Inhaltsverzeichnis

1	**Statistische Daten**	**1**
1.1	Erhebungen	1
1.1.1	Problemstellung	1
1.1.2	Begriffsbildungen	1
1.2	Statistische Variablen	3
1.2.1	Begriffsbildungen	3
1.2.2	Klassifikationen	5
1.2.3	Transformationen	7
1.3	Die Datenmatrix	8
1.4	Aufgaben	9
2	**Darstellung univariater Datensätze**	**11**
2.1	Häufigkeitsverteilungen diskreter Variablen	11
2.1.1	Problemstellung	11
2.1.2	Häufigkeiten	12
2.1.3	Grafische Darstellungen	13
2.2	Häufigkeitsverteilungen stetiger Variablen	15
2.2.1	Problemstellung	15
2.2.2	Geordneter Datensatz	16
2.2.3	Stemleaf-Diagramm	17
2.2.4	Häufigkeitstabelle	18
2.2.5	Das Histogramm	20
2.3	Die empirische Verteilungsfunktion	22
2.3.1	Einführendes Beispiel	22
2.3.2	Empirische Verteilungsfunktion	22
2.3.3	Klassierte Daten	24
2.4	Quantile	26
2.4.1	Problemstellung	26
2.4.2	Bestimmung der Quantile	27
2.4.3	Spezielle Quantile	29
2.4.4	Quantildiagramme	30
2.4.5	5-Zahlen-Zusammenfassung	32
2.4.6	Box-Plots	33
2.5	Aufgaben	35

Bibliografische Informationen
http://d-nb.info/99067858X

digitalisiert durch DEUTSCHE NATIONAL BIBLIOTHEK

3	**Maßzahlen für univariate Datensätze**	**39**
3.1	Maßzahlen der Lage	39
3.1.1	Erfassung des Niveaus	39
3.1.2	Der Median	40
3.1.3	Das arithmetische Mittel	41
3.1.4	Berechnung des arithmetischen Mittels	42
3.1.5	Eigenschaften des arithmetischen Mittels	44
3.1.6	Weitere Maßzahlen der Lage	48
3.2	Streuungsmaße	50
3.2.1	Problemstellung	50
3.2.2	Durchschnittliche Abweichung und Standardabweichung	51
3.2.3	Varianz	54
3.2.4	Weitere Streuungsmaßzahlen	57
3.2.5	Stabilisierung der Streuung	58
3.3	Schiefe empirischer Verteilungen	61
3.3.1	Einführendes Beispiel	61
3.3.2	Maßzahlen der Schiefe	62
3.3.3	Transformation zur Symmetrisierung	65
3.4	Konzentrationsmessung	70
3.4.1	Problemstellung	70
3.4.2	Maße der absoluten Konzentration	70
3.4.3	Relative Konzentration	73
3.5	Aufgaben	77
4	**Multivariate Datensätze**	**81**
4.1	Darstellung multivariater diskreter Datensätze	81
4.1.1	Problemstellung	81
4.1.2	Bivariate Kontingenztabellen	82
4.1.3	Bedingte relative Häufigkeiten	83
4.1.4	Mehrdimensionale Kontingenztabellen	84
4.2	Darstellung bivariater stetiger Datensätze	85
4.2.1	Streudiagramm	85
4.2.2	Konvexe Hüllen	86
4.2.3	Grafische Darstellung der bivariaten Häufigkeitsverteilung	87
4.3	Mehrdimensionale Daten	88
4.4	Maßzahlen des Zusammenhangs	90
4.4.1	Problemstellung	91
4.4.2	Die Kovarianz	92
4.4.3	Der Korrelationskoeffizient von Bravais-Pearson	95
4.4.4	Der Rangkorrelationskoeffizient von Spearman	98
4.4.5	Der Phi-Koeffizient	99
4.5	Elementare Regressionsrechnung	101

4.5.1 Problemstellung ... 102
4.5.2 Bestimmung der Regressionsgeraden ... 103
4.5.3 Das Bestimmtheitsmaß ... 106

4.6 Aufgaben ... 109

5 Indexzahlen und Zeitreihenanalyse 113

5.1 Indexzahlen ... 113
5.1.1 Messziffern ... 114
5.1.2 Indizes ... 116
5.1.3 Rechnen mit Indizes ... 120

5.2 Elementare Zeitreihenanalyse ... 122
5.2.1 Trendbestimmung ... 123
5.2.2 Saisonbereinigung ... 127

5.3 Aufgaben ... 130

6 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 133

6.1 Zufallsexperimente und Ereignisse ... 133
6.1.1 Zufallsexperimente ... 133
6.1.2 Ereignisse ... 135

6.2 Wahrscheinlichkeiten ... 139
6.2.1 Chancen von Ereignissen ... 139
6.2.2 Häufigkeiten von Ereignissen ... 140

6.3 Statistische Wahrscheinlichkeit ... 141
6.3.1 Axiome von Kolmogorov ... 143
6.3.2 Das Gleichmöglichkeitsmodell ... 145
6.3.3 Zufallsauswahlen aus endlichen Grundgesamtheiten ... 147

6.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit ... 151
6.4.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit ... 151
6.4.2 Unabhängigkeit ... 155

6.5 Zufallsvariablen ... 157
6.5.1 Einführendes Beispiel ... 158
6.5.2 Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... 158
6.5.3 Verteilungsfunktion ... 160

6.6 Aufgaben ... 162

7 Diskrete Verteilungen 165

7.1 Diskrete Zufallsvariablen ... 165
7.1.1 Wahrscheinlichkeitsfunktion ... 165
7.1.2 Bestimmung eines Verteilungsmodells ... 166
7.1.3 Verteilungsfunktion ... 168

7.2 Maßzahlen diskreter Verteilungen ... 170

7.2.1 Erwartungswert diskreter Zufallsvariablen ... 170
7.2.2 Varianz diskreter Zufallsvariablen ... 173

7.3 Multivariate diskrete Zufallsvariablen ... 176
7.3.1 Kovarianz und Korrelation ... 179

7.4 Aufgaben ... 181

8 Diskrete Verteilungsmodelle 185

8.1 Die hypergeometrische Verteilung ... 186

8.2 Die Binomialverteilung ... 188
8.2.1 Einführendes Beispiel ... 188
8.2.2 Herleitung der Verteilung ... 189
8.2.3 Eigenschaften ... 191
8.2.4 Anpassung an empirische Verteilungen ... 193
8.2.5 Die Multinomialverteilung ... 193

8.3 Die Poisson-Verteilung ... 194
8.3.1 Problemstellung ... 194
8.3.2 Ableitung und Eigenschaften ... 195
8.3.3 Anpassung an empirische Verteilungen ... 196

8.4 Die geometrische Verteilung ... 198
8.4.1 Einführendes Beispiel ... 198
8.4.2 Ableitung und Eigenschaften ... 198

8.5 Die negative Binomialverteilung ... 200
8.5.1 Ableitung und Eigenschaften ... 200
8.5.2 Anpassung an empirische Verteilungen ... 202

8.6 Zur Auswahl eines diskreten Verteilungsmodells ... 203
8.6.1 Einführendes Beispiel ... 203
8.6.2 Das Auswahldiagramm ... 204

8.7 Aufgaben ... 207

9 Stetige Verteilungen 211

9.1 Grundlagen ... 211
9.1.1 Einführendes Beispiel ... 211
9.1.2 Stetige Verteilungsfunktionen ... 212
9.1.3 Dichtefunktion ... 213
9.1.4 Theoretische Quantile ... 216

9.2 Maßzahlen stetiger Verteilungen ... 221
9.2.1 Maßzahlen der Lage ... 221
9.2.2 Die Varianz ... 223
9.2.3 Schiefe ... 224

9.3 Multivariate stetige Verteilungen ... 227

9.4 Aufgaben ... 230

10 Stetige Verteilungsmodelle 233

10.1 Stetige Gleichverteilung ... 233

10.2 Die Pareto-Verteilung ... 235
10.2.1 Anpassung an empirische Verteilungen ... 235

10.3 Die Exponentialverteilung ... 238
10.3.1 Ableitung und Eigenschaften ... 238
10.3.2 Anpassung an empirische Verteilungen ... 240

10.4 Die Laplace-Verteilung ... 242

10.5 Die Gammaverteilung ... 244

10.6 Aufgaben ... 247

11 Die Normalverteilung 249

11.1 Grundlagen ... 249
11.1.1 Problemstellung ... 249
11.1.2 Definition und Bedeutung der Parameter ... 250
11.1.3 Eigenschaften ... 251
11.1.4 Anpassung an empirische Verteilungen ... 254

11.2 Approximation von Verteilungen ... 258
11.2.1 Problemstellung ... 258
11.2.2 Der zentrale Grenzwertsatz ... 258
11.2.3 Approximation der Binomialverteilung ... 260
11.2.4 Approximation der Poisson-Verteilung ... 262

11.3 Die logarithmische Normalverteilung ... 263
11.3.1 Problemstellung ... 263
11.3.2 Definition und Eigenschaften ... 264
11.3.3 Anpassung an empirische Verteilungen ... 265

11.4 Die bivariate Normalverteilung ... 266
11.4.1 Problemstellung ... 266
11.4.2 Ableitung und Eigenschaften ... 267
11.4.3 Anpassung an empirische Verteilungen ... 269

11.5 Aufgaben ... 271

12 Stichprobenfunktionen 275

12.1 Grundlagen ... 275
12.1.1 Einführendes Beispiel ... 275
12.1.2 Begriffsfestlegung ... 276

12.2 Spezielle Stichprobenfunktionen ... 278
12.2.1 Das arithmetische Mittel ... 278

12.2.2 Die relative Häufigkeit ... 280
12.2.3 Die empirische Verteilungsfunktion ... 282
12.2.4 Monte-Carlo-Simulation ... 282

12.3 Aufgaben ... 284

13 Schätzen von Parametern 285

13.1 Schätzfunktionen und ihre Eigenschaften ... 285
13.1.1 Problemstellung ... 285
13.1.2 Schätzfunktionen ... 286
13.1.3 Mittlerer quadratischer Fehler ... 287
13.1.4 Erwartungstreue ... 290
13.1.5 Konsistenz ... 293
13.1.6 Robustheit ... 294
13.1.7 Standardfehler ... 296

13.2 Schätzmethoden ... 299
13.2.1 Problemstellung ... 299
13.2.2 Momentenmethode ... 299
13.2.3 Maximum-Likelihood-Methode ... 300
13.2.4 Bestimmung des Maximums von $L(\theta)$ ... 304

13.3 Aufgaben ... 307

14 Konfidenzintervalle 311

14.1 Problemstellung ... 311

14.2 Allgemeine Definition eines Konfidenzintervalles ... 312

14.3 Konfidenzintervalle für Maßzahlen der Lage ... 316
14.3.1 Konfidenzintervall für μ bei Normalverteilung mit unbekanntem σ^2 ... 316
14.3.2 Approximative Konfidenzintervalle für den Erwartungswert ... 318
14.3.3 Konfidenzintervall für den Median ... 321

14.4 Konfidenzintervalle für Maßzahlen der Streuung ... 323
14.4.1 Konfidenzintervall für σ^2 bei Normalverteilung ... 324
14.4.2 Konfidenzintervalle für zwei Quartile ... 326

14.5 Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten und Anteile ... 328
14.5.1 Problemstellung ... 328
14.5.2 Approximatives Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit ... 328
14.5.3 Approximatives Konfidenzintervall für einen Anteil ... 330
14.5.4 Länge der Konfidenzintervalle für p ... 331

14.6 Aufgaben ... 332

15 Testen von Hypothesen 335

15.1 Reine Signifikanztests ... 335
15.1.1 Problemstellung ... 335

15.1.2 Tests auf der Basis von Konfidenzintervallen ... 335
15.1.3 Tests auf der Basis von Prüfgrößen ... 336
15.1.4 Der P-Wert ... 339

15.2 Die Elemente der klassischen Testtheorie ... 340
15.2.1 Problemstellung ... 340
15.2.2 Formen von Hypothesen ... 340
15.2.3 Fehlerarten ... 342
15.2.4 Die Gütefunktion ... 343

15.3 Aufgaben ... 346

16 Spezielle Parametertests 349

16.1 Einstichprobentests ... 349
16.1.1 Tests auf μ bei Normalverteilung ... 349
16.1.2 Approximative Tests auf μ ... 350
16.1.3 Test auf $\tilde{\mu}$ bei symmetrischen Verteilungen ... 351
16.1.4 Test auf $\tilde{\mu}$ bei beliebigen stetigen Verteilungen ... 353
16.1.5 Test auf σ^2 bei Normalverteilung ... 355
16.1.6 Test auf eine Wahrscheinlichkeit p ... 356

16.2 Parametervergleiche bei unabhängigen Stichproben ... 357
16.2.1 Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung; σ_X^2 und σ_Y^2 bekannt ... 358
16.2.2 Vergleich von μ_X und μ_Y; σ_X^2 und σ_Y^2 unbekannt; Stichproben groß ... 358
16.2.3 Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung; σ_X^2 und σ_Y^2 unbekannt; Stichproben klein ... 360
16.2.4 Vergleich von $\tilde{\mu}_X$ und $\tilde{\mu}_Y$ ... 361
16.2.5 Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten ... 363

16.3 Aufgaben ... 364

17 Varianzanalyse 369

17.1 Einfache Varianzanalyse ... 369
17.1.1 Einführendes Beispiel ... 369
17.1.2 Das Modell ... 370
17.1.3 Der Test bei Normalverteilung ... 371
17.1.4 Multiple Vergleiche bei Normalverteilung ... 374
17.1.5 Ungleiche Streuungen ... 375
17.1.6 Nicht-normalverteilte Variablen ... 377

17.2 Zweifache Varianzanalyse ... 379
17.2.1 Einführendes Beispiel ... 379
17.2.2 Modell mit Wechselwirkungen ... 380
17.2.3 Tests bei Normalverteilung ... 381
17.2.4 Ungleiche Varianzen ... 384
17.2.5 Nicht-normalverteilte Störungen ... 386

17.3 Aufgaben ... 389

18 Anpassungs- und Unabhängigkeitstests 393

18.1 Anpassungstests ... 393
18.1.1 Problemstellung ... 393
18.1.2 Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für vollständig spezifizierte Verteilungen ... 394
18.1.3 Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für Verteilungen mit unbekannten Parametern ... 396
18.1.4 Das Chigramm ... 399
18.1.5 Der Kolmogorov-Smirnov-Test ... 401
18.1.6 Anpassungstests vom Korrelationstyp ... 405

18.2 Unabhängigkeitstests ... 407
18.2.1 Problemstellung ... 407
18.2.2 Der Chi-Quadrat-Test ... 409
18.2.3 Tests auf Korrelation ... 412

18.3 Aufgaben ... 414

19 Das Regressionsmodell 417

19.1 Das einfache lineare Regressionsmodell ... 417
19.1.1 Einführende Beispiele ... 418
19.1.2 Entwicklung des Modells ... 420

19.2 Schätzen und Testen im einfachen linearen Regressionsmodell ... 421
19.2.1 Problemstellung ... 421
19.2.2 Die Kleinst-Quadrate-Schätzfunktion ... 422
19.2.3 Eigenschaften der KQ-Schätzer ... 423
19.2.4 Das Regressionsmodell mit normalverteilten Fehlern ... 425
19.2.5 Konfidenzintervalle und Tests für die Regressionskoeffizienten ... 427
19.2.6 Konfidenzintervalle und Konfidenzband für die Regressionsgerade ... 429
19.2.7 Prognoseintervalle ... 431

19.3 Residuenanalyse ... 431
19.3.1 Systematische Änderung des Mittels ... 432
19.3.2 Inhomogenität der Varianz ... 433
19.3.3 Ausreißer ... 434
19.3.4 Verletzung der Normalverteilungsannahme ... 437

19.4 Linearisieren eines Zusammenhanges ... 439
19.4.1 Problemstellung ... 439
19.4.2 Transformationen ... 440

19.5 Das multiple lineare Regressionsmodell ... 442
19.5.1 Problemstellung ... 443
19.5.2 Das Modell und seine Schätzung ... 443
19.5.3 Koeffizientenschätzer bei zwei erklärenden Variablen ... 444
19.5.4 Interpretation der Koeffizienten ... 446
19.5.5 Testen der Koeffizienten ... 447
19.5.6 Beurteilung der multiplen Regression ... 448
19.5.7 Überprüfung der Modellannahmen ... 449

19.5.8 Multikollinearität 451
19.6 Aufgaben 453

Lösungen zu den Aufgaben mit ungeraden Nummern **457**

Tabellen **489**

Literatur **515**

Index **521**