

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort ( <i>Vittorio Hösle</i> ) .....	XVII
-----------------------------------------	------

## Einleitung

Perspektive Übersicht der nichteuklidischen Passagen des <i>Corpus Aristotelicum</i> .....	1
Répertoire der nicht-euklidischen Passagen im <i>Corpus Aristotelicum</i> .....	3
Fragmente mit unterschiedlicher Beweiskraft .....	11
Nichteuklidische Beispiele für unterschiedliche Thesen .....	14
Nichteuklidische Propositionen: weder wahr noch falsch .....	16
Die historische Stelle der nichteuklidischen Fragmente .....	17

## Erster Teil

Erkenntnis der Notwendigkeit, die euklidische Geometrie  
axiomatisch zu begründen: historischer und theoretischer  
Ursprung des euklidischen Parallelenpostulats

## Kapitel 1

Aristoteles' Bericht über einen <i>circulus vitiosus</i> im Beweis des <i>Theorems der Parallelen</i> .....	21
<i>Analytica priora</i> , II 16, 65a4-7 .....	21
Notorietät des geometrischen <i>circulus vitiosus</i> .....	22
Die logische Relevanz und die metamathematische Bedeutung des geometrischen Beispiels .....	23
Struktur der zirkulären Inferenz und des korrekten Beweises .....	23
Die singuläre Position und Signifikanz des geometrischen Beispiels für <i>petitio principii</i> bei Aristoteles .....	25
Der Terminus $\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\epsilon\upsilon\upsilon$ in den <i>Elementen</i> .....	27
Sinn des Terminus $\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\epsilon\upsilon\upsilon$ in <i>Analytica priora</i> 65a4-7 .....	28

Archimedes: Theoreme und Beweise <i>schreiben</i> .....	30
Die Terminologie des Beweises bei Platon .....	35
Theaitetos: die Seite unaussprechbarer Länge, die über die Potenz verfügt, ein Quadrat mit aussprechbaren Fläche zu generieren .....	38
Theaitetos' arithmetisches Kriterium der Inkommensurabilität .....	39
Theodoros und die geometrische Nicht-Meßbarkeit .....	39
Was hat Theodoros in seiner Darstellung <i>manifest</i> gemacht? .....	40
Ein anonymer Kommentar zu Platons <i>Theaitetos</i> : „γράφειν“ als „beweisen“ .....	41
„Beweisen“ und „manifest machen“ in Platon und Archimedes .....	42
Theodoros und der infinitesimale Beweis der Inkommensurabilität .....	43
Der Terminus γράφειν als „beweisen“ in Aristoteles .....	44
Exkurs: die Terminologie für „beweisen“ und ihre historische Entwicklung .....	48
 Kapitel 2	
Das „Theorem der Parallelen“ in <i>anal. priora</i> 65a4-7 und seine Identität mit der Proposition 29 des ersten Buches der <i>Elemente</i> Euklids .....	53
Der voreuklidische Beweis des Theorems der Parallelen und seine Zirkularität .....	53
Wahrheit und Sein: das Theorem der Parallelen .....	53
Das „Theorem der Parallelen“ in den <i>Elementen</i> .....	55
„Die Parallelen“ als metasprachlicher Namen des Theorems der Parallelen .....	57
 Kapitel 3	
Einige Interpretationen der Passage 65a4-7 .....	59
Die Interpretation des Anonymus .....	59
Die Nicht-Inzidenz der koorthogonalen Geraden, <i>Elem.</i> I 27-28, bei Aristoteles .....	60
Das Theorem der Koorthogonalität: <i>Elem.</i> I 27-28 .....	61
Das reziproke Verhältnis zwischen den Propositionen <i>Elem.</i> I 27-28 und <i>Elem.</i> I 29 .....	63
Die Interpretation von Iulius Pacius .....	64
Die Interpretation von Sir Thomas Heath .....	65
Die Interpretation von Hans Freudenthal .....	66

## Kapitel 4

Transitivität und Unizität der Parallelen und der <i>circulus vitiosus</i> im Beweis des „Theorems der Parallelen“ .....	69
Das Theorem der Transitivität der Parallelen, <i>Elem.</i> I 30 .....	69
Der Parallelismus vollständiger Geradenpaare als euklidische Äquivalenzklasse .....	70
Transitivität des Parallelismus und Unizität der Parallele .....	71
Die Konstruktion der einzigen Parallele, <i>Elem.</i> I 31 .....	72
Das Postulat der Parallelen: die erforderte <i>arche</i> .....	74

## Kapitel 5

Die logische Relation der reziproken Theoreme und die Eigenschaft der „Unizität“ in den <i>Elementen</i> .....	77
Proklos und der Beweis der reziproken Theoreme .....	77
Irreversibilität des absoluten Theorems <i>Elem.</i> I 27-28 .....	80
Unizitätstheoreme in den <i>Elementen</i> .....	82
Sonderstellung des Theorems der Unizität der Parallele, <i>Elem.</i> I 31, in der deduktiven Genealogie der <i>Elemente</i> .....	85
Axiomatische Inkonssequenzen in den <i>Elementen</i> : Buch I und Buch XI .....	86
Proklos über die Unizität der Parallele .....	88
Sonderstellung des Theorems <i>Elem.</i> I 30 in der Architektur der <i>Elemente</i> .....	89
Die Transitivitätsrelation koplanarer Parallelen und paralleler Ebenen: eine vergleichende Analyse .....	92
Proklos und die Transitivität der Ähnlichkeit .....	93
Metamathematische Signifikanz des Transitivitätstheorems <i>Elem.</i> I 30 .....	95
Proklos' Kommentar zur Transitivität des Parallelismus .....	96

## Kapitel 6

Logische Struktur und Rhetorik des apagogischen Beweises im Theorem der Parallelen, <i>Elem.</i> I 29. ....	99
Der apagogische Beweis im Ersten Buch der <i>Elemente</i> .....	99
Die Entdeckung des Zirkels im Beweis des „Theorems der Parallelen“ – eine epistemologische Ruptur in der Entfaltung des axiomatischen Denkens .....	100

Der <i>circulus vitiosus</i> im „Beweis des Theorems der Parallelen“ und die Lücke im euklidischen Beweis des Theorems <i>Elem. X 9</i> .....	103
Der Beweis von <i>Elem. I 29</i> durch <i>reductio ad impossibile</i> der nichteuklidischen Hypothese und seine logische Struktur .....	105
Stilistische Eigentümlichkeiten des Beweisvorganges in <i>Elem. I 29</i> .....	108
Die paradoxalen Aspekte der Hypothese des stumpfen Winkels: Euklids Postulat als beweisbares Theorem im System der Hypothese des stumpfen Winkels .....	110
Die Genesis des Parallelenproblems im vierten Jahrhundert .....	112

## Zweiter Teil

### Kapitel 1

<i>Erste Analytiken</i> II 17, 66a11-15: die Hypothese des stumpfen Winkels und ihre Elimination .....	117
<i>Analytica priora</i> II 17 .....	117
Die Hypothese eines nichteuklidischen Dreiecks .....	118
Die zwei Typen des nichteuklidischen Dreiecks bei Aristoteles .....	119
Das euklidische Theorem der Parallelen, <i>Elem. I 29</i> , im Lichte Aristoteles' <i>Ersten Analytiken</i> II 17: eine vergleichende Analyse der einschlägigen Texte .....	119
Die Hypothese nichteuklidischer Parallelen .....	119
Die strukturelle Analogie zwischen den Texten von Aristoteles und Euklid .....	121
Eine andere Interpretation der ersten Hypothese der <i>analytica priora</i> 66a13-14: das absolute Theorem <i>Elem. I 16</i> und seine Negation .....	123
Die erste Hypothese der <i>priora</i> und das Dreieck .....	123
Das absolute Theorem, <i>Elem. I 16</i> und seine formale Struktur .....	124
Die erste Hypothese der <i>priora</i> 66a13-14 und die Konfiguration der parallelen Geraden .....	126
Die Negation von <i>Elem. I 32</i> und ihre Folgen .....	127
Die simultane und notwendige Universalität der euklidischen und der nicht-euklidischen Winkelsumme des Dreiecks .....	129

Historische Argumente für die Interpretation der ersten Hypothese der <i>priora</i> 66a13-14 als einer Negation des Theorems der Parallelen <i>Elem.</i> I 29 .....	131
Der Begriff des Parallelismus bei Aristoteles und bei Euklid .....	133
Die Konklusion „die Parallelen schneiden sich“ und ihre „Falschheit“ .....	133
Die Inzidenz der Parallelen: eine Falschheit oder eine Unmöglichkeit? .....	133
Unendliche und endliche Gerade in der euklidischen und den nichteuklidischen Geometrien .....	136
Die Definition der Parallelen und die Größe des Parallelwinkels .....	138
Endliche und unendliche Geraden und die nichteuklidischen Hypothesen .....	139
Die nichteuklidische Hypothese des stumpfen Parallelwinkels und die Unendlichkeit der Gerade .....	139
Die nichteuklidische Hypothese des Parallelwinkels bei Ptolemaios .....	140
Der Text des euklidischen Postulats E in den <i>Elementen</i> und seine Redundanz .....	141
Die nichteuklidischen Hypothesen: die Parallelen und das Dreieck ....	144
Die Hypothese des stumpfen Winkels und der axiomatische Status der Unendlichkeit der Gerade .....	144
Der axiomatische Status der Unendlichkeit der Gerade und das Axiom 9 .....	146
Die Unendlichkeit der Gerade in den <i>Elementen</i> Euklids .....	148
Exkurs: Die Ergebnisse des axiomatischen Denkens im Bereich der Theorie der <i>Logoi</i> .....	150
Rekonstruktion des Beweises: „die Parallelen schneiden sich“ .....	154

## Kapitel 2

<i>Die zweiten Analytiken</i> I 12, 77a36-b27: nicht-geometrische Geometrie, geometrisches Nicht-Wissen, böse <i>arche</i> .....	159
Die sich schneidenden Parallelen als Synekdoche in den Zweiten Analytiken .....	159
Die „wissenschaftliche Frage“ als unentschiedenes Problem .....	162
Die „wissenschaftliche Frage“: offene Alternative als Prämisse .....	162
Die „wissenschaftliche Frage“ und ihre Relation zu Aristoteles’ Epistemologie der deduktiven Wissenschaften .....	165

Aristoteles und die nicht-geometrische Frage .....	166
Nicht-geometrische Geometrie und geometrisches Nicht-Wissen .....	168
Nicht-geometrische Interrogation und geometrisches Nicht-Wissen ..	168
Geometrisches Wissen und geometrisches Nicht-Wissen .....	172
Die Klassifikation des <i>geometrischen Nicht-Wissens</i> .....	172
Die Mathematik: eine Wissenschaft ohne Paralogismen .....	174
„Die Parallelen schneiden sich“ als paradigmatisches Beispiel des geometrischen Nicht-Wissens .....	174
Das euklidische Theorem der Parallelen in <i>analytica priora</i> II 16 und das nichteuklidische Theorem der Parallelen in <i>analytica posteriora</i> I 12: ein Vergleich .....	176
„Nicht-geometrische“ geometrische Propositionen .....	177
Die verbale Artikulation der Relation zwischen einer gegebenen Welt und ihrer Gegenwelt: Eudoxos und der <i>logos</i> als „eine Art“ von <i>Verhältnis</i> zwischen Größen .....	178
Geometrische Ignoranz und geometrisches „Nicht-Wissen“ .....	180
Das Wort $\varphi\alpha\lambda\omega\varsigma$ als Ausdruck für das Schlechte, das Naturwidrige, das Korrupte und Pervertierte .....	182
Das geometrische Nicht-Wissen: logische Folge entgegengesetzter <i>archai</i> .....	184
Die Metapher der nicht-artistischen Kunst: ihre Konsequenzen für die Epistemologie des Nicht-Geometrischen .....	188
Verschiebung der Redeweise: die Ersetzung der logischen Prädikate durch ethische Werte .....	188
Ethische Werte als metasprachliche Prädikate .....	189
Das Böse und das Falsche .....	190
Axiomatik und Axiologie .....	192
Die Geometrie des bösen Demiurgen und die logische Kohärenz als Kriterium der Wahrheit in Platons <i>Kratylos</i> .....	194
Die aristotelische Onomaturgie der <i>bösen</i> Geometrie und ihre theoretische und historische Bedeutung .....	199
Die theoretischen Schwierigkeiten der <i>analytica priora</i> I 12 .....	200
Innere Rede, äußere Rede und das Auge des <i>Nous</i> .....	200
Die <i>Zweiten Analytiken</i> und der Ort der geometrischen Entitäten .....	202
Die Negation der euklidischen <i>arche</i> als Ursache der geometrischen Perversion .....	204
Geometrie: denken und zeichnen .....	205

Graphische Darstellung und Visualisation der „nicht-geometrischen Geometrie“ .....	206
Die Amphibolie des Wortes „Dreieck“ in den <i>Sophistischen Widerlegungen</i> 10, 171a12-16 .....	208
Die Zweideutigkeit der Winkelsumme des Dreiecks .....	208
Der Begriff „Dreieckswinkelsumme“ und seine Amphibolie .....	210
Die Winkelsumme <i>gleich</i> oder <i>nicht-gleich</i> mit 2R als „Akzidens“ des Dreiecks .....	212
Das Haus, das Dreieck und ihre Akzidenzien .....	212
Der abstrakte Begriff „Haus“ und seine Extension .....	213
Der absolute Begriff „Dreieck“ und seine Extension .....	213
Die „Verschiedenheit“ von „Dreieck“ und „Dreieck, dessen Winkelsumme gleich 2R ist“ .....	216

### Kapitel 3

Die Winkelsumme des Dreiecks als Wesen des Dreiecks und Grund seines spezifischen Seins: <i>Analytica posteriora</i> II 2, 90a12-13, 90a33-34; II 8, 93a33-35; <i>Metaphysica</i> IX 10, 1052a4-7 .....	219
Absolutes Sein und spezifisches Sein .....	219
Der Mond, die Erde, das Dreieck – die Eklipse und die Winkelsumme .....	221
Der Mond und das Dreieck – die Mondfinsternis und die Winkelsumme .....	222
Der unentschiedene logische Status der Winkelsumme des Dreiecks .....	225
Die Winkelsumme des Dreiecks als Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchung .....	228
Die Winkelsumme des Dreiecks: gleich, größer oder kleiner als zwei Rechte .....	229
Universalität und ontische Notwendigkeit der Winkelsumme des Dreiecks .....	230
Aristoteles und der Beweis der Gleichheit der Winkelsumme mit zwei rechten Winkeln .....	232
Die Gleichheit seiner Winkelsumme mit zwei rechten Winkeln kommt dem Dreieck ohne Vermittlung zu .....	233
Der Wert der Winkelsumme - das bestimmende Wesen und das ontische Fundament des Dreiecks .....	237

Theoretische und historische Bedeutung der Stelle <i>anal. post.</i> 90a33-34 .....	240
Die Unentscheidbarkeit der Alternative: ist der <i>logos</i> des Dreiecks euklidisch oder nichteuklidisch? .....	242
Signifikanz der Stelle <i>anal. post.</i> 93a33-35 im Kontext des nichteuklidischen Repertoires des <i>Corpus Aristotelicum</i> .....	244
Die Winkelsumme des Dreiecks: Immutabilität, Ewigkeit, Universalität .....	248
Gleichheit und Ungleichheit der Winkelsumme mit zwei Rechten als Eigenschaft eines Universums .....	252
Die Unmöglichkeit, das Universum aller Dreiecke in zwei Klassen, die der euklidischen und die der nichteuklidischen Dreiecke, zu teilen .....	253
<i>Metaphysik</i> 1052a4-7: ein Korollar von Saccheris Theorem der absoluten Universalität der Winkelsumme .....	254

#### Kapitel 4

Die Kommensurabilität der Quadratdiagonale als Konsequenz der nichteuklidischen Hypothese: <i>De caelo</i> I 12, 281b5-7; die Universalität der Summe der Außenwinkel eines geradlinigen Polygons: <i>Analytica posteriora</i> I 24, 85b38-86a3 .....	257
Absolute und hypothetische Unmöglichkeit .....	259
Der Text des Beispiels 281b5-6 und seine Lesung .....	261
Sprachliche Form und logische Struktur der Stelle aus <i>de caelo</i> .....	262
Das aristotelische Vokabular des Beispiels in <i>de caelo</i> 281b5-6 .....	262
Die Unmöglichkeit des euklidischen Dreiecks - als ontische Unmöglichkeit und als hypothetische Aussage .....	265
Die Unmöglichkeit des euklidischen Dreiecks: Hypothese oder Konsequenz? .....	269
Die Terminologie der Implikation und der logischen Folge bei Platon, Aristoteles und Euklid .....	271
Alexandros über den modalen Status der Kommensurabilität der Diagonale - als Konsequenz der Unmöglichkeit des euklidischen Dreiecks .....	274
Der geometrische Inhalt der Stelle <i>de caelo</i> 281b5-6 .....	275
Rekonstruktion des Beweises des nichteuklidischen Theorems aus <i>de caelo</i> .....	277
Der Fall der Hypothese des spitzen Winkels .....	283

Der Fall der Hypothese des stumpfen Winkels .....	285
Ein Kommentar des Simplicius .....	288
Moses Maimonides: göttliche Omnipotenz und Kommensurabilität der Diagonale .....	288
Ein anderer Rekonstruktionsversuch des nichteuklidischen Theorems aus <i>de caelo</i> .....	290
Euklid, Gauss, Bolyai, Lobatschewskij: Geometrie als reiner Text .....	293
Ein Scholion zu den <i>Elementen</i> und Herons <i>Definitionen</i> .....	297
Die singuläre Stelle des Beispiels aus <i>de caelo</i> im nichteuklidischen Repertoire von Aristoteles .....	300
Die nichteuklidische Stelle aus <i>de caelo</i> 281b5-6 und ihre Rolle im Unternehmen, die Alternative „euklidisch - nichteuklidisch“ auf indirektem Wege zu entscheiden .....	305
Andere Interpretationen der Stelle <i>de caelo</i> 281b5-6 .....	306
Euklidische und nichteuklidische Polygone und die Summe ihrer Außenwinkel .....	314
Die Summe der Außenwinkel eines geradlinigen Polygons: <i>Analytica posteriora</i> I 24, 85b38-86a3 .....	314
Thibauts Beweis der Gleichheit der Außenwinkel mit 4R .....	316
Translation, Rotation und Richtung .....	317
Die Interpretation der Stelle <i>anal. post.</i> 85b38-86a3 .....	320

## Kapitel 5

*Geometria more ethico*. Strukturanalogie der ethisch-politischen  
Praxis und der axiomatischen Grundlegung der Geometrie:

*Ethica Nicomachea*, VI 5, 1140b13-15;

*Magna moralia* I 10-11, 1187a29-b14

*Ethica Eudemia* II 6, 1222b15-42; *Problemata* XXX 7, 956a15-27

Die Alternative: „euklidisch – nichteuklidisch“ und  
die Inkorrupibilität ihrer Entscheidung .....

Die ethische Alternative und die Korruptibilität des ethischen  
Urteils .....

Die Ethische Intuition und die Spaltung des Domäns  
der Praxis in korrupte und inkorrupte Urteile .....

Die Entscheidung der geometrischen Alternative:  
einziges Beispiel des inkorrupiblen Urteils .....

Das Subjekt als Quelle des Urteils .....

Ethisches und geometrisches Urteil als *arche* .....

Die axiomatischen Grundlagen der Geometrie und die Freiheit des Subjekts: <i>Magna Moralia</i> I 10-11, 1187a29-b14; <i>Ethica Eudemia</i> II 6, 1222b15-42 .....	332
Die natürliche Genese, ihre <i>arche</i> und die hereditäre Invarianz des Wesens .....	333
Das Subjekt: die Singularität des menschlichen Wesens .....	335
Die präferentielle Wahl als <i>arche</i> der Praxis – die Freiheit des Menschen aus der Perspektive von Aristoteles .....	337
Sprachliche Schwierigkeiten mit dem Begriff der universalen menschlichen Freiheit – der Freie und der Sklave .....	338
Die Strukturanalogie zwischen der ethisch-politischen Praxis und dem geometrischen Denken .....	340
Umwälzung der geometrischen <i>arche</i> : die Umwandlung des euklidischen in ein nichteuklidisches Dreieck .....	342
Göttliche und geometrische <i>arche</i> : „unbewegliche <i>arche</i> “ als metaphorischer Ausdruck der Geometrie .....	344
Umwandlung der Raben und Umwandlung der Dreiecke: weiße Raben und nichteuklidische Dreiecke .....	347
Eine notwendige Folge der nichteuklidischen <i>arche</i> : das maximale Quadrat .....	350
Umwandelbare und entgegengesetzte <i>archai</i> und die Konsistenz deduktiver Systeme .....	355
Die Winkelsumme des Dreiecks als <i>arche</i> .....	356
Aristoteles persönlicher Kommentar zur Gegenwart des Nichteuklidischen .....	358
Die historische und metaphysische Signifikanz der Geometrie im Einbettungsraum der Ethik .....	359
Die Seeschlacht von morgen und die heutige Unentscheidbarkeit des Gegensatzes „euklidisch – nichteuklidisch“ ( <i>problem. XXX 7, 956a15-27</i> ) .....	361
Die Seeschlacht von Salamis und der Gegensatz geometrischer Systeme aus dem Gesichtspunkt einer hedonistischen Ethik .....	361
Euklidisches Dreieck, nichteuklidisches Dreieck – dieselbe Lust .....	363
Die singuläre Stelle des <i>Problems XXX 7</i> im Kontext der nichteuklidischen Fragmente des <i>Corpus Aristotelicum</i> .....	364
In Eudoxos' Schatten .....	367
Aristoteles – unparteiischer Beobachter der geometrischen Naumachie des Euklidischen und Nichteuklidischen .....	367

Die Unentscheidbarkeit der Alternative „euklidisch – nichteuklidisch“ und die Rolle des Subjekts .....	368
Die <i>diachrone</i> Seeschlacht von Salamis und die <i>achrone Naumachie</i> des Euklidischen und Nichteuklidischen .....	369
Die geometrische Alternative und das ausgeschlossene Dritte .....	373
Die achrone Zukunft der Geometrie ist kontingent .....	375
Euklid in der Hypostase des transzendenten Subjekts der Geometrie und die Entscheidung der Alternative: „euklidisch oder nichteuklidisch“ .....	377
Das weitere Schicksal der Freiheit des transzendenten Subjekts der Geometrie .....	379

## Kapitel 6

Die Winkelsumme des Dreiecks und die Geradlinigkeit seiner Seiten ( <i>De anima</i> I 1, 402b16-21; <i>Physica</i> II 9, 200a15-30) .....	383
Die Spezifität der Fragmente <i>phys.</i> 200a15-30 und <i>de anima</i> 402b16-21 im Kontext der nichteuklidischen Passagen des <i>Corpus Aristotelicum</i> .....	384
Was ist „gerade“? Was ist „krumm“? Und mit wievielen rechten Winkeln ist die Winkelsumme des Dreiecks gleich? .....	386
Die Winkelsumme des Dreiecks als notwendige Folge der Geradlinigkeit .....	388
Die Negation der Gleichheit der Winkelsumme mit 2R impliziert die Negation der <i>archai</i> .....	390
Die Stelle <i>phys.</i> 200a15-30 im Vergleich mit den nichteuklidischen Stellen in Aristoteles' Ethiken .....	393

## Anhang

Die Nichteuklidischen Stellen im <i>Corpus Aristotelicum</i> und in Platon	
Griechisch .....	395
Lateinisch-Deutsch .....	402
Bibliographie .....	415
Personenregister .....	423