

Inhalt

| | |
|---|-----|
| Einleitung | 15 |
| I Zur Einstimmung | |
| 1 Die schwingende Saite und Fourierreihen | 21 |
| 2 Die Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe. Gleichmäßige Konvergenz | 31 |
| 3 Rand- und Eigenwertprobleme | 35 |
| 4 Lineare Probleme | 41 |
| 4.1 Lineare Gleichungssysteme | 41 |
| 4.2 Fredholmsche Integralgleichungen | 42 |
| 4.3 Volterrasche Integralgleichungen | 43 |
| 4.4 Anfangswertprobleme für lineare Differentialgleichungen | 44 |
| 5 Lineare Abbildungen | 47 |
| 5.1 Lineare Abbildungen in der Analysis | 47 |
| 5.2 Lineare und multiplikative Systeme in der Nachrichtentechnik | 49 |
| 5.3 Operatoren der Quantenmechanik | 50 |
| II Normierte Räume | |
| 6 Metrische Räume | 54 |
| 7 Vektorräume | 72 |
| 8 Lineare Abbildungen | 78 |
| 9 Normierte Räume | 84 |
| 10 Stetige lineare Abbildungen | 93 |
| 11 Endlichdimensionale normierte Räume | 102 |
| 12 Die Neumannsche Reihe | 106 |
| 13 Normierte Algebren | 113 |
| III Anwendungen | |
| 14 Matrixnormen und lineare Gleichungssysteme. Die Leontieffschen Matrizen der Produktionstheorie | 125 |
| 15 Die Volterrasche Integralgleichung | 129 |
| 16 Die Fredholmsche Integralgleichung | 133 |
| 17 Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten | 143 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| IV | Innenprodukt- und Hilberträume | |
| 18 | Innenprodukträume | 146 |
| 19 | Orthogonalität | 152 |
| 20 | Gaußapproximation und Orthogonalisierungsverfahren | 159 |
| 21 | Das allgemeine Approximationsproblem | 165 |
| 22 | Orthogonale Komplemente | 170 |
| 23 | Orthogonalreihen | 173 |
| 24 | Orthonormalbasen | 176 |
| 25 | Die kanonischen Hilbertraummodelle | 181 |
| 26 | Die stetigen Linearformen eines Hilbertraumes | 182 |
| 27 | Schwache Konvergenz | 186 |
| V | Eigenwerttheorie symmetrischer kompakter Operatoren | |
| 28 | Kompakte Operatoren | 190 |
| 29 | Symmetrische Operatoren | 194 |
| 30 | Die Entwicklung symmetrischer kompakter Operatoren nach Eigenvektoren | 200 |
| 31 | Die Gleichung $(\lambda I - A)x = y$ mit symmetrischem kompakten A | 205 |
| 32 | Bestimmung und Abschätzung von Eigenwerten | 209 |
| VI | Anwendungen | |
| 33 | Das Sturm-Liouvillesche Eigenwertproblem | 218 |
| 34 | Das Dirichletsche Prinzip | 222 |
| 35 | Ein Variationsverfahren zur Lösung gewisser Operatorengleichungen. Der gebogene Balken | 224 |
| VII | Hauptsätze der Funktionalanalysis | |
| 36 | Der Fortsetzungssatz von Hahn-Banach | 228 |
| 37 | Quotientenräume und kanonische Injektionen | 235 |
| 38 | Der Bairesche Categoriesatz | 240 |
| 39 | Der Satz von der offenen Abbildung, der stetigen Inversen und der Graphensatz | 241 |
| 40 | Der Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit | 246 |
| 41 | Vervollständigungssätze | 249 |
| 42 | Trennungssätze | 253 |
| 43 | Der Satz von Krein-Milman | 258 |
| VIII | Anwendungen | |
| 44 | Anwendungen des Baireschen Categoriesatzes | 260 |
| | 44.1 Stetigkeitstransport bei punktwaiser Konvergenz | 260 |
| | 44.2 Stetige, nirgends differenzierbare Funktionen | 261 |
| 45 | Anwendungen des Satzes von der stetigen Inversen | 262 |
| | 45.1 Das Anfangswertproblem für lineare Differentialgleichungen | 262 |
| | 45.2 Näherungsweise Lösung von Operatorengleichungen | 263 |

| | | |
|--|--|-----|
| 46 | Anwendungen des Satzes von der gleichmäßigen Beschränktheit | 264 |
| 46.1 | Konvergenzsätze | 264 |
| 46.2 | Der Toeplitzsche Permanenzsatz | 266 |
| 46.3 | Konvergenz von Quadraturformeln | 268 |
| 46.4 | Existenz einer stetigen Funktion, deren Fourierreihe nicht überall konvergiert | 269 |
| 47 | Anwendungen des Hahn-Banachschen Fortsetzungssatzes | 272 |
| 47.1 | Die Greensche Funktion des Dirichletschen Randwertproblems | 272 |
| 47.2 | Holomorphe Funktionen mit nichtnegativem Realteil | 274 |
| 47.3 | Hinweise auf weitere Anwendungen | 277 |
| IX Bilinearsysteme und konjugierte Operatoren | | |
| 48 | Bilinearsysteme | 279 |
| 49 | Dualsysteme | 282 |
| 50 | Konjugierte Operatoren | 287 |
| 51 | Die Gleichung $(I - K)x = y$ mit endlichdimensionalem K | 295 |
| 52 | Die Gleichung $(R - S)x = y$ mit bijektivem R und endlichdimensionalem S | 299 |
| 53 | Der Fredholmsche Alternativsatz | 302 |
| 54 | Normale Auflösbarkeit | 307 |
| 55 | Operatoren mit abgeschlossenen Bildräumen | 309 |
| 56 | Analytische Darstellung stetiger Linearformen | 316 |
| 57 | Der Bidual eines normierten Raumes | 324 |
| 58 | Adjungierte Operatoren | 327 |
| 59 | Schwache Konvergenz in normierten Räumen | 331 |
| 60 | Reflexive Räume | 336 |
| X Schwache und lokalkonvexe Topologien | | |
| 61 | Topologische Grundbegriffe | 341 |
| 62 | Die schwache Topologie | 348 |
| 63 | Vektorraumtopologien | 351 |
| 64 | Lokalkonvexe Topologien | 355 |
| 65 | Der Satz von Hahn-Banach | 361 |
| 66 | Trennungssätze und Satz von Krein-Milman | 362 |
| 67 | Der Bipolarenatz | 363 |
| 68 | Die topologische Charakterisierung der normalen Auflösbarkeit | 366 |
| 69 | Der Satz von Alaoglu und die Darstellung normierter Räume | 366 |
| 70 | Die Mackeysche Topologie und eine Charakterisierung reflexiver Räume | 368 |
| XI Fredholmoperatoren | | |
| 71 | Defektendliche Operatoren | 373 |
| 72 | Kettenendliche Operatoren | 376 |

| | | |
|--|--|-----|
| 73 | Topologische Komplementäräume | 381 |
| 74 | Stetige defektendliche Operatoren | 383 |
| 75 | Fredholmoperatoren in saturierten Operatorenalgebren | 387 |
| 76 | Die Gleichung $Ax = y$ mit einem Fredholmoperator A | 395 |
| 77 | Darstellungssätze für Fredholmoperatoren | 399 |
| 78 | Die Rieszsche Theorie kompakter Operatoren | 404 |
| 79 | Die Riesz-Schaudersche Auflösungstheorie für $I - K$ mit kompaktem K | 406 |
| 80 | Eigenwerte, invariante und hyperinvariante Unterräume eines kompakten Operators | 409 |
| 81 | Fredholmoperatoren auf Banachräumen | 413 |
| 82 | Stetige Semifredholmoperatoren | 416 |
| 83 | Abgeschlossene Semifredholmoperatoren | 422 |
| 84 | Topologische Charakterisierung der saturierten Operatorenalgebren | 423 |
| XII Anwendungen | | |
| 85 | Das Dirichletsche und Neumannsche Problem in der Ebene | 425 |
| 86 | Das Dirichletsche und Neumannsche Problem im Raum. Operatoren mit einer kompakten Potenz | 430 |
| 87 | Integralgleichungen mit L^2 -Kernen. Hilbert-Schmidt-Operatoren | 433 |
| 88 | Singuläre Integralgleichungen | 443 |
| 89 | Eine verallgemeinerte Fredholmsituation | 447 |
| 90 | Wielandoperatoren | 452 |
| 91 | Integralgleichungen mit symmetrisierbaren Kernen | 456 |
| 92 | Allgemeine Eigenwertprobleme für Differentialoperatoren | 458 |
| 93 | Fredholmsche Differentialoperatoren | 464 |
| 94 | Der Konvexitätssatz von Liapounoff | 464 |
| XIII Spektraltheorie in Banachräumen und Banachalgebren | | |
| 95 | Die Resolvente | 465 |
| 96 | Das Spektrum | 468 |
| 97 | Vektorwertige holomorphe Funktionen | 476 |
| 98 | Vorbemerkungen zum Funktionalkalkül | 481 |
| 99 | Der Funktionalkalkül | 482 |
| 100 | Spektralprojektoren | 488 |
| 101 | Isolierte Punkte des Spektrums | 491 |
| 102 | Normaloide Operatoren | 495 |
| 103 | Normale meromorphe Operatoren | 503 |
| XIV Rieszoperatoren | | |
| 104 | Der Fredholmbereich | 506 |
| 105 | Rieszoperatoren | 511 |
| 106 | Rieszideale und Fredholmstörungen | 516 |
| 107 | Wesentliche Spektren | 520 |

| | | |
|--------------|---|-----|
| XV | Anwendungen | |
| 108 | Eine Spektralbedingung für die Konvergenz der Neumannschen Reihe. Stabilität linearer Differentialgleichungssysteme | 523 |
| 109 | Ein spektraltheoretischer Beweis des Satzes von Lomonosov | 527 |
| 110 | Positive Matrizen, Markoffsche Prozesse und Wachstumsvorgänge | 528 |
| 111 | Ein Ergodensatz | 538 |
| XVI | Spektraltheorie in Hilberträumen | |
| 112 | Spektralen normaler Operatoren | 542 |
| 113 | Orthogonalprojektoren | 546 |
| 114 | Vorbemerkungen zum Spektralsatz für symmetrische Operatoren | 548 |
| 115 | Funktionalkalkül für symmetrische Operatoren | 550 |
| 116 | Der Spektralsatz für symmetrische Operatoren auf Hilberträumen | 553 |
| 117 | Die Beschreibung des Spektrums und der Resolventenmenge eines symmetrischen Operators mittels seiner Spektralschar | 557 |
| 118 | Der Spektralsatz für unitäre Operatoren | 560 |
| 119 | Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren | 564 |
| XVII | Approximationsprobleme in normierten Räumen | |
| 120 | Die abstrakte Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe | 572 |
| 121 | Strikt konvexe Räume | 574 |
| 122 | Approximation in gleichmäßig konvexen Räumen | 576 |
| 123 | Der Haarsche Eindeutigkeitssatz für die Tschebyscheffsche Approximationsaufgabe in $C_{\mathbb{R}}[a, b]$ | 579 |
| XVIII | Die Darstellung kommutativer Banachalgebren | |
| 124 | Vorbemerkungen zum Darstellungsproblem | 584 |
| 125 | Multiplikative Linearformen und maximale Ideale | 588 |
| 126 | Der Gelfandsche Darstellungssatz | 591 |
| 127 | Die Darstellung kommutativer B^* -Algebren | 593 |
| 128 | Der Spektralsatz für normale Operatoren | 596 |
| XIX | Ein Blick auf die werdende Funktionalanalysis | |
| 129 | Vorgefachte | 599 |
| 130 | <i>La primavera italiana</i> | 604 |
| 131 | Das Licht aus dem Norden | 611 |
| 132 | Reveille in Göttingen | 617 |
| 133 | <i>Rondo ungherese</i> | 628 |
| 134 | Der Durchbruch | 645 |
| | Lösungen ausgewählter Aufgaben | 664 |
| | Literaturverzeichnis | 682 |
| | Namen- und Sachverzeichnis | 687 |