

Inhalt

Vorwort — V

Über Mathematik und Wirklichkeit und dieses Buch — VII

Teil I: Grundlagen

1 Logik — 3

2 Mengen — 8

3 Relationen — 15

3.1 Abbildungen — 17

Teil II: Arithmetik

4 Die natürlichen Zahlen — 25

4.1 Das Prinzip der vollständigen Induktion — 25

4.2 Der binomische Satz — 26

4.3 Primzahlen — 28

5 Erweiterungen der Zahlenmenge — 31

5.1 Die ganzen Zahlen — 31

5.2 Gruppe — 33

5.3 Die rationalen Zahlen — 34

5.4 Körper — 35

5.5 Die reellen Zahlen — 36

5.6 Die komplexen Zahlen — 38

Teil III: Elementare Geometrie

6 Ebene Geometrie — 45

7 Trigonometrie — 51

8 Vektoren — 55

8.1 Vektoraddition — 55

8.2 Skalarmultiplikation — 57

8.3 Einheitsvektor — 58

8.4 Skalarprodukt — 59

- 8.5 Kreuzprodukt — **61**
- 8.6 Parallelverschiebung — **63**
- 8.7 Polarkoordinaten — **64**
- 8.8 Vektorraum — **65**

- 9 Geometrie des \mathbb{R}^3 — 68**
 - 9.1 Geradengleichungen — **68**
 - 9.2 Abstand eines Punktes von einer Geraden — **70**
 - 9.3 Ebenengleichungen — **71**
 - 9.4 Reguläre Polyeder — **72**
 - 9.5 Orthonormalbasis — **73**

Teil IV: Lineare Algebra

- 10 Lineare Gleichungssysteme — 81**
 - 10.1 Darstellung von linearen Gleichungssystemen — **83**
 - 10.2 Elementaroperationen — **84**
 - 10.3 Gaußsches Eliminationsverfahren — **85**

- 11 Matrizen — 90**
 - 11.1 Addition und Multiplikation von Matrizen — **90**
 - 11.2 Die transponierte Matrix — **92**
 - 11.3 Elementarmatrizen — **93**
 - 11.4 Inversion von Matrizen — **94**
 - 11.5 Das Matrixinversionsverfahren — **96**

- 12 Determinanten — 99**
 - 12.1 Sätze über Determinanten — **101**
 - 12.2 Berechnung von Determinanten — **103**
 - 12.3 Die adjungierte Matrix — **107**
 - 12.4 Die Cramersche Regel — **109**

- 13 Transformationen mit Matrizen — 114**
 - 13.1 Drehungen — **115**
 - 13.2 Streckung und Spiegelungen — **117**
 - 13.3 Orthogonale Matrizen — **118**
 - 13.4 Lösungsmengen irregulärer linearer Gleichungssysteme — **121**

- 14 Iterative Lösung von linearen Gleichungssystemen — 127**
 - 14.1 Das Verfahren nach Gauß und Seidel — **127**
 - 14.2 Stabilität — **128**

Teil V: Algebra und Geometrie

- 15 Polynome — 133**
- 15.1 Geschlossene Lösungsverfahren — 137
- 15.2 Approximation der Nullstellen — 141

- 16 Zweidimensionale quadratische Formen — 144**
- 16.1 Allgemeine Gleichungen zweiten Grades — 147
- 16.2 Eigenwerte und Eigenvektoren — 149

- 17 Die Kegelschnitte — 152**
- 17.1 Die Ellipse — 152
- 17.2 Die Parabel — 158
- 17.3 Die Hyperbel — 160
- 17.4 Tangenten und Polaren der Kegelschnitte — 164
- 17.5 Vergleich der Kegelschnitte — 167
- 17.6 Begründung der Bezeichnung „Kegelschnitt“ — 168

- 18 Sphärische Geometrie — 175**
- 18.1 Sphärische Trigonometrie — 178

Teil VI: Infinitesimalrechnung

- 19 Folgen — 183**

- 20 Reihen — 191**
- 20.1 Zur Dezimaldarstellung von Zahlen — 194

- 21 Stetige Funktionen — 197**

- 22 Funktionenfolgen und Funktionenreihen — 200**

Teil VII: Differentialrechnung

- 23 Der Differentialquotient — 207**
- 23.1 Ableitungen einfacher Funktionen — 208
- 23.2 Ableitungsregeln — 210

- 24 Die Exponentialfunktion — 214**
- 24.1 Der natürliche Logarithmus — 217
- 24.2 Grenzwerte — 218
- 24.3 Irrationalität der Basis der natürlichen Logarithmen — 219

- 24.4 Die allgemeine Potenz — 220
- 24.5 Logarithmisches Differenzieren — 221

- 25 Die Winkelfunktionen — 224**
- 25.1 Die Kreisbogenfunktionen — 224
- 25.2 Die Hyperbelfunktionen — 226

- 26 Kurvendiskussion — 230**
- 26.1 Beispiel einer Kurvendiskussion — 231

- 27 Approximation von Funktionen — 234**
- 27.1 Der allgemeine binomische Satz — 234
- 27.2 Fourier-Analyse — 236
- 27.3 Die Taylor-Reihe — 239

- 28 Funktionen mehrerer Variablen — 245**
- 28.1 Partielle Differentiation — 245
- 28.2 Das totale Differential — 247
- 28.3 Implizite Differentiation — 247

Teil VIII: Integralrechnung

- 29 Das Integral — 253**

- 30 Integrationsmethoden — 257**
- 30.1 Direkte Integration — 257
- 30.2 Integration mittels Substitution — 258
- 30.3 Partielle Integration — 259
- 30.4 Logarithmische Integration — 261
- 30.5 Partialbruchzerlegung — 262
- 30.6 Uneigentliche Integrale — 265

- 31 Kurvenlänge und Kurvenkrümmung — 268**

- 32 Mehrfachintegrale — 270**
- 32.1 Rotationskörper — 271

- 33 Integraltransformationen — 274**
- 33.1 Beweis der Gleichungen für die Fourier-Koeffizienten — 274
- 33.2 Fourier-Transformation — 275
- 33.3 Etwas Funktionentheorie — 277

- 33.4 Laplace-Transformation — 279
- 33.5 Rechenregeln für die Laplace-Transformation — 282

Teil IX: Vektoranalysis

- 34 Differentiation von Feldern — 289**
 - 34.1 Vektoralgebra — 289
 - 34.2 Differentiation eines Vektorfeldes nach einem Skalar — 290
 - 34.3 Räumliche Differentiation eines Feldes — 291
 - 34.4 Mehrfache Differentiation eines Feldes — 294
 - 34.5 Der Laplace-Operator in Polarkoordinaten — 294
- 35 Integralsätze — 299**
 - 35.1 Der Satz von Gauß — 299
 - 35.2 Greensche Sätze — 302
 - 35.3 Der Satz von Stokes — 302

Teil X: Differentialgleichungen

- 36 Gewöhnliche Differentialgleichungen — 307**
 - 36.1 Homogene lineare DGL mit konstanten Koeffizienten — 307
 - 36.2 Lineare DGL mit Störfunktion — 309
 - 36.3 Trennung der Variablen — 309
 - 36.4 Lösen von DGL mit der Laplace-Transformation — 310

Literatur — 313

Stichwortverzeichnis — 315