

Mathematische Leitfäden

Herausgegeben von Prof. Dr. Dr. h.c. mult. G. Köthe,
Prof. Dr. K.-D. Bierstedt, Universität-Gesamthochschule Paderborn,
und Prof. Dr. G. Trautmann, Universität Kaiserslautern

Lehrbuch der Algebra

Unter Einschluß der linearen Algebra

Teil 1

Von Prof. Dr. rer. nat. Günter Scheja
Universität Tübingen

und Prof. Dr. rer. nat. Uwe Storch
Universität Bochum

2., überarbeitete und erweiterte Auflage
Mit 41 Figuren, 295 Beispielen und 899 Aufgaben



B. G. Teubner Stuttgart 1994

Inhalt

I Grundbegriffe der Mengenlehre

§1	Mengen und Abbildungen	9
§2	Vollständige Induktion	17
§3	Äquivalenzrelationen	24
§4	Ordnungsrelationen	27
§5	Kardinalzahlen	38
§6	Mächtigkeit der Potenzmengen	44
§7	Mächtigkeit unendlicher Mengen	50
I.A	Zornsches Lemma	52

II Gruppen und Ringe

§8	Verknüpfungen	60
§9	Halbgruppen und Monoide	65
§10	Der Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie	71
§11	Gruppen	81
§12	Untergruppen	84
§13	Zyklische Gruppen	95
§14	Ringe	102
§15	Spezielle Ringelemente	108
§16	Nullteilerfreie Ringe und Divisionsbereiche	115
§17	Primringe	118
II.A	Untermonoide der additiven Gruppe \mathbb{Z}	122
II.B	Untergruppen und Unterringe von \mathbb{Q}	125
II.C	Kettenbrüche	128

III Moduln und Algebren

§18	Moduln	154
§19	Untermoduln	158
§20	Ideale	164
§21	Lineare Gleichungen	169
§22	Lineare Unabhängigkeit	175

§23	Basen von Vektorräumen	180
§24	Dimension von Vektorräumen	184
§25	Rang freier Moduln	189
§26	Assoziative Algebren	195
§27	Freie Algebren	203
§28	Strukturkonstanten	207
III.A	Radikale	215
III.B	Moduln über Hauptidealringen	221
III.C	Direkte Produkte ohne Basen	228

IV Homomorphismen von Gruppen und Ringen

§29	Isomorphismen und Homomorphismen	238
§30	Homomorphismen von Gruppen	246
§31	Homomorphismen von Ringen	265
§32	Restklassengruppen	277
§33	Restklassenringe	285
§34	Operieren von Monoiden	294
IV.A	Die Sylowschen Sätze	308
IV.B	Primrestklassengruppen	319
IV.C	Quadratische Reste	330
IV.D	Freie Gruppen	339
IV.E	Der Satz von Nielsen und Schreier	354

V Homomorphismen von Moduln

§35	Homomorphismen von Moduln	367
§36	Grundlegende Sätze	376
§37	Restklassenmoduln	393
§38	Ring und Moduln mit Kettenbedingungen	402
§39	Direkte Summen	412
§40	Matrizen	429
§41	Dualisieren	450
§42	Exakte Sequenzen	464
§43	Affine Räume	480
V.A	Quadratische Algebren	503
V.B	Projektive Moduln	522
V.C	Injektive Moduln	527
V.D	Divisible abelsche Gruppen	536
V.E	Moduln endlicher Länge	544

V.F	Eigenschaften der Matrizenringe	548
V.G	Halbeinfache Ringe und Moduln	554
V.H	Projektive Räume	565
V.I	Synthetische Beschreibung affiner Räume	583

VI Determinanten

§44	Gerade und ungerade Permutationen	602
§45	Multilineare Abbildungen	610
§46	Determinanten von Endomorphismen	617
§47	Determinanten quadratischer Matrizen	623
§48	Entwicklung nach Zeilen und Spalten, Cramersche Regel	634
§49	Weitere Determinantensätze	648
§50	Die Norm bei Algebren	656
VI.A	Alternierende Gruppen	660
VI.B	Spezielle lineare Gruppen	664

Literatur	678
------------------------	-----

Verzeichnis einiger Symbole	680
--	-----

Namen- und Sachverzeichnis	682
---	-----