

Inhaltsverzeichnis

1	Die Systeme der reellen und komplexen Zahlen	1
1.1	Axiomatische Einführung der reellen Zahlen	2
1.2	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	18
1.3	Die ganzen und rationalen Zahlen	27
1.4	Der Körper der komplexen Zahlen	31
1.5	Die Standardvektorräume \mathbb{R}^n und \mathbb{C}^n	51
1.6	Einige wichtige Ungleichungen	55
2	Folgen reeller und komplexer Zahlen	61
2.1	Definitionen, Beispiele, grundlegende Feststellungen	61
2.2	Einige wichtige Grenzwerte	70
2.3	Permanenzeigenschaften (Rechenregeln) für konvergente Folgen	73
2.4	Prinzipien der Konvergenztheorie	77
3	(Unendliche) Reihen	89
3.1	Definitionen und erste Beispiele	89
3.2	Konvergenzkriterien für reelle Reihen	100
3.3	Reihen mit beliebigen Gliedern, absolute Konvergenz	108
3.4	Umordnung von Reihen, Reihenprodukte	115
3.5	Elementares über Potenzreihen	123
3.6	Der Große Umordnungssatz	127
4	Stetigkeit, Grenzwerte von Funktionen	133
4.1	Grundbegriffe	134
4.2	Stetigkeit	144
4.3	Grenzwerte bei Funktionen	157
5	Funktionsfolgen, Funktionenreihen, Potenzreihen	165
5.1	Punktweise und gleichmäßige Konvergenz	166
5.2	Potenzreihen	174

6	Elementare (transzendente) Funktionen	181
6.1	Die komplexe Exponentialfunktion	181
6.2	Die trigonometrischen Funktionen und die Hyperbelfunktionen	188
6.3	Natürlicher Logarithmus und allgemeine Potenzen	195
6.4	Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen	198
7	Grundlagen der Integral- und Differenzialrechnung	203
7.1	Das Integral für Treppenfunktionen und Regelfunktionen	203
7.2	Grundlagen der Differenzialrechnung	215
7.3	Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	231
7.4	Integrationstechniken	241
8	Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung	249
8.1	Taylor'sche Formel und Taylorreihen	249
8.2	Fixpunktiteration und Newton-Verfahren	257
8.3	Interpolation und einfache Quadraturformeln	270
8.4	Uneigentliche Integrale, Γ -Funktion	275
8.5	Bernoulli'sche Polynome und -Zahlen, Euler'sche Summenformel . .	289
8.6	Fourierreihen (Einführung in die Theorie)	300
8.7	Differenzierbare Kurven und ihre Geometrie	316
9	Metrische Räume und ihre Topologie	325
9.1	Grundbegriffe	325
9.2	Konvergenz, Cauchy-Folgen, Vollständigkeit	338
9.3	Stetigkeit, gleichmäßige Konvergenz, stetige Fortsetzbarkeit, Grenzwerte	357
9.4	Kompaktheit, stetige Funktionen auf kompakten Räumen	369
9.5	Wege, Zusammenhangsbegriffe	378
9.6	Der Satz von Stone-Weierstraß	384
10	Differenzialrechnung in mehreren Variablen	389
10.1	Partielle Ableitungen	390
10.2	Höhere partielle Ableitungen, Satz von Schwarz	393
10.3	(Totale) Differenzierbarkeit, Kettenregel	396
10.4	Differenzierbarkeit in \mathbb{C} , Cauchy-Riemann'sche Differenzialgleichungen	406
10.5	Lokale Extremwerte, Taylor'sche Formel	408
10.6	Der lokale Umkehrsatz	414
10.7	Der Satz über implizite Funktionen	420
10.8	Untermannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n	422
10.9	Extrema unter Nebenbedingungen, Lagrange'sche Multiplikatoren . .	431

11	Integralrechnung in mehreren Variablen	435
11.1	Parameterabhängige und n -fache Integrale	436
11.2	Das Integral für stetige Funktionen mit kompaktem Träger	443
11.3	Fortsetzung des Integrals auf halbstetige Funktionen	446
11.4	Berechnung von Volumina einiger kompakter Mengen	456
11.5	Die Lebesgue-integrierbaren Funktionen	460
11.6	Die Grenzwertsätze von Beppo Levi und Lebesgue	464
11.7	Nullmengen und fast überall geltende Eigenschaften	469
11.8	Der Banachraum L^1 und der Hilbertraum L^2	477
11.9	Parameterabhängige Integrale, Fouriertransformierte	481
11.10	Die Transformationsformel für Lebesgue-integrierbare Funktionen	487
11.11	Integration über Untermannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n	490
12	Vektorfelder, Kurvenintegrale, Integralsätze	499
12.1	Vektorfelder, Kurvenintegrale, Pfaff'sche Formen	499
12.2	Die Integralsätze von Gauß und Stokes	510
	Symbolverzeichnis	531
	Literatur	535
	Sachverzeichnis	537