## Gernot Münster

## Quantentheorie



Walter de Gruyter Berlin · New York

## Inhaltsverzeichnis

Vo	<b>/orwort</b> v											
1	Materiewellen											
	1.1	.1 Welleneigenschaften der Materie										
	1.2	Freie Teilchen	4									
		1.2.1 Wellenpakete	6									
		1.2.2 Zerfließen der Wellenpakete	7									
		1.2.3 Wellengleichung	9									
		1.2.4 Kontinuitätsgleichung	10									
	1.3	Deutung der Materiewellen	11									
		1.3.1 Wahrscheinlichkeitsinterpretation	14									
		1.3.2 Welle-Teilchen-Dualismus	16									
	1.4	Impulsraum	18									
	1.5	Impulsoperator, Ortsoperator	21									
	1.6	Heisenbergsche Unschärferelation	23									
2	Sch	Schrödingergleichung 29										
	2.1	Zeitabhängige Schrödingergleichung	29									
	2.2	Zeitunabhängige Schrödingergleichung	30									
3	Wel	lenmechanik in einer Dimension	33									
•	3.1	Teilchen im Kasten: unendlich hoher Potenzialtopf	34									
	0.1	3.1.1 Dreidimensionaler Kasten	37									
	3.2	Endlicher Potenzialtopf	39									
	0.2	3.2.1 Gebundene Zustände	40									
		3.2.2 Streuzustände	46									
	22	3.2.2 Streuzustände	46 53									
	3.3	3.2.2       Streuzustände	46 53 58									
	3.3 3.4	3.2.2 Streuzustände          3.2.3 Streuung von Wellenpaketen          Potenzialbarriere          Tunneleffekt	46 53 58 60									
		3.2.2       Streuzustände          3.2.3       Streuung von Wellenpaketen          Potenzialbarriere          Tunneleffekt          3.4.1 $\alpha$ -Zerfall	46 53 58 60 61									
	3.4	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	46 53 58 60 61 63									
		3.2.2       Streuzustände          3.2.3       Streuung von Wellenpaketen          Potenzialbarriere          Tunneleffekt          3.4.1 $\alpha$ -Zerfall	46 53 58 60 61									
4	3.4	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	46 53 58 60 61 63									
4	3.4	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	46 53 58 60 61 63 64									
4	3.4 3.5 Fori	$3.2.2$ Streuzustände $3.2.3$ Streuung von Wellenpaketen          Potenzialbarriere           Tunneleffekt $3.4.1$ $\alpha$ -Zerfall $3.4.2$ Kalte Emission          Allgemeine eindimensionale Potenziale          malismus der Quantenmechanik	46 53 58 60 61 63 64									
4	3.4 3.5 Fort 4.1	3.2.2 Streuzustände   3.2.3 Streuung von Wellenpaketen   Potenzialbarriere   Tunneleffekt   3.4.1 α-Zerfall   3.4.2 Kalte Emission   Allgemeine eindimensionale Potenziale   malismus der Quantenmechanik   Hilbertraum	46 53 58 60 61 63 64 67									

	4.5	Observable	78							
		4.5.1 Observable und Messwerte	78							
		4.5.2 Verträgliche Observable	79							
		4.5.3 Parität	81							
		4.5.4 Unschärferelation	83							
	4.6	Die Postulate der Quantenmechanik	84							
	4.7	$\acute{W}$ ahrscheinlichkeitsdeutung der Entwicklungskoeffizienten .	84							
5	Harmonischer Oszillator									
	5.1	Spektrum	87							
	5.2	Eigenfunktionen	91							
	5.3	Unschärfen	95							
	5.4	Oszillierendes Wellenpaket	96							
		5.4.1 Kohärente Zustände	98							
	5.5	Dreidimensionaler harmonischer Oszillator	100							
6	Das	Spektrum selbstadjungierter Operatoren	103							
	6.1	Diskretes Spektrum	103							
	6.2	Kontinuierliches Spektrum	103							
		6.2.1 Impulsoperator	103							
		6.2.2 Ortsoperator	105							
		6.2.3 Teilchen im Topf	106							
		6.2.4 Uneigentliche Eigenvektoren	108							
	6.3	Spektralsatz	110							
	6.4	Wahrscheinlichkeitsinterpretation	112							
7	Dar	stellungen	113							
	7.1	Vektoren und Basen	113							
	7.2	Ortsdarstellung	115							
	7.3	Impulsdarstellung	115							
	7.4	Darstellungen der Quantenmechanik	116							
	7.5	Energiedarstellung	117							
	7.6	Basiswechsel	118							
8	Zeitliche Entwicklung									
	8.1	Schrödingerbild	121							
		8.1.1 Neutrino-Oszillationen	123							
	8.2	Heisenbergbild	125							
	8.3	Ehrenfestsche Theoreme	127							
	0.0		141							

Inhaltsverzeichnis

9	Drel	nimpuls	129
	9.1	Drehimpulsoperator	129
	9.2	Teilchen im Zentralpotenzial	131
		9.2.1 Kugelkoordinaten	133
	9.3	Eigenwerte des Drehimpulses	136
		9.3.1 Allgemeine Drehimpulseigenwerte	136
		9.3.2 Eigenwerte des Bahndrehimpulses	139
	9.4	Eigenfunktionen zu $\vec{L}^2$ und $L_3$	141
		9.4.1 Darstellung im Ortsraum	141
	9.5	Radialgleichung	145
10	Rota	ation und Schwingung zweiatomiger Moleküle	147
	10.1	Zweikörperproblem	148
	10.2	Rotations-Vibrations-Spektrum	150
11	Kug	elförmiger Kasten	153
12	Voil	ständige Sätze kommutierender Observablen	159
13	Das	Wasserstoffatom, Teil I	161
		Spektrum und Eigenfunktionen	162
		Runge-Lenz-Pauli-Vektor	169
		13.2.1 Klassische Mechanik	169
		13.2.2 Quantenmechanik	170
14	Teile	chen im elektromagnetischen Feld	175
	14.1	Hamiltonoperator	175
	14.2	Konstantes Magnetfeld	177
	14.3	Bewegung eines Teilchens im konstanten Magnetfeld	178
	14.4	Normaler Zeemaneffekt	181
15	Spin		183
	15.1	Experimentelle Hinweise	183
		Spin $1/2$	
	15.3	Wellenfunktionen mit Spin	186
	15.4	Pauligleichung	187
		15.4.1 Spinpräzession	189
		Stern-Gerlach-Versuch	190
	15.6	Drehung von Spinoren	194
		15.6.1 Eigenspinoren zu beliebigen Richtungen	194
		15.6.2 Drehungen	195

	15.7	Der Messprozess, illustriert am Beispiel des Spins	198
16	Addi	tion von Drehimpulsen	207
	16.1	Addition zweier Drehimpulse	207
		Zwei Spins $\frac{1}{2}$	210
		Bahndrehimpuls und Spin $\frac{1}{2}$	212
17	Zeiti	unabhängige Störungstheorie	213
		Korrekturen zum Hamiltonoperator des Wasserstoffatoms .	213
		Rayleigh-Schrödinger-Störungstheorie	214
		17.2.1 Nicht entartete Störungstheorie	214
		17.2.2 Störungstheorie für entartete Zustände	216
	17.3	Das Wasserstoffatom, Teil II	218
		17.3.1 Feinstruktur des Spektrums	218
	17.4	Anormaler Zeemaneffekt	222
18	Qua	ntentheorie mehrerer Teilchen	225
		Mehrteilchen-Schrödingergleichung	225
		Pauliprinzip	226
	10.2	18.2.1 Ununterscheidbare Teilchen	226
		18.2.2 Pauliprinzip	228
	18.3	Bosonen und Fermionen	231
		Das Heliumatom	232
		18.4.1 Ortho- und Parahelium	232
		18.4.2 Störungstheorie	233
		18.4.3 Ritzsches Variationsverfahren	237
	18.5	Atombau	239
		18.5.1 Zentralfeldmodell	239
		18.5.2 Hartree-Fock-Approximation	242
	18.6	Austauschwechselwirkung	246
		Das Wasserstoffmolekül	248
19	Zeita	abhängige Störungen	253
		Zeitabhängige Störungstheorie	253
		Fermi's Goldene Regel	258
		19.2.1 Zeitunabhängige Störungen	258
		19.2.2 Periodische Störungen	260
	19.3	Absorption und Emission von Strahlung	262
		Spontane Emission	265

•		1	1						
,	n	h	21	te	(DD)	zei	0	hı	719
L	111	E1	cu		$v \cup I$			111	110

•
$\mathbf{v}_{1}$
$\Delta$ 1

20	Statistischer Operator 20.1 Gemische								
21	Mes	sprozess und Bellsche Ungleichungen	273						
		1 Messprozess							
22	Stat	ionäre Streutheorie	285						
	22.1	Das stationäre Streuproblem	285						
	22.2	Partialwellenentwicklung	292						
	22.3	Bornsche Näherung	301						
23	Pfad	lintegrale in der Quantenmechanik	307						
	23.1	Grundkurs Pfadintegrale	307						
		23.1.1 Einführung	307						
		23.1.2 Übergangsamplitude	309						
		23.1.3 Harmonischer Oszillator	315						
		23.1.4 Aharonov-Bohm-Effekt	319						
	23.2	Aufbaukurs Pfadintegrale	323						
		23.2.1 Euklidisches Pfadintegral	323						
		23.2.2 Greensche Funktionen	326						
		23.2.3 Erzeugende Funktionale	328						
		23.2.4 Harmonischer Oszillator II	329						
		23.2.5 Systeme mit quadratischer Wirkung	334						
		23.2.6 Beispiel: Energieaufspaltung	337						
A	Dira	csche $\delta$ -Funktion	345						
В	Four	riertransformation	351						
	B.1	Fourierreihen	351						
	B.2	Fourierintegrale	353						
С	Forn	nelsammlung	355						
Lit	eratu	urhinweise	361						
Inc	Index 3								