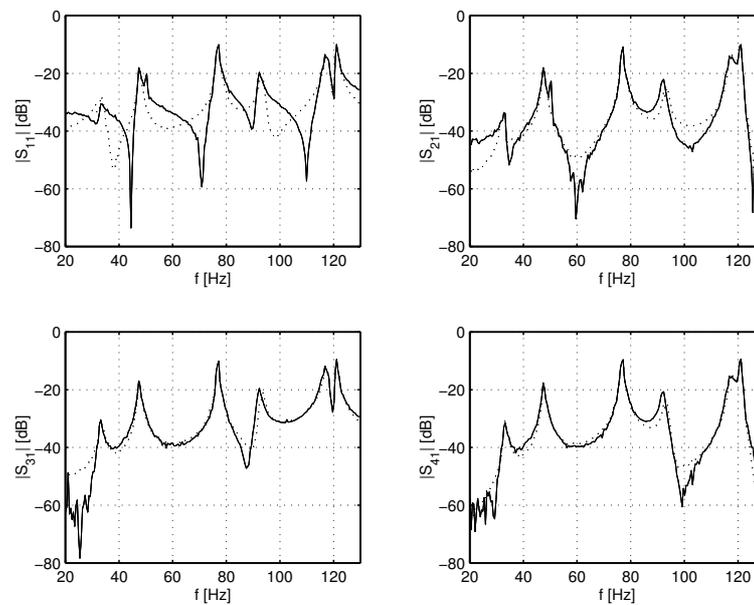


Abbildung C.1: Sekundärstrecken zwischen Aktor 1 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\dots$ )

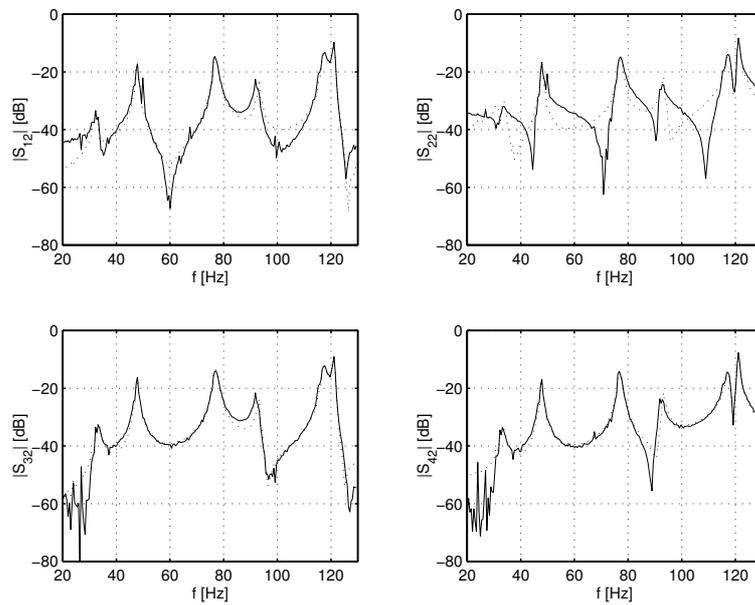


Abbildung C.2: Sekundärstrecken zwischen Aktor 2 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\cdots$ )

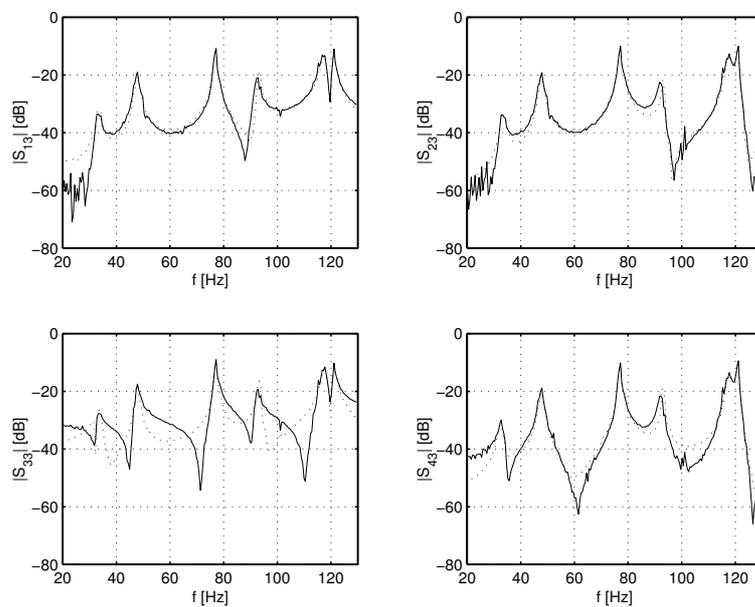


Abbildung C.3: Sekundärstrecken zwischen Aktor 3 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\cdots$ )

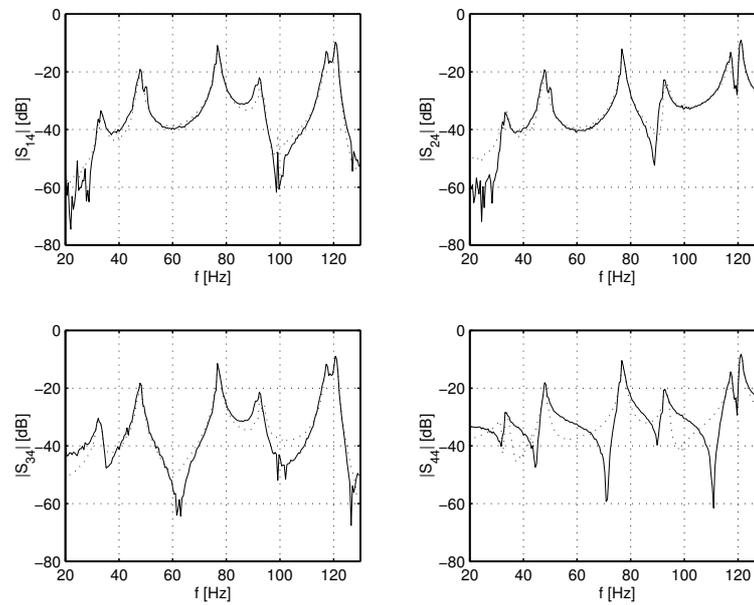


Abbildung C.4: Sekundärstrecken zwischen Aktor 4 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\dots$ )

$E_2$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$S_1$	0.34	0.18	0.20	0.15
$S_2$	0.20	0.32	0.15	0.16
$S_3$	0.18	0.14	0.37	0.18
$S_4$	0.15	0.15	0.20	0.34

Tabelle C.1: Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren  $A_{1..4}$  und Sensoren  $S_{1..4}$  für Konfiguration 1 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung  $K = 7$ )

## C.2 Konfiguration 2

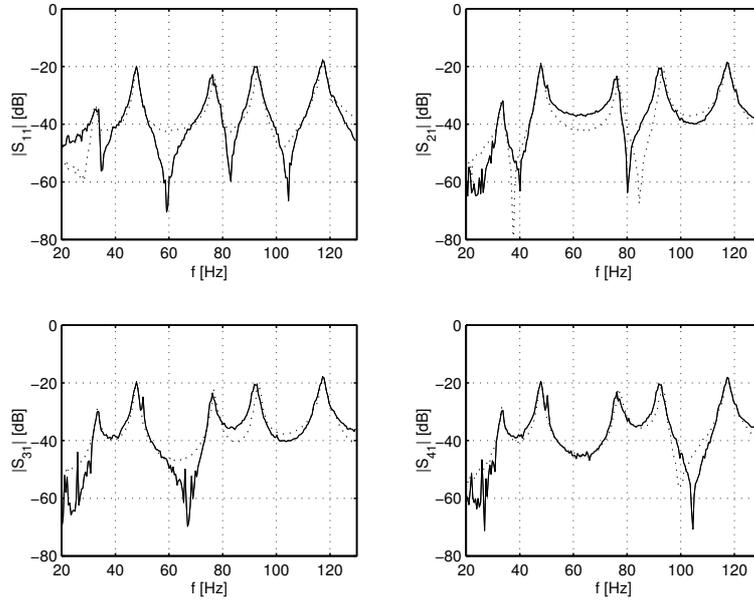


Abbildung C.5: Sekundärstrecken zwischen Aktor 1 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\cdots$ )

$E_2$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$S_1$	0.38	0.42	0.35	0.32
$S_2$	0.38	0.43	0.31	0.32
$S_3$	0.35	0.35	0.39	0.35
$S_4$	0.33	0.39	0.37	0.40

Tabelle C.2: Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren  $A_{1..4}$  und Sensoren  $S_{1..4}$  für Konfiguration 2 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung  $K = 7$ )

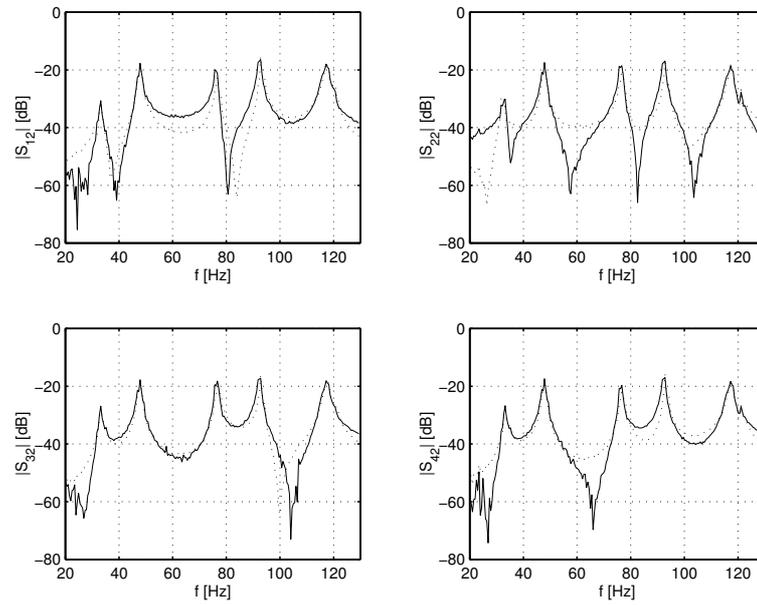


Abbildung C.6: Sekundärstrecken zwischen Aktor 2 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle (···)

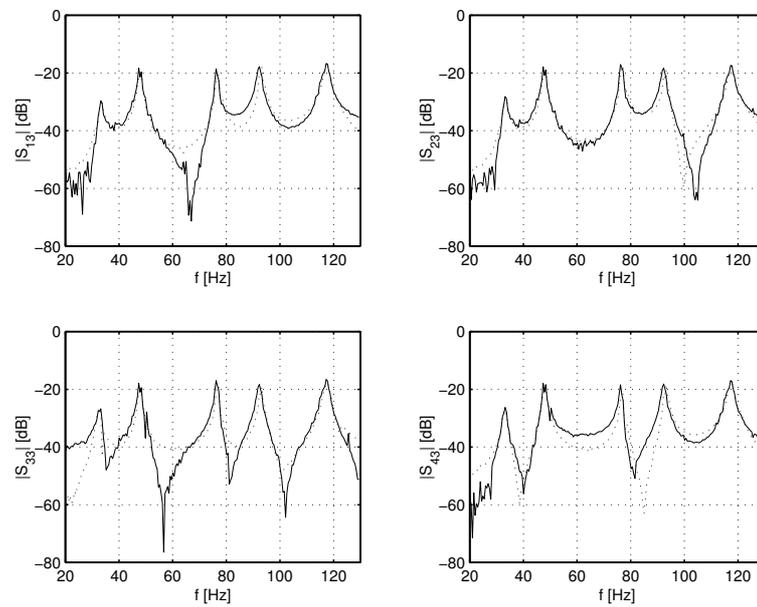


Abbildung C.7: Sekundärstrecken zwischen Aktor 3 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle (···)

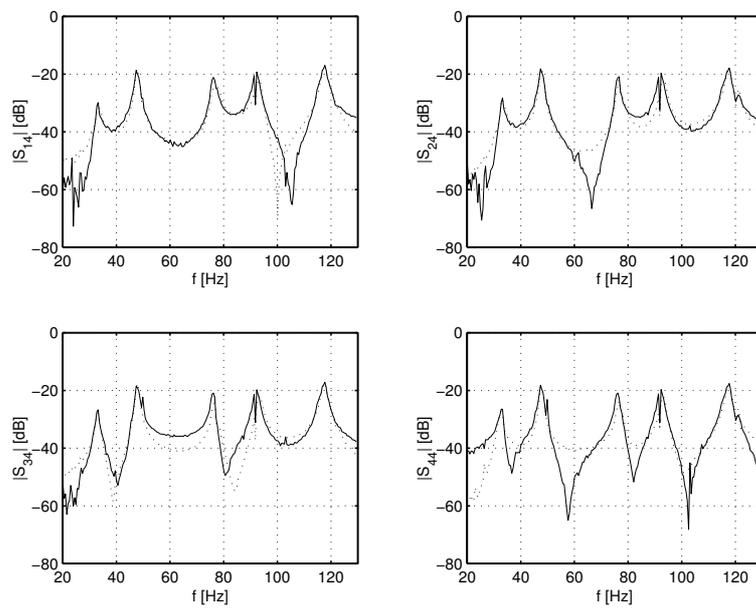


Abbildung C.8: Sekundärstrecken zwischen Aktor 4 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\dots$ )

### C.3 Konfiguration 3

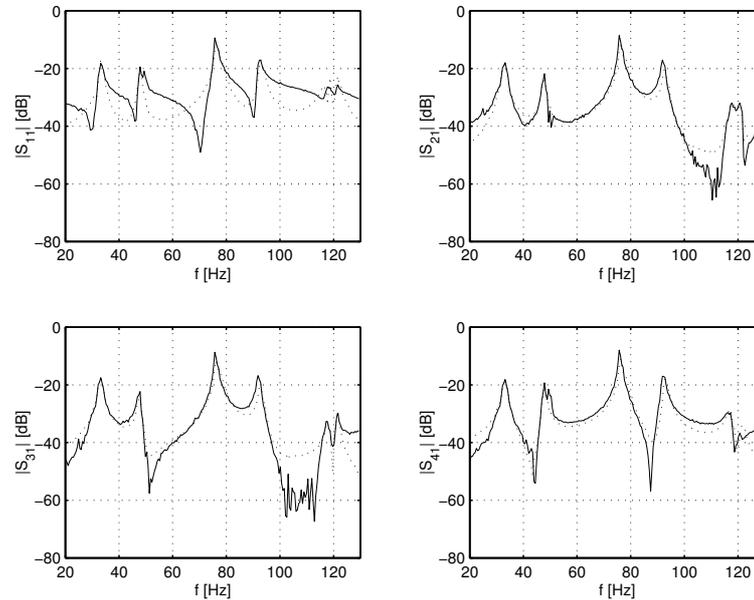


Abbildung C.9: Sekundärstrecken zwischen Aktor 1 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\cdots$ )

$E_2$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$S_1$	0.47	0.37	0.40	0.40
$S_2$	0.38	0.42	0.41	0.36
$S_3$	0.38	0.38	0.46	0.37
$S_4$	0.41	0.37	0.40	0.42

Tabelle C.3: Approximationsfehler der Identifikation der Strecken zwischen Aktoren  $A_{1..4}$  und Sensoren  $S_{1..4}$  für Konfiguration 3 mit adaptiven Kautz-Filtern (6 parallel, jeweils Ordnung  $K = 7$ )

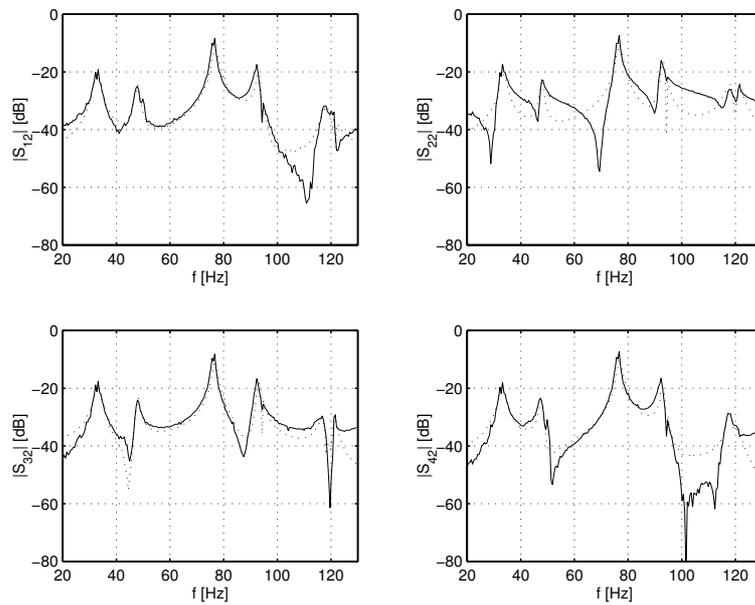


Abbildung C.10: Sekundärstreifen zwischen Aktor 2 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\dots$ )

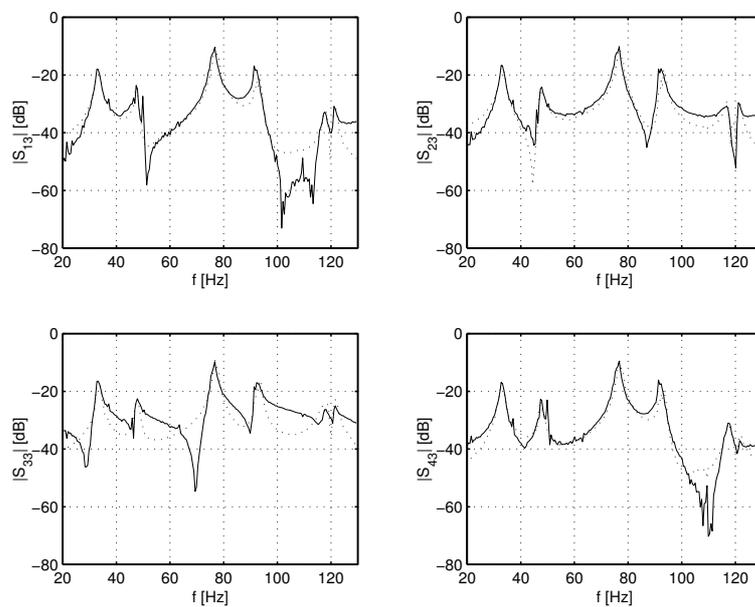


Abbildung C.11: Sekundärstreifen zwischen Aktor 3 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\dots$ )

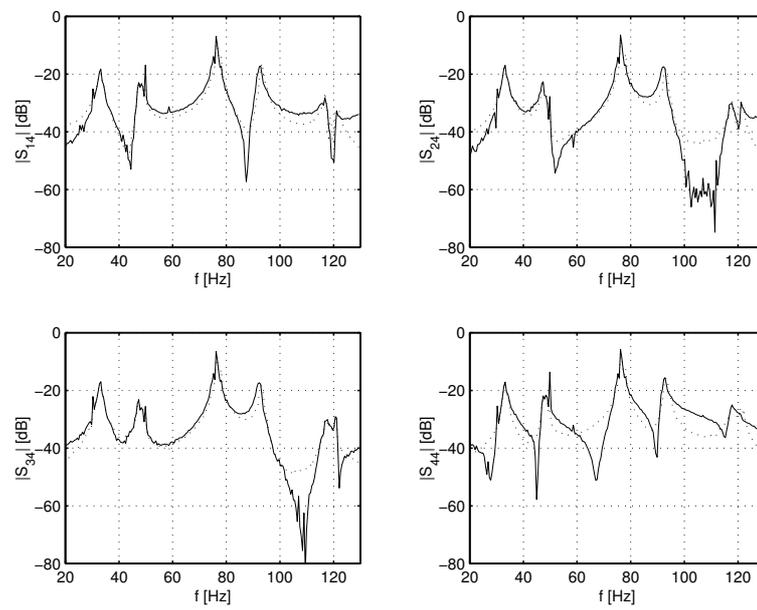


Abbildung C.12: Sekundärstrecken zwischen Aktor 4 und den Sensoren und entsprechende Kautz-Modelle ( $\cdots$ )

# Literaturverzeichnis

- [1] ANTONIOU, A.: *Digital Filters- Analysis, Design, and Applications*. Mc Graw Hill, 2. Aufl., 1993.
- [2] ATALLA, M., M. FRIPP und N. HAGOOD: *Design of Reduced-Order Controllers on a Representative Aircraft Fuselage*. In: *Proceedings of IUTAM Symposium on Smart Structures and Structronic Systems*, S. 17–24. Kluwer Academic Press, 2001.
- [3] BELT, H. und BUTTERWECK, H.J.: *Cascaded All-Pass Sections for LMS Adaptive Filtering*. In: *Proc. VIII European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Bd. 2, S. 1219–1222, Trieste, Italy, September 1996.
- [4] BELT, H. und A. DEN BRINKER: *Laguerre Filters with Adaptive Pole Optimization*. In: *Proceedings IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems (ISCAS)*, May 12-15, 1996, Atlanta, USA, Bd. 2, S. 37–40, 1996.
- [5] BÖHME, J.: *Stochastische Signale*. Teubner, 1993.
- [6] BIES, D. und HANSEN, C.H.: *Engineering Noise Control- Theory and Practice*. E & FN Spon, 1996.
- [7] BINGHAM, B., M. ATALLA und N. HAGOOD: *Comparison of Structural-Acoustic Control Designs on an Active Composite Panel*. *Journal of Sound and Vibration*, 244(5):761–778, 2001.
- [8] BOSSE, A., T. SHARP, S. SHElLEY, K. DENOYER und R. ERWIN: *Control of the UltraLITE Precision Deployable Test Article Using Adaptive Spatio-Temporal Filtering Based Control*. In: *Proc. SPIE's 6th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, Newport Beach, CA, USA, March 1999.
- [9] BRENNAN, M. und S. KIM: *Feedforward and Feedback Control of Sound and Vibration- A Wiener Filter Approach*. *Journal of Sound and Vibration*, 246(2):281–296, 2001.
- [10] BRONSTEIN, I. und K. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Teubner/Nauka, 25. Aufl., 1991.

- [11] CABELL, R. und G. GIBBS: *Hybrid Active/Passive Control of Sound Radiation from Panels with Constrained Layer Damping and Model Predictive Feedback Control*. In: *Proceedings of Noise-Con 2000*, Newport Beach, California, December 03-05 2000.
- [12] CLARK, R.: *Adaptive Feedforward Modal Space Control*. J. Acoust. Soc. Am., 98(5):2639–2650, 1995.
- [13] CLERO, F., D. LE BIHAN, I. LEGRAIN-NAUDIN und B. PETITJEAN: *Feedback Control of Aeronautical Panels in Broadband Structural Acoustics*. In: *Proceedings of 10th International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST) '99*, 1999.
- [14] CORNWELL, J., C. FARRAR, S. DOEBLING und H. SOHN: *Environmental Variability of Modal Properties*. Experimental Techniques, S. 45–48, Nov/Dec 1999.
- [15] COX, D., G. GIBBS, R. CLARK und J. VIPPERMAN: *Experimental Robust Control of Structural Acoustic Radiation*. In: *39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, AIAA 98-2089, Long Beach, California, April 20-23 1998.
- [16] CREMER, L. und M. HECKL: *Körperschall, 2. Auflage*. Springer, 1996.
- [17] DATTA, A.: *Adaptive Internal Model Control*. Springer, 1998.
- [18] DEN BRINKER, A., F. BENDERS und T. OLIVEIRA E SILVA: *Optimality Conditions for Truncated Kautz Series*. IEEE T-CS: Analog and Digital Processing, 43(8):117–122, 1996.
- [19] DIAZ, E.: *Identification of a Vibration Process by Means of Kautz Functions*. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, Zürich, 1998.
- [20] DOELMAN, N.: *Adaptive and Robust Systems for the Active Control of Noise and Vibration*. In: *Proceedings of Adaptronic Congress 1999*, S. 72–81, Potsdam, 1999.
- [21] EBERHARD, G. und ET AL.: *Komfortverbesserung im Kfz durch Einsatz moderner Regelungs- und Steuerungstechnik*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 1999*, S. 26–33, Potsdam, 1999.
- [22] EBERT, F.: *Dynamische Stabilisierung einer Grenzschichtströmung unter Berücksichtigung nichtlinearer Störausbreitungsprozesse*. Doktorarbeit, Georg-August-Universität, Göttingen, 2000.

- [23] ELLIOTT, S.: *Active Control of Structure-Borne Noise*. Journal of Sound and Vibration, 177(5):S. 651–673, 1994.
- [24] ELLIOTT, S.: *Adaptive Methods in Active Control*. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, Zürich, 1998.
- [25] FANSON, J. und T. CAUGHEY: *Positive Position Feedback Control for Large Space Structures*. AIAA Journal, 28(4):717–724, 1990.
- [26] FETTWEIS, A.: *Elemente Nachrichtentechnischer Systeme*. Teubner, 1990.
- [27] FETTWEIS, A. und G. HEMETSBERGER: *Grundlagen der Theorie elektrischer Schaltungen*. Brockmeyer, 2. Aufl., 1995.
- [28] FRANCOIS, A., P. DE MAN und A. PREUMONT: *Piezoelectric Array Sensing of Volume Displacement: A Hardware Demonstration*. Journal of Sound and Vibration, 244(3):395–405, 2001.
- [29] FREUDINGER, L.: *Analysis of Structural Response Data Using Discrete Modal Filters*. Contractor Report 179448, NASA Dryden Flight Research Facility, Edwards, California, 1991.
- [30] FULLER, C., S. ELLIOTT und P. NELSON: *Active Control of Vibration*. Academic Press, 1996.
- [31] FULLER, C. und A. VON FLOTOW: *Active Control of Sound and Vibration*. IEEE Control Systems, S. 9–19, December 1995.
- [32] GOBERT, J.: *Theory of Control Aspects*. In: *Proceedings of NATO/ RTO Applied Vehicle Technology Panel Symposium*, Braunschweig, 2000.
- [33] GOECKLER, H.: *Einstellbare Digitalfilter für die Tontechnik*. NTZ Archiv, 7(3):47–57, 1984.
- [34] GÓMEZ, J.: *Analysis of Dynamic System Identification Using Rational Orthonormal Bases*. Doktorarbeit, University of Newcastle, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Newcastle, New South Wales, Australia, 1998.
- [35] GUIGOU, C. und C. FULLER: *Adaptive Feedforward and Feedback Methods for Active/Passive Sound Radiation Control Using Smart Foam*. Journal of the Acoustical Society of America, 104(1):226–231, 1998.
- [36] HAGOOD, N. und A. VON FLOTOW: *Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks*. Journal of Sound and Vibration, 146(2):243–268, 1991.

- [37] HANAGUD, S. und M. BAYON DE NOYER: *Offset Piezoceramic Stack Actuators and Acceleration Feedback Control for Tail Buffet Alleviation of a High Performance Twin Tail Aircraft: Robustness Issues*. In: *Proceedings of NATO/ RTO Applied Vehicle Technology Panel Symposium*, Braunschweig, 2000.
- [38] HANSELKA, H.: *Realization of Smart Structures by Using Fiber Composite Materials*. VDI Fortschritt-Berichte Smart Mechanical Systems- Adaptronics, Reihe 11(Nr. 244):1–10, 1997.
- [39] HANSELKA, H., B. VOGL und D. MAYER: *Active Structural Acoustic Control within the German Adaptronik project*. Smart Materials Bulletin, S. 5–13, October 2000.
- [40] HANSEN, C. und S. SNYDER: *Active Control of Noise and Vibration*. E & FN Spon, 1997.
- [41] HAYKIN, S.: *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 3. Aufl., 1996.
- [42] HE, J. und Z.-F. FU: *Modal Analysis*. Butterworth-Heinemann, 2001.
- [43] HEGEWALD, T. und D. INMAN: *Vibration Suppression via Smart Structures Across a Temperature Range*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 12:191–203, 2001.
- [44] HEROLD, S., C. LINZ, D. MAYER und B. VOGL: *The Suppression of Sound Radiation of Elastic Plates*. In: *Proceedings XXX. Summer School Advanced Problems in Mechanics APM 2002*, St. Petersburg, 2002.
- [45] HEROLD, S., M. MARKWORT und H. HANSELKA: *Zur Leitstruktur Adaptiver CFK-Zylinder im Rahmen des Innovationskollegs ADAMES*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 1999*, Potsdam, 1999.
- [46] HEROLD, S., D. MAYER und H. HANSELKA: *An Adaptive Interface for the Neutralization of Structural Vibrations*. In: *Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS)*, Barcelona, 2000.
- [47] HEROLD, S., D. MAYER und H. HANSELKA: *Transient Simulation of Adaptive Structures*. In: *Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE) 2001, New York*, 2001.
- [48] HOLLKAMP, J.: *Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 5:49–57, 1994.

- [49] HOWARD, C. und C. HANSEN: *Active Vibration Isolation of a Vibrating Mass from a Beam*. Acoustics Australia, 25(4):17–19, 1997.
- [50] HUBER, G. E. A.: *Intelligente Materialien zur Schwingungsreduktion im KFZ*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 2001, Berlin*, 2001.
- [51] ICHCHOU, M., B. JEMAI, L. BELLON und L. JEZEQUEL: *Active rubber mounts by means of piezoelectric actuators, experimental work*. Smart Materials and Structures, S. 1095–1099, 2001.
- [52] JHA, R. und C. HE: *Adaptive Neurocontrollers for Vibration Suppression of Nonlinear and Time Varying Structures*. In: *Proceedings 13th International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST '02)*, Potsdam, Germany, 2002.
- [53] JUANG, J. und K. EURE: *Predictive Feedback and Feedforward Control for Systems with Unknown Disturbance*. Techn. Ber., NASA Langley Research Center Hampton, December 1998.
- [54] KAISER, S., H. HANSELKA, J. MELCHER und L. CAMPANILE: *Structural Dynamic Health Monitoring for Adaptive Composite Structures*. In: *19th Int. Symposium on Aircraft Integrated Monitoring Systems*, Garmisch-Partenkirchen, Germany, 1998.
- [55] KAMMEYER, K. und K. KROSCHEL: *Digitale Signalverarbeitung, Filterung und Spektralanalyse*. Teubner, 1996.
- [56] KAUTZ, W.: *Transient Synthesis in the Time Domain*. IRE Transactions - Circuit Theory, CT-1:29–39, 1954.
- [57] KEGERISE, M., L. CATTAFESTA und C. HA: *Adaptive Identification and Control of Flow-Induced Cavity Oscillations*. In: *Proceedings of 1st AIAA Flow Control Conference*, St. Louis, MO, June 24-27 2002.
- [58] KÖPPE, H., H. BERGER, U. GABBERT und F. SEEGER: *Finite Element Analysis and Design of Smart Structures Including Control*. In: *Abschlusskolloquium des Innovationskollegs Adaptive mechanische Systeme (ADAMES)*, S. 87–96, Magdeburg, 17.-18. Mai 2001 2001.
- [59] KUO, S. und D. MORGAN: *Active Noise Control Systems- Algorithms and DSP Implementations*. John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [60] KUO, S. und M. WANG: *Parallel Adaptive On-Line Error-Path Modelling Algorithm for Active Noise Control Systems*. Electronics Letters, 28(4):375–377, 1992.

- [61] LAPLANTE, P.: *Real-Time Systems Design and Analysis - An Engineer's Handbook*. IEEE Press, 2. Aufl., 1997.
- [62] LAUGWITZ, F., A. GÖRNANDT und K.-H. GRÖBEL: *Simulations and Experimental Investigations on Active Damping of Vibration of Plates with Piezoactuators*. In: *Proceedings of EUROMECH 373 Colloquium Modelling and Control of Adaptive Mech. Structures*, S. 367–374, Magdeburg, 1998.
- [63] LIAVAS, A. und P. REGALIA: *Performance Assessments of FIR versus IIR Models in Acoustic Echo Cancellation*. In: *Proceedings of Int. workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC)*, London, UK, 1997.
- [64] LIM, K.: *Response Systems for Active Vibration Control: Robust Control*. Techn. Ber., NATO Advanced Study Institute, Brüssel, September 2001.
- [65] LIM, T., A. BOSSE und S. FISHER: *Adaptive Filters for Real-Time System Identification and Control*. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 20(1):61–65, 1997.
- [66] LINDSKOG, P.: *Methods, Algorithms and Tools for System Identification Based on Prior Knowledge*. Doktorarbeit, Linköping University, Div. of Automatic Control, Linköping, Sweden, 1996.
- [67] LINDSKOG, P. und B. WAHLBERG: *Applications of Kautz Models in System Identification*. In: *Preprints of the 12th IFAC World Congress*, Bd. 5, S. 309–312, Sydney, Australia, 1993.
- [68] LINZ, C., D. MAYER und V. KRAJENSKI: *Aktive Schwingungsreduktion mittels Positive Position Feedback*. In: *Tagungsband 5. Magdeburger Maschinenbautage*, S. 83–91, Magdeburg, 2001.
- [69] LINZ, C., D. MAYER und V. KRAJENSKI: *Positive Position Feedback - Theory and Application*. In: *Proceedings XXX. Summer School Advanced Problems in Mechanics APM 2002*, St. Petersburg, 2002.
- [70] LINZ, C., L. SPERLING und F. WAHL: *Experimentelle Untersuchungen zur aktiven Schwingungsdämpfung elastischer Strukturen mit Hilfe diskreter Modalfilter*. *VDI Fortschritt-Berichte Smart Mechanical Systems- Adaptionics*, Reihe 11(Nr. 244):215–224, 1997.
- [71] LYON, R. H.: *Machinery Noise and Diagnostics*. Butterworth-Heinemann, 1987.
- [72] MAIER, R., M. BEBESEL, M. GRUENEWALD und P. FAULHABER: *Active Acoustic Control of Lightweight Structures With Piezoceramic Actuators at Higher Frequencies*. In: *Proceedings of ISMA 21*, S. 365–376, Katholieke Universiteit Belgium, Leuven, Belgien, 1996.

- [73] MAYER, D., S. HEROLD und H. HANSELKA: *Adaptives Interface zur Entkopplung von Strukturschwingungen*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 2000*, S. 123–129, 2000.
- [74] MAYER, D., S. HEROLD und H. HANSELKA: *Application of Kautz Models for Adaptive Vibration Control*. In: *Proceedings of International Mechanical Engeneering Congress and Exposition (IMECE) 2001, New York*, 2001.
- [75] MAYER, D., S. HEROLD und P. Z. KOVÁCS: *On-line Identification of Paths in Smart Structures with Adaptive Kautz Filters*. In: *Proceedings XXX. Summer School Advanced Problems in Mechanics APM 2002*, St. Petersburg, 2002.
- [76] MAYER, D., C. LINZ und V. KRAJENSKI: *Synthetische Induktivitäten für die semi-passive Dämpfung*. In: *Tagungsband 5. Magdeburger Maschinenbautage*, S. 63–73, Magdeburg, 2001.
- [77] MCCONNELL, K.: *Vibration Testing - Theory and Practice*. Wiley, 1995.
- [78] MEIROVITCH, L.: *Dynamics and Control of Structures*. Wiley, 1990.
- [79] MELCHER, J.: *Active Vibration Isolation Using Multifunctional Interfaces and Adaptive Digital Controllers*. In: *Proceedings of the Third International Conference on Adaptive Structures*, San Diego, CA, USA, 1992.
- [80] MELCHER, J.: *MX-Filters: A New Tool for Performance Tests of Adaptive Structural Systems*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 5:854–861, 1994.
- [81] MELCHER, J.: *Adaptive Impedanzregelung an strukturmechanischen Systemen mit Hilfe strukturkonformer multifunktionaler Aktuatoren und Sensoren und systemkonformer digitaler Echtzeitregler*. Doktorarbeit, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2000.
- [82] MELZ, T., D. SACHAU, J. MELCHER und E. BREITBACH (DLR): *Active Vibration Suppression on Small Satellite by Means of Adaptive Structures Technology*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 1999*, S. 90–100, Potsdam, 1999.
- [83] MORKHOLT, J. und S. ELLIOTT: *Active Vibration Control Using State Space LQG and Internal Model Control Methods*. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, Zürich, 1998.
- [84] MOSCHYTZ, G. und M. HOFBAUER: *Adaptive Filter*. Springer, 2001.

- [85] NALBANTOGLU, V., J. BOKOR und G. BALAS: *System Identification with Orthonormal Basis Functions: An Application to Flexible Structures*. In: *Proceedings of 2nd Workshop on Robust Control (ROCOND)*, S. 383–388, Budapest, 1997.
- [86] NAM, C., P. CHEN und D. LIU: *Active Flutter Suppression Using ASTROS with Smart Structures and ASE Modules*. In: *Proceedings of NATO/ RTO Applied Vehicle Technology Panel (AVT) 2000*, Braunschweig, 2001.
- [87] NATKE, H.: *Einführung in die Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme*. Vieweg, 1992.
- [88] NGIA, L.: *Acoustic Echo Cancellation - Recent Developments*. Techn. Ber., Dept. of Applied Electronics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1997.
- [89] NGIA, L.: *System Modeling Using Basis Functions and Application to Echo Cancellation*. Doktorarbeit, Chalmers University of Technology, S-412 96, Göteborg, Sweden, 2000.
- [90] NGIA, L. und F. GUSTAFSSON: *Using Kautz Filter for Acoustic Echo Cancellation*. In: *Proceedings IEEE 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1999.
- [91] NINNESS, B., J. GÓMEZ und S. WELLER: *MIMO System Identification Using Orthonormal Basis Functions*. In: *Proceedings of 34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, USA, 1995.
- [92] NINNESS, B., H. HJALMARSSON und F. GUSTAFSSON: *The Fundamental Role of General Orthonormal Bases in System Identification*. IEEE T-AC, 44(7):1384–1407, 1999.
- [93] N.N.: *The Fundamentals of Modal Testing*. Application Note 243-3, Hewlett Packard, 1997.
- [94] OLSSON, S.: *Active Control of Cutting Operations*. In: *Proceedings Adaptive Congress 2001*, Berlin, 2001.
- [95] OPPENHEIM, A. und A. WILLSKY: *Signale und Systeme*. VCH Verlagsgesellschaft, 2. Aufl., 1992.
- [96] PAATERO, T. und M. KARJALAINEN: *Equalization and Modeling of Audio Systems Using Kautz Filters*. In: *Proceedings 2001 Finnish Signal Processing Symposium (FINSIG '01)*, S. 51–54, Espoo, Finland, 2001.
- [97] PHILLIPS, C. und H. NAGLE: *Digital Control System Analysis and Design*. Prentice Hall, 2. Aufl., 1990.

- [98] PREUMONT, A.: *Vibration Control of Active Structures - An Introduction*, Bd. 50 d. Reihe *Solid Mechanics and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [99] PREUMONT, A. und P. DE MAN: *Hybrid Feedback-Feedforward Control for Vibration Suppression*. In: *Proceedings of ASME 1995 Design Engineering Technical Conferences*, Bd. 84-3, Part C, S. 403–406, 1995.
- [100] REINISCH, K.: *Analyse und Synthese kontinuierlicher Regelungs- und Steuerungssysteme*. Verlag Technik, 3. Auflage Aufl., 1996.
- [101] SCHÜSSLER, H.: *Digitale Signalverarbeitung 1: Analyse diskreter Signale und Systeme*. Springer, 1994.
- [102] SCHULZ, I.: *Automatischer Entwurf adaptiver mechanischer Systeme im Frequenzbereich*. Fortschritt-Berichte Reihe 20, Nr. 329, VDI Verlag, 2000.
- [103] SCHWINN, S. und H. JANOCHA: *Robust Control of an Actuator-Sensor Array for Active Vibration Suppression*. In: *Tagungsband 5. Magdeburger Maschinenbautage*, S. 27–36, Magdeburg, 2001.
- [104] SNYDER, S. und C. HANSEN: *Design Considerations for Active Noise Control Systems Implementing the Multiple Input, Multiple Output LMS Algorithm*. *Journal of Sound and Vibration*, 159(1):157–174, 1992.
- [105] STRASSBERGER, M.: *Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit Hilfe piezokeramischer Aktoren*. Doktorarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [106] STROBEL, H.: *Experimentelle Systemanalyse*. Akademie-Verlag, Berlin, 1975.
- [107] STURZEBECHER, D., M. BAUMANN und W. NITSCHKE: *Sensor-Aktuatorssystem zur Dämpfung von Grenzschichtinstabilitäten an einem Tragflügel*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 1999, Potsdam*, S. 138–147, 1999.
- [108] THEDE, L.: *Analog and Digital Filter Design using C*. Prentice Hall, 1996.
- [109] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik I*. Vieweg, 1994.
- [110] UNBEHAUEN, R.: *Systemtheorie 1*. Oldenbourg, 1997.
- [111] VIPPERMAN, J. und R. BURDISO: *Adaptive Feedforward Control of Non-Minimum Phase Structural Systems*. *Journal of Sound and Vibration*, 183(3):369–382, 1995.

- [112] VIPPERMAN, J., R. BURDISSO und C. FULLER: *Active Vibration Control of Broadband Structural Vibration Using the LMS Adaptive Algorithm*. Journal of Sound and Vibration, 166(2):283–299, 1993.
- [113] VOGL, B., S. HEROLD und F. WAHL: *Vibroakustische Sensorik zur aktiven Minimierung der Schallabstrahlung schwingender Strukturen*. Technische Mechanik, 21(3):167–178, 2001.
- [114] WAHLBERG, B.: *System Identification Using Kautz Models*. IEEE T-AC, 39(6):1276–1282, 1994.
- [115] WAHLBERG, B. und P. MÄKILÄ: *On Approximation of Stable Linear Dynamical Systems using Laguerre and Kautz Functions*. Automatica, 32(5):693–708, 1996.
- [116] WALLER, H. und R. SCHMIDT: *Schwingungslehre für Ingenieure: Theorie, Simulation, Anwendungen*. BI Wissenschaftsverlag, 1989.
- [117] WIDROW, B. und S. STEARNS: *Adaptive Signal Processing*. Prentice-Hall, Inc., London, 1985.
- [118] WIERACH, P., D. SACHAU und A. SCHÖNECKER: *Design and Manufacturing of Complex Adaptive Structures With Piezoceramic Patch Actuators*. In: *Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE) 2001*, New York, 2001.
- [119] WILLIAMSON, G. und S. ZIMMERMAN: *Globally Convergent Adaptive IIR Filters Based on Fixed Pole Locations*. IEEE T-SP, 44(6):1418–1427, 1996.
- [120] WINBERG, M. und T. LAGÖ: *Inertial Mass Active Mounts Used in a Marine Application*. In: *Proceedings Adaptronic Congress 1999*, Potsdam, 1999.
- [121] WU, S., T. TURNER und S. RIZZI: *Piezoelectric Shunt Vibration Damping of F-15 Panel under High Acoustic Excitation*. In: *SPIE Proceedings Vol. 3989*, Newport Beach, CA, 2000.
- [122] ZURMÜHL, R. und S. FALK: *Matrizen und ihre Anwendungen*, Bd. Teil 1: Grundlagen. Springer, 1984.

## Werdegang

Name:	Dirk Mayer
Geburtstag und -Ort:	02.11.1973 in Bochum
1993-1998:	Elektrotechnikstudium an der Ruhr- Universität Bochum
Vertiefungsgebiete:	Nachrichtentechnik, Hochfrequenztechnik und Datenverarbeitung
Diplomarbeit:	Messung von Strahlungsdiagrammen, Eingangsimpedanz und Polarisierung des Antennensystems am Modell einer Raumsonde der Kometenmission Rosetta
Abschluß:	Diplom-Ingenieur im Dezember 1998
08/1993-09/1993 und 04/1994:	Grundpraktikum Metallbearbeitung bei der Heitkamp GmbH, Herne, Abteilung Werkstätten
08/1997-09/1997:	Fachpraktikum beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Institut für Strukturmechanik, Braunschweig
11/1997-02/1998:	Fachpraktikum bei Nokia Mobile Phones, Bochum, Bereich Research and Development/ Test and Type Approval
10/1995-12/1997:	Wissenschaftliche Hilfskraft an der Ruhr- Universität Bochum, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik
12/1998-04/2003:	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik, Lehrstuhl für Adaptronik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
seit 02/2003:	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Kompetenzzentrum Mechatronik/Adaptronik