

# Inhaltsverzeichnis

---

1	<b>Einführung</b> .....	1
1.1	<b>Wo braucht man Statistik?</b> .....	2
1.2	<b>Was macht man mit Statistik?</b> .....	12
1.3	<b>Was steht am Anfang?</b> .....	14
1.3.1	Statistische Einheiten, Merkmale und Gesamtheiten .....	15
1.3.2	Merkmalstypen .....	17
1.4	<b>Wie gewinnt man Daten?</b> .....	20
1.4.1	Elemente der Versuchsplanung .....	21
1.4.2	Datengewinnung und Erhebungsarten .....	23
1.5	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	27
1.6	<b>Statistische Software</b> .....	28
1.7	<b>Aufgaben</b> .....	29
2	<b>Univariate Deskription und Exploration von Daten</b> .....	31
2.1	<b>Verteilungen und ihre Darstellungen</b> .....	32
2.1.1	Häufigkeiten .....	32
2.1.2	Grafische Darstellungen .....	35
2.1.3	Kumulierte Häufigkeitsverteilung und empirische Verteilungsfunktion .....	49
2.2	<b>Beschreibung von Verteilungen</b> .....	52
2.2.1	Lagemaße .....	52
2.2.2	Quantile und Box-Plot .....	64
2.2.3	Standardabweichung, Varianz und Variationskoeffizient .....	69
2.2.4	Maßzahlen für Schiefe und Wölbung .....	74
2.3	<b>Konzentrationsmaße</b> .....	76
2.3.1	Relative Konzentration: Lorenzkurve und Gini-Koeffizient .....	78
2.3.2	Alternative Konzentrationsmaße .....	85
2.4	<b>Dichtekurven und Normalverteilung</b> .....	86
2.4.1	Dichtekurven .....	86
2.4.2	Normalverteilungen .....	89
2.4.3	Approximation von Dichtekurven .....	97
2.5	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	101
2.6	<b>Univariate Datenanalyse mit <math>R</math></b> .....	102
2.6.1	Verteilungen und ihre Darstellungen .....	103
2.6.2	Beschreibung von Verteilungen .....	105
2.6.3	Konzentrationsmaße .....	107
2.6.4	Dichtekurven und Normalverteilung .....	107
2.7	<b>Aufgaben</b> .....	108
3	<b>Multivariate Deskription und Exploration</b> .....	111
3.1	<b>Diskrete und gruppierte Merkmale</b> .....	113
3.1.1	Zweidimensionale Daten: Die Kontingenztafel .....	113
3.1.2	Bedingte Häufigkeiten .....	119
3.2	<b>Zusammenhangsanalyse in Kontingenztafeln</b> .....	121
3.2.1	Chancen und relative Chancen .....	121

3.2.2	Kontingenz- und $\chi^2$ -Koeffizient .....	124
3.3	<b>Grafische Darstellungen quantitativer Merkmale</b> .....	129
3.3.1	Streudiagramm. ....	129
3.3.2	Zweidimensionale Histogramme und Dichten. ....	131
3.3.3	Mehrdimensionale Darstellungen .....	134
3.4	<b>Zusammenhangsmaße bei metrischen Merkmalen</b> .....	136
3.4.1	Empirischer Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson. ....	136
3.4.2	Spearman's Korrelationskoeffizient .....	142
3.4.3	Alternative Rangkorrelationsmaße .....	145
3.4.4	Invarianzeigenschaften .....	147
3.5	<b>Korrelation und Kausalität</b> .....	149
3.6	<b>Regression</b> .....	153
3.6.1	Das lineare Regressionsmodell .....	154
3.6.2	Die Berechnung der Ausgleichsgeraden .....	155
3.6.3	Bestimmtheitsmaß und Residualanalyse .....	160
3.6.4	Nichtlineare Regression. ....	166
3.7	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	168
3.8	<b>Multivariate Deskription mit <math>R</math></b> .....	169
3.8.1	Diskrete und gruppierte Daten .....	170
3.8.2	Zusammenhangsanalyse in Kontingenztabelle. ....	171
3.8.3	Grafische Darstellungen quantitativer Merkmale .....	172
3.8.4	Zusammenhangsmaße bei metrischen Merkmalen .....	173
3.8.5	Regression .....	173
3.9	<b>Aufgaben</b> .....	174
4	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	179
4.1	<b>Definition und Begriff der Wahrscheinlichkeit</b> .....	180
4.1.1	Mengen und Mengenoperationen .....	181
4.1.2	Zufallsereignisse .....	185
4.1.3	Wahrscheinlichkeiten .....	187
4.2	<b>Zur empirischen Interpretation von Wahrscheinlichkeiten</b> .....	193
4.2.1	Die Laplace-Wahrscheinlichkeit .....	193
4.2.2	Objektive Wahrscheinlichkeiten als Grenzwert relativer Häufigkeiten. ....	197
4.2.3	Subjektive Wahrscheinlichkeiten .....	199
4.3	<b>Zufallsstichproben und Kombinatorik</b> .....	200
4.3.1	Modell mit Zurücklegen .....	201
4.3.2	Modell ohne Zurücklegen. ....	202
4.3.3	Permutationen .....	203
4.3.4	Modell ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge .....	204
4.4	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeiten</b> .....	207
4.5	<b>Unabhängigkeit von zwei Ereignissen</b> .....	210
4.6	<b>Totale Wahrscheinlichkeit</b> .....	214
4.7	<b>Der Satz von Bayes</b> .....	216
4.8	<b>Unendliche Grundgesamtheiten</b> .....	221
4.9	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	224
4.10	<b>Aufgaben</b> .....	225

5	<b>Diskrete Zufallsvariablen</b> .....	229
5.1	<b>Zufallsvariablen</b> .....	230
5.2	<b>Verteilungen und Parameter von diskreten Zufallsvariablen</b> .....	234
5.2.1	Definition und Verteilung .....	234
5.2.2	Unabhängigkeit von diskreten Zufallsvariablen .....	244
5.2.3	Lageparameter, Quantile und Streuungsparameter einer diskreten Verteilung .....	247
5.2.4	Weitere Lageparameter .....	253
5.3	<b>Spezielle diskrete Verteilungsmodelle</b> .....	257
5.3.1	Die Binomialverteilung .....	258
5.3.2	Die hypergeometrische Verteilung .....	264
5.3.3	Die Poisson-Verteilung .....	266
5.4	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	270
5.5	<b>Diskrete Verteilungen in <math>R</math></b> .....	272
5.6	<b>Aufgaben</b> .....	273
6	<b>Stetige Zufallsvariablen</b> .....	275
6.1	<b>Definition und Verteilung</b> .....	276
6.2	<b>Lageparameter, Quantile und Varianz von stetigen Zufallsvariablen</b> .....	288
6.3	<b>Spezielle stetige Verteilungsmodelle</b> .....	297
6.3.1	Die Normalverteilung .....	297
6.3.2	Die logarithmische Normalverteilung .....	305
6.3.3	Chi-Quadrat-, Student- und Fisher-Verteilung .....	306
6.4	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	310
6.5	<b>Stetige Zufallsvariablen in <math>R</math></b> .....	312
6.6	<b>Aufgaben</b> .....	313
7	<b>Mehr über Zufallsvariablen und Verteilungen</b> .....	317
7.1	<b>Gesetz der großen Zahlen und Grenzwertsätze</b> .....	318
7.1.1	Das Gesetz der großen Zahlen und der Hauptsatz der Statistik .....	320
7.1.2	Der zentrale Grenzwertsatz .....	323
7.2	<b>Approximation von Verteilungen</b> .....	325
7.3	<b>Zufallszahlen und Simulation</b> .....	327
7.4	<b>Einige Ergänzungen</b> .....	330
7.4.1	Zufallsvariablen als Abbildungen .....	330
7.4.2	Verteilungsfunktion und ihre Eigenschaften .....	332
7.4.3	Ungleichung von Tschebyscheff .....	334
7.4.4	Maßzahlen für Schiefe und Wölbung .....	336
7.5	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	337
7.6	<b>Zufallszahlen mit <math>R</math></b> .....	338
7.7	<b>Aufgaben</b> .....	339
8	<b>Mehrdimensionale Zufallsvariablen</b> .....	343
8.1	<b>Begriff mehrdimensionaler Zufallsvariablen</b> .....	344
8.2	<b>Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen</b> .....	346
8.3	<b>Zweidimensionale stetige Zufallsvariablen</b> .....	352
8.4	<b>Unabhängigkeit von Zufallsvariablen</b> .....	354
8.5	<b>Kovarianz und Korrelation</b> .....	357

8.6	Die zweidimensionale Normalverteilung .....	364
8.7	Zusammenfassung und Bemerkungen .....	368
8.8	Die zweidimensionale Normalverteilung in $R$ .....	368
8.9	Aufgaben .....	369
9	<b>Parameterschätzung</b> .....	371
9.1	Punktschätzung .....	372
9.2	<b>Eigenschaften von Schätzstatistiken</b> .....	375
9.2.1	Erwartungstreue .....	375
9.2.2	Erwartete mittlere quadratische Abweichung und Konsistenz .....	378
9.2.3	Wirksamste Schätzstatistiken .....	382
9.3	<b>Konstruktion von Schätzfunktionen</b> .....	383
9.3.1	Maximum Likelihood-Schätzung .....	384
9.3.2	Kleinste-Quadrate-Schätzung .....	387
9.3.3	Bayes-Schätzung .....	387
9.4	<b>Intervallschätzung</b> .....	392
9.4.1	Konfidenzintervalle für Erwartungswert und Varianz .....	394
9.4.2	Konfidenzintervalle für den Anteilswert .....	398
9.5	Zusammenfassung und Bemerkungen .....	400
9.6	Konfidenzintervalle in $R$ .....	400
9.7	Aufgaben .....	402
10	<b>Testen von Hypothesen</b> .....	405
10.1	<b>Der Binomial- und der Gauß-Test</b> .....	406
10.1.1	Der exakte Binomialtest .....	409
10.1.2	Der approximative Binomialtest .....	413
10.1.3	Der Gauß-Test .....	416
10.2	<b>Prinzipien des Testens</b> .....	419
10.2.1	Fehlentscheidungen .....	422
10.2.2	Statistische Tests und Konfidenzintervalle .....	424
10.2.3	Überschreitungswahrscheinlichkeit .....	425
10.2.4	Gütefunktion .....	427
10.3	<b>Multiple Testprobleme</b> .....	434
10.4	Zusammenfassung und Bemerkungen .....	435
10.5	Aufgaben .....	437
11	<b>Spezielle Testprobleme</b> .....	439
11.1	<b>Problemstellungen und Daten</b> .....	440
11.2	<b>Ein-Stichproben-Fall</b> .....	441
11.2.1	Tests zu Lagealternativen .....	441
11.2.2	Anpassungstests .....	450
11.3	<b>Vergleiche aus unabhängigen Stichproben</b> .....	459
11.3.1	Tests zu Lagealternativen .....	460
11.3.2	$\chi^2$ -Homogenitätstest .....	466
11.3.3	Exakter Test von Fisher .....	468
11.4	<b>Vergleiche aus verbundenen Stichproben</b> .....	470
11.5	<b>Zusammenhangsanalyse</b> .....	471
11.5.1	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest .....	471

11.5.2	Korrelation bei metrischen Merkmalen .....	473
11.6	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	475
11.7	<b>Tests mit <math>R</math></b> .....	476
11.8	<b>Aufgaben</b> .....	478
12	<b>Regressionsanalyse</b> .....	481
12.1	<b>Lineare Einfachregression</b> .....	482
12.1.1	Das Modell der linearen Einfachregression .....	483
12.1.2	Schätzen, Testen und Prognose .....	486
12.1.3	Residualanalyse .....	495
12.2	<b>Multiple lineare Regression</b> .....	497
12.2.1	Das multiple lineare Regressionsmodell .....	499
12.2.2	Schätzen, Testen und Prognose .....	501
12.2.3	Multiple lineare Regression in Matrixnotation .....	509
12.3	<b>Binäre Regression</b> .....	511
12.4	<b>Nichtlineare und nichtparametrische Regression</b> .....	513
12.5	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	517
12.6	<b>Regressionsanalysen mit <math>R</math></b> .....	518
12.6.1	Einfache lineare Regression .....	518
12.6.2	Multiple lineare Regression .....	520
12.6.3	Weitere Regressionsmodelle .....	521
12.7	<b>Aufgaben</b> .....	522
13	<b>Varianzanalyse</b> .....	525
13.1	<b>Einfaktorielle Varianzanalyse</b> .....	526
13.2	<b>Zweifaktorielle Varianzanalyse mit festen Effekten</b> .....	536
13.3	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	549
13.4	<b>Aufgaben</b> .....	550
14	<b>Zeitreihen</b> .....	553
14.1	<b>Einführende Beispiele</b> .....	554
14.2	<b>Indizes</b> .....	558
14.3	<b>Komponentenmodelle</b> .....	561
14.4	<b>Globale Regressionsansätze</b> .....	563
14.4.1	Trendbestimmung .....	563
14.4.2	Bestimmung der Saisonkomponente .....	564
14.5	<b>Lokale Ansätze</b> .....	566
14.5.1	Trendbestimmung .....	567
14.5.2	Bestimmung der Saisonkomponente .....	572
14.6	<b>Zusammenfassung und Bemerkungen</b> .....	575
14.7	<b>Zeitreihenanalyse mit <math>R</math></b> .....	575
14.8	<b>Aufgaben</b> .....	576
15	<b>Einführung in <math>R</math></b> .....	579
15.1	<b><math>R</math> als Taschenrechner</b> .....	581
15.2	<b>Grundlegende Datenstrukturen in <math>R</math></b> .....	586
15.2.1	Vektoren .....	586
15.2.2	Matrizen und Datensätze .....	587

15.2.3	Listen	591
15.2.4	Arrays	593
15.2.5	Mehr zu Faktorvariablen	593
15.2.6	Mehr zur Indizierung	595
15.3	<b>Funktionen und mathematische Konstanten</b>	596
15.3.1	Statistische Funktionen	596
15.3.2	Weitere praktische mathematische Funktionen	596
15.3.3	Mathematische Konstanten	597
15.3.4	Eigene Funktionen in R	598
15.4	<b>Datenverarbeitung</b>	599
15.4.1	Sortieren	599
15.4.2	Ränge bilden	601
15.4.3	Duplikate und eindeutige Werte, Minimum und Maximum finden	601
15.4.4	Diskretisierung numerischer Variablen	602
15.5	<b>Verteilungen und Zufallsvariablen</b>	603
15.6	<b>Grafiken</b>	604
15.7	<b>Weiterführende Hinweise</b>	605
15.8	<b>Das tidyverse Paket</b>	605
15.8.1	Installieren und Laden des Pakets	605
15.8.2	Manuelle Eingabe von Daten und Einlesen von Daten	606
15.8.3	Transformation von Daten	608
15.8.4	Visualisierung von Daten	614
15.9	<b>Weitere Bibliotheken und nützliche Links</b>	619
<b>A</b>	<b>Tabellen</b>	621
<b>A</b>	<b>Standardnormalverteilung</b>	622
<b>B</b>	<b>Binomialverteilung</b>	623
<b>C</b>	<b><math>\chi^2</math>-Verteilung</b>	633
<b>D</b>	<b>Students <math>t</math>-Verteilung</b>	634
<b>E</b>	<b><math>F</math>-Verteilung</b>	635
<b>F</b>	<b>Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test</b>	642
<b>G</b>	<b>Wilcoxon-Rangsummen-Test</b>	643
	<b>Verzeichnis der Beispiele</b>	644
	<b>Literatur</b>	649
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	651