

Inhaltsverzeichnis

Einführung	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahmen über den Leser	22
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit	23
Teil II: Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und wetten, um zu gewinnen	23
Teil III: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil IV: Fortgeschrittene Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil V: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	25
Anhang	25
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	25
Wie es weitergeht	26
Teil I	
Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit	27
Kapitel 1	
Wahrscheinlichkeit im Alltag	29
Was bedeutet Wahrscheinlichkeit?	29
Was ist eine »Chance«?	29
Wahrscheinlichkeiten interpretieren: In großen Mengen und langen Zeiträumen denken	30
Wahrscheinlichkeiten im Alltag erkennen	31
Wahrscheinlichkeiten ermitteln	32
Seien Sie subjektiv	32
Wählen Sie einen klassischen Ansatz	33
Relative Häufigkeiten ermitteln	33
Verwenden Sie Simulationen	35
Denkfehler über Wahrscheinlichkeit, die Sie vermeiden sollten	36
Zwei mögliche Ergebnisse als 50-50-Situation sehen	36
Denken, dass keine Muster auftreten können	37

Kapitel 2

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit 39

Ein Überblick über die Mengennotation	39
Ergebnisse festhalten: Stichprobenräume	39
Teilmengen von Stichprobenräumen festhalten: Ereignisse	41
Die leere Menge	42
Mengenoperationen: Vereinigung, Durchschnitt und Komplement	43
Arten der Wahrscheinlichkeit	44
Wahrscheinlichkeitsnotation	44
Marginale Wahrscheinlichkeit	46
Wahrscheinlichkeit der Vereinigung	46
Wahrscheinlichkeiten des Durchschnitts	46
Komplementäre Wahrscheinlichkeit	47
Bedingte Wahrscheinlichkeit	47
Wahrscheinlichkeitsregeln verstehen und anwenden	49
Die Komplementärregel	50
Die Multiplikationsregel	51
Die Additionsregel	52
Unabhängigkeit mehrerer Ereignisse	52
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse anhand der Definition prüfen	53
Die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse nutzen	53
Einander ausschließende Ereignisse berücksichtigen	54
Einander ausschließende Ereignisse erkennen	55
Die Additionsregel mit einander ausschließenden Ereignissen vereinfachen	55
Unabhängige und einander ausschließende Ereignisse unterscheiden	56
Ein Vergleich von Unabhängigkeit und Ausschließlichkeit	56
Die Unabhängigkeit oder Ausschließlichkeit in einem Kartenspiel mit 52 Karten prüfen	57

Kapitel 3

Wahrscheinlichkeit visualisieren:

Venn-Diagramme, Baumdiagramme und das Bayes-Theorem 59

Wahrscheinlichkeiten mit Venn-Diagrammen visualisieren	59
Mit Venn-Diagrammen nicht gegebene Wahrscheinlichkeiten ermitteln	60
Beziehungen mit Venn-Diagrammen ordnen und visualisieren	61
Umwandlungsregeln für Mengen in Venn-Diagrammen	62
Die Grenzen von Venn-Diagrammen	63
Wahrscheinlichkeiten für komplexe Probleme mit Venn-Diagrammen ermitteln	64
Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen darstellen	67
Mehrstufige Ergebnisse mit einem Baumdiagramm visualisieren	68
Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit einem Baumdiagramm visualisieren	69
Die Grenzen der Baumdiagramme	73
Mit einem Baumdiagramm Wahrscheinlichkeiten für komplexe Ereignisse ermitteln	73

Das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit und das Bayes-Theorem	75
Eine marginale Wahrscheinlichkeit mit dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen	76
Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit mit dem Bayes-Theorem berechnen	79

Teil II

<i>Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und wetten, um zu gewinnen</i>	85
--	-----------

Kapitel 4

<i>Kontingenztabelle mit Wahrscheinlichkeiten aufstellen</i>	87
---	-----------

Eine Kontingenztabelle aufbauen	87
Den Stichprobenraum beschreiben	88
Die Zeilen und Spalten bilden	88
Die Daten eintragen	89
Zeilensummen, Spaltensummen und Gesamtsummen	89
Wahrscheinlichkeiten in einer Kontingenztabelle finden und interpretieren	90
Wahrscheinlichkeiten von Durchschnitten ermitteln	90
Marginale Wahrscheinlichkeiten berechnen	90
Bedingte Wahrscheinlichkeiten identifizieren	91
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse prüfen	93

Kapitel 5

<i>Zählregeln auf Kombinationen und Permutationen anwenden</i>	95
---	-----------

Permutationen	95
Eine Permutation analysieren	95
Permutationsprobleme mit zusätzlichen Einschränkungen	100
Wahrscheinlichkeiten für Permutationsprobleme finden	104
Kombinationen zählen	106
Kombinationsprobleme lösen	106
Kombinationen und das Pascal'sche Dreieck	108
Wahrscheinlichkeitsprobleme mit Kombinationen	109
Komplexere Kombinationen anhand von Poker-Blättern studieren	112
Wahrscheinlichkeiten für Kombinationen berechnen	117

Kapitel 6

<i>Wider alle Chancen: Wahrscheinlichkeit beim Glücksspiel</i>	123
---	------------

Kennen Sie Ihre Chancen: Wahrscheinlichkeit, Chancen und Erwartungswert	124
Lotterie spielen	125
Die Wahrscheinlichkeit, in der Lotterie zu gewinnen	125
Die Quote berechnen	127
Den Erwartungswert eines Lotterieloses berechnen	127
An den Spielautomaten spielen	131
Die durchschnittliche Auszahlung	132

Spielautomatenmythen entzaubern	133
Eine einfache Strategie für Spielautomaten	135
Das Roulette-Rad drehen	136
Die Grundlagen des Roulettes	136
Inside und Outside Bets platzieren	137
Eine Roulette-Strategie entwickeln	140
Ihre Chancen, »Bingo!« zu rufen	141
Die Möglichkeiten, beim Bingo zu gewinnen	142
Die Wahrscheinlichkeit, Bingo zu bekommen – komplizierter, als Sie vielleicht denken	143
Der Ruin des Spielers	145
Das berühmte Geburtstagsproblem	146

Teil III

Von A nach Binomial:

Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle **149**

Kapitel 7

Grundlagen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **151**

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen	151
Was ist eine Zufallsvariable?	151
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung finden und anwenden	153
Die kumulative Verteilungsfunktion (KVF) ermitteln und anwenden	158
Die KVF interpretieren	159
Die KVF grafisch darstellen	160
Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln	161
Die WMF aus der KVF ableiten	163
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	165
Den Erwartungswert von X berechnen	165
Die Varianz von X berechnen	167
Die Standardabweichung von X berechnen	168
Ein Überblick über die diskrete Gleichverteilung	169
Die WMF der diskreten Gleichverteilung	169
Die KVF der diskreten Gleichverteilung	170
Der Erwartungswert der diskreten Gleichverteilung	170
Die Varianz und die Standardabweichung der diskreten Gleichverteilung	171

Kapitel 8

Erfolg und Misserfolg mit der Binomialverteilung berechnen **173**

Das Binomialmodell erkennen	173
Die Binomialbedingungen Schritt für Schritt prüfen	174
Nicht-binomische Variablen erkennen	175
Wahrscheinlichkeiten für das Binomial ermitteln	177

Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der WMF berechnen	177
Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln	182
Der Erwartungswert und die Varianz der Binomialverteilung	187
Der Erwartungswert der Binomialverteilung	187
Die Varianz und die Standardabweichung der Binomialverteilung	188
Kapitel 9	
<i>Die Normalverteilung</i>	189
Die Grundlagen der Normalverteilung	189
Form, Mittelpunkt und Spreizung	190
Die Standardnormalverteilung (Z-Verteilung)	192
Wahrscheinlichkeiten für eine Normalverteilung berechnen und anwenden	194
Den Graphen zeichnen	195
Ein Problem in die Wahrscheinlichkeitsnotation übersetzen	195
Die Z-Formel anwenden	196
Mit der Z-Tabelle die Wahrscheinlichkeit ermitteln	197
Normalverteilungsprobleme mit Rückwärtsrechnung	202
Analyse eines Normalverteilungsproblems mit Rückwärtsrechnung	203
Die Z-Tabelle rückwärts lesen	205
Die Z-Formel nach X auflösen, um X -Einheiten zu berechnen	207
Kapitel 10	
<i>Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung</i>	209
Wann benötigen Sie eine Annäherung der Binomialverteilung?	209
Warum die Annäherung an die Normalverteilung funktioniert, wenn n groß genug ist	210
Symmetrische Verteilungen: Wenn p nahe bei 0,50 liegt	211
Schiefe Verteilungen: Wenn p nahe bei null oder eins liegt	212
Die Annäherung der Binomialverteilung an die Normalverteilung verstehen	214
Feststellen, ob n groß genug ist	215
Den Mittelwert und die Standardabweichung für die Z-Formel finden	215
Die Stetigkeitskorrektur durchführen	216
Eine Binomialverteilung durch die Normalverteilung annähern:	
Ein Münzbeispiel	219
Wahrscheinlichkeiten für große Erhebungen ermitteln	222
Kapitel 11	
<i>Stichprobenverteilungen und der Zentrale Grenzwertsatz</i>	225
Grundlagen einer Stichprobenverteilung	225
Eine Stichprobenstatistik erstellen	226
Möglichkeiten mit der Stichprobenverteilung auflisten	226
Rettung durch den Zentralen Grenzwertsatz	228
Stichprobenstatistiken mit dem Zentralen Grenzwertsatz (ZGS) berechnen	229
Das Hauptergebnis des ZGS	229
Warum der ZGS funktioniert	230

Die Stichprobenverteilung der Stichprobensumme	234
Die Anwendung des ZGS auf die Stichprobensumme	234
Wahrscheinlichkeiten für t mit dem ZGS ermitteln	235
Die Stichprobenverteilung des Stichprobenmittelwerts	238
Die Anwendung des ZGS auf den Stichprobenmittelwert	238
Wahrscheinlichkeiten für \bar{X} mit dem ZGS berechnen	239
Die Stichprobenverteilung eines Stichprobenanteils	241
Die Anwendung des ZGS auf einen Stichprobenanteil	241
Wahrscheinlichkeiten für \hat{p} mit dem ZGS berechnen	242

Kapitel 12

Möglichkeiten analysieren; Entscheidungen treffen **245**

Konfidenzintervalle und Wahrscheinlichkeit	245
Eine Wahrscheinlichkeit abschätzen	246
Die Kosten einer richtigen Entscheidung abschätzen	248
Ein Konfidenzintervall mit Wahrscheinlichkeiten interpretieren	249
Wahrscheinlichkeiten und Hypothesentests	249
Eine Wahrscheinlichkeit testen	250
Mit p -Werten Wahrscheinlichkeiten abschätzen	251
Die Wahrscheinlichkeit, eine Fehlentscheidung zu treffen	252
Data Snooping in Schach halten	253
Wahrscheinlichkeit in der Qualitätskontrolle	254

Teil IV

Fortgeschrittene Wahrscheinlichkeitsmodelle **257**

Kapitel 13

Die Poissonverteilung **259**

Ankünfte mit der Poissonverteilung modellieren	259
Die Bedingungen für eine Poissonverteilung	259
Die Poisson- und die Binomialverteilung im Vergleich	260
Die Wahrscheinlichkeiten für die Poissonverteilung berechnen	261
Die WMF der Poissonverteilung	261
Die KVF der Poissonverteilung	264
Der Erwartungswert und die Varianz der Poissonverteilung	267
Zeitliche oder räumliche Einheiten ändern: der Poissonprozess	267
Eine Poissonverteilung an eine Normalverteilung annähern	269
Die Bedingungen einer Annäherung an die Normalverteilung erfüllen	269
Die vollständigen Schritte für die Annäherung der Poissonverteilung an die Normalverteilung	272

Kapitel 14

Die geometrische Verteilung

275

Die Form der geometrischen Verteilung	275
Die Bedingungen für eine geometrische Verteilung	276
Wann wird eine geometrische Verteilung statt einer Binomialverteilung oder Poissonverteilung gewählt?	276
Wahrscheinlichkeiten für die geometrische Verteilung mit der WMF ermitteln	278
Die WMF für die geometrische Verteilung	278
Geometrische Wahrscheinlichkeiten anwenden	279
Erwartungswert und Varianz der geometrischen Verteilung	280
Der Erwartungswert der geometrischen Verteilung	281
Die Varianz und die Standardabweichung der geometrischen Verteilung	281

Kapitel 15

Die negative Binomialverteilung

285

Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	285
Die Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	286
Gegenüberstellung der negativen Binomialverteilung, der geometrischen Verteilung und der Binomialverteilung	286
Wahrscheinlichkeiten für die negative Binomialverteilung berechnen	287
Die Formel für die negative Binomialverteilung	288
Die WMF der negativen Binomialverteilung anwenden	289
Der Erwartungswert und die Varianz der negativen Binomialverteilung	293
Der Erwartungswert der negativen Binomialverteilung	293
Die Varianz und die Standardabweichung der negativen Binomialverteilung	294
Die Formeln für den Erwartungswert und die Varianz anwenden	295

Kapitel 16

Die hypergeometrische Verteilung

297

Die Bedingungen für die hypergeometrische Verteilung	297
Wahrscheinlichkeiten für die hypergeometrische Verteilung berechnen	298
Die WMF der hypergeometrischen Verteilung	299
Die Grenzbedingungen für X	301
Mit der WMF Wahrscheinlichkeiten berechnen	302
Der Erwartungswert und die Varianz der hypergeometrischen Verteilung	304
Der Erwartungswert der hypergeometrischen Verteilung	304
Die Varianz und die Standardabweichung der hypergeometrischen Verteilung	305

Teil V

Für Gipfelstürmer: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle 307

Kapitel 17

Die stetige Gleichverteilung 309

Die Eigenschaften der stetigen Gleichverteilung	309
Die Dichtefunktion der stetigen Gleichverteilung	310
Die allgemeine Form von $f(x)$	311
$f(x)$ für ein gegebenes a und b berechnen	312
Den Wert von b unter der Bedingung $f(x)$ finden	312
Wahrscheinlichkeiten für die stetige Gleichverteilung berechnen	314
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	314
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	316
Wahrscheinlichkeiten zwischen zwei Werten berechnen	317
Kumulative Wahrscheinlichkeiten mit $F(x)$ berechnen	318
Der Erwartungswert und die Varianz der stetigen Gleichverteilung	320
Der Erwartungswert der stetigen Gleichverteilung	320
Die Varianz und die Standardabweichung der stetigen Gleichverteilung	321
Die Gleichverteilung in einem Zufallsgenerator verwenden	322

Kapitel 18

Die Exponentialverteilung (und ihre Beziehung zur Poissonverteilung) 323

Die Dichtefunktion der Exponentialverteilung	324
Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	325
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	326
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	328
»Zwischen«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	329
Der Erwartungswert und die Varianz der Exponentialverteilung	331
Der Erwartungswert der Exponentialverteilung	331
Die Varianz und Standardabweichung der Exponentialverteilung	332
Die Beziehungen zwischen Poissonverteilungen und Exponentialverteilungen	333
Die Poisson- und die Exponentialverteilung in Aktion	334

Teil VI	
Der Top-Ten-Teil	335
Kapitel 19	
Zehn Schritte zu einer besseren Note in Wahrscheinlichkeitsrechnung	337
Sich mit einem Problem vertraut machen	337
Die Frage verstehen	338
Den Kern von Wahrscheinlichkeitsproblemen herauschälen	339
Die Informationen organisieren	339
Schreiben Sie alle Formeln nieder	340
Prüfen Sie die Bedingungen	341
Mit Zuversicht rechnen	341
Präsentieren Sie Ihren Lösungsgang	342
Prüfen Sie Ihre Lösung	343
Die Ergebnisse interpretieren	345
Eine Zusammenfassung erstellen	345
Kapitel 20	
Die Top-Ten-Wahrscheinlichkeitsfehler (plus einem)	347
Vergessen, dass eine Wahrscheinlichkeit zwischen null und eins liegen muss	347
Kleine Wahrscheinlichkeiten fehlinterpretieren	348
Wahrscheinlichkeiten für kurzfristige Vorhersagen verwenden	348
Nicht glauben, dass 1-2-3-4-5-6 gewinnen kann	349
An Läufe beim Würfeln glauben	350
Jeder Situation eine 50-50-Chance einräumen	350
Bedingte Wahrscheinlichkeiten verwechseln	351
Die falsche Wahrscheinlichkeitsverteilung anwenden	352
Die Bedingungen für ein Wahrscheinlichkeitsmodell nicht prüfen	353
Permutationen und Kombinationen verwechseln	354
Unabhängigkeit annehmen	355
Anhang A: Referenztabellen	357
Stichwortverzeichnis	367