

Inhaltsverzeichnis

Einführung	23
Grundbegriffe	
Kapitel 1. Der Begriff der Wahrscheinlichkeit und die Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung.	25
Zufällige Ereignisse	25
1.1. Das Ereignisfeld	25
1.2. Die Elementarereignisse	25
1.3. Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen	26
1.3.1. Die logische Summe	26
1.3.2. Unvereinbare bzw. vereinbare Ereignisse	27
1.3.3. Das sichere Ereignis	28
1.3.4. Das unmögliche Ereignis	28
1.3.5. Entgegengesetzte Ereignisse	28
1.3.6. Das logische Produkt	28
1.3.7. Graphische Darstellung des Ereignisfeldes für das Beispiel 1	29
Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	30
1.4. Die statistische Wahrscheinlichkeit	30
1.5. Die Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	31
1.5.1. Ausschließen von Ereignissen	31
1.5.2. Der Additionssatz der Wahrscheinlichkeiten	32
1.6. Der Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeiten	33
1.6.1. Die bedingte Wahrscheinlichkeit	33
1.6.2. Der Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeiten für voneinander abhängige Ereignisse	35
1.6.3. Der Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeiten für voneinander unabhängige Ereignisse	36
1.7. Formel der totalen Wahrscheinlichkeit	36
1.8. Die Formel von BAYES	37
1.9. Der axiomatische Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung	39
Kapitel 2. Der Begriff der Zufallsvariablen und Sätze über die Zufallsvariable	40
2.1. Die Zufallsvariable	40
2.2. Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	40
2.3. Diskrete Zufallsvariable und diskrete Verteilungsfunktion	41
2.4. Häufigkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen	42
2.5. Stetige Zufallsvariable und stetige Verteilungsfunktion	42
2.6. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	44
2.7. Realisierung von Zufallsvariablen	45
2.8. Grundgesamtheit	45
2.9. Mittelwert und Streuung in der Grundgesamtheit	45
2.10. Stichprobe	46
2.11. Zufallsauswahl	46
2.12. Der Stichprobenraum	47
2.13. Ziel der statistischen Untersuchungen	48

Die empirischen Verteilungen

Kapitel 3.	Die Ausbreitung des Materials	49
3.1.	Urliste und Verteilungstafel für eine stetige Zufallsvariable	49
3.2.	Primäre Verteilungstafel	50
3.3.	Die Strichliste	51
3.4.	Urliste und Verteilungstafel für eine diskrete Zufallsvariable	51
3.5.	Die Gruppenbildung	53
3.6.	Die Reduktionslagen	54
3.7.	Die Summenverteilung	56
Kapitel 4.	Die graphische Darstellung von Häufigkeitsverteilungen	57
4.1.	Liniendiagramme	57
4.2.	Flächendiagramme	59
4.2.1.	Säulendiagramme	59
4.2.2.	Kreisdiagramme	62
4.3.	Kartogramme	64
4.3.1.	Das Punktkartogramm	64
4.3.2.	Einzeichnung statistischer Daten in das Kartogramm	66
4.3.3.	Schraffur oder Tönung von Kartogrammen	67
4.4.	Die logarithmische Darstellung	67
4.5.	Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz	71
4.6.	Die Ausgleichung von Häufigkeitsverteilungen	71
4.7.	Mehrgipflige Verteilungen	76
Kapitel 5.	Die Mittelwerte	78
5.1.	Das arithmetische Mittel	78
5.1.1.	Definition	78
5.1.2.	Sätze über das arithmetische Mittel	79
5.1.3.	Berechnung von \bar{x} aus der Urliste	79
5.1.4.	Berechnung von \bar{x} aus Verteilungstafeln mit dem Multiplikationsverfahren	79
5.1.5.	Berechnung von \bar{x} aus Verteilungstafeln mit dem Summenverfahren	82
5.1.6.	Arithmetisches Mittel und Klassengröße	84
5.1.7.	Arithmetisches Mittel und Reduktionslage	85
5.1.8.	Das gewogene arithmetische Mittel	85
5.1.9.	Eigenschaften des arithmetischen Mittels	86
5.2.	Der Zentralwert	87
5.2.1.	Definition	87
5.2.2.	Berechnung des Zentralwertes	88
5.2.3.	Eigenschaften des Zentralwertes	89
5.2.4.	Anwendung des Zentralwertes	90
5.3.	Die Quartile	90
5.4.	Das Dichtemittel	90
5.4.1.	Definition	90
5.4.2.	Berechnung des Dichtemittels aus Reihen mit nur einer Häufungsstelle	90
5.4.3.	Reihen mit mehreren Häufungsstellen	91
5.4.4.	Eigenschaften des Dichtemittels	92
5.4.5.	Anwendungen des Dichtemittels	92
5.5.	Das geometrische Mittel	93
5.5.1.	Definition	93
5.5.2.	Das gewogene geometrische Mittel	94
5.5.3.	Eigenschaften des geometrischen Mittels	94
5.5.4.	Anwendung des geometrischen Mittels	94
Kapitel 6.	Die Streuungsmaße	96
6.1.	Die Varianz und die mittlere Abweichung	97
6.1.1.	Definition	97
6.1.2.	Die Freiheitsgrade	97
6.1.3.	Berechnung der mittleren Abweichung — Das Multiplikationsverfahren	97

6.1.4.	Das Summenverfahren	99
6.1.5.	Berechnung der mittleren Abweichung aus kleinen Beobachtungsreihen	100
6.1.6.	Mittlere Abweichung und Klassengröße	102
6.1.7.	Die SHEPPARDSche Korrektur	102
6.1.8.	Die gewogene mittlere quadratische Abweichung	103
6.1.9.	Zusammenstellung der Berechnungsformeln für das Quadrat der mittleren Abweichung (Streuung)	103
6.2.	Die Variationsbreite	104
6.2.1.	Definition	104
6.2.2.	Variationsbreite und mittlere Abweichung	104
6.3.	Der Variabilitätskoeffizient	106
Kapitel 7.	Allgemeine Darstellung von Stichprobenkennziffern (Die Potenzmomente)	106
7.1.	Definition	106
7.2.	Umrechnungsformeln	107
Kapitel 8.	Die Schiefeitsmaße und der Exzeß	109
8.1.	Das Schiefeitsmaß von PEARSON	109
8.2.	Der Exzeß	110
Kapitel 9.	Arithmetisches Mittel und Streuung in Stichproben mit qualitativen Beobachtungen	113
9.1.	Verteilungstafel	113
9.2.	Anwendung	114
Die theoretischen Verteilungen		
Kapitel 10.	Die Binomialverteilung	116
10.1.	Die binomische Entwicklung	116
10.2.	Graphische Darstellung von Binomialverteilungen	118
10.3.	Berechnung der Binomialverteilung für kleine Werte von n	119
10.4.	Berechnung der Binomialverteilung für große Werte von n	121
10.5.	Der Mittelwert der Binomialverteilung	124
10.6.	Die Varianz der Binomialverteilung	124
10.7.	Näherungsrechnung für ein einzelnes Glied der Binomialverteilung für große Werte von n	126
10.8.	Näherungswerte des Maximalgliedes	126
Kapitel 11.	Die hypergeometrische Verteilung	127
11.1	Das Urnenschema	127
11.2.	Konvergenz gegen die Binomialverteilung	128
Kapitel 12.	Die multinomiale Verteilung	129
12.1.	Aufgabe	129
12.2.	Lösung	129
Kapitel 13.	Die Poisson-Verteilung	131
13.1.	Die Poissonsche Formel	131
13.2.	Graphische Darstellung von Poisson-Verteilungen	131
13.3.	Mittelwert der Poisson-Verteilung	132
13.4.	Varianz der Poisson-Verteilung	133
13.5.	Vergleich einer gegebenen Beobachtungsreihe mit der Poisson-Verteilung	134
Kapitel 14.	Die Normalverteilung	135
14.1.	Die Dichtefunktion der Normalverteilung	135
14.2.	Das Zeichnen der Normalkurve	137
14.3.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der GAUSS-Verteilung	137
14.4.	Die Summenfunktion der Normalverteilung	140

14.5.	Die Summenprozentverteilung	140
14.6.	Die transformierte Ordinatenkala (das Wahrscheinlichkeitsnetz)	141
Kapitel 15.	Die negative Binomialverteilung	143
15.1.	Einleitung	143
15.2.	Die negative Binomialverteilung	144
15.3.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der negativen Binomialverteilung	145
Kapitel 16.	Die NEYMAN-Verteilung	148
16.1.	Aufstellung der Berechnungsformeln	148
16.2.	Die NEYMAN-Reihe	150
16.3.	Vergleich einer empirischen Verteilung mit der NEYMAN-Verteilung	150
Kapitel 17.	Die Verallgemeinerung der „ansteckenden“ Verteilungen	154
17.1.	NEYMAN-Verteilung für die Typen A, B und C	154
17.2.	Die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten	155
17.3.	Anwendungen	157

Die Prüfverteilungen

Kapitel 18.	Die χ^2-Verteilung von F. R. HELMERT und KARL PEARSON	161
18.1.	Die Beziehungen an der Normalkurve	161
18.2.	Die χ^2 -Verteilung und die Kurve $\varphi(\chi)$	162
18.3.	Das Additionstheorem der χ^2 -Verteilung	165
18.4.	Die Summenfunktion der χ^2 -Verteilung	165
Kapitel 19.	Die t-Verteilung von STUDENT	166
19.1.	Die t -Verteilung und die Kurven $\varphi(t)$	166
19.2.	Die Summenfunktion der t -Verteilung	167
Kapitel 20.	Die F-Verteilung von R. A. FISHER	168
20.1.	Die F -Verteilung und die Kurven $\varphi(F)$	168
20.2.	Die Summenfunktion der F -Verteilung	170

Prüfverfahren über Parameter der Normal- und Binomialverteilung

Kapitel 21.	Die theoretischen Grundlagen der klassischen Prüfverfahren	171
21.1.	Die statistische Hypothese	171
21.2.	Einfache und zusammengesetzte Hypothesen	171
21.3.	Das Prüfen einer statistischen Hypothese	172
21.4.	Die Fehler beim Prüfen von Hypothesen	173
21.5.	Der kritische Bereich	174
21.6.	Die Gütefunktion oder Trennschärfefunktion	176
21.7.	Beispiel	177
Kapitel 22.	Hilfssätze	179
22.1.	Mittelwerte und Varianz der Stichprobenfunktion \bar{X}	179
22.2.	Die Varianz einer linearen Funktion von Zufallsvariablen	180
22.3.	Die Varianz des Mittelwertes von Stichprobenmitteln	181
22.4.	Die Verteilung des arithmetischen Mittels und der Streuung normalverteilter Zufallsvariabler	181
Kapitel 23.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei bekannter Streuung	182
23.1.	Der zweiseitige Test	182
23.2.	Die Gütefunktion	183
23.3.	Der einseitige Test zum Prüfen des Mittelwertes einer Normalverteilung	185

Kapitel 24.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei unbekannter Streuung	188
24.1.	Das Prüfverfahren	188
Kapitel 25.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen den Mittelwerten zweier unabhängiger Normalverteilungen	189
25.1.	Die Varianzen der Normalverteilungen sind bekannt	189
25.2.	Die Varianzen der Normalverteilungen sind unbekannt aber gleich groß	190
25.3.	Beispiel	191
25.4.	Vergleich von Mittelwerten bei paarweiser Zuordnung der Einzelwerte	191
Kapitel 26.	Prüfen einer Hypothese über die Ereigniswahrscheinlichkeit einer Alternative .	192
26.1.	Die Testgröße bei einer Alternative	192
26.2.	Anwendungen des Testverfahrens	193
Kapitel 27.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Häufigkeitsziffern . .	194
27.1.	Das Prüfverfahren	194
27.2.	Anwendungen des Prüfverfahrens	196
Kapitel 28.	Prüfen einer Hypothese über die Streuung einer Normalverteilung	197
28.1.	Das Prüfverfahren für $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 > \sigma_0^2)$	197
28.2.	Das Prüfverfahren für $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 < \sigma_0^2)$	199
28.3.	Das Prüfverfahren für $H_0 (\sigma^2 = \sigma_0^2)$ gegen $H_1 (\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$	199
Kapitel 29.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz der Streuungen zweier unabhängiger Normalverteilungen	200
29.1.	Die Mittelwerte der Normalverteilungen sind bekannt	200
29.2.	Die Mittelwerte in den Grundgesamtheiten sind unbekannt	201

Die Schätzungen

Kapitel 30.	Punktschätzungen	202
30.1.	Die Kriterien von R. A. FISHER für Schätzwerte.	202
30.2.	Punkt- und Intervallschätzung	204
30.3.	Die Maximum-Likelihood-Methode zum Schätzen eines einzigen Parameters .	205
30.3.1.	Definition der Likelihood-Funktion	205
30.3.2.	Die Varianz des Schätzwertes und die zu erwartende Information	208
30.3.3.	Beispiel	210
30.3.4.	Vergleich des Maximum-Likelihood-Schätzwertes mit einem anderen Schätzwert	213
30.4.	Die Maximum-Likelihood-Schätzung für zwei Parameter	214
30.5.	Schätzung des Exponenten k der negativen Binomialverteilung	219
Kapitel 31.	Intervallschätzungen	225
31.1.	Das Konfidenzintervall	225
31.2.	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer Normalverteilung	225
31.2.1.	Die Varianz σ^2 ist bekannt	225
31.2.2.	Die Varianz σ^2 ist unbekannt	226
31.3.	Konfidenzintervalle für die Varianz σ^2 einer Normalverteilung	227
31.4.	Konfidenzintervalle für das Verhältnis zweier Varianzen aus Normalverteilungen	228
31.5.	Konfidenzintervalle für eine einzelne Streuung	229
31.6.	Konfidenzintervalle für den Mittelwert einer Binomialverteilung	229
31.6.1.	Die Intervalle von CLOPPER und PEARSON	229
31.6.2.	Neue prozentuale Konfidenzgrenzen (Binomialverteilung).	230
31.7.	Konfidenzintervalle für die Differenz von Mittelwerten $\mu_x - \mu_y$ aus Normalverteilungen mit gemeinsamer Varianz σ^2	231
31.7.1.	Die Varianz σ^2 ist bekannt	231

31.7.2.	Die Varianz σ^2 ist unbekannt	231
31.8.	Die Methode der kleinsten Quadrate	232
31.9.	Beziehungen der Konfidenzintervalle zu den Signifikanztests	232

Varianzanalyse

Kapitel 32.	Einführung und Modelle	233
32.1.	Aufgaben der Varianzanalyse	233
32.2.	Die Modelle I und II von EISENHART	233
Kapitel 33	Die einfache Klassifikation — Modell mit festen Effekten (Modell I)	235
33.1.	Schema und Bezeichnungen für den unbalanzierten Fall	235
33.2.	Bezeichnungen für den balanzierten Fall	237
33.3.	Das Modell I für die einfache Klassifikation	238
33.4.	Vorbereitendes Kapitel: Das Rechnen mit Doppelsummen	238
33.5.	Zerlegung der Summe der Abweichungsquadrate	240
33.6.	Zerlegung der Freiheitsgrade	241
33.7.	Die mittleren Quadrate und ihre Erwartungswerte	241
33.8.	Tafel der Varianzanalyse	243
33.9.	Berechnungsformeln	243
33.10.	Beispiele für die Berechnung der SQ bei einfacher Klassifikation	244
33.10.1.	Alle Stichproben haben gleichen Umfang	244
33.10.2.	Die Gruppen haben verschiedenen Umfang	246
33.11.	Homogenitätsprüfung	248
Kapitel 34.	Lineare Kontraste	249
34.1.	Definition	249
34.2.	Zerlegung der Summe der Abweichungsquadrate SQZ mit Hilfe von Kontrasten	251
Kapitel 35.	Testverfahren für mehrfache Mittelwertvergleiche	255
35.1.	Der multiple <i>t</i> -Test	255
35.2.	Der „neue multiple range-Test“ von DUNCAN	256
35.3.	Der multiple range-Test von NEWMAN und KEULS	257
35.4.	Vergleich der beiden range-Tests	257
35.5.	Durchführung des Testverfahrens	257
35.6.	Anwendungen der range-Tests	259
35.6.1.	Alle Gruppen haben gleichen Umfang	259
35.6.2.	Die Stichproben haben verschiedenen Umfang	261
35.7.	Der TUKEY-Test	262
35.8.	Der SCHEFFÉ-Test	264
35.9.	Zusammenfassung zu den Testverfahren für mehrfache Vergleiche	265
Kapitel 36.	Der BARTLETT-Test	266
36.1.	Die Prüffunktion von BARTLETT	266
36.2.	Beispiel (Penizillinproben)	267
Kapitel 37.	Einfache Klassifikation — Modell mit zufälligen Effekten	268
37.1.	Das Modell II für einfache Klassifikation	268
37.2.	Der Erwartungswert der MQZ	268
37.3.	Tafel der Varianzanalyse	269
37.4.	Konfidenzintervalle der Schätzwerte der Varianzkomponenten	269
Kapitel 38.	Die hierarchische Klassifikation	270
38.1.	Allgemeines	270
38.2.	Die einstufige hierarchische Klassifikation	271
38.3.	Die zweistufige hierarchische Klassifikation — Der balanzierte Fall	271
38.3.1.	Schema und Modell	271
38.3.2.	Berechnung der Summen der Quadrate	273

38.3.3.	Die Varianzkomponenten	275
38.3.4.	Beispiel	275
38.4.	Die zweistufige hierarchische Klassifikation — Der unbalanzierte Fall	277
38.4.1.	Schema	277
Kapitel 39.	Zweiwegklassifikation oder Kreuzklassifikation — Modell mit festen Effekten	280
	— Einfache Besetzung	
39.1.	Schema	280
39.2.	Das Modell für feste Effekte für die Zweiwegklassifikation — Balanzierter Fall	281
39.3.	Zerlegung der SQT (Summe der Abweichungsquadrate insgesamt)	283
39.4.	Berechnungsformeln	285
39.5.	Aufstellung der Tafel der Varianzanalyse	285
39.6.	Erwartungswerte der MQ	285
39.7.	Das Prüfen der Hypothese gleicher Mittelwerte (Homogenitätsprüfung)	286
39.8.	Die Signifikanztests von TUKEY, SCHEFFÉ und DUNCAN	286
39.9.	Anwendungen der Zweiwegklassifikation	287
39.9.1.	Blockanlage	287
Kapitel 40.	Zweiwegklassifikation — Mehrfache Besetzung	291
40.1.	Schema	291
40.2.	Das Modell für feste Effekte	292
40.3.	Zerlegung der SQT	293
Kapitel 41.	Zweiwegklassifikation — Modell mit zufälligen Effekten	300
41.1.	Das Modell	300
41.2.	Tafel der Varianzanalyse	301
41.3.	Das Prüfen von Hypothesen	301
41.4.	Berechnung der Varianzkomponenten im Falle mehrfacher Besetzung — Balanzierter Fall	302
41.5.	Mehrfache Besetzung — Unbalanzierter Fall	303
41.6.	Berechnung der Summen der Abweichungsquadrate (SQ)	304
41.7.	Die Erwartungswerte der MQ	304
41.8.	Beispiel	305
41.9.	Berechnung der Summen der Abweichungsquadrate	306
Kapitel 41 a.	Gemischte Modelle	308
41 a.1.	Das Modell für endliche Grundgesamtheiten	308
41 a.2.	Gemischte Modelle bei der Zweiwegklassifikation	309
41 a.3.	Prüfmethoden für gemischte Modelle	310
41 a.4.	Beispiele	311
41 a.5.	Gemischte Modelle bei der zweistufigen hierarchischen Klassifikation	312
Kapitel 42.	Dreifache Klassifikation	313
42.1.	Schema	313
42.2.	Berechnungsformeln	314
42.3.	Tafel der Varianzanalyse für dreifache Klassifikation	315
42.4.	Beispiel	315
42.5.	Prüfen der Mittelwertdifferenzen	317
42.6.	Bestimmung der Varianzkomponenten	319
42.7.	Dreifache Klassifikation mit Wiederholungen — Modell II	320
42.8.	Dreifache Klassifikation mit Wiederholungen — Gemischte Modelle	321
42.8.1.	A-Klassifikation fest, B und C zufällig	323
42.8.2.	A- und B-Klassifikationen fest, C zufällig	324
42.8.3.	Zusammenstellung der Prüfgrößen T und S^2 für den TUKEY- bzw. SCHEFFÉ-Test	325
42.9.	Sonderfall der dreifachen Klassifikation	327
	Anlage im lateinischen Quadrat	327
Kapitel 43.	Versuche mit mehreren Faktoren auf verschiedenen Stufen	333
43.1.	Grundgedanken der Auswertung	333
43.2.	Auswertung des Beispiels	336

Kapitel 44.	Transformationen	340
44.1.	Vorliegen kleiner ganzer Zahlen	340
44.2.	Relative Häufigkeiten (Prozentwerte)	341
44.3.	Zählungen (= ganze Zahlen) mit großer Variationsbreite	341
44.4.	Hinweise auf die Anwendung nichtparametrischer varianzanalytischer Testverfahren	341
Prüfen von Abhängigkeiten bei stetigen Zufallsvariablen (Messungsreihen)		
	Regressionsanalyse	342
Kapitel 45.	Lineare Regression bei zwei Variablen	342
45.1.	Einführung	342
45.2.	Regressionsmodell I	343
45.3.	Regressionsanalyse für den Fall, daß zu einem gegebenen X -Wert nur <i>ein</i> Y -Wert gehört	344
45.4.	Schätzung der Parameter α und β	345
45.5.	Mittlere Abweichungen (Standardfehler) und Konfidenzgrenzen in der Regressionsanalyse, wenn zu einem gegebenen X -Wert ein einzelner Y -Wert gehört	346
45.5.1.	Berechnung der $\sum d_{Y,X}^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$	346
45.5.2.	Zerlegung der Gesamtsumme $\sum y_i^2$	349
45.5.3.	Mittlere Abweichung des Regressionskoeffizienten b und Prüfen von b auf Signifikanz	350
45.5.4.	Mittlere Abweichung des Stichprobenmittels \bar{Y} (an der Stelle \bar{X})	351
45.5.5.	Mittlere Abweichung eines geschätzten Wertes \hat{Y}_i für einen gegebenen X_i -Wert	352
45.5.6.	Mittlere Abweichung für einen einzelnen Y -Wert (Voraussage über einen einzelnen Y -Wert)	353
45.6.	Regressionsanalyse für den Fall, daß zu einem gegebenen X -Wert mehrere Y -Werte gehören	355
45.7.	Berechnung der mittleren Abweichungen (Standardfehler) und der Konfidenzgrenzen in der Regressionsanalyse für den Fall, daß zu einem gegebenen X -Wert mehrere Y -Werte gehören	358
45.7.1.	Mittlere Abweichung des Regressionskoeffizienten b	359
45.7.2.	Mittlere Abweichung eines Stichprobenmittels \bar{Y}_i bei einem gegebenen X -Wert	359
45.7.3.	Mittlere Abweichung eines geschätzten Mittelwertes \hat{Y}_i für ein gegebenes X_k	359
45.8.	Regressionsmodell II	360
45.8.1.	Schätzen des Regressionskoeffizienten β	360
45.8.2.	Der BERKSON-Fall	362
45.8.3.	BARTLETTS Drei-Gruppen-Methode für das Regressionsmodell II	362
45.9.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Regressionskoeffizienten	365
Kapitel 46.	Lineare Regression bei mehr als zwei Variablen	366
46.1.	Schätzung der Regressionskoeffizienten	366
46.2.	Umformung des Gleichungssystems (46.1)	367
46.3.	Beispiel	368
46.4.	Prüfen einer Hypothese über den partiellen Regressionskoeffizienten	371
46.5.	Prüfen des Unterschiedes zweier Regressionskoeffizienten aus der gleichen Regressionsgleichung	373
Kapitel 47.	Nichtlineare Regression	373
47.1.	Beispiele für nichtlineare Regression	373
47.2.	Das Anpassen von Polynomen	376
	Korrelationsanalyse	384
Kapitel 48.	Einfache Korrelation	384
48.1.	Das Bestimmtheitsmaß	384
48.2.	Der Korrelationskoeffizient	385

48.3.	Beziehungen zwischen dem Regressionskoeffizienten b und dem Korrelationskoeffizienten r	386
48.4.	Die Korrelationstabelle	386
48.5.	Rechnerische Bearbeitung der Korrelationstabelle und Rechenformel für r	386
48.6.	Einfluß der Klassengröße auf die Bestimmung der Korrelationskoeffizienten	389
Kapitel 49.	Prüfen einer Hypothese über den Korrelationskoeffizienten aus einer zweidimensionalen normalen Grundgesamtheit	391
49.1.	Die Zufallshöchstwerte.	391
49.2.	Die Transformation von R. A. FISHER	392
Kapitel 50.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen Korrelationskoeffizienten aus normalverteilten Grundgesamtheiten	393
50.1.	Das Prüfverfahren.	393
Kapitel 51.	Partielle Korrelationen	394
51.1.	Ausschaltung des Einflusses einer Variablen	394
51.2.	Ausschaltung mehrerer Variabler	396
51.3.	Prüfen einer Hypothese über den partiellen Korrelationskoeffizienten	397
51.4.	Mehrfachkorrelation	397
Kapitel 52.	Die Intraklaß-Korrelation oder Korrelation innerhalb der Gruppen	397
52.1.	Fragestellung.	397
52.2.	Aufstellung der Korrelationstafel	398
52.3.	Berechnung des arithmetischen Mittels.	399
52.4.	Die Berechnung der Varianz	399
52.5.	Berechnung des Korrelationskoeffizienten innerhalb der Gruppen	400
52.6.	Beziehung zwischen Intraklaß-Korrelation und Varianzanalyse	400
52.7.	Intraklaß-Korrelation und Heritabilität	401
	Kovarianzanalyse	403
Kapitel 53.	Gruppierung nach nur einem Merkmal	403
Kapitel 54.	Die Kovarianz bei Versuchen in Blockanlage	408
	Die sequentiellen Prüfverfahren	
Kapitel 55.	Einführung	412
55.1.	Beschreibung des Verfahrens	412
55.2.	Die Operationscharakteristik-Funktion.	413
55.3.	Beziehung zwischen OC-Funktion und Gütefunktion	414
55.4.	Der Parameterraum	415
55.5.	Beziehung zwischen den Parameterräumen und den Fehlern erster und zweiter Art	417
55.6.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang	418
Kapitel 56.	Das Verfahren von A. WALD zum Prüfen einer Hypothese H_0 gegen eine einzelne alternative Hypothese H_1	419
56.1.	Definition des Prüfverfahrens.	419
56.2.	Beziehungen zwischen A , B , α und β	420
56.3.	Anwendung des WALDSchen Testes auf das Prüfen des Mittelwertes einer Binomialverteilung	421
56.3.1.	Das rechnerische Verfahren.	421
56.3.2.	Das graphische Verfahren	425
Kapitel 57.	Die Operationscharakteristik-Kurve für den Fall, daß die Zufallsvariable X einer Binomialverteilung folgt	429
57.1.	Ableitung der OC-Kurve	429
57.2.	Angenäherte Darstellung der OC-Kurve	432

57.3.	Vollständige Berechnung der OC-Kurve	433
57.4.	Sonderfälle der OC-Kurve	438
Kapitel 58.	Die Kurve des durchschnittlichen Stichprobenumfangs (ASN-Kurve) für den Fall, daß die Zufallsvariable X einer Binomialverteilung folgt	439
58.1.	Ableitung der ASN-Kurve	439
58.2.	Angenäherte Berechnung der ASN-Kurve	440
58.3.	Vollständige Berechnung der ASN-Kurve.	443
Kapitel 59.	Das Prüfen der Differenz zwischen den Mittelwerten zweier Binomialverteilungen	443
	Der einseitige sequentielle Test	443
59.1.	Aufgabe	443
59.2.	Allgemeine Formulierung der Aufgabe	443
59.3.	Das nichtsequentielle Verfahren von WALD	444
59.4.	Das sequentielle Verfahren von WALD	445
59.5.	Anwendung des WALD'schen Testes auf das Prüfen der Häufigkeiten aus zwei Binomialverteilungen	448
59.5.1.	Das rechnerische Verfahren	448
59.5.2.	Das graphische Verfahren	450
59.6.	Die Operationscharakteristik-Kurve	453
59.6.1.	Die angenäherte Bestimmung der OC-Kurve	454
59.6.2.	Vollständige Berechnung der OC-Kurve	455
59.7.	Die Kurve des durchschnittlichen Stichprobenumfangs (ASN-Kurve)	455
59.7.1.	Die angenäherte Berechnung der ASN-Kurve	455
59.7.2.	Die vollständige Berechnung der ASN-Kurve	456
	Der zweiseitige sequentielle Test.	456
	Ein- und zweiseitiges Prüfverfahren	456
59.8.1.	Das rechnerische Verfahren für den zweiseitigen Test	457
59.8.2.	Das graphische Verfahren für den zweiseitigen Test	459
59.9.	Beispiel	459
59.10.	Die durchschnittliche Anzahl der diskordanten Paare, die benötigt werden, um zu einer Entscheidung zu kommen.	462
59.11.	Die durchschnittliche Anzahl aller Paare	463
Kapitel 60.	Anwendung des sequentiellen Verfahrens zum Prüfen der Differenz zwischen den Mittelwerten zweier Binomialverteilungen, insbesondere in der Medizin.	464
60.1.	Wann kann ein medizinischer Versuch sequentiell geplant werden?	464
60.2.	Die Bildung der Paare beim medizinischen Versuch	465
60.3.	Die geschichtete Stichprobe.	465
60.4.	Die Proportionalaufteilung	466
60.5.	Die bestmögliche Aufteilung (optimum allocation)	466
60.6.	Die Geradengleichungen für sequentielle Versuchspläne mit gleichartigen Paaren (geschichtete Stichprobe)	466
60.7.	Bestimmung der p'_i -Werte	468
60.8.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang	468
60.9.	Anwendung der Methode b)	470
60.10.	Berechnung der durchschnittlichen Anzahl diskordanter Paare und aller Paare für Methode a) und b)	471
60.11.	Zusammenfassung	472
Kapitel 61.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung mit bekannter Varianz	472
61.1.	Der einseitige Test	472
61.1.1.	Aufgabe	472
61.1.2.	Der WALD'sche Test	473
61.1.3.	Graphische Darstellung	475
61.1.4.	Die Operationscharakteristik-Kurve	476
61.1.5.	Der durchschnittliche Stichprobenumfang (ASN-Kurve)	478

61.1.6.	Vergleich der erforderlichen durchschnittlichen Stichprobenumfänge bei dem sequentiellen und dem klassischen Verfahren	480
61.2.	Der zweiseitige sequentielle Test	481
61.2.1.	Ableitung der Geradengleichungen für den zweiseitigen Test	481
Kapitel 62.	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung bei unbekannter Varianz.	486
62.1.	Der sequentielle t -Test von A. WALD.	486
62.2.	Tabellarische Berechnung des sequentiellen t -Tests	487
62.3.	Beispiel	488
62.4.	Prüfen einer Hypothese über die Differenz zwischen zwei Mittelwerten	489
62.5.	Beispiel	489
Kapitel 63.	Prüfen einer Hypothese über die mittlere Abweichung einer Normalverteilung.	491
63.1.	Das arithmetische Mittel Θ der Grundgesamtheit ist bekannt	491
63.1.1.	Aufgabe und der Test von WALD	491
63.2.	Das arithmetische Mittel Θ der Grundgesamtheit ist unbekannt	494
63.2.1.	Berechnung von Annahme- und Ablehnungszahl	494
63.2.2.	Die Operationscharakteristik-Kurve	495
63.2.3.	Die ASN-Kurve.	497
Die parameterfreien Prüfverfahren		
Kapitel 64.	Parametrische und nichtparametrische Verfahren	500
Kapitel 65.	Der χ^2-Test	501
65.1.	Der χ^2 -Test als Anpassungstest (Goodness of fit Test)	501
65.1.1.	Das Testverfahren.	501
65.1.2.	Anwendungen	502
65.2.	Anwendung des χ^2 -Testes auf zwei unabhängige Stichproben	509
65.3.	Der χ^2 -Test zum Prüfen von Abhängigkeiten bei diskreten Zufallsvariablen (Qualitative Merkmalsreihen)	510
65.3.1.	Abhängigkeit bei zwei Alternativen	510
65.3.2.	Berechnung der zu erwartenden Häufigkeiten	511
65.3.3.	Beurteilung der Abweichungen zwischen beobachteten und erwarteten Werten	512
65.3.4.	Die m -mal- k -Tafel	514
Kapitel 66.	Der exakte Test von R. A. FISHER zum Prüfen von Abhängigkeiten bei diskreten Zufallsvariablen	516
66.1.	Berechnung der Wahrscheinlichkeit $q(a)$	516
66.2.	Beispiel	516
Kapitel 67.	Unabhängige Stichproben	519
67.1.	Der U -Test von MANN und WHITNEY für zwei unabhängige Stichproben	519
67.1.1.	Das Testverfahren.	519
67.1.2.	Beurteilung der Größe U bei sehr kleinen Stichprobenumfängen	520
67.1.3.	Beurteilung der Größe U bei kleinen Stichproben	520
67.1.4.	Beurteilung von U bei großen Stichproben	522
67.1.5.	Auftreten gleicher Rangzahlen	522
67.1.6.	Beispiel	523
67.2.	Der Test von KRUSKAL und WALLIS für k unabhängige Stichproben	525
67.2.1.	Das Testverfahren.	525
67.2.2.	Beispiel für $n_1 = n_2 = 5; n_3 = 4$	526
67.2.3.	Beispiel für große Stichproben	527
67.2.4.	Korrektur für gleiche Rangzahlen	528
Kapitel 68.	Verbundene Stichproben	528
68.1.	Zwei verbundene Stichproben.	528
68.1.1.	Der Zeichentest.	528

68.1.2.	Der Zeichen-Rangsummen-Test für gleichartige Paare von WILCOXON	531
68.2.	k verbundene Stichproben	534
68.2.1.	Der FRIEDMAN-Test	534
Kapitel 68a. Korrelationstests		538
68a.1.	Der Rang-Korrelationskoeffizient von SPEARMAN	538
68a.1.1.	Ableitung der Formel für den Rang-Korrelationskoeffizienten r_S	538
68a.1.2.	Gleiche Rangzahlen	540
68a.1.3.	Anwendungen	541
68a.1.4.	Signifikanzprüfung von r_S — Kleine Stichproben	542
68a.1.5.	Beispiel für kleine Stichproben	543
68a.1.6.	Große Stichproben — Beispiel	544
68a.2.	Der Kontingenzkoeffizient C	544
68a.2.1.	Definition	544
68a.2.2.	Beispiel	545
68a.2.3.	Obere und untere Grenze des Koeffizienten C	545
Kapitel 69. Der Iterationstest (Runs)		546
69.1.	Das Testverfahren	546
69.2.	Anwendung der Tafeln	546
69.3.	Beispiel für kleine Stichproben	547
69.4.	Große Stichproben	548
69.5.	Wirksamkeit des Tests	549
Diskriminanzanalyse		
Kapitel 70. Einführung der Symbolik		550
70.1.	Zweck der Diskriminanzanalyse	550
70.2.	Symbolik	551
Kapitel 71. Die lineare Diskriminanzfunktion		552
71.1.	Berechnung der Diskriminanzfunktion	552
71.1.1.	Das Rechenmaß	552
71.1.2.	Mittelwert und Streuung des Rechenmaßes	553
71.1.3.	Bestimmung der Faktoren b_i	554
71.1.4.	Beispiel	556
71.2.	Signifikanzprüfung	560
71.2.1.	Varianzanalyse	560
Kapitel 72. Die verkürzte lineare Diskriminanzanalyse		562
72.1.	Das Profilmaß und das Ausdehnungsmaß	562
72.2.	Beispiel	565
Kapitel 73. Die quadratische Diskriminanzanalyse		568
73.1.	Die quadratische Diskriminanzfunktion	568
73.2.	Profil- und Ausdehnungsmaß	570
73.3.	Beispiel	571
Kapitel 74. Der verallgemeinerte Abstand D von MAHALANOBIS		571
74.1.	Ableitung von D	571
74.2.	Durchrechnung des Beispiels	573
74.3.	Signifikanzprüfung	576
Probitanalyse		
Kapitel 75. Alternative Dosis-Wirkungskurven		579
75.1.	Alternative und quantitative Dosis-Wirkungsbeziehung	579
75.2.	Häufigkeitsverteilung der Toleranzen	579
75.3.	Die mittlere effektive Dosis (ED 50)	580

Kapitel 76.	Die Probit-Transformation	580
Kapitel 77.	Die Probit-Regressionsgerade	582
77.1.	Die Regressionsmethode	582
77.2.	Genauere Schätzung, Gewichtskoeffizienten	584
77.3.	Der Heterogenitätsfaktor.	586
77.4.	Mittlere Abweichung und Vertrauensgrenzen der LD 50	586
Kapitel 78.	Das Anpassen der Regressionsgeraden nach der Maximum-Likelihood-Methode	587
78.1.	Die korrigierten Probits	587
Kapitel 79.	Beispiele zum Anpassen einer Regressionsgeraden mit der Maximum-Likelihood-Methode.	590
79.1.	Beispiel 1: Anwendung auf homogenes Beobachtungsmaterial	590
79.2.	Beispiel 2: Anwendung auf heterogenes Beobachtungsmaterial	593
Kapitel 80.	Bestimmung der relativen Wirksamkeit	596
80.1.	Vergleich der Wirkungen eines biologischen Präparates und eines Standardpräparates	596
80.2.	Beispiel	597
	Literaturverzeichnis	603
	Tafelanhang	615
	Verzeichnis der Beispiele	698
	Namenverzeichnis	700
	Sachverzeichnis	703