

Numerische Berechnung des Lyapunov-Spektrums bilinearer Kontrollsysteme

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Augsburg

vorgelegt von
Lars Grüne
aus Augsburg

Augsburg
September 1996

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Bezeichnungen | 1 |
| Einleitung | 3 |
| 1 Kontrollierbarkeit und Dynamik | 7 |
| 1.1 Problemstellung | 8 |
| 1.2 Lyapunov-Exponenten | 10 |
| 1.3 Erreichbarkeit und Kontrollierbarkeit | 12 |
| 1.4 Extremale Lyapunov-Exponenten | 15 |
| 1.5 Das Floquet-Spektrum | 18 |
| 1.6 Morse-Mengen und Exponentielle Separiertheit | 20 |
| 1.7 Das Morse-Spektrum | 24 |
| 1.8 Das Lyapunov-Spektrum | 25 |
| 1.9 Exponentielles Verhalten in endlicher Zeit | 28 |
| 2 Approximation durch diskontierte Funktionale | 33 |
| 2.1 Lyapunov-Exponenten als Integraalausdruck | 34 |
| 2.2 Formulierung als optimales Steuerungsproblem | 35 |
| 2.3 Die Approximationssätze | 37 |
| 2.4 Approximationen von außen und innen | 42 |
| 2.5 Approximation des Lyapunov-Spektrums | 46 |
| 2.6 Zustandsraumbeschränkung | 49 |
| 3 Diskontierte optimale Wertefunktionen | 53 |
| 3.1 Das optimale Steuerungsproblem | 53 |
| 3.2 Hölder-Stetigkeit | 55 |
| 3.3 Nicht Lipschitz-Stetigkeit von v_g^- | 57 |
| 3.4 Das Bellmansche Optimalitätsprinzip | 59 |
| 3.5 Die Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung | 60 |

| | |
|--|------------|
| 4 Numerische Lösung | 63 |
| 4.1 Diskretisierung in der Zeit | 64 |
| 4.2 Diskretisierung des Kontrollwertebereichs | 71 |
| 4.3 Diskretisierung im Ort | 72 |
| 4.4 Implementierung und Datenstrukturen | 81 |
| 4.5 Richtungsverfeinerung | 87 |
| 4.6 Berechnung approximativ optimaler Kontrollen | 89 |
| 5 Diskrete Feedback Stabilisierung | 95 |
| 5.1 Stabilisierung bilinearer Systeme | 95 |
| 5.2 Stabilisierung nichtlinearer Systeme | 99 |
| 6 Numerische Beispiele | 105 |
| 6.1 Der chemische Reaktor | 106 |
| 6.2 Das parametrisch angeregte Pendel | 111 |
| 6.3 Zwei gekoppelte lineare Oszillatoren | 114 |
| 6.4 Beurteilung der numerischen Ergebnisse | 117 |
| A Vektorraumbündel | 119 |
| A.1 Definitionen und grundlegende Eigenschaften | 119 |
| A.2 Projektive Bündel | 121 |
| B Dynamische Systeme | 123 |
| Zusammenfassung der Resultate | 125 |
| Literaturverzeichnis | 127 |