

Inhaltsverzeichnis

1	Spezielle Relativitätstheorie	1
1.1	Galilei-Transformation	1
1.1.1	Relativitätsprinzip von Galilei	1
1.1.2	Allgemeine Galilei-Transformation	5
1.1.3	Maxwellsche Gleichungen und Galilei-Transformation	7
1.2	Lorentz-Transformation	8
1.2.1	Einleitung	8
1.2.2	Ermittlung der Komponenten der Transformationsmatrix	9
1.2.3	Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten	14
1.2.4	Kontraktion bewegter Körper (Joggen macht schlank)	15
1.2.5	Zeitdilatation (Reisen erhält jung)	16
1.3	Invarianz der Quadratischen Form	18
1.4	Relativistische Geschwindigkeitsaddition	22
1.4.1	Galileische Addition von Geschwindigkeiten	22
1.4.2	Relativistische Addition von Geschwindigkeiten	22
1.5	Lorentz-Transformation der Geschwindigkeit	25
1.6	Lorentz-Transformation des Impulses	28
1.7	Transformierbare Beschleunigungen und Kräfte	29
1.7.1	Beschleunigung	29
1.7.2	Bewegungsgleichung und Kraft	32
1.7.3	Energie und Ruhemasse	33
1.7.4	Abstrahlung von Energie	35
1.8	Relativistische Elektrodynamik	36
1.8.1	Maxwell-Gleichungen	36
1.8.2	Lorentz-Transformation der Maxwellschen Gleichungen	38
1.8.3	Elektromagnetische Invariante	42
1.8.4	Elektromagnetische Kräfte	44

1.9	Die Energie-Impuls-Matrix	45
1.9.1	Die elektromagnetische Energie-Impuls-Matrix	45
1.9.2	Die mechanische Energie-Impuls-Matrix	48
1.9.3	Die totale Energie-Impuls-Matrix	53
1.10	Die wichtigsten Definitionen und Sätze der Speziellen Relativitätstheorie	53
2	Allgemeine Relativitätstheorie	59
2.1	Allgemeine Relativitätstheorie und Riemannsche Geometrie	59
2.2	Bewegung eines Massenpunktes in einem Gravitationsfeld	61
2.2.1	Erste Lösung	62
2.2.2	Zweite Lösung	64
2.2.3	Zusammenhang zwischen $\tilde{\Gamma}$ und G	65
2.3	Geodätische Linie und Bewegungsgleichung	66
2.3.1	Alternative geodätische Bewegungsgleichungen	73
2.4	Beispiel: Gleichförmig rotierende Systeme	75
2.5	Allgemeine Koordinatentransformationen	78
2.5.1	Absolute Ableitung	78
2.5.2	Transformation der Christoffel-Matrix $\tilde{\Gamma}$	80
2.5.3	Transformation der Christoffel-Matrix $\hat{\Gamma}$	82
2.5.4	Koordinatentransformation und kovariante Ableitung	84
2.6	Zwischenbemerkung	89
2.7	Parallelverschiebung	92
2.8	Riemannsche Krümmungsmatrix	93
2.8.1	Eigenschaften der Riemannschen Krümmungsmatrix	95
2.9	Die Ricci-Matrix und ihre Eigenschaften	102
2.9.1	Symmetrie der Ricci-Matrix R_{Ric}	104
2.9.2	Divergenz der Ricci-Matrix R_{Ric}	106
2.10	Allgemeine Theorie der Gravitation	108
2.10.1	Die Einstein-Matrix \mathfrak{E}	108
2.10.2	Newtonsche Gravitationstheorie	109
2.10.3	Die Einstein-Gleichung mit \mathfrak{E}	113
2.11	Zusammenfassung	115
2.11.1	Kovarianzprinzip	115
2.11.2	Einsteinsche Feldgleichung und Dynamik	117
2.12	Hilbert-Funktional	118
2.12.1	Materiewirkung	122
3	Gravitation einer kugelförmigen Masse	125
3.1	Schwarzschild-Lösung	125
3.1.1	Christoffel-Matrix Γ	126
3.1.2	Ricci-Matrix R_{Ric}	129
3.1.3	Bestimmung der Faktoren $A(r)$ und $B(r)$	130

3.2	Einfluss eines massiven Körpers auf die Umgebung	133
3.2.1	Einführung	133
3.2.2	Veränderung von Länge und Zeit	133
3.2.3	Rotverschiebung von Spektrallinien	135
3.2.4	Ablenkung von Licht	137
3.3	Innere Schwarzschild-Lösung	141
3.4	Schwarze Löcher	144
3.4.1	Astrophysik	144
3.4.2	Näheres zu Schwarzen Löchern	146
3.4.3	Singularitäten	149
3.4.4	Eddington-Koordinaten	153
3.5	Rotierende Massen	155
3.5.1	Lösungsansatz für metrische matrix G	155
3.5.2	Kerr-Lösung in Boyer-Lindquist-Koordinaten	157
3.5.3	Der Thirring-Lense-Effekt	157
3.6	Zusammenfassung der Ergebnisse für die Gravitation einer kugelförmigen Masse	159
3.7	Abschließende Bemerkung	162
4	Vektoren- und Matrizenalgebra	163
4.1	Vektoren und Matrizen	163
4.2	Matrizen	165
4.2.1	Matrixtypen	165
4.2.2	Matrizenoperationen	166
4.2.3	Blockmatrizen	171
4.3	Das Kronecker-Produkt	173
4.3.1	Definitionen	173
4.3.2	Einige Sätze	174
4.3.3	Die Permutationsmatrix $U_{p \times q}$	176
4.3.4	Weitere Eigenschaften des Kronecker-Produkts	177
4.4	Ableitung von und nach Vektoren bzw. Matrizen	177
4.4.1	Definitionen	177
4.4.2	Produktregel	178
4.4.3	Kettenregel	179
4.5	Differentiation nach der Zeit	179
4.5.1	Ableitung einer Funktion nach der Zeit	180
4.5.2	Ableitung eines Vektors nach der Zeit	180
4.5.3	Ableitung einer 2×3 -Matrix nach der Zeit	182
4.5.4	Ableitung einer $n \times m$ -Matrix nach der Zeit	182
4.5.5	Ergänzungen zur Ableitung nach einer Matrix	183
5	Etwas Differentialgeometrie	185
5.1	Krümmung einer Kurve im dreidimensionalen Raum	185
5.2	Krümmung einer Fläche im dreidimensionalen Raum	187
5.2.1	Vektoren in der Tangentialfläche	187
5.2.2	Krümmung und Normalvektoren	188

5.3	<i>Theorema egregium</i> und die inneren Größen g_{ij}	189
5.3.1	Bemerkungen.....	194
6	Geodätische Abweichung	199
7	Eine andere Ricci-Matrix	203
	Literatur	209
	Stichwortverzeichnis	211