Wolfgang Kühnel

Differentialgeometrie

Kurven – Flächen – Mannigfaltigkeiten

4., überarbeitete Auflage

vieweg

Inhaltsverzeichnis

1 Bezeichnungen sowie Hilfsmittel aus der Analysis **1**

2 Kurven im $\mathbb{R}^n$ **5**

2A Frenet–Kurven im $\mathbb{R}^n$ 5

2B Ebene Kurven und Raumkurven 10

2C Bedingungen an Krümmung und Torsion 14

2D Die Frenet–Gleichungen und der Hauptsatz der lokalen Kurventheorie 18

2E Kurven im Minkowski–Raum $\mathbb{R}^3_1$ 23

2F Globale Kurventheorie 25

3 Lokale Flächentheorie **37**

3A Flächenstücke, erste Fundamentalform 37

3B Die Gauß–Abbildung und Krümmungen von Flächen 44

3C Drehflächen und Regelflächen 52

3D Minimalflächen 66

3E Flächen im Minkowski–Raum $\mathbb{R}^3_1$ 78

3F Hyperflächen im $\mathbb{R}^{n+1}$ 85

4 Die innere Geometrie von Flächen **93**

4A Die kovariante Ableitung 94

4B Parallelverschiebung und Geodätische 98

4C Die Gauß–Gleichung und das Theorema Egregium 102

4D Der Hauptsatz der lokalen Flächentheorie 107

4E Die Gauß–Krümmung in speziellen Parametern 110

4F Der Satz von Gauß–Bonnet 116

4G Ausgewählte Kapitel der globalen Flächentheorie 126

5 Riemannsche Mannigfaltigkeiten **139**

5A Der Mannigfaltigkeitsbegriff ... 140

5B Der Tangentialraum ... 144

5C Riemannsche Metriken ... 149

5D Der Riemannsche Zusammenhang ... 153

6 Der Krümmungstensor **165**

6A Tensoren ... 165

6B Die Schnittkrümmung ... 171

6C Der Ricci–Tensor und der Einstein–Tensor ... 176

7 Räume konstanter Krümmung **187**

7A Der hyperbolische Raum ... 187

7B Geodätische und Jacobi–Felder ... 194

7C Das Raumformen–Problem ... 205

7D Dreidimensionale euklidische und sphärische Raumformen ... 209

8 Einstein–Räume **219**

8A Die Variation des Hilbert–Einstein–Funktionals ... 221

8B Die Einsteinschen Feldgleichungen ... 227

8C Homogene Einstein–Räume ... 231

8D Die Zerlegung des Krümmungstensors ... 234

8E Die Konformkrümmung ... 242

8F Dualität für 4-Mannigfaltigkeiten, Petrov–Typen ... 248

Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben ... 256

Literatur ... 274

Verzeichnis mathematischer Symbole ... 275

Index ... 276