

Inhaltsverzeichnis

1	Mengenlehre	1
1.1	Einführung	1
1.2	Abzählbare Mengen	2
1.3	Die reellen Zahlen.	4
1.4	Kardinalzahlen	7
1.5	Das Auswahlaxiom und seine Konsequenzen.	10
1.6	Ordinalzahlen	13
2	Diskrete Mathematik	17
2.1	Einführung	17
2.2	Fakultäten und Binomialkoeffizienten	18
2.3	Das Schubfachprinzip	21
2.4	Das Einschluss-Ausschluss-Prinzip	24
2.5	Der Heiratssatz von Hall.	25
2.6	Bäume und Catalan-Zahlen.	27
2.7	Euler-Wege	31
2.8	Die Ramsey-Theorie	33
2.9	Das Lemma von Sperner und der Fixpunktsatz von Brouwer	35
3	Geometrie	39
3.1	Einführung	39
3.2	Dreiecke	40
3.3	Vierecke	45
3.4	Der Goldene Schnitt	47
3.5	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal.	49
3.6	Geraden in der Ebene	50
3.7	Polyeder	52
3.8	Nichteuklidische Geometrie	54
4	Analysis	57
4.1	Einführung	57
4.2	Geometrische und harmonische Reihen	58
4.3	Ungleichungen	60
4.4	Zwischenwertsatz, Mittelwertsätze und der Hauptsatz.	63

4.5	Taylor-Reihen	66
4.6	Die Archimedes-Konstante π	70
4.7	Die Eulersche Zahl e	76
4.8	Die Gamma-Funktion	81
4.9	Bernoulli-Zahlen	84
4.10	Der Riemannsche Umordnungssatz	86
5	Topologie	89
5.1	Einführung	89
5.2	Kompaktheit und Vollständigkeit	90
5.3	Homöomorphe Räume	93
5.4	Die Peano-Kurve	95
5.5	Der Hilbert-Würfel	96
5.6	Die Cantor-Menge	100
5.7	Bairesche Kategorien	103
5.8	Der Fixpunktsatz von Banach und Fraktale	107
6	Algebra	111
6.1	Einführung	111
6.2	Determinanten und Eigenwerte	112
6.3	Gruppentheorie	116
6.4	Ringe	119
6.5	Einheiten, Körper und die Euler-Funktion	123
6.6	Der Fundamentalsatz der Algebra	125
6.7	Lösungen von algebraischen Gleichungen	127
7	Zahlentheorie	131
7.1	Einführung	131
7.2	Fibonacci-Zahlen	132
7.3	Primzahlen	134
7.4	Diophantische Gleichungen	141
7.5	Die Partition von Zahlen	144
7.6	Irrationale Zahlen	147
7.7	Der Satz von Dirichlet und Kettenbrüche	150
7.8	Pisot-Zahlen	154
7.9	Liouville-Zahlen	156
8	Wahrscheinlichkeitstheorie	159
8.1	Einführung	159
8.2	Das Geburtstagsproblem	160
8.3	Der Satz von Bayes	162
8.4	Die Buffonsche Nadel	164
8.5	Erwartungswert, Varianz und das Gesetz der großen Zahlen	166
8.6	Die Binomial- und die Poisson-Verteilung	169
8.7	Normalverteilung	171
8.8	Irrfahrten auf den ganzen Zahlen	175

9	Dynamische Systeme	177
9.1	Einführung	177
9.2	Periodische Orbits	178
9.3	Chaos	179
9.4	Konjugierte Systeme	182
9.5	Hufeisen, Solenoid und Julia-Mengen	185
9.6	Ergodentheorie	189
10	Vermutungen	197
10.1	Einführung	197
10.2	Das Collatz-Problem	198
10.3	Ramsey-Zahlen	198
10.4	Die Goldbachsche Vermutung	199
10.5	Primzahlzwillinge	199
10.6	Die Riemannsche Vermutung	200
10.7	Vollkommene, einsame und befreundete Zahlen	201
10.8	Irrationale und transzendente Zahlen	203
10.9	Normale Zahlen	203
10.10	Die abc-Vermutung	204
11	Anhang	207
11.1	Mengen	207
11.2	Relationen	208
11.3	Funktionen und Folgen	209
11.4	Zahlen	210
11.5	Grundbegriffe der linearen Algebra	212
11.6	Grundbegriffe der Analysis und der Topologie	213
11.7	Maß und Integration	215
	Literatur	217
	Personenverzeichnis	221
	Sachverzeichnis	223