

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>xv</b>
<b>Notationen</b>	<b>xix</b>
<b>1 Aussagenlogik</b>	<b>1</b>
1.1 Boolesche Funktionen und Formeln . . . . .	2
1.2 Semantische Äquivalenz und Normalformen . . . . .	9
1.3 Tautologien und aussagenlogisches Folgern . . . . .	14
1.4 Ein vollständiger aussagenlogischer Kalkül . . . . .	18
1.5 Anwendungen des Kompaktheitssatzes . . . . .	25
1.6 Hilbert-Kalküle . . . . .	29
<b>2 Prädikatenlogik</b>	<b>33</b>
2.1 Mathematische Strukturen . . . . .	34
2.2 Syntax elementarer Sprachen . . . . .	43
2.3 Semantik elementarer Sprachen . . . . .	49
2.4 Allgemeingültigkeit und logische Äquivalenz . . . . .	58
2.5 Logisches Folgern und der Theoriebegriff . . . . .	62
2.6 Spracherweiterungen . . . . .	67
<b>3 Der Gödelsche Vollständigkeitssatz</b>	<b>71</b>
3.1 Ein Kalkül des natürlichen Schließens . . . . .	72
3.2 Der Vollständigkeitsbeweis . . . . .	76

3.3	Erste Anwendungen – Nichtstandardmodelle . . . . .	81
3.4	ZFC und die Paradoxie von Skolem . . . . .	87
3.5	Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit . . . . .	92
3.6	Vollständige Hilbert-Kalküle . . . . .	95
3.7	Fragmente der 1. Stufe und Erweiterungen . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Grundlagen der Logikprogrammierung</b>	<b>105</b>
4.1	Termmodelle und der Satz von Herbrand . . . . .	106
4.2	Aussagenlogische Resolution . . . . .	112
4.3	Unifikation . . . . .	119
4.4	Logikprogrammierung . . . . .	122
4.5	Der Beweis des Hauptsatzes . . . . .	129
<b>5</b>	<b>Elemente der Modelltheorie</b>	<b>131</b>
5.1	Elementare Erweiterungen . . . . .	132
5.2	Vollständige und $\kappa$ -kategorische Theorien . . . . .	137
5.3	Das Ehrenfeucht-Spiel . . . . .	142
5.4	Einbettungs- und Charakterisierungssätze . . . . .	145
5.5	Modellvollständigkeit . . . . .	151
5.6	Quantorenelimination . . . . .	157
5.7	Reduzierte Produkte und Ultraprodukte . . . . .	163
<b>6</b>	<b>Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit</b>	<b>167</b>
6.1	Rekursive und primitiv-rekursive Funktionen . . . . .	169
6.2	Gödelisierung . . . . .	176
6.3	Repräsentierbarkeit arithmetischer Prädikate . . . . .	182
6.4	Der Repräsentationssatz . . . . .	189
6.5	Die Sätze von Gödel, Tarski, Church . . . . .	194
6.6	Übertragung durch Interpretation . . . . .	200
6.7	Die arithmetische Hierarchie . . . . .	205

<b>7 Zur Theorie der Selbstreferenz</b>	<b>209</b>
7.1 Die Ableitungsbedingungen . . . . .	210
7.2 Die Theoreme von Gödel und Löb . . . . .	217
7.3 Die Modallogik G . . . . .	221
7.4 Modale Behandlung der Selbstreferenz . . . . .	223
7.5 Eine bimodale Beweislogik für PA . . . . .	226
7.6 Modale Operatoren in ZFC . . . . .	228
 <b>Lösungshinweise zu den Übungen</b>	 <b>231</b>
 <b>Literatur</b>	 <b>241</b>
 <b>Stichwortverzeichnis</b>	 <b>247</b>
 <b>Symbolverzeichnis</b>	 <b>255</b>