

# Table des matières

## 1 Introduction

1.1	Interprétation de la théorie des suites de Sturm en termes de signatures et d'indice de Maslov . . . . .	1
1.2	Énoncé du théorème fondamental de la K-théorie hermitienne et esquisse de notre démonstration . . . . .	4
1.3	Relation avec la périodicité de Bott . . . . .	8
1.4	Plan du mémoire . . . . .	9
1.5	Conseils de lecture pour le lecteur pressé . . . . .	11
	Avertissement . . . . .	12
	Crédits . . . . .	12

## 2 Algèbre linéaire symplectique

2.1	Définitions et notations . . . . .	13
2.2	Formes de Sturm . . . . .	19
2.3	Réduction symplectique, formes génératrices . . . . .	23
2.4	Raffinements de la proposition 2.2.4 . . . . .	25

## 3 Sur la “composante connexe” du point base dans la lagrangienne infinie

3.1	La proposition clé . . . . .	31
3.2	Relations entre la proposition 3.1.1 et la théorie de Ranicki [Ra4] [Ra1] . . . . .	36
3.3	Compléments: formes primitives, formes d'enlacement . . . . .	37
3.3.1	Formes primitives . . . . .	37
3.3.2	Lagrangiens et formes d'enlacement . . . . .	42

<b>4</b>	<b>Le théorème fondamental de la K-théorie hermitienne, à la Karoubi-Villamayor</b>	
4.1	Énoncé . . . . .	47
4.2	Démonstrations . . . . .	52
4.3	Indice de Maslov d'un quasi-lacet de lagrangiens . . . . .	59
4.4	Commentaires sur la définition de l'indice de Maslov, relation avec la théorie de Ranicki (suite) . . . . .	62
4.5	Un avatar du groupe $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$ : le groupe $V(R)$ de Karoubi . . . . .	65
4.5.1	Le groupe $V(R)$ . . . . .	65
4.5.2	Liens entre les groupes $V(R)$ et $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$ . . . . .	73
4.5.3	Retour sur la définition de l'indice de Maslov . . . . .	75
4.6	Indice de Maslov et formes d'enlacement sur $k[T]$ ( $k$ un corps) . . . . .	77
4.7	Versions topologiques du théorème 4.2.10 . . . . .	82
4.8	Bande-annonce du chapitre 6 . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Suites de Sturm et <math>H_2</math> de l'homomorphisme hyperbolique</b>	
5.1	L'extension centrale canonique de $\mathrm{ESp}(R) \cdot \mathrm{GL}(R)$ par $V(R)$ . . . . .	91
5.2	Démonstrations concernant l'homomorphisme $\mu$ . . . . .	97
5.3	Démonstrations concernant l'homomorphisme $\lambda$ . . . . .	104
5.4	Interprétation de l'isomorphisme $A(R) \cong V(R)$ en termes d'homologie des groupes . . . . .	115
<b>6</b>	<b>Généralisations</b>	
6.1	Le cas linéaire (périodicité de Bott "complexe") . . . . .	126
6.2	Le cas bilinéaire (périodicité de Bott "réelle") . . . . .	131
6.2.1	Définition des foncteurs $\mathcal{L}_i$ . . . . .	132
6.2.2	Relation entre $\mathcal{L}_{i+1}$ et $\Omega^S \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 0 \pmod{2}$ . . . . .	142
6.2.3	Relation entre $\mathcal{L}_{i+1}$ et $\Omega^{G_m} \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 1 \pmod{2}$ . . . . .	146

## Appendices

<b>A</b>	<b>Technologie des formes de Sturm</b>	
A.1	Version matricielle de la proposition 2.2.2 . . . . .	159
A.2	Sur les formes de Sturm non-dégénérées . . . . .	161
A.3	Calcul de Déterminants . . . . .	163

A.4	Identité du trinôme et formes de Sturm . . . . .	165
A.5	Formes de Sturm et résidu de formes bilinéaires symétriques . . . . .	169
<b>B</b>	<b>Démonstration de la proposition 2.4.4 . . . . .</b>	<b>171</b>
<b>C</b>	<b>Sur le graphe bipartite associé à la relation de transversalité des lagrangiens . . . . .</b>	<b>177</b>
<b>D</b>	<b>Invariance homotopique du <math>-W_1</math></b>	
D.1	Sur l'invariant de Witt d'un lagrangien libre . . . . .	186
D.2	Le lemme de Pardon . . . . .	188
D.3	Linéarisation à la Balmer [BA] . . . . .	191
D.4	Démonstration du théorème D . . . . .	193
	<b>Références . . . . .</b>	<b>197</b>