

Inhaltsverzeichnis

1. Die Maxwell'schen Gleichungen

1.1	Gradient, Rotation und Divergenz	1
1.2	Die Integralsätze im Fall des \mathbb{R}^3	7
1.3	Maxwell'sche Gleichungen in integraler Form	10
1.3.1	Das Induktionsgesetz	10
1.3.2	Das Gauß'sche Gesetz	12
1.3.3	Gesetz von Biot und Savart	14
1.3.4	Die Lorentz-Kraft	15
1.3.5	Die Kontinuitätsgleichung	16
1.4	Die Maxwell'schen Gleichungen in lokaler Form	20
1.4.1	Induktions- und Gauß'sches Gesetz	20
1.4.2	Lokale Form des Biot-Savart Gesetzes	21
1.4.3	Lokale Gleichungen in allen Maßsystemen	23
1.4.4	Die Frage der physikalischen Einheiten	24
1.4.5	Die elektromagnetischen Gleichungen im SI-System	26
1.4.6	Das Gauß'sche Maßsystem	28
1.5	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	33
1.5.1	Einige Formeln aus der Vektoranalysis	33
1.5.2	Konstruktion eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	38
1.5.3	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	40
1.6	Phänomenologie der Maxwell'schen Gleichungen	44
1.6.1	Die Grundgleichungen und ihre Interpretation	44
1.6.2	Zusammenhang der Verschiebung mit dem elektrischen Feld	47
1.6.3	Zusammenhang zwischen Induktions- und magnetischem Feld	50
1.7	Statische elektrische Zustände	53
1.7.1	Poisson- und Laplace-Gleichung	53
1.7.2	Flächenladungen, Dipole und Dipolschichten	59
1.7.3	Typische Randwertprobleme	62
1.7.4	Multipolentwicklung von Potentialen	66
1.8	Stationäre Ströme und statische magnetische Zustände	78
1.8.1	Poisson-Gleichung und Vektorpotential	79
1.8.2	Magnetische Dipoldichte und magnetisches Moment	80
1.8.3	Felder von magnetischen und elektrischen Dipolen	83
1.8.4	Energie und Energiedichte	87
1.8.5	Ströme und Leitfähigkeit	90

2. Symmetrien und Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen

2.1	Die Maxwell'schen Gleichungen im festen Bezugssystem	91
2.1.1	Drehungen und diskrete Raum-Zeittransformationen	92
2.1.2	Die Maxwell'schen Gleichungen und äußere Formen	96

2.2	Lorentz-Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen	111
2.2.1	Poincaré- und Lorentz-Gruppe.....	113
2.2.2	Relativistische Kinematik und Dynamik.....	116
2.2.3	Lorentz-Kraft und Feldstärkentensorfeld.....	119
2.2.4	Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen.....	121
2.2.5	Eichinvarianz und Potentiale.....	125
2.3	Felder einer gleichförmig bewegten Punktladung	128
2.4	Lorentz-invariante äußere Formen und die Maxwell'schen Gleichungen	132
2.4.1	Feldstärkentensor und Lorentz-Kraft.....	133
2.4.2	Differentialgleichungen für die Zweiformen ω_F und $\omega_{\mathcal{F}}$	136
2.4.3	Potentiale und Eichtransformationen.....	139
2.4.4	Verhalten unter den diskreten Transformationen.....	140
2.4.5	* Kovariante Ableitung und Strukturgleichung.....	141
3.	Die Maxwell-Theorie als klassische Feldtheorie	
3.1	Lagrangefunktion und Symmetrien bei endlich vielen Freiheitsgraden	143
3.1.1	Satz von Noether bei strikter Invarianz.....	145
3.1.2	Verallgemeinerter Satz von Noether.....	145
3.2	Lagrangedichte und Bewegungsgleichungen für eine Feldtheorie	152
3.3	Lagrangedichte für das Maxwell-Feld mit Quellen	157
3.4	Symmetrien und Noether'sche Erhaltungsgrößen	163
3.4.1	Invarianz unter einparametrischen Gruppen.....	163
3.4.2	Eichtransformationen an der Lagrangedichte.....	165
3.4.3	Invarianz unter Translationen.....	169
3.4.4	Interpretation der Erhaltungssätze.....	172
3.5	Wellengleichung und Green-Funktionen	176
3.5.1	Lösungen in nichtkovarianter Form.....	177
3.5.2	Lösungen der Wellengleichung in kovarianter Form.....	181
3.6	Abstrahlung einer beschleunigten Ladung	185
4.	Einfache Anwendungen der Maxwell-Theorie	
4.1	Ebene Wellen im Vakuum und in homogenen, nichtleitenden Medien	191
4.1.1	Dispersionsrelation und harmonische Lösungen.....	191
4.1.2	Vollständig polarisierte elektromagnetische Wellen.....	197
4.1.3	Beschreibung der Polarisation.....	200
4.2	Einfache strahlende Quellen	204
4.2.1	Typische Dimensionen strahlender Quellen.....	205
4.2.2	Beschreibung durch Multipolstrahlung.....	207
4.2.3	Der Hertz'sche Dipol.....	211
4.3	Brechung harmonischer Wellen	215
4.3.1	Brechungsindex und Winkelrelationen.....	215
4.3.2	Dynamik der Brechung und der Reflexion.....	217
4.4	Geometrische Optik, Linsen und negativer Brechungsindex ...	221
4.4.1	Optische Signale im Orts- und im Impulsraum.....	221
4.4.2	Geometrische Optik und dünne Linsen.....	224
4.4.3	Medien mit negativem Brechungsindex.....	227
4.4.4	Metamaterialien mit negativem Brechungsindex.....	234

4.5	Die Näherung achsennaher Strahlen	236
4.5.1	Helmholtz-Gleichung in paraxialer Näherung	236
4.5.2	Die Gauß-Lösung	237
4.5.3	Analyse der Gauß-Lösung	239
4.5.4	Weitere Eigenschaften des Gauß-Strahls	243
5.	Lokale Eichtheorien	
5.1	Klein-Gordon-Gleichung und massive Photonen	247
5.2	Die Bausteine der Maxwell-Theorie	251
5.3	Nicht-Abel'sche Eichtheorien	254
5.3.1	Die Strukturgruppe und ihre Lie-Algebra	255
5.3.2	Global invariante Lagrangedichten	261
5.3.3	Die Eichgruppe	262
5.3.4	Potentiale und kovariante Ableitung	263
5.3.5	Feldstärkentensor und Krümmung	266
5.3.6	Eichinvariante Lagrangedichten	269
5.3.7	Physikalische Interpretation	272
5.3.8	* Mehr über die Eichgruppe	275
5.4	Die U(2)-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkungen	279
5.4.1	Eine U(2)-Eichtheorie mit masselosen Eichfeldern	280
5.4.2	Spontane Symmetriebrechung	282
5.4.3	Anwendung auf die U(2)-Theorie	287
5.5	Epilog und Ausblick	291
6.	Klassische Feldtheorie der Gravitation	
6.1	Phänomenologie der gravitativen Wechselwirkung	294
6.1.1	Parameter und Größenordnungen	294
6.1.2	Äquivalenzprinzip und Universalität	296
6.1.3	Rotverschiebung und andere Effekte der Gravitation	300
6.1.4	Vermutungen und weiteres Programm	304
6.2	Materie und nichtgravitative Felder	305
6.3	Raumzeiten als glatte Mannigfaltigkeiten	308
6.3.1	Mannigfaltigkeiten, Kurven und Vektorfelder	308
6.3.2	Einsformen, Tensoren und Tensorfelder	315
6.3.3	Koordinatenausdrücke und Tensorkalkül	318
6.4	Paralleltransport und Zusammenhang	326
6.4.1	Metrik, Skalarprodukt und Index	326
6.4.2	Zusammenhang und kovariante Ableitung	328
6.4.3	Torsions- und Krümmungs-Tensorfelder	332
6.4.4	Der Levi-Civita-Zusammenhang	334
6.4.5	Eigenschaften des Levi-Civita-Zusammenhangs	335
6.4.6	Geodäten auf semi-Riemann'schen Raumzeiten	338
6.4.7	Weitere Eigenschaften des Krümmungstensors	341
6.5	Die Einstein'schen Gleichungen	344
6.5.1	Energie-Impuls-Tensorfeld in gekrümmter Raumzeit	344
6.5.2	Ricci-Tensor, Krümmungsskalar und Einstein-Tensor	345
6.5.3	Die Grundgleichungen	347
6.6	* Strukturgleichungen	353
6.6.1	Zusammenhangsformen	353
6.6.2	Torsions- und Krümmungsformen	354
6.6.3	Die Cartan'schen Gleichungen	355
6.6.4	Entwicklungen nach Basis-Einsformen	356
6.6.5	Der Spezialfall des Levi-Civita-Zusammenhangs	357

6.7	Gravitationsfeld einer kugelsymmetrischen Massenverteilung..	358
6.7.1	Die Schwarzschild-Metrik.....	358
6.7.2	Zwei beobachtbare Effekte.....	362
6.7.3	Der Schwarzschild-Radius als Ereignishorizont	369
6.8	Schwarze Löcher und rotierende Lösungen	372
6.8.1	Fortsetzung innerhalb des Schwarzschild-Radius	372
6.8.2	Schwarzschild-Lösung in Rotation	379
6.8.3	Boyer-Lindquist-Blöcke	382
6.8.4	Ergosphären	385
6.9	Gravitationswellen	386
6.9.1	Elektromagnetische Wellen – zur Erinnerung	387
6.9.2	Linearisierung der Einstein'schen Gleichungen.....	389
6.9.3	Gravitationswellen im Vakuum.....	390
	Historische Anmerkungen: Vier Schritte der Vereinigung.....	395
	Aufgaben	399
	Ausgewählte Lösungen der Aufgaben	407
	Literatur	431
	Sachverzeichnis	433
	Namenverzeichnis.....	437