

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Zusammenfassung	7
2.2	Kontinuum	8
2.3	Kinematik	9
2.3.1	Kinematik materieller Punkte / Fluidelemente	9
2.3.2	Kinematische Tensoren und Verformungskinematik	14
2.3.3	Fundamentaltheorem der Kinematik	20
2.3.4	Verzerrungstensoren	20
2.3.5	Der relative Deformationsgradiententensor	25
2.3.6	Verformungsmaße	32
2.3.7	Ebene Scherströmungen	36
2.3.8	Reine Dehnströmungen	40
2.3.9	Invarianten	41
2.3.10	Objektivität und Zeitableitungen	47
2.4	Dynamik	52
2.4.1	Kräfte und Spannungen	52
2.4.2	Cauchyscher Spannungstensor	54
2.4.3	Der Druck und die Cauchy-Stokes Zerlegung des Spannungstensor	56
2.4.4	Bilanzgleichungen	57
2.4.5	Das Reynoldssche Transporttheorem	58
2.4.6	Die differenzielle Formulierung oder die Divergenzform	60
2.4.7	Die Massenerhaltung	61
2.4.8	Die Impuls- bzw. Bewegungsgleichungen	62
2.4.9	Die Drallbilanz	63
2.4.10	Die Energiegleichung	63
2.5	Zustandsgleichungen	68
2.5.1	Thermische Zustandsgleichung	68
2.5.2	Kalorische Zustandsgleichung	71

2.6	Wärmetransport	72
2.6.1	Das Newtonsche Gesetz des konvektiven Wärmeübergangs	72
2.6.2	Das Fouriersche Gesetz der Wärmeleitung	73
2.6.3	Die Temperaturtransportgleichung	75
2.6.4	Der Impulsfluss, der Temperaturfluss und die Energiebilanz	76
2.6.5	Boussinesq Approximation	77
	Literatur	79
<b>3</b>	<b>Rheologie – Viskosität der Fluide</b>	<b>83</b>
3.1	Zusammenfassung	83
3.2	Erklärungsansätze für die Viskosität	84
3.2.1	Mikrorheologische Erklärung	84
3.2.2	Makrorheologische Erklärung	86
3.2.3	Prinzip der materiellen Objektivität	86
3.3	Klassifizierung viskoser Fluide	88
3.3.1	Dynamische Viskosität und kinematische Viskosität	88
3.3.2	Die Fließfunktion	90
3.3.3	Einteilung der nichtnewtonschen Fluide	94
3.3.4	Viskosimetrische Funktionen	95
3.4	Linear viskose Fluide – Newtonsche Fluide	96
3.4.1	Stokes'sche Hypothese	98
3.4.2	Navier-Stokes Gleichungen	99
3.4.3	Wirbelstärketransport für newtonsche Fluide	99
3.5	Nichtlineare viskose Fluide	100
3.5.1	Reiner-Rivlin-Erickson Fluide	101
3.5.2	Thermodynamische Beschränkungen	102
3.5.3	Verallgemeinerte Newtonsche Fluide	105
3.5.4	Viskoplastische Fluide	125
3.5.5	Fluidmodelle für Suspensionen	129
3.5.6	Thixotropie und Rheopexie	132
3.5.7	Viskoelastische Fluide	137
3.5.8	Spannung bei Scherung und Dehnung	148
3.6	Zustandsabhängigkeit der Viskosität	157
3.6.1	Temperaturverhalten der Viskosität	157
3.6.2	Temperaturabhängige Viskositätsfunktionen höher viskoser Fluide	161
3.6.3	Masterkurven von Polymerlösungen	163
3.6.4	Arrhenius Gesetz	166
3.6.5	William-Landel-Ferry Gleichung	170
3.6.6	Erwärmung des Fluids durch Dissipation	174
3.6.7	Druckabhängigkeit der Viskosität	176
3.6.8	Druck- und Temperaturabhängigkeit der Viskosität	177
	Literatur	177

<b>4</b>	<b>Analytische Lösungen thermischer viskoser Strömungen</b>	<b>183</b>
4.1	Zusammenfassung	183
4.2	Ähnlichkeit und Kennzahlen einer Strömung	184
4.2.1	Ähnlichkeit einer Strömung	184
4.2.2	Dimensionslose Kennzahlen	187
4.2.3	Euler- und Reynoldszahl	188
4.2.4	Strouhalzahl	192
4.2.5	Grashof- und Rayleighzahl	193
4.2.6	Richardson- und Froudezahl	195
4.2.7	Prandtl- und Pécletzahl	196
4.2.8	Brinkman-, Nahme- und Graetzzahl	200
4.2.9	Nußelt- und Biotzahl	204
4.2.10	Stanton- und Fourierzahl	208
4.2.11	Deborah- und Weissenbergzahl	210
4.3	Ebene Schichtenströmungen	212
4.3.1	Die klassischen Grenzschichtgleichungen	212
4.3.2	Integrale Impulsmethode nach von Kármán und Pohlhausen	219
4.3.3	Die Blasius Grenzschichtgleichung	222
4.3.4	Die Falkner-Skan Gleichung	225
4.3.5	Die Grenzschichtgleichung für Power-Law Fluide	227
4.3.6	Die Grenzschichtgleichung für ein Carreau Fluid	231
4.3.7	Ebene thermische Plattenströmung	239
4.3.8	Ebene Kanalströmung	248
4.3.9	Ebene Druckschleppströmung	250
4.3.10	Thermische Druckschleppströmung	253
4.3.11	Thermoviskose, ebene Couette-Strömung	254
4.3.12	Thermostrukturviskose, ebene Couette-Strömung	256
4.4	Rohrströmungen	261
4.4.1	Geschwindigkeitsfelder in Rohrströmungen	261
4.4.2	Volumenstrom der Rohrströmungen verallgemeinerter newtonscher Fluide	265
4.4.3	Zerlegung des Volumenstroms in newtonsche und nichtnewtonsche Anteile	270
4.4.4	Die Mooney-Rabinowitsch Gleichung	271
4.4.5	Druckverlust der Rohrströmung verallgemeinerter newtonscher Fluide	274
4.4.6	Thermische Rohrströmung	275
4.4.7	Thermoviskose Rohrströmung	288
4.4.8	Thermische strukturviskose Rohrströmung	292
4.5	Taylor-Couette Strömungen	297
4.5.1	Newtonsche Taylor-Couette Strömung	298
4.5.2	Taylor-Couette Strömung des Power-Law Fluids	302

4.6	Radiale Spaltströmungen	305
4.6.1	Radiale Spaltströmung des verallgemeinerten newtonschen Fluids	307
4.6.2	Newtonsche radiale Spaltströmung	309
4.7	Die Kegel-Platten Strömung	310
4.7.1	Die allgemeine Kegel-Platten Strömung	311
4.7.2	Die Kegel-Platten Strömung eines Power-Law Fluids	313
4.7.3	Die Kegel-Platten Strömung des Bingham Fluids	315
	Literatur	318
<b>5</b>	<b>Numerische Simulation thermischer, strukturviskoser Strömungen</b>	<b>321</b>
5.1	Zusammenfassung	321
5.2	Simulationsumgebung	322
5.2.1	Das numerische Simulationsverfahren	323
5.3	Numerische Modellierung von Stoff- und Zustandsgleichungen	329
5.3.1	Implementierung nichtnewtonscher Fluidmodelle	329
5.3.2	Gitterauflösung für thermische strukturviskose Strömungen	331
5.3.3	Die notwendige Einlaufänge für Strömungen thermischer, strukturviskoser Fluide	333
5.3.4	Die verwendeten Fluidmodelle	334
5.3.5	Validierung mit Hilfe integraler Größen	337
5.4	Thermische Schichtenströmungen	342
5.4.1	Ebene Kanalströmung	342
5.4.2	Thermostrukturviskose Rohrströmung	344
5.4.3	Taylor-Couette Strömungen	346
5.5	Kontraktionsströmungen	351
5.5.1	Die 4:1 Kontraktionsströmung	351
5.5.2	Die 1:3 Expansionsströmung	354
5.5.3	Die Blendenströmung	359
5.6	Nachlaufströmungen	372
5.7	Strömungsteiler	382
	Literatur	390
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>393</b>
<b>7</b>	<b>Mathematische Hilfsmittel</b>	<b>397</b>
7.1	Tensorrechnung	397
7.2	Ableitungen	398
7.3	Benutzte Vektoridentitäten und Umformungen	400
7.4	Integralsätze	401
7.5	Integrationsregeln	402
7.6	Deutung vektoranalytischer Terme der Erhaltungsgleichungen	402
7.7	Isotrope Tensoren	402

---

7.8	Isotrope Tensorfunktionen .....	402
	Literatur .....	404
<b>8</b>	<b>Koordinatensysteme .....</b>	<b>405</b>
8.1	Kartesische Koordinaten .....	405
8.2	Zylinderkoordinaten .....	406
8.3	Kugelkoordinaten .....	408
8.4	Differenzialgeometrie .....	409
8.5	Frenetsche Formeln .....	411
8.6	Partikeltrajektorie im Frenetschen Dreibein .....	414
8.7	Deformation im lokalen, mitgeführten Koordinatensystem .....	415
8.8	Verformungsbeschleunigung .....	418
	Literatur .....	420
	<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>421</b>