

Hans Albert Richard  
Manuela Sander

# **Technische Mechanik. Festigkeitslehre**

**Lehrbuch mit Praxisbeispielen,  
Klausuraufgaben und Lösungen**

**Mit 180 Abbildungen**

Viewegs Fachbücher der Technik



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Fragestellungen der Festigkeitslehre.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundprinzipien einer Festigkeitsbetrachtung.....</b>	<b>6</b>
2.1	Vorgehensweise beim Festigkeitsnachweis.....	6
2.2	Äußere Belastung von Bau- und Maschinenteilen.....	7
2.2.1	Gesamtbelastungen.....	8
2.2.2	Belastungsarten.....	8
2.2.3	Belastungsfälle.....	9
2.3	Wirksame Spannungen.....	11
2.4	Werkstoffkennwerte.....	11
2.5	Zulässige Spannungen.....	11
<b>3</b>	<b>Spannungen, Verzerrungen, Stoffgesetze.....</b>	<b>12</b>
3.1	Spannung als verteilte innere Kraft.....	12
3.2	Allgemeine Spannungsdefinition.....	13
3.3	Normal- und Schubspannungen beim Zugstab.....	15
3.4	Verschiebungen und Verzerrungen.....	17
3.4.1	Verformungen bei einachsigen Zug.....	17
3.4.2	Verformungen durch Schubbelastungen.....	19
3.4.3	Allgemeine Formänderungen: Verzerrungen.....	20
3.5	Zusammenhänge zwischen Spannungen und Verzerrungen: Stoffgesetze.....	21
3.5.1	Zugversuch.....	21
3.5.2	Spannungs-Dehnungs-Kurven für verschiedene Materialien.....	23
3.5.3	Elastisches und nichtelastisches Materialverhalten.....	24
3.5.4	HOOKEsches Gesetz bei Zug.....	25
3.5.5	Querdehnung.....	25
3.5.6	Volumendehnung.....	26
3.5.7	HOOKEsches Gesetz bei Schub.....	26
3.6	Wärmedehnung und Wärmespannung.....	29
<b>4</b>	<b>Stäbe und Stabsysteme.....</b>	<b>32</b>
4.1	Spannungen und Verformungen bei Stäben.....	32
4.1.1	Stäbe mit konstanter Normalkraft und konstantem Querschnitt.....	32
4.1.2	Stäbe mit veränderlichem Querschnitt.....	33
4.1.3	Stäbe mit veränderlicher Belastung.....	35
4.2	Statisch bestimmte Stabsysteme.....	38
4.3	Statisch unbestimmte Stabsysteme.....	40
4.3.1	Verschiebungsmethode.....	40
4.3.2	Superpositionsmethode.....	42
4.4	Reihen- und Parallelschaltung elastischer Stabsysteme.....	46
4.4.1	Reihenschaltung von Stäben.....	46
4.4.2	Parallelschaltung von Stäben.....	48

4.4.3	Kombinationen.....	50
4.5	Festigkeitsnachweis bei Stäben.....	53
<b>5</b>	<b>Biegung von Balken und balkenartigen Tragwerken.....</b>	<b>56</b>
5.1	Schnittgrößen und ihre Wirkung.....	56
5.2	Normalspannung infolge des Biegemoments.....	57
5.2.1	Berechnung der Normalspannung.....	57
5.2.2	Unterscheidung von einachsiger und/oder schiefer Biegung.....	61
5.2.3	Biegespannungsverteilung und maximale Biegespannung bei einachsiger Biegung.....	62
5.2.4	Festigkeitsnachweis bei Biegung.....	63
5.3	Flächenträgheitsmomente.....	66
5.3.1	Definition der Flächenträgheitsmomente.....	66
5.3.2	Berechnung der Flächenträgheitsmomente einzelner Querschnittsprofile.....	67
5.3.3	Flächenträgheitsmomente und Widerstandsmomente bei Biegung.....	70
5.3.4	Flächenträgheitsmomente für parallel verschobene Bezugsachsen.....	72
5.3.5	Flächenträgheitsmomente beliebig zusammengesetzter Querschnittsflächen.....	74
5.3.6	Flächenträgheitsmomente für gedrehtes Bezugssystem.....	78
5.3.7	Hauptachsen und Hauptträgheitsmomente.....	80
5.4	Biegeverformungen von Balken.....	82
5.4.1	Differentialgleichungen der Biegelinie.....	83
5.4.2	Ermittlung der Biegelinie durch Integration der Differentialgleichung.....	85
5.4.3	Einbereichsprobleme.....	86
5.4.4	Mehrbereichsprobleme.....	90
5.4.5	Biegelinien und Verformungen von grundlegenden Balkenproblemen.....	92
5.4.6	Ermittlung der Biegelinie durch Superposition grundlegender Belastungsfälle.....	94
5.4.7	Federkonstanten für Balken.....	98
5.5	Statisch unbestimmte Balkenprobleme.....	99
5.6	Schiefe oder zweiachsige Biegung.....	102
5.6.1	Zweiachsige Biegung mit $y$ und $z$ als Hauptachsen.....	103
5.6.2	Zweiachsige Biegung für den Fall, dass $y$ und $z$ keine Hauptachsen sind.....	104
<b>6</b>	<b>Schubbeanspruchungen.....</b>	<b>109</b>
6.1	Schubbeanspruchung beim Abschervorgang.....	109
6.2	Schubspannungen bei Klebverbindungen.....	110
6.3	Schubspannungen beim Balken und bei balkenartigen Strukturen.....	112
6.3.1	Balken mit Vollquerschnitt.....	113
6.3.2	Balken mit dünnwandigen Profilen.....	115
6.3.3	Lage der Schubmittelpunkte bei dünnwandigen Querschnittsprofilen.....	119
6.4	Festigkeitsnachweis bei Schub.....	119

<b>7</b>	<b>Torsion von Wellen und Tragstrukturen</b> .....	121
7.1	Wellen oder Strukturen mit Kreis-bzw. Kreisringquerschnitt.....	121
7.1.1	Berechnung der Schubspannung.....	122
7.1.2	Verdrehwinkel infolge Torsionsbelastung.....	124
7.1.3	Kreisringquerschnitt.....	125
7.1.4	Torsionsfederkonstanten von Wellen.....	127
7.2	Strukturen mit beliebigem Querschnitt.....	129
7.2.1	Schubspannungen und maximale Schubspannungen.....	130
7.2.2	Verdrehwinkel und spezifischer Verdrehwinkel.....	130
7.2.3	Torsionsflächenträgheitsmomente und Torsionswiderstandsmomente für grundlegende Querschnitte.....	130
7.3	Festigkeitsnachweis bei Torsion.....	133
<b>8</b>	<b>Mehrachsige und überlagerte Beanspruchungen</b> .....	135
8.1	Einteilung der auftretenden Spannungszustände.....	135
8.2	Ebener Spannungszustand.....	136
8.2.1	Spannungen an einem Volumenelement.....	136
8.2.2	Spannungen an einem gedrehten Volumenelement.....	137
8.2.3	Hauptnormalspannungen.....	138
8.2.4	Hauptschubspannung.....	139
8.2.5	MOHRscher Spannungskreis.....	140
8.2.6	Sonderfälle des ebenen Spannungszustandes.....	143
8.3	Ebener Verzerrungszustand.....	148
8.4	Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz.....	149
8.4.1	HOOKEsches Gesetz beim ebenem Spannungszustand.....	149
8.4.2	HOOKEsches Gesetz beim ebenen Verzerrungszustand.....	150
8.5	Festigkeitsberechnung bei mehrachsigen Spannungszuständen.....	151
8.5.1	Festigkeitsbedingung.....	152
8.5.2	Festigkeitshypothesen.....	152
8.6	Überlagerung grundlegender Belastungen.....	153
8.6.1	Zug- und Biegebelastung bei Balken und balkenartigen Strukturen.....	154
8.6.2	Biege- und Torsionsbelastung von Wellen.....	158
8.6.3	Zug- und Torsionsbelastung in einer Rohrstruktur.....	162
<b>9</b>	<b>Stabilitätsprobleme bei Stäben und Balken</b> .....	164
9.1	Knicken von Stäben.....	164
9.1.1	Ermittlung der Knickkraft.....	165
9.1.2	Knickfälle nach EULER.....	167
9.1.3	Knickkraft, freie Knicklänge und Knickspannung.....	167
9.2	Kippen von Balken.....	171
<b>10</b>	<b>Energiemethoden</b> .....	174
10.1	Arbeit der äußeren Kräfte: Formänderungsarbeit.....	175
10.2	Arbeit der inneren Kräfte: Elastische Energie.....	175
10.2.1	Elastische Energiedichte beim einachsigen Spannungszustand.....	175
10.2.2	Elastische Energiedichte beim ebenen Spannungszustand.....	177
10.2.3	Elastische Energiedichte bei reiner Schubbeanspruchung.....	177

10.2.4	Elastische Energie bei Zug- oder Druckbelastung eines Stabs.....	177
10.2.5	Elastische Energie bei Biegebelastung von Balken und balkenartigen Strukturen.....	178
10.2.6	Elastische Energie bei Torsionsbelastung von Wellen und Tragstrukturen.....	178
10.2.7	Elastische Energie bei überlagerter Belastung.....	179
10.3	Arbeitssatz der Elastostatik.....	179
10.4	Satz von CASTIGLIANO.....	181
10.5	Satz von MENABREA.....	185
<b>11</b>	<b>Klausuraufgaben.....</b>	<b>187</b>
11.1	Aufgabenstellungen.....	187
11.2	Ergebnisse.....	191
<b>Anhang</b>	.....	<b>197</b>
A1	Werkstoffkennwerte für die Festigkeitsberechnung.....	197
A2	Sicherheitsfaktoren für die Festigkeitsberechnung.....	198
A3	Dichte, Querdehnzahlen und Wärmeausdehnungskoeffizienten von Werkstoffen.....	198
<b>Literatur</b>	.....	<b>199</b>
<b>Sachwortverzeichnis</b>	.....	<b>200</b>