

Auf einen Blick

Über den Autor	7
Einführung	21
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik	29
Kapitel 1: Das Spiel mit den Zahlen	31
Kapitel 2: Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt	49
Kapitel 3: Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division	57
Teil II: Ganze Zahlen	75
Kapitel 4: Die vier großen Operationen in der Praxis	77
Kapitel 5: Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke	93
Kapitel 6: Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln	107
Kapitel 7: Teilbarkeit	119
Kapitel 8: Fabelhafte Faktoren und viel geliebte Vielfache	127
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	143
Kapitel 9: Keine Biografie ohne Brüche	145
Kapitel 10: Gebrochenes Rechnen: Brüche und die vier großen Operationen	159
Kapitel 11: Dezimalzahlen	183
Kapitel 12: Prozentsätze	207
Kapitel 13: Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen	221
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen	235
Kapitel 14: Zehn hoch: Zahlen in wissenschaftlicher Notation	237
Kapitel 15: Maße und Gewichte	247
Kapitel 16: Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Einstieg in die Geometrie	259
Kapitel 17: Wer es sieht, wird gläubig: Graphen	283
Kapitel 18: Textaufgaben mit Geometrie und Maßen	295
Kapitel 19: Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	307
Kapitel 20: Jede Menge Mengenlehre	321
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	329
Kapitel 21: Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke	331
Kapitel 22: Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen	349
Kapitel 23: Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra	363

Teil VI: Der Top-Ten-Teil	373
Kapitel 24: Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten.....	375
Kapitel 25: Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten	381
Stichwortverzeichnis	391

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	7
Einführung	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahmen über den Leser	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik	23
Teil II: Ganze Zahlen	24
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	24
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen	25
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	25
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	26
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	26
Wie es weitergeht	26
TEIL I	
GRUNDLAGEN DER GRUNDLEGENDEN MATHEMATIK	29
Kapitel 1	
Das Spiel mit den Zahlen	31
Die Erfindung der Zahlen	32
Zahlenfolgen	32
Ungerades gerade machen	33
Um 3, 4, 5 und so weiter weiterzählen	33
Quadratzahlen verstehen	34
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach	34
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!	36
Mit Exponenten schnell multiplizieren	36
Der Zahlenstrahl	38
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren	38
Das Nichts verstehen lernen: 0	39
Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen	40
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation	41
Auseinanderdividiert	42
Die Zwischenstellen: Brüche	43
Vier wichtige Zahlenmengen	44
Zählen mit den natürlichen Zahlen	44
Einführung der ganzen Zahlen	45
Wir bleiben rational	45
Werden wir reell	45
Aufgaben	46

Kapitel 2

Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt **49**

- Den Stellenwert kennen..... 50
 - Bis zehn zählen – und darüber hinaus..... 50
 - Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden 51
 - Lange Zahlen lesen..... 52
- Runden und Schätzen..... 52
 - Zahlen runden..... 52
 - Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen 54
- Aufgaben 55

Kapitel 3

Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division **57**

- Zusammenzählen: Addition..... 57
 - Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren..... 58
 - Übertrag: Zweistellige Lösungen..... 58
- Abgezogen: Subtraktion 59
 - Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren 60
 - Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren 61
- Multiplikation..... 63
 - Multiplikationssymbole 64
 - Die Multiplikationstabelle auswendig lernen..... 64
 - Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren..... 68
- Division im Handumdrehen..... 69
 - Schriftliche Division im Nu erledigt 70
 - Was übrig bleibt: Division mit Rest..... 72
- Aufgaben 72

TEIL II

GANZE ZAHLEN **75**

Kapitel 4

Die vier großen Operationen in der Praxis **77**

- Eigenschaften der vier großen Operationen..... 77
 - Inverse Operationen 78
 - Kommutative Operationen 79
 - Assoziative Operationen..... 80
 - Distribution – zur Lastverringerng..... 81
- Die vier großen Operationen für negative Zahlen..... 81
 - Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen 82
 - Multiplikation und Division mit negativen Zahlen..... 83
- Einheiten und Größen verstehen 84
 - Größen addieren und subtrahieren 84
 - Größen multiplizieren und dividieren..... 85

Ungleichheiten verstehen	86
Ungleich (\neq)	86
Kleiner ($<$) und größer ($>$)	86
Ungefähr gleich (\approx)	87
Über die großen Vier hinaus: Exponenten, Quadratwurzeln und Beträge	87
Exponenten verstehen	87
Zurück zu den Wurzeln	88
Den Betrag einer Zahl bestimmen	89
Aufgaben	89

Kapitel 5

Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke

93

Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen, Terme und deren Berechnung	93
Gleichheit für alle: Gleichungen	94
He, es ist nur ein Term!	95
Die Situation vereinfachen	95
Die Vereinigung der drei Konzepte	96
Die Operatorenreihenfolge	96
Anwendung der Operatorenreihenfolge auf Terme mit den vier großen Operationen	97
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Exponenten	100
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Klammern	101
Aufgaben	104

Kapitel 6

Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln

107

Zwei Gerüchte über Textaufgaben	108
Textaufgaben sind nicht immer schwierig	108
Textaufgaben sind nützlich	108
Grundlegende Textaufgaben lösen	109
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln	109
Zahlen für Wörter einsetzen	111
Komplexere Textaufgaben lösen	113
Wenn es ernst wird mit den Zahlen	114
Zu viel Information	115
Alles zusammen	116
Aufgaben	118

Kapitel 7

Teilbarkeit

119

Die Tricks der Teilbarkeit	119
Zahlen, durch die geteilt werden kann	119
Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen	120

14 Inhaltsverzeichnis

Kreuz und quer: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen	121
Primzahl oder zusammengesetzt?.....	124
Aufgaben	126

Kapitel 8

Fabelhafte Faktoren und viel geliebte Vielfache 127

Sechs Methoden, dasselbe zu sagen	127
Faktoren und Vielfache – untrennbar verbunden.....	128
Fabelhafte Faktoren.....	129
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist	129
Die Faktoren einer Zahl ermitteln	130
Primfaktoren.....	131
Den größten gemeinsamen Teiler finden.....	136
Viel geliebte Vielfache	137
Vielfache erzeugen	138
Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen.....	138
Aufgaben	140

TEIL III

TEILE DES GANZEN: BRÜCHE, DEZIMALZAHLEN UND PROZENTE..... 143

Kapitel 9

Keine Biografie ohne Brüche..... 145

Eine Torte in Bruchteile schneiden	146
Breaking News über Brüche	147
Den Zähler vom Nenner unterscheiden	147
Reziproke – Zeit für die Umkehr	148
Die Verwendung von Nullen und Einsen.....	148
Gut gemischt.....	149
Echtes und Unechtes	149
Brüche erweitern und kürzen.....	149
Brüche erweitern.....	150
Brüche kürzen.....	151
Unechte Brüche und gemischte Schreibweise ineinander umwandeln.....	153
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise	153
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln.....	153
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln.....	154
Die Kreuzmultiplikation verstehen	155
Aufgaben	156

Kapitel 10

Gebrochenes Rechnen: Brüche und die vier großen Operationen 159

Brüche multiplizieren und dividieren.....	159
Einfach Zähler und Nenner multiplizieren.....	160
Im Handumdrehen Brüche dividieren.....	162

Zusammengezählt: Brüche addieren	162
Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern	163
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren	164
Weg damit: Brüche subtrahieren	170
Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren	170
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren	171
Mit der gemischten Schreibweise arbeiten	174
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren	174
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren	175
Aufgaben	181

Kapitel 11

Dezimalzahlen 183

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen	184
Euros und Dezimalzahlen zählen	184
Der Stellenwert von Dezimalzahlen	186
Die dezimalen Tatsachen des Lebens	187
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen	191
Dezimalzahlen addieren	191
Dezimalzahlen subtrahieren	193
Dezimalzahlen multiplizieren	194
Dezimalzahlen dividieren	195
Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	198
Einfache Umwandlungen	198
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln	198
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln	201
Aufgaben	204

Kapitel 12

Prozentsätze 207

Prozentsätze verstehen	207
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent	208
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	209
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen	209
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen	209
Von Prozentsätzen zu Brüchen	209
Von Brüchen zu Prozentsätzen	210
Prozentaufgaben lösen	211
Ein paar einfache Prozentaufgaben	211
Aufgabenstellungen umkehren	213
Schwierigere Prozentaufgaben	213
Alle Prozentaufgaben kombinieren	214
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren	215
Der Prozentkreis	216
Aufgaben	219

Kapitel 13

Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen

Prozentsätzen	221
Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren	222
Eine Pizza teilen: Brüche	222
Kiloweise kaufen: Dezimalzahlen	223
Verteilte Stimmen: Prozentsätze	223
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen	224
Durchblick bei der Metzgerin	224
Kuchenreste	225
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren	226
Wie viel Geld ist übrig?	226
Den Grundwert bestimmen	227
Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben	229
Gehaltserhöhungen berechnen	229
Zinsen und Zinseszinsen	231
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen	232
Aufgaben	232

TEIL IV

VISUALISIEREN UND MESSEN – GRAPHEN, MAßE, STATISTIK UND MENGEN

235

Kapitel 14

Zehn hoch: Zahlen in wissenschaftlicher Notation

Notation	237
Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen als Exponenten	238
Nullen zählen und Exponenten schreiben	238
Zum Multiplizieren Exponenten addieren	240
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten	240
In wissenschaftlicher Notation schreiben	241
Warum die wissenschaftliche Notation funktioniert	242
Größenordnungen verstehen	243
Multiplizieren in wissenschaftlicher Notation	243
Aufgaben	245

Kapitel 15

Maße und Gewichte

247

Unterschiede zwischen dem metrischen und dem angelsächsischen System untersuchen	247
Das angelsächsische System	248
Das metrische System	250
Das metrische und das angelsächsische System – schätzen und umrechnen	252
Schätzen zwischen den Systemen	252
Maßeinheiten umrechnen	254
Aufgaben	257

Kapitel 16

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Einstieg in die Geometrie

Geometrie	259
Alles auf einer Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren.....	260
Einen Punkt machen.....	260
Auf Linie.....	260
Winkel.....	261
Figuren.....	262
Geschlossene Gesellschaft: Figuren.....	262
Kreise.....	263
Polygone.....	263
Eine höhere Dimension: Körpergeometrie.....	266
Die vielen Gestalten der Polyeder.....	266
Körper mit Kurven.....	268
Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen.....	268
2D: In der Ebene messen.....	268
In den Raum: In drei Dimensionen messen.....	275
Aufgaben.....	279

Kapitel 17

Wer es sieht, wird gläubig: Graphen

Wer es sieht, wird gläubig: Graphen	283
Die drei wichtigsten Graphen.....	283
Balkendiagramm.....	284
Tortendiagramm.....	285
Liniendiagramm.....	286
Kartesishe Koordinaten.....	287
Punkte eintragen.....	287
Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen.....	288
Aufgaben mit kartesischen Koordinaten lösen.....	290
Aufgaben.....	292

Kapitel 18

Textaufgaben mit Geometrie und Maßen

Textaufgaben mit Geometrie und Maßen	295
Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von Umrechnungsketten lösen.....	295
Eine kurze Kette knüpfen.....	296
Mit mehr Verknüpfungen arbeiten.....	297
Abrunden: Die Suche nach der kürzesten Antwort.....	298
Textaufgaben aus der Geometrie.....	300
Mit Wörtern und Bildern arbeiten.....	300
Ein wenig Zeichentalent ist gefragt.....	301
Und jetzt alles zusammen: Geometrie und Maße in einer	
Aufgabenstellung.....	304
Aufgaben.....	306

Kapitel 19

Chancen ausrechnen: Statistik und

Wahrscheinlichkeitsrechnung 307

Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik	308
Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten	308
Die Arbeit mit qualitativen Daten.....	309
Die Arbeit mit quantitativen Daten	311
Gute Chancen: Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	314
Wahrscheinlichkeit berechnen.....	315
Köpfe, Zahlen und Augen – Ergebnisse bei mehreren Münzen und Würfeln zählen.....	316
Aufgaben	318

Kapitel 20

Jede Menge Mengenlehre 321

Mengen.....	321
Elementar: Das Innenleben der Mengen	322
Zahlenmengen.....	325
Operationen für Mengen.....	325
Vereinigung: Kombinierte Elemente.....	326
Schnitt: Nur das Gemeinsame.....	326
Relatives Komplement: Subtraktion (so gut wie).....	327
Absolutes Komplement: Das glatte Gegenteil	327
Aufgaben	328

TEIL V

AKTE X: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA..... 329

Kapitel 21

Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische

Ausdrücke 331

x als Platzhalter.....	332
Algebraische Ausdrücke.....	332
Algebraische Ausdrücke berechnen	333
Algebraische Terme.....	335
Kommutativ: Terme neu anordnen	336
Koeffizienten und Variablen.....	337
Ähnliche Terme identifizieren.....	338
Algebraische Terme und die vier großen Operationen.....	338
Algebraische Ausdrücke vereinfachen.....	342
Ähnliche Terme kombinieren.....	342
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen.....	343
Aufgaben	347

Kapitel 22

Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen 349

- Algebraische Gleichungen verstehen 350
 - x in Gleichungen verwenden 350
 - Vier Methoden, um algebraische Gleichungen zu lösen 351
- Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen 353
 - Das Gleichgewicht halten 353
 - Mithilfe der Waagschale x isolieren 354
- Gleichungen neu anordnen und x isolieren 355
 - Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen 355
 - Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben 356
 - Klammern aus Gleichungen entfernen 357
 - Kreuzmultiplikation 359
- Aufgaben 361

Kapitel 23

Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra 363

- Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen 363
 - Eine Variable deklarieren 364
 - Die Gleichung aufstellen 365
 - Die Gleichung lösen 366
 - Die Frage beantworten 366
 - Die Lösung überprüfen 366
- Die Variablen klug auswählen 367
- Kompliziertere Algebra-Aufgaben 368
 - Tabellen für vier Personen 368
 - Mit fünf Personen über die Ziellinie 369
- Aufgaben 372

TEIL VI

DER TOP-TEN-TEIL 373

Kapitel 24

Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten 375

- Jede Menge Mengen 375
- Das Spiel mit den Primzahlen 376
- Null: Viel Lärm um Nichts 376
- Es wird griechisch: Pi (π) 377
- Ist mir alles gleich: Gleichheitszeichen und Gleichungen 377
- Das Raster: Das kartesische Koordinatensystem 378
- Mathematische Maschinen: Funktionen 378
- Auf in die Unendlichkeit 379
- Der reelle Zahlenstrahl 379
- Die imaginäre Zahl i 380

Kapitel 25

Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten 381

Alles bio: Die natürlichen Zahlen 382
Keine halben Sachen: Ganze Zahlen 382
Rational über rationale Zahlen sprechen 383
Gar nicht unvernünftig: Irrationale Zahlen 383
Fest verwurzelt: Algebraische Zahlen 384
Etwas abgehoben: Transzendente Zahlen 384
Auf dem Boden der reellen Zahlen 385
Sich imaginäre Zahlen vorstellen 385
Nicht ganz einfach: Komplexe Zahlen 387
Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus 387

Stichwortverzeichnis 391